

307.226

16  
1968

# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

I. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratról évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölnék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.

# RÉZ MAG MÁGNESES REZONANCIA SPEKTRUMÁNAK VIZSGÁLATA\*

TOMPA KÁLMÁN

MTA Központi Fizikai Kutató Intézete, Budapest

## TARTALOM

1. BEVEZETÉS
2. ELMÉLETI ÖSSZEFOGLALÁS
  - A) Atommagok külső mágneses terekben. A mag helyén levő tér definíciója
  - B) Dipól-dipól kiszélesedés merev rácsokban. A Van Vleck elmélet
  - C) Mágneses kölcsönhatás az atommagok és elektronok között
  - D) Az atommagok elektromos kölcsönhatása környezetével
  - E) Kiszélesedés a rövid spin-rács relaxációs idő következtében
3. A KÍSÉRLETI BERENDEZÉS TERVEZÉSE
4. AZ ANYAGMINTÁK KÉSZÍTÉSE ÉS JELLEMZÉSE
  - A) Az anyagminták előállítása
  - B) A fóliaminták texturája
5. MÉRÉSI EREDMÉNYEK
  - A) A kísérletileg meghatározott mennyiségek definíciója és korrekciója
  - B) Mérési eredmények
  - C) Irodalmi mérési eredmények összefoglalása
6. AZ EREDMÉNYEK ÉRTELMEZÉSE
  - A) Knight eltolódás
  - B) A rezonancia jel paramétereinek értelmezése a dipól-dipól kölcsönhatás alapján
  - C) A többletmomentumról
7. KÖVETKEZTETÉSEK

## 1. Bevezetés

A mag mágneses rezonancia (a továbbiakban MMR) módszert 1945-ben történt felfedezése [1,1]; [1,2] óta egyre szélesebb körben alkalmazzák. A kezdeti magfizikai sikerek (a mag mágneses momentumának, a magspinnek és a mag elektromos kvadrupól momentumának a precíziós mérése) után a kollektív mag mágnesezettség vizsgálatában [1,3], a szilárdtestfizikában [1,4], [1,5], [1,6], [1,7], [1,8], a kristály és molekulaszervezet meghatározásban [1,9], [1,10], [1,11], a fizikai- és analitikus-kémiában [1,9], [1,10], [1,12], valamint a tudomány és technika több más ágában nélkülözhetetlen eszközzé vált. Több ezerre tehető az e területre eső tudományos dolgozatok száma.

Fémek MMR módszerrel történő vizsgálata során a fémekre jellemző tulajdonsággal, a szkin-effektussal találkozunk, ami bizonyos értelemben a fémeken végzett MMR vizsgálatokra rányomja a bélyegét. A rádiófrekvenciás mágneses tér csak

\* Érkezett 1967. II. 2.



korlátozott mélységig hatol be a vezetőbe. A behatolás kvantitatív jellemzésére szkin-mélység szolgál, értéke nem mágneses anyagokra (lásd pl. [1,6])

$$\delta = 50,25 \sqrt{\frac{\rho}{v}}, \quad (1,1)$$

ahol a használt betűk jelentése és az általuk jellemzett fizikai mennyiségek egységei:  $\delta$  szkin-mélység cm-ben,  $\rho$  fajlagos ellenállás ohm/m/mm<sup>2</sup>-ben,  $v$  frekvencia c/s-ben. A szkin-mélység értéke rézre 1 Mc/s frekvencián  $\sim 66$  mikron és 10 Mc/s frekvencián pedig  $\sim 21$  mikron. E mélységben az intenzitás  $e$ -ed részére csökken, és ami ennél sokkal súlyosabb következmény a MMR vizsgálatok szempontjából, a rádiófrekvenciás mágneses tér fázisa is eltolódik, és a felülettől mért távolság függvénye lesz [1,13]. A felülettől különböző távolságban levő atommagok rezonanciáját tehát eltérő fázisú rádiófrekvenciás mágneses tér gerjeszti, ami a rezonancia jel torzulását idézi elő. A kérdés elméleti és kísérleti vizsgálata alapján megállapították [1,14], [1,15], hogy a MMR abszorpciós jel a szkin-mélységnél kisebb karakterisztikus méretű mintákon az abszorpciós módussal  $\chi''$ -vel (a komplex mag szuszceptibilitás imaginárius részével), a szkin-mélységgel összemérhető, ill. annál vastagabb mintákon az abszorpció az  $\chi' + b\chi''$ -vel ( $\chi'$  a szuszceptibilitás valós része, másnéven diszperziós módus) arányos, az  $a/b$  viszony egy adott frekvencián a vastagság függvénye. Egészen nagy vastagságoknál  $a=b=1$ .

A jeltorzulás következtében a MMR jel mágneses térerősség szerinti deriváltjának az alacsony térben levő jeloldala nagyobb amplitúdójú mint a magasabb térben levőé, és a jel zérópontja pedig a magasabb térerősségek felé tolódik el. Meg kell említeni, hogy néhány alacsony hőmérsékleti mérésnél [1,16] a szkin-mélységnél vastagabb mintákon sem figyelték meg az elmélet által megjósolt torzulást, a jelenség magyarázata azonban hiányzik.

E torzulás elkerülése a célja a vékony minták használatának. A vékony minták közül technikailag legkönnyebben a porminták állíthatók elő. A pormintákban természetesen a kristallitok irány szerinti eloszlása izotróp és rajtuk a MMR spektrum paramétereinek csak az összes kristálytani irányra átlagolt középértékét határozhatjuk meg. A fémeken végzett méréseket majdnem kizárólag csak pormintákon végezték. Az izotróp kristallitorientációjú fóliatekerceken végzett mérések pl. [1,17], [1,18] információtartalma a pormintákéval azonos.

A továbbiakban röviden szeretnénk összefoglalni és jellemezni az anizotróp kristallitorientációjú mintákon végzett vizsgálatok eredményeit. Anizotróp kristallitorientációjú minták a texturák és természetesen az egykristályok.

### a) Egykristályok

Cd egykristály. Mérték a Knight eltolódás anizotrópiáját [1,19], továbbá egy rövid közlemény szerint a jelszélességet anizotrópnak találták [1,20].

Fehér ón egykristály. Mérték és értelmezték a Knight eltolódás anizotrópiáját, és mérték a vonal-szélességet a kristálytani orientáció függvényében [1,21]. Bár a vonal-szélesség értelmezése hiányzik, megállapítják, hogy az nagyságban is és irányfüggésben is különbözik a csak dipól-dipól kölcsönhatás feltételezése alapján várhatótól.

Cu és Al egykristályok. Az említett két egykristályos méréssel szemben, ezeket a méréseket a szkin-mélységnél jóval vastagabb mintákon végezték a [001],



$[\bar{1}10]$  és  $[\bar{1}11]$  kristálytani irányokban [1,22]. Megállapításaik a Knight eltolódás izotrópiájára és a vonalszélesség négyzetes középértékének (második momentumnak) az anizotrópiájára vonatkoznak. A második momentum mért értékeit a dipól-dipól kölcsönhatás alapján számolható elméleti értékkel hasonlítják össze. A számolt és mért értékek — hasonlóan mint pormintákon — nem egyeznek.

A vastag minta használata következtében a detektált MMR jel  $\chi' + \chi''$ -vel arányos és így sem a második momentum, sem a Knight eltolódás közvetlen meghatározását nem teszi lehetővé. A szerzők a Kramers—Kronig összefüggéseken alapuló numerikus módszert dolgoztak ki a  $\chi''$  módusnak a kevert jelből való leválasztására, és az így kapott  $\chi''$  alapján határozták meg a Knight eltolódás és a második momentumok értékét. A közvetett meghatározáson kívül felhívjuk a figyelmet a második momentum mérések szokatlanul nagy, átlagosan  $\pm 10\%$ -os, és a Knight eltolódás  $\pm 3 \cdot 10^{-5}$ -es mérési hibájára is. E mérések eredményeire a továbbiakban még visszatérünk.

## b) Texturák

Fémtexturán végzett MMR mérésről tudomásunk szerint csak *Faulkner* [1,23] tesz említést. Mérési eredményeit abban foglalhatjuk össze, hogy hengerelt és hőkezelt réz fóliák MMR jeleinek a szélessége anizotrópiát mutat, az anizotrópia — szerinte — a textura és a dipól-dipól kölcsönhatás alapján értelmezhető. A rövid közleményből a mérési eredmények hiányoznak és az értelmezést meg sem kísérli a szerző.

Kitüntetett orientációjú nem fémes anyagok közül csak a forrón préselt BeO poron végzett mérések eredményei ismeretesek [1,24]. Az értelmezésnél figyelembe vették a texturának a kvadrupól effektusra való hatását. A mérések néhány kértelműség tisztázását tették lehetővé.

Az elmondottak alapján megállapítható, hogy a fémek MMR spektrumának anizotrópiájára vonatkozó vizsgálatok és a belőlük levont következtetések nagyon hiányosak az irodalomban. A hiányosság oka nyilvánvalóan a szkin-effektusban keresendő, valamint abban, hogy a fóliaegykristályok előállítása nem a legegyszerűbb technológiai feladat. Fóliaegykristályok hiányában a texturák anyagmintaként való felhasználásának kérdését vetjük fel, azt remélve, hogy vizsgálatuk alapján kapott információ közel azonos az egykristályokon várhatóval.

Természetesen felmerül az a kérdés is, hogy a várható információ megéri-e az esetleges bonyolult szövetszerkezet figyelembevételével kapcsolatos munkát.

A rézfóliákon végzett vizsgálatainknak [1,25] a célja kettős volt:

a) Ismert — lehetőség szerint egyszerű — fémtexturán mérni az atommagok által érzett lokális terek értékét különböző kristálytani irányokban, és

b) kvantitatíve értelmezni a mérési eredményeket a krisztallitorientáció szórásának a figyelembevételével.

Korábbi méréseinkben [1,25] a rézfóliákon, valamint a pormintákon más szerzők által megfigyelt többletmomentum (ami alatt a mért és a dipól-dipól kölcsönhatás alapján számolt második momentumok különbségét értjük) eredének tisztázása volt a célja méréseink kiterjesztésének, azaz a nagytisztaságú Johnson—Matthey fóliákon és a pormintákon végzett vizsgálatoknak.

A többletmomentummal (illetve többletkiszélesedéssel) kapcsolatos kérdések közül a bevezetésben csak egyet említünk meg. *Redfield* [1,26] szerint a vonalszéles-



ség meghatározásában fontos szerepe van a magok között ható pszeudo-kicserélődési kölcsönhatásnak. A kicserélődési állandóra vonatkozó bizonyos feltételezések mellett (lásd 6. C. fejezet) a  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének egyes paraméterei nagyszórúan értelmezhetők. Feltételezve, hogy a kicserélődés valóban fennáll, a  $^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentumához közel kétszer akkora járulékot ad, mint a  $^{63}\text{Cu}$  izotóphoz, a kicserélődési állandó ugyanolyan értéke mellett. A  $^{65}\text{Cu}$  izotóp

### 1.1. TÁBLÁZAT

Atommagok jellemző tulajdonságai  
(Varian Associates, Palo Alto, California táblázata alapján)

Izotóp	Spin $\hbar$ egység	Előford. %-ban	Mágneses mom. [mm]	El. kvadr. mom. [ $10^{-24} \text{ cm}^2$ ]	Rez. frekv. $10^4 \text{ Oe térb.}$ [Mc/s]
$^1\text{H}$	1/2	99,98	2,79270	—	42,577
$^2\text{H}$	1	$1,56 \cdot 10^{-2}$	0,85738	$2,77 \cdot 10^{-3}$	6,536
$^7\text{Li}$	3/2	92,57	3,2560	$-4,2 \cdot 10^{-2}$	16,547
$^{63}\text{Cu}$	3/2	69,09	2,2206	—0,15	11,285
$^{65}\text{Cu}$	3/2	30,91	2,3790	—0,14	12,090

MMR jelének második momentumát csak Gutowsky [1,27] mérte, és szerinte a többletmomentum a  $^{65}\text{Cu}$  izotópnál  $0,6 \text{ Oe}^2$ , a  $^{63}\text{Cu}$  izotópnál pedig  $0,7 \text{ Oe}^2$ .

E munkában a vákuumban hőkezelt réz fólia és pormintákon végzett mérések eredményeit és az eredmények értelmezését foglaltuk össze.

Az 1,1 táblázatban a mérésekhez felhasznált atommagok jellemző tulajdonságait adtuk meg.

## 2. Elméleti összefoglalás

E fejezetben röviden összefoglaljuk azokat az elméleti megfontolásokat, amelyekre a kísérleti eredmények értelmezése során szükségünk lesz. Részletesebben foglalkozunk az atommag és a környezet közti mágneses kölcsönhatásokkal és a MMR spektrumra gyakorolt hatásukkal. Mivel vizsgálatainkat jól hőkezelt, köbös szimmetriájú mintákon végeztük, az atommag és környezete között fellépő elektromos kvadrupól kölcsönhatás kérdését csak vázlatosan érintjük.

Megvizsgáljuk az atommagok viselkedését külső mágneses terekben (A. pont), az atommagok közötti dipól-dipól kölcsönhatás szerepét a spektrum kialakításában (B. pont), foglalkozunk a vezetési elektronoknak a spektrumra gyakorolt hatásával (C. pont), az elektromos kvadrupól kölcsönhatással (D. pont), és végül a rövid spinrács relaxációs idő következtében fellépő kiszélesedéssel (E. pont).

### A) Atommagok külső mágneses terekben.

A mag helyén levő mágneses tér definíciója

■ Helyezzünk egyetlen  $\mathcal{I}\hbar$  spinű és  $\mu_m = \gamma_m \mathcal{I}\hbar$  ( $\mathcal{I}$ : spinkvantumszám,  $\hbar$  a  $2\pi$ -vel osztott Planck állandó,  $\gamma_m$  a mag girómágneses faktora a felírt mennyiségek pedig a spin, ill. mágneses momentum maximális mérhető komponensét jelentik.) mág-



neses momentumú atommagot  $H_0$  állandó  $z$  irányú külső mágneses térbe. A mag Hamilton operátora:

$$\overline{\mathcal{H}}_z = -\gamma_m \hbar H_0 \overline{\mathcal{I}}_z, \quad (2,1)$$

$\overline{\mathcal{I}}_z$ : a magspin  $z$  komponensének operátora.

A  $\mathcal{H}_z$  operátor sajátértékei pedig

$$E_m = -\gamma_m \hbar H_0 m', \quad (2,2)$$

ahol  $m'$  az atommag mágneses kvantumszáma, és lehetséges értékei:  $m' = \mathcal{I}; \mathcal{I} - 1; \dots - \mathcal{I}$ .

Az energianívók egyenlő távolságra helyezkednek el egymástól, a szomszédos nívók energiakülönbsége:

$$\Delta E = \gamma_m \hbar H_0. \quad (2,3)$$

Várható, hogy külső perturbáló tér hatására az energianívók között átmenet jön létre. A magrezonancia technikában alkalmazott, a  $H_0$  térre merőleges  $x$  irányú változó  $H'_1$  amplitúdójú mágneses tér esetén a perturbáló operátor

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{pert}} = -\gamma_m \hbar H'_1 \overline{\mathcal{I}}_x \cos \omega t \quad (2,4)$$

alakú, ahol  $\mathcal{I}_x$ : a spin  $x$  komponensének operátora és  $\omega$  pedig a gerjesztő tér körfrekvenciája.

A  $(m''|\mathcal{I}_x|m')$  mátrixelemek csak  $m'' = m' \pm 1$  esetben különböznek zérótól, megengedett átmenetek csak szomszédos nívók között jöhetnek létre. Az energiamegmaradás törvénye alapján kapjuk a rezonancia feltételt:

$$\hbar \omega_0 = \Delta E = \gamma_m \hbar H_0, \quad \text{azaz} \quad \omega_0 = \gamma_m H_0. \quad (2,5)$$

Ha a kiszemelt atommagnak a környezetében mágneses momentummal rendelkező szomszédok vagy mozgó töltések vannak, akkor az általuk keltett mágneses tér az atommag helyén különbözik zérótól (illetve az általunk alkalmazott  $H_0$  tértől), és értéke a környezet tulajdonságaitól függ. Számítása úgy történik, hogy meghatározzuk az atommag Zeeman energiájának sajátértékeit, és a (2,3) egyenletnek megfelelő

$$\Delta E = \gamma_m \hbar H \quad (2,6)$$

összefüggést az atommag helyén levő mágneses tér definíciós egyenletének tekintjük. Ebben az esetben a lehetséges energianívók közti megengedett átmenetek gerjesztéséhez szükséges váltakozó mágneses tér körfrekvenciájának és az atommag giromágneses faktorának az  $\omega/\gamma_m$  hányadosa az atommag helyén levő mágneses térrel lesz egyenlő,

$$\frac{\omega}{\gamma_m} = H. \quad (2,7)$$

Ez utóbbi összefüggésünk a tér MMR módszerrel történő kísérleti meghatározására is utal.

Nagyszámú atommagot tartalmazó ferro-ferri, vagy antiferromágneses, illetve külső mágneses térbe helyezett dia- vagy paramágneses minták esetén eleve nem lehetünk bizonyosak afelől, hogy az atommag helyén levő tér értéke minden egyes



atommagnál ugyanaz, a tapasztalat szerint a tér atommagtól atommagig változik. A térerősség eloszlását a  $g(H)$  sűrűségfüggvény írja le. Azonnal hozzá kell tennünk, hogy  $g(H)$  nem minden esetben határozható meg elméletileg. Nagyszámú atommagból álló sokaságban az atommagoknál levő tér jellemzésére a statisztikus fizikában szokásos mennyiségeket, a tér  $\langle H \rangle$  várható értékét  $\langle (H - \langle H \rangle)^2 \rangle$  szórásnégyzetét, stb. vezetjük be. Ebben az esetben (2,6) és (2,7) definíciós egyenleteink az átlagértékekre vonatkoznak. E mennyiségek értéke a legtöbb esetben elméletileg is és kísérletileg is meghatározható.

A tapasztalat azt mutatja, hogy az atommag helyén levő tér különböző eredetű járulékeinak (pl. az atommagoktól vagy fémekben a vezetési elektronoktól származó térnek) a hatása eltérő lehet, pl. az egyik csak az átlagértékét a másik pl. csak a szórásnégyzetét változtatja meg. Ennek alapján a különböző effektusok szétválaszthatók, egy összetett jelenség szétbontása válik lehetővé, és az elemzés az anyag törvényeinek mélyebb megismeréséhez vezet.

### B) Dipól-dipól kiszélesedés merev rácsokban A Van Vleck elmélet

Köbös szimmetriájú, nem ferro-, ferri- vagy antiferromágneses szilárdságtestekben az atommagok közti dipól-dipól kölcsönhatás elsőrendű szerepet játszik a MMR spektrum tulajdonságainak a meghatározásában.

A várható effektus nagyságrendjéről könnyen kaphatunk felvilágosítást. Egy  $\mu_m$  mágneses momentumú atommag tőle  $r$  távolságban  $\mu_m/r^3 = H_{\text{lok}}$  rendű mágneses teret hoz létre, ennek nagysága  $\mu_m = 10^{-23}$  erg/oersted és  $r = 2 \text{ \AA}$  értékeknél  $H_{\text{lok}} \approx 1$  oersted. Ez a tér a külső mágneses térrel azonos vagy ellentétes irányú lehet, és így az atommag helyén levő térerősség szórását, azaz a rezonancia jel kiszélesedését idézi elő. A tér értéke független a külső térerősségtől;  $10^4$  oersted nagyságú külső térben a magok helyén levő térerősség szórása lényegesen kisebb az átlagértékénél, ezért a vonalszélesség kicsi és a MMR jel szilárdtestekben is detektálható.

Nagyon sok atommagból álló rendszer esetén meg kell határozni az átmeneteknek a  $dH$  térerősségtartományba eső hányadát, azaz  $g(H)dH$ -t (vagy a vele ekvivalens  $f(\omega)d\omega$ -t), a  $g(H)$  (ill.  $f(\omega)$ ) sűrűségfüggvényt a rezonancia jel alakfüggvényének nevezik. A feladat csak kevés számú atommagot tartalmazó rendszerekre (ún. két, három és négy-spinrendszerekre) oldható meg egzaktul.  $N$  számú spin kölcsönhatása esetén meg kell elégednünk a  $g(H)$  sűrűségfüggvény momentumaira (második, negyedik momentum) vonatkozó szerényebb elméleti kijelentésekkel. Az ún. momentum módszer kidolgozása Van Vleck nevéhez fűződik [2,1] és részletes leírása megtalálható [1,3]-ban és [1,4]-ben is. A továbbiakban vázlatosan ismertetjük a megfontolások lényegét.

#### a) A kölcsönhatás Hamilton operátora

$N$  számú  $\mu_m$  mágneses momentumú atommag (a továbbiakban  $N$  spin) dipól-dipól kölcsönhatási operátora:

$$\bar{\mathcal{H}}_d = \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left[ \frac{(\bar{\mu}_{mj} \cdot \bar{\mu}_{mk})}{r_{jk}^3} - 3 \frac{(\bar{\mu}_{mj} \cdot \bar{r}_{jk})(\bar{\mu}_{mk} \cdot \bar{r}_{jk})}{r_{jk}^5} \right], \quad (2,8)$$



ahol  $\mu_m = \gamma_m \hbar \bar{\mathcal{J}}$  a mag mágneses momentumának,  $\bar{r}_{jk}$  a  $j$  és  $k$  mag helyvektorának operátora, továbbá  $r_{jk}$  a helyvektor abszolút értéke. Az összegezésből a  $j=k$  tag természetesen kimarad.

Az operátor két részre bontható a

$$\bar{\mathcal{H}}_d = \bar{\mathcal{H}}_d^0 + \bar{\mathcal{H}}_d^r \quad (2,9)$$

összefüggésnek megfelelően, ahol  $\bar{\mathcal{H}}_d^0$  a problémához jobban simuló ( $r; \Theta; \Phi$ ) polárkoordinátákban felírva:

$$\bar{\mathcal{H}}_d^0 = \frac{1}{4} \gamma_m^2 \hbar^2 \sum_{j,k} \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{jk})}{r_{jk}^3} (3 \bar{\mathcal{J}}_{zj} \bar{\mathcal{J}}_{zk} - \bar{\mathcal{J}}_j \bar{\mathcal{J}}_k), \quad (2,10)$$

ahol  $\bar{\mathcal{J}}_j$  a  $j$  mag spin operátora,  $\bar{\mathcal{J}}_{zj}$  a  $j$  mag spin  $z$  komponensének operátora és  $\Theta_{jk}$  a  $j-k$  helyvektor és  $H_0$  által bezárt szög.

Megmutatható (lásd pl. [1,4], hogy a  $\bar{\mathcal{H}}_d^r$  rész hatására az  $\omega=0$ ;  $2\omega_0$ ;  $3\omega_0$  stb. frekvenciákhoz eső spektrumvonalak jönnek létre a  $(H_{\text{lok}}/H_0)^2$  viszonynak megfelelő, lecsökkent intenzitással. Tehát  $\bar{\mathcal{H}}_d^r$  az  $\omega=\omega_0$  körüli jel alakjának kialakításában egyáltalán nem játszik szerepet. Mivel általában kísérletileg csak az  $\omega=\omega_0$  körüli spektrum vizsgálata lehetséges, ezért a  $\bar{\mathcal{H}}_d$  operátorból a  $\bar{\mathcal{H}}_d^r$  részt a továbbiakban elhagyjuk.

Tehát a magspin rendszer redukált Hamilton operátora  $H_0$  térben:

$$\bar{\mathcal{H}} \sum_k -\gamma_m \hbar H_0 \bar{\mathcal{J}}_{zk} + \frac{1}{4} \gamma_m^2 \hbar^2 \sum_{j,k} \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{jk})}{r_{jk}^3} (3 \bar{\mathcal{J}}_{zj} \bar{\mathcal{J}}_{zk} - \bar{\mathcal{J}}_j \bar{\mathcal{J}}_k), \quad (2,11)$$

ahol az első tag ( $\bar{\mathcal{H}}_z$ ) a nem kölcsönható magok Hamilton operátora  $H_0$  térben. A  $\bar{\mathcal{H}}_z$  és  $\bar{\mathcal{H}}_d^0$  operátorok felcserélhetők [1,4] és így szimultán saját függvénnyel rendelkeznek. Jelöljük  $\bar{\mathcal{H}}_d^0$  saját függvényeit  $|\alpha\rangle$ , sajátértékeit  $E_\alpha$ -val, a Zeeman probléma sajátfüggvényeit  $|M\rangle$ -el, sajátértékeit  $-\gamma_m \hbar H_0 M$ -el, a szimultán sajátfüggvényt pedig  $|M\alpha\rangle$ -val. A feladat a

$$(\bar{\mathcal{H}}_z + \bar{\mathcal{H}}_d^0) |M\alpha\rangle = (-\gamma_m \hbar H_0 M + E_\alpha) |M\alpha\rangle \quad (2,12)$$

sajátértékegyenlet megoldása, ami azonban gyakorlatilag nem lehetséges. A Van Vleck elméletnek vagy más néven momentum módszernek éppen az a lényege, hogy az egzakt sajátfüggvények és sajátértékek ismerete nélkül lehetővé teszi néhány spektrum-jellemző kiszámítását.

## b) Az abszorpció atomi elmélete

A fejezet célja a magszuszeptibilitás imaginárius részének,  $\chi''$ -nek a kifejezése mikroszkopikus mennyiségekkel. A számolás a mikroszkopikus és makroszkopikus jellemzőkkel kifejezett abszorbeált teljesítmények összehasonlítása alapján történik. A sokspin rendszer energiasajátértékeit  $E_a$ ,  $E_b$ -vel jelölve, a megfelelő energianívó  $p(E_a)$ ... betöltöttségét termikus egyensúly esetén a Boltzmann faktor határozza meg,

$$p(E_a) = \frac{e^{-E_a/kT}}{\sum_{E_c} e^{-E_c/kT}}, \quad (2,13)$$



ahol  $k$  a Boltzmann állandó,  $T$  az abszolút hőmérséklet,  $E_c$  pedig a teljes sajátérték spektrumon végig megy.

Ha a rendszer kezdetben  $|a\rangle$  állapotban volt, akkor az  $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$  átmenet következtében a rendszer által időegység alatt felvett energia (abszorpciós sebesség):

$$\bar{P}_{ab} = \hbar \omega_{ab} [p(E_a) - p(E_b)]. \quad (2,14)$$

Olyan kis amplitúdójú, (2,4) alakú monokromatikus perturbáció esetén, amelynél a perturbáló mátrix-elem abszolút értéke kisebb, mint a nívószélesség, a  $W_{ab}$  átmeneti valószínűség értéke (pl. [1,4]\*)

$$W_{ab} = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{H_1'^2}{4} |a|\bar{\mu}_x|b|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega), \quad (2,15)$$

ahol  $\bar{\mu}_x = \sum_k \bar{\mu}_{xk}$  a sokspin rendszer eredő mag mágnesezettség  $x$  komponensének operátora.

A spin rendszer által felvett teljesítmény:

$$\bar{P} = \left\{ \frac{2\pi}{\hbar} \frac{H_1'^2}{4} \hbar\omega \sum_{E_b > E_a} [p(E_a) - p(E_b)] |a|\bar{\mu}_x|b|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) \right\}. \quad (2,16)$$

A teljesítmény klasszikusan is kiszámítható, értéke

$$\bar{P} = \frac{\omega}{2} H_1'^2 \chi''. \quad (2,17)$$

(2,16) és (2,17) összehasonlítása alapján

$$|\chi''(\omega) = \pi \sum_{E_a, E_b} [p(E_a) - p(E_b)] |a|\bar{\mu}_x|b|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega), \quad (2,18)$$

ahol az  $E_b > E_a$  korlátozást azzal szüntettük meg, hogy  $\chi''$  értelmezési tartományát formálisan kiterjesztettük negatív  $\omega'$ -kra is. Az így definiált  $\chi''(\omega)$ ,  $\omega$ -nak páratlan függvénye.

A továbbiakban a rácsváltozókat paraméterekként kezeljük és így az  $a, b, \dots$  kvantumszámok csak a spinekre vonatkoznak.

További egyszerűsítést jelent a magashőmérsékleti közelítés alkalmazása, amelynek feltételei  $E_b - E_a \ll kT$ , és az, hogy az  $N$  spin állapotösszege  $(2\mathcal{J} + 1)$ -szerese az  $(N - 1)$  spin állapotösszegének.

Így kapjuk  $\chi''(\omega)$  végső alakját

$$\chi''(\omega) = \frac{\pi \hbar \omega}{(2\mathcal{J} + 1)^N kT} \sum_{a,b} |a|\bar{\mu}_x|b|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega). \quad (2,19)$$

Mivel a MMR jel frekvenciaegységekben kifejezett szélessége sokkal kisebb  $\omega$ -nál, ezért a jel kis frekvencia tartományában  $\omega$  állandónak tekinthető és  $\chi''(\omega)/\omega$  mennyiséget is használhatjuk a görbealak jellemzésére. Ez a mennyiség  $\omega$ -nak páros függvénye.

\* Az időtől független (2,15) akkor érvényes, ha létezik egy olyan  $\tau$  karakterisztikus idő, amelyen belül a betöltöttségek változása elhanyagolható, és a nívószélesség  $\delta E \gg \hbar/\tau$ . ( $\tau$ -nál rövidebb időtartamú változásokról információt nem kapunk.)



## c) Momentum módszer

Az előző fejezetben mondottak alapján tehát az

$$f(\omega) = \sum_{a,b} |a| \bar{\mu}_x |b|^2 \delta(E_b - E_a - \hbar\omega) \quad (2,20)$$

összefüggést használjuk a rezonancia abszorpciós görbealak jellemzésére.  $\chi''(\omega)$  és  $f(\omega)$  között egyértelmű összefüggés van, és az alább definiálendő momentumok mindkét mennyiségre nagyon jó közelítéssel ugyanazok.

$f(\omega)$  momentumait és centrális momentumait az alábbi összefüggések adják:

$$\langle \omega^n \rangle = \frac{\int_0^\infty \omega^n f(\omega) d\omega}{\int_0^\infty f(\omega) d\omega}, \quad (2,21)$$

illetve

$$\langle \Delta \omega^n \rangle = \frac{\int_0^\infty (\omega - \langle \omega \rangle)^n f(\omega) d\omega}{\int_0^\infty f(\omega) d\omega}. \quad (2,22)$$

(2,21)  $n=1$  esetén adja a frekvencia várható értékét és (2,22)  $n=2$ , ill.  $n=4$  esetén — nem éppen következetes, de az irodalomban elterjedt elnevezés szerint — a MMR jel második, ill. negyedik momentumát.

Felhasználva az  $\omega = \gamma_m H$  rezonancia feltételt (2,21) és (2,22)-vel analóg kifejezések írhatók fel a lokális mágneses tér momentumaira és centrális momentumaira.

Vizsgáljuk meg először a rezonancia frekvencia (ill. az atommagok helyén levő lokális télerősség) várható értékét. Az elmélet szerint [1,4]:

$$\int_0^\infty \omega f(\omega) d\omega = \frac{\omega_0}{2\hbar} \text{Sp} \{ \bar{\mu}_x^2 \}; \quad \int_0^\infty f(\omega) d\omega = \frac{1}{2\hbar} \text{Sp} \{ \bar{\mu}_x^2 \}, \quad (2,23)$$

és így

$$\langle \omega \rangle = \omega_0; \quad \text{ill.} \quad \langle H \rangle = H_0. \quad (2,24)$$

Tehát a rezonancia frekvencia várható értéke nem tolódik el a dipól-dipól kölcsönhatás következtében, az  $\omega_0 = \gamma_m H_0$  összefüggésnek megfelelően pontosan a  $H_0$  térhez tartozó rezonancia frekvenciával egyenlő. Ugyanaz vonatkozik a  $H$  tér várható értékére is.

Az elmélet szerint a frekvenciaszórás négyzete,

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle = - \frac{\text{Sp} \{ [\mathcal{H}_d^0, \bar{\mu}_x]^2 \}}{\text{Sp} \{ \bar{\mu}_x^2 \}}. \quad (2,25)$$

Az összefüggés alapján látható, hogy a  $\bar{\mu}_x$  operátorral felcserélhető kölcsönhatások nem adnak járulékot a második momentumhoz, így pl. az  $\bar{\mathcal{J}}_j \cdot \bar{\mathcal{J}}_k$  típusú skaláris kölcsönhatás sem.



A spurok kiszámításánál figyelembe vesszük, hogy a spur értéke független az ortonormált teljes függvényrendszer választásától, és így a spurképzés az  $m_1, m_2, \dots, m_N$  kvantumszámokkal jellemzett  $N$  darab individuális spinfüggvény szorzatára történik.

A magasabb momentumokat mérési eredményeink értelmezésénél nem fogjuk felhasználni, így velük itt nem foglalkozunk.

A spurképzés után

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle = \frac{3}{4} \gamma_m^4 \hbar^2 \mathcal{J}(\mathcal{J}+1) \frac{1}{N} \sum_{j,k} \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{jk})^2}{r_{jk}^6} \quad (2,26)$$

összefüggést kapjuk. Amennyiben minden atommag azonos pozícióban foglal helyet, úgy az összeg független lesz az egyik indextől és a frekvenciaszórás négyzete

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle = \frac{3}{4} \gamma_m^4 \hbar^2 \mathcal{J}(\mathcal{J}+1) \sum_k \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{jk})^2}{r_{jk}^6}. \quad (2,27)$$

Az egyenlet jobboldalán minden tag  $(\gamma_m H_{\text{lok}}^k)^2$  rendű, ahol  $H_{\text{lok}}^k$  a  $k$  mag hozzájárulása a  $j$  magnál levő lokális térerősséghez. Az egyenlet a lokális térerősség pontos definíciója ( $\gamma_m^2$ -től eltekintve). Az elméleti és kísérleti momentumok közvetlenül összehasonlíthatók.

Mivel eddig csak azonos atommagok közti kölcsönhatást vettünk figyelembe, [2,27] baloldalát a továbbiakban  $\langle \Delta \omega^2 \rangle_{\mathcal{J}\mathcal{J}'}$ -vel jelöljük és a következő fejezetben megvizsgáljuk egy második nemrezonáns magfajta (jellemzői:  $\gamma'_m$ ;  $\mathcal{J}'$ ;  $\mu'_m$ ) hatását a  $\gamma_m$ ;  $\mathcal{J}$  és  $\mu_m$  mennyiségekkel jellemzett rezonáns magok MMR spektrumára.

#### d) Kétféle spint tartalmazó rendszer

Két nem azonos mágneses momentumú mag redukált dipól-dipól kölcsönhatási operátora [1,4]

$$(\overline{\mathcal{H}}_d^0)_{\mathcal{J}\mathcal{J}'} = \gamma_m \gamma'_m \hbar^2 \sum_{k,l'} \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{kl'})}{r_{kl'}^3} \overline{\mathcal{J}}_{zk} \overline{\mathcal{J}}'_{zl'}, \quad (2,28)$$

ahol a még nem definiált szimbólumok jelentése azonos a (2,10)-ben szereplőkével.

Az  $\mathcal{J} - \mathcal{J}'$  dipól-dipól kölcsönhatás járuléka a második momentumhoz

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle_{\mathcal{J}\mathcal{J}'} = \frac{1}{3} \gamma_m^2 \gamma'^2 \hbar^2 \mathcal{J}'(\mathcal{J}'+1) \sum_{l'} \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{kl'})^2}{r_{kl'}^6}. \quad (2,29)$$

Végül az  $\mathcal{J}$  spinű mag MMR jelének teljes második momentuma

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle = \langle \Delta \omega^2 \rangle_{\mathcal{J}\mathcal{J}} + \langle \Delta \omega^2 \rangle_{\mathcal{J}\mathcal{J}'}. \quad (2,30)$$

#### e) A második momentum értéke kétféle magspint tartalmazó lapcentrált köbös rácsra

(2,30)-ban a rácsösszeg tartalmazza a kristályrács jellemző tulajdonságait és az állandó mágneses térnek a kristályhoz viszonyított helyzetét. Vezessünk be két azonos origójú koordinátarendszert, az egyik a laboratóriumi koordináta-rendszer  $L(x, y, z \| H_0)$ , a másik a kristályhoz rögzített koordináta-rendszer  $K(x_k, y_k, z_k)$ .



$\vec{H}_0$  vektor, illetve az  $\vec{r}_{jk}$  vektor iránykoszinuszait a  $K$  rendszerben  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ , ill.  $\xi_{jk}, \eta_{jk}, \zeta_{jk}$ -val jelöljük. Ezen iránykoszinuszok felhasználásával az ismert összefüggés alapján

$$\cos \Theta_{jk} = \lambda_1 \xi_{jk} + \lambda_2 \eta_{jk} + \lambda_3 \zeta_{jk}. \quad (2,31)$$

Elvégezve az összegekben a kijelölt műveleteket és figyelembe véve a rács szimmetria-tulajdonságait, (2,31) alapján a következő eredményt kapjuk lapcentrált köbös rácsra [2,2]:

$$\begin{aligned} \sum_k \frac{(1 - 3 \cos^2 \Theta_{jk})^2}{r_{jk}^6} &= [a - b(\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4)], \\ a &= \frac{1}{2} \sum_k r_{jk}^{-6} [7 - 9(\xi_{jk}^4 + \eta_{jk}^4 + \zeta_{jk}^4)], \\ b &= \frac{1}{2} \sum_k r_{jk}^{-6} [9 - 15(\xi_{jk}^4 + \eta_{jk}^4 + \zeta_{jk}^4)]. \end{aligned} \quad (2,32)$$

Kiszámítva a rácsösszegeket, felírhatjuk a kétféle mágneses momentumú magot tartalmazó lapcentrált köbös rács MMR jelének második momentumát az atommag és a kristályrács jellemző tulajdonságainak a függvényében. Felhasználva [2,2] numerikus eredményeit, a második momentum értéke mágneses térerősség egységeiben,  $\langle \Delta \omega^2 \rangle = \gamma_m^2 M_2^e$  alapján:

$$\begin{aligned} M_2^e &= 44,17 \hbar^2 \left[ \gamma_m^2 \mathcal{J}(\mathcal{J}+1)p + \frac{4}{9} \gamma_m'^2 \mathcal{J}'(\mathcal{J}'+1)p' \right] d^{-6} \times \\ &\times [2,171 - (\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4)], \end{aligned} \quad (2,33)$$

ahol  $p$  a rezonáns,  $p'$  a nemrezonáns magfajta előfordulási valószínűsége, és  $d$  a lapcentrált köbös elemi cella rácsállandója. A formula felírásánál természetesen feltételeztük, hogy a kétféle mag a rácshelyeken statisztikusan oszlik el.

#### f) A MMR jel többi paraméteréről

A második momentum nem ad felvilágosítást a MMR jel alakjáról, ahhoz magasabb momentumok ismerete is szükséges. Annak ellenére, hogy Van Vleck eredeti munkájában teljesen általánosan meghatározta a negyedik momentum értékét is, konkrét kristályszerkezetre való alkalmazása csak primitív köbös rács esetében ismert [2,1]. A további magasabb momentumok közül pedig csak a hatodik momentumot számolták ki a primitív köbös rács  $\langle 100 \rangle$  típusú irányokban [1,3]. Bár a számításoknak elvi akadálya nincs, az elvégzendő hosszadalmas munka mindenkit elriaszt a bonyolultabb kristályszerkezetekre vonatkozó konkrét számításoktól.

Jól ismert tény, hogy a negyedik momentum és a második momentum segítségével definiált

$$k = \frac{M_4}{M_2^2} \quad (2,34)$$

mennyiség görbealakról görbealakra változik. Gauss, Lorentz négyszög és háromszög alakú sűrűségfüggvényekre az eredmények [2,2]-ben megtalálhatók (pl. Gauss



eloszlás esetén az értéke három). Ezért a  $k$  mennyiséget a MMR jel alakparaméterének tekintjük.

A negyedik és második momentumra vonatkozó általános összefüggések (lásd pl. [1,3]), továbbá a primitív köbös rácsra vonatkozó eredmények a  $k$  alakparaméterre 3-nál kisebb, a kristálytani iránytól kismértékben függő eredményt adnak. Tehát a dipól-dipól kölcsönhatás alapján várható jelalak laposabb tetejű, mint a Gauss görbe.

A vonalszélességek közelítő kiszámításánál mégis a Gauss-görbe közelítést szokták alkalmazni. Ekkor a félintenzitásnál mért szélesség [2,1]:

$$\Delta h_{1/2} = 2,35[M_2^e]^{1/2}, \quad (2,35)$$

az inflexiós pontok távolsága pedig

$$h_1 = 2[M_2^e]^{1/2}. \quad (2,36)$$

A (2,33), (2,34) és (2,36) összefüggésekben szereplő  $M_2$ ,  $M_4$ ,  $k$  és  $h_1$  mennyiségek értéke kísérletileg is meghatározható, az összefüggések pedig a kiértékelés elméleti alapjául szolgálnak.

### C) Mágneses kölcsönhatás az atommagok és az elektronok között

Egy atommag és egy elektron között fellépő mágneses kölcsönhatás Hamilton operátorát először Fermi határozta meg az elektron relativisztikus Dirac-féle elmélete alapján [2,3]. Ha  $\bar{L}$ ,  $\bar{S}$ , ill.  $\bar{\mathcal{J}}$ -vel jelöljük az elektron pálya, spin, ill. a magspin impulzus momentumok operátorait, akkor a kölcsönhatás a következőképpen írható:

$$\bar{\mathcal{H}}'_{em} = \gamma_e \gamma_m \hbar^2 \left[ \frac{(\bar{L} - \bar{S}) \cdot \bar{\mathcal{J}}}{r^3} + \frac{3(\bar{S} \cdot \bar{r})(\bar{\mathcal{J}} \cdot \bar{r})}{r^5} + \frac{8\pi}{3} (\bar{S} \cdot \bar{\mathcal{J}}) \delta(\bar{r}) \right], \quad (2,37)$$

ahol  $\gamma_e$  az elektron giromágneses faktora (a  $\mu_e = \gamma_e S \hbar$  összefüggéssel definiálják),  $\bar{r}$  a mag-elektron rádiuszvektor,  $r$  annak abszolút értéke és  $\delta(\bar{r})$  pedig a delta-függvénye. A szögletes zárójel első két tagja a klasszikus fizikából jól ismert dipól-dipól kölcsönhatás operátor alakja és a harmadik tag pedig az ún. Fermi-féle kontakt kölcsönhatás. Több kompenzálatlan elektron esetén a  $\bar{\mathcal{H}}'_{em}$  operátor a (2,37) alatt felírt  $\bar{\mathcal{H}}'_{em}$  operátorok összege lesz.

A kölcsönhatásnak két — számunkra fontos — következménye van:

- a) a MMR spektrum eltolódását idézi elő (Knight eltolódás),
- b) az atommagok között fellépő indirekt kölcsönhatás forrásául szolgál, ami a MMR spektrum kiszélesedését vonja maga után.

#### a) Knight eltolódás

A magok és az elektronok közti mágneses kölcsönhatás eredetére nézve kétféle lehet, vagy a kompenzálatlan spinű elektronok eredő mágneses momentumával, vagy a külső mágneses tér által indukált pályamomentummal való kölcsönhatásból származik. Mindkét esetben a rezonancia jel eltolódását idézi elő. Az első típusú eltolódást — felfedezője után — Knight eltolódásnak, a másodikat pedig kémiai eltolódásnak nevezik. Mindkét eltolódás az atommagok helyén fellépő, minden



atommagnál azonos, belső mágneses tér következménye. Dia- és paramágneses anyagokban az atommagok helyén levő térerősségek átlagértéke csak külső mágneses tér alkalmazása esetén különbözik zérótól, és a külső tér térerősségével arányos.

A kémiai eltolódás eredete végeredményben ugyanaz, mint a diamágnességé és hasonlóan általános tulajdonsága minden elektront tartamazó anyagnak, mint a diamágnesség. Az atommag helyén levő térerősség  $H_0$  külső tér esetén:

$$H = H_0(1 - \sigma), \quad (2,38)$$

ahol a  $\sigma$  dimenziótlan mennyiség az árnyékolási állandó. Értéke protonok esetén  $10^{-5}$  rendű, és a rendszám növelésével nő. Tekintettel arra, hogy elektronok nélküli „csupasz” atommagok MMR spektrumát eddig nem vették fel, csak viszonylagos kémiai eltolódás értékek mérhetők. A kémiai eltolódást szilárdtestek MMR spektrumának kiértékelésénél — néhány esettől eltekintve — általában nem szokták figyelembe venni.

A továbbiakban a kompenzálatlan elektronspinnek által, a mag helyén keltett mágneses tér kérdésével foglalkozunk (lásd pl. [1,3], [1,4]). Az elektron magspin rendszer Hamilton operátora:

$$\bar{\mathcal{H}} = \bar{\mathcal{H}}_e + \bar{\mathcal{H}}_m + \bar{\mathcal{H}}_{em}, \quad (2,39)$$

ahol  $\bar{\mathcal{H}}_e$  a különálló elektronspin rendszerre,  $\bar{\mathcal{H}}_m$  a különálló magspin rendszerre és  $\bar{\mathcal{H}}_{em}$  pedig a két rendszer kölcsönhatására vonatkozik.

Ha nincs kölcsönhatás az atommagok és az elektronok között, úgy a magspin rendszer lehetséges energianívói a  $H_0$  külső térben levő magspin rendszer nívóival azonosak, a nívók közti megengedett átmenetekhez tartozó körfrekvencia várható értéke  $\omega_0 = \gamma_m H_0$ -al. A magok közti dipól-dipól kölcsönhatás (amint a 2. B. c. fejezetben láttuk) nem okoz rezonanciajel eltolódást, mert (2,24) összefüggés szerint  $\langle \omega \rangle = \omega_0$ -al (ill.  $\langle H \rangle = H_0$ -al).

Ha a magok és elektronok közti mágneses kölcsönhatás nem zéró, a kompenzálatlan spinű elektronok egy belső mágneses teret hoznak létre az atommagok helyén, és tiszta fémekben ez a térerősség minden egyes atommagnál ugyanakkora, tehát a vonalszélességhez nem ad járulékot, csak a rezonancia jel középpontját tolja el egy nemfémes referencia mintához viszonyítva.

A szokásos laboratóriumi mágneses terekben ( $\sim 10\,000$  Oe) a magspin-elektronspin kölcsönhatás perturbációnak tekinthető a magok Zeeman energiája mellett, és a feladat az energiakorrekció kiszámítása, tehát az

$$E_{em} = \int \psi^* \bar{\mathcal{H}}_{em} \psi \, d\tau_e \, d\tau_m \quad (2,40)$$

integrál kiszámítása, ahol az integrálás az elektron és magkoordinátákra (tér és spin) történik, a hullámfüggvényt pedig az elektron és mag hullámfüggvények szorzataként ( $\psi = \psi_e \psi_m$ ) állítjuk elő. Méréseink során a magspin rendszer  $\psi_m \rightarrow \psi'_m$  átmeneteket vizsgáljuk, és feltételezzük, hogy ezek az átmenetek az elektronspin rendszer  $\psi_e$  állapotait változatlanul hagyják. (2,40)-ben csak az elektronkoordinátákra integrálva olyan kifejezésre jutunk, amely az atommag helyén levő térerősség definíciójául szolgál a kifejezésben a magkoordináták mint operátorok szerepelnek). (2,40) megoldása helyett tehát a következő egyszerűbb integrált számítjuk ki:

$$H_{em} = \int \psi_e^* \mathcal{H}_{em} \psi_e \, d\tau_e. \quad (2,41)$$



Legyen az integrálban szereplő  $\psi_e$  hullámfüggvény a spinkoordinátával kiegészített Blochfüggvények szorzatából álló antiszimmetrikus sokielektron hullámfüggvény, és vizsgáljuk a kollektivizált elektronok által közvetlenül keltett lokális tér kérdését.

Foglalkozunk „s-állapotú” vezetési elektronokkal.\* A dipól-dipól kölcsönhatás hozzájárulása (2,41)-hez  $s$ -elektronokra zéró, és hatása csak „nem-s-állapotú” elektronok esetén van. A Fermi-féle kontakt kölcsönhatás járuléka (2,41)-hez viszont csak  $s$  elektronokra különbözik zérótól. A kölcsönhatás

$$\overline{\mathcal{H}}_s = \frac{8\pi}{3} \gamma_e \gamma_m \hbar^2 \sum_{j,k} (\overline{\mathcal{J}}_k \cdot \overline{\mathcal{S}}_j) \delta(\vec{r}_{jk}) \quad (2,42)$$

alakban írható, ahol  $\overline{\mathcal{J}}_k$  ill.  $\overline{\mathcal{S}}_j$  a  $k$  mag, ill.  $j$  elektron spin operátora és az  $\vec{r}_{jk}$  elektron és a  $k$  magot összekötő vektor.

$H_{0f}$  állandó,  $z$  irányú mágneses térbe helyezve a mintát, a  $k$  mag hozzájárulása (2,41)-hez:

$$-\gamma_m \hbar \mathcal{J}_{zk} \left[ \frac{8\pi}{3} \langle |u(0)|^2 \rangle_F \chi_e^s H_{0f} \right], \quad (2,43)$$

ahol  $\langle |u(0)|^2 \rangle_F$  a Fermi felületnél levő elektron állapotokra átlagolt vezetési elektron sűrűség az atommag helyén, és  $\chi_e^s$  az  $s$ -elektronok egy atomra eső Pauli szuszceptibilitása. Ez a hozzájárulás

$$\Delta H = \frac{8\pi}{3} \langle |u(0)|^2 \rangle_F \chi_e^s H_{0f} \quad (2,44)$$

lokális mágneses térerősségnek felel meg.  $\Delta H$  független a mag  $k$  indexétől, tehát minden magra azonos. A vezetési elektronok polarizációja következtében fellépő effektív térerősség relatív értékét nevezik Knight eltolódásnak, azaz

$$K = \frac{\Delta H}{H_{0f}} = \frac{8\pi}{3} \langle |u(0)|^2 \rangle_F \chi_e^s. \quad (2,45)$$

Az irodalomban szokás még az  $\langle |u(0)|^2 \rangle_F = \xi \Omega |\psi_s(0)|^2$  összefüggés alapján szabad atomban a mag helyén levő  $s$ -elektron sűrűséget bevezetni.  $\xi$  a megfelelően normált sűrűségnek hányadosa,  $\Omega$  atomtérfogat.

Amennyiben „nem  $s$ ” hullámfüggvényekkel leírható, anizotrop elektron eloszlás esetén a dipól-dipól kölcsönhatás is hozzájárul a mag helyén levő effektív tér kialakításához, úgy a Knight eltolódás anizotrópiáját idézi elő [1,8].

A vázolt elmélet csak a vezetési elektronok által közvetlenül keltett tér értékét adja meg. A mágneses anyagokon végzett „belső-tér” vizsgálatok, valamint az átmeneti fémek és ötvözeik Knight eltolódásának a vizsgálata (összefoglalás és cikkgyűjtemény [2,4]-ben) hívta fel a figyelmet a „kicsérélődési polarizációs” vagy más néven „törzspolarizációs” effektusnak az atommag helyén levő tér kialakításában játszott szerepére. A törzspolarizáció lényeges szerepet játszik még az olyan egyszerű elektron struktúrájú fémek Knight eltolódásánál is, mint a Li és Na [2,5]. A törzspolarizáció Li-nál 31%-kal, Na-nál 5,5%-kal növeli a Knight eltolódás értékét.

\* Az „s-állapotú” és „nem-s-állapotú” felbontás az egy-elektron képnek felel meg.



Rézre vonatkozó, részletesen nem ismertetett számítások végeredménye [2,6]-ban található. Eszerint a kicserélődési polarizációt is figyelembe véve, a Knight eltolódás a következő lesz:

$$\frac{\Delta H}{H_{0f}} = \frac{8\pi}{3} \chi_e^s \langle |u(0)|^2 \rangle_F (1 + R_s), \quad (2,46)$$

az  $R_s$  állandó értékét sajnos a szerzők nem adták meg.

Az összefüggés fizikailag nagyon jól érthető, mert a belső betöltött  $s$ -héjak polarizációját ugyanazok a polarizált kompenzálatlan vezetési elektronok keltik, amelyek közvetlenül is kölcsönhatnak a maggal.

b) másodrendű magspin-magspin kölcsönhatás, indirekt mágneses kölcsönhatás az atommagok között

A 2. B. fejezetben tárgyalt direkt kölcsönhatás mellett, az atommagok között fellép egy közvetett — az elektronok által közvetített — kölcsönhatás is. Az indirekt kölcsönhatás felfedezése molekulákban, és annak értelmezése *Hahn—Maxwell*, *Gutowsky—Mc Call—Slichter* és *Ramsey* [2,6], szilárdtestekre való kiterjesztése pedig *Ruderman—Kittel*, *Bloombergen—Rowland* és *Yosida* nevéhez fűződik [2,7]. A mágneses kölcsönhatást az atommag és az elektron között (2,37) összefüggés írja le, és — amint láttuk — a dipól-dipól és a Fermi-féle kontakt részből tevődik össze. Mindkét rész szerepet játszhat az indirekt magspin-magspin kölcsönhatás kialakításában és ennek megfelelően beszélhetünk „pszeudo-dipól” (ha a magspin-elektronspin dipól-dipól kölcsönhatást kell figyelembe venni) és „pszeudo-kicserélődési” (ha a kontakt kölcsönhatással kell számolni) kölcsönhatásról.

Hasonlóan mint a Knight eltolódás elméleténél, csak az  $s$ -jellegű vezetési elektronok szerepét vizsgáljuk meg részletesebben az indirekt kölcsönhatás kialakításában.

Az elektronmag kölcsönhatás két, különböző mágneses momentumú atommagra

$$\overline{\mathcal{H}}_{em}^s = \frac{8\pi}{3} \gamma_m \gamma_e \hbar^2 \overline{\mathcal{F}} \sum_l \overline{S}_l \delta(\vec{r}_l - \vec{R}) + \frac{8\pi}{3} \gamma'_m \gamma_e \hbar^2 \overline{\mathcal{F}}' \sum_l \overline{S}_l \delta(\vec{r}_l - \vec{R}'), \quad (2,47)$$

ahol  $\gamma_m$ ,  $\overline{\mathcal{F}}$  és  $\vec{R}$ , ill.  $\gamma'_m$ ,  $\overline{\mathcal{F}}'$  és  $\vec{R}'$  az egyik, ill. a másik magfajta giromágneses faktora, spin operátora és helyvektora,  $\overline{S}_l$  és  $\vec{r}_l$  pedig az  $l$  elektron spin operátora és helyvektora. (2,47) röviden a következőképpen írható

$$\overline{\mathcal{H}}_{em}^s = \overline{\mathcal{H}}_{em} + \overline{\mathcal{H}}'_{em} = \overline{\mathcal{F}} \vec{G} + \overline{\mathcal{F}}' \vec{G}' = \sum_{\beta=x,y,z} \overline{\mathcal{F}}_{\beta} G_{\beta} + \sum_{\beta'=x,y,z} \overline{\mathcal{F}}'_{\beta'} G'_{\beta'}, \quad (2,48)$$

ahol  $\vec{G}$  és  $\vec{G}'$  magspin koordinátákat nem tartalmaz.

A számolás a perturbációszámítás második közelítése alapján történik. Legyen az  $|0\rangle$  sokelektron alapállapot energiája  $E_0$  és az  $|n\rangle$  gerjesztett állapoté  $E_n$ , a magok alapállapotát jelöljük  $|\alpha'\rangle$ -val és gerjesztett állapotát  $|\alpha\rangle$ -vel, a megfelelő energiasajátértékeket  $E_{\alpha}$ -val, ill.  $E_{\alpha'}$ -vel. A rendszer perturbálatlan hullámfüggvénye a mag és elektron hullámfüggvények szorzata. Számoljuk a  $\overline{\mathcal{H}}_{em}^s$  perturbáció következtében fellépő másodrendű energia eltolódást,

$$[\Delta E_{0\alpha}^{(2)}]' = \sum_{n,\alpha'} \frac{\langle 0\alpha | \overline{\mathcal{H}}_{em}^s | n\alpha' \rangle \langle n\alpha' | \overline{\mathcal{H}}_{em}^s | 0\alpha \rangle}{(E_0 + E_{\alpha}) - (E_n + E_{\alpha'})}. \quad (2,49)$$



Mivel  $E_0 - E_n \gg E_\alpha - E_{\alpha'}$ , és felhasználva (2,48)-at írhatjuk, hogy

$$\begin{aligned} [\Delta E_{0\alpha}^{(2)}]' &\cong \sum_{n, \alpha'} (E_0 - E_n)^{-1} \{ (0\alpha | \bar{\mathcal{H}}_{em} | n\alpha') (n\alpha' | \bar{\mathcal{H}}_{em} | 0\alpha) + \\ &\quad (0\alpha | \bar{\mathcal{H}}'_{em} | n\alpha') (n\alpha' | \bar{\mathcal{H}}'_{em} | 0\alpha) + \\ &\quad (0\alpha | \bar{\mathcal{H}}_{em} | n\alpha') (n\alpha' | \bar{\mathcal{H}}'_{em} | 0\alpha) + \\ &\quad (0\alpha | \bar{\mathcal{H}}'_{em} | n\alpha') (n\alpha' | \bar{\mathcal{H}}_{em} | 0\alpha) \}. \end{aligned} \quad (2,50)$$

A kapcsos zárójel első két tagja azt az energiaváltozást jelenti, amit akkor kapnánk, ha a vesszőtlen, ill. vesszős mag egyedül lenne, számunkra az érdektelen, és így (2,50)-ból csak az utolsó két tagot tartjuk meg, így

$$\Delta E_{0\alpha}^{(2)} = \sum_{n, \alpha'} \frac{(0\alpha | \bar{\mathcal{H}}_{em} | n\alpha') (n\alpha' | \bar{\mathcal{H}}'_{em} | 0\alpha)}{E_0 - E_n} + \text{konj. kompl.} \quad (2,51)$$

(2,48) felhasználásával (2,51) szeparálható,

$$\Delta E_{0\alpha}^{(2)} = \sum_{\beta, \beta'} \sum_n \frac{(0 | \bar{G}_\beta | n) (n | \bar{G}'_{\beta'} | 0)}{E_0 - E_n} \sum_{\alpha'} (\alpha | \bar{\mathcal{J}}_\beta | \alpha') (\alpha' | \bar{\mathcal{J}}'_{\beta'} | \alpha) + \text{konj. kompl.},$$

illetve kihasználva a teljes függvényrendszerre vonatkozó ismert összefüggést,

$$\Delta E_{0\alpha}^{(2)} = \sum_{\beta, \beta'} \sum_n \frac{(0 | \bar{G}_\beta | n) (n | \bar{G}'_{\beta'} | 0)}{E_0 - E_n} (\alpha | \bar{\mathcal{J}}_\beta \bar{\mathcal{J}}'_{\beta'} | \alpha) + \text{konj. kompl.} \quad (2,52)$$

Vegyük észre, hogy függetlenül az  $|\alpha\rangle$  állapottól az energia korrekció értéke pontosan az, mint amit elsőrendű perturbáció számítással kapnánk  $\bar{\mathcal{H}}_{\text{eff}}$  perturbáló operátor esetén, ahol

$$\bar{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = \sum_{\beta, \beta'} \bar{\mathcal{J}}_\beta \bar{\mathcal{J}}'_{\beta'} \left\{ \sum_n \frac{(0 | \bar{G}_\beta | n) (n | \bar{G}'_{\beta'} | 0)}{E_0 - E_n} \right\} + \text{konj. kompl.} \quad (2,53)$$

(2,53)-ban szereplő mátrixelemek kiszámítása a Bloch elektronok hullámfüggvényeinek szorzatából alkotott antiszimmetrikus sokelektron hullámfüggvényekre történik. Az egyelektron állapotokat a  $\vec{k}$  és  $s$  (hullámvektor és spinquantumszám) kvantumszámokkal írjuk le. Feltételezve, hogy

$$E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}, \quad (2,54)$$

(ahol  $|\vec{k}| = k$ , és  $m^*$  az elektron effektív tömege) a mátrixelemek kiszámíthatók és végeredményül kapjuk (lásd pl. [1,4])

$$\bar{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = -2 \frac{\gamma_e^2 \gamma_m \gamma'_m \hbar^2 m^* \langle |u(0)|^4 \rangle_F}{9\pi} \frac{[\sin 2k_F R - 2k_F R \cos 2k_F R]}{R^4} \cdot (\bar{\mathcal{J}} \cdot \bar{\mathcal{J}}'), \quad (2,55)$$

ahol  $R$  a két mag egymástól mért távolsága,  $k_F$  a Fermi energiához tartozó hullám-szám, és  $\langle |u(0)|^4 \rangle_F$  a Fermi felületnél levő energiaállapotokra átlagolt vezetési elekt-ronsűrűség a mag helyén.



$\langle |u(0)\rangle_F$  helyett ismert mennyiségeket vezethetünk be az alábbi összefüggések alapján

$$\begin{aligned}\langle |u(0)|^4 \rangle_F &= \xi^2 \Omega^2 |\psi_s(0)|^4, \\ a(s) &= \frac{8\pi}{3} \gamma_e \gamma_m \hbar^2 |\psi_s(0)|^2, \\ (\mathcal{J} + \frac{1}{2}) a(s) &= \hbar \nu_a.\end{aligned}\quad (2,56)$$

ahol  $|\psi_s(0)|^2$  az  $s$  elektronok sűrűsége a mag helyén a szabad atomban,  $\Omega$ : atom-térfogat,  $a(s)$  az  $s$  elektronok hiperfinom csatolási állandója, ill.  $\nu_a$  a hiperfinom felhasadás, és  $\xi$  pedig a Knight eltolódásnál bevezetett elektronsűrűség hányados.

(2,56) összefüggések felhasználásával, általánosítva az  $i$  és  $j$  mag (2,55) típusú kölcsönhatása

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = \frac{\Omega^2 m^* \xi_i \nu_{ai} \xi_{j'} \nu_{aj'}}{2\pi (2\mathcal{J}_i + 1) (2\mathcal{J}_{j'} + 1)} \frac{[2k_F R_{ij'} \cos(2k_F R_{ij'}) - \sin(2k_F R_{ij'})]}{R_{ij'}^4} \cdot (\overline{\mathcal{J}}_i \cdot \overline{\mathcal{J}}_{j'}). \quad (2,57)$$

A kölcsönhatást pszeudo-kicserélődési (vagy Ruderman—Kittel) kölcsönhatásnak nevezik (az elektronok között fellépő kicserélődési kölcsönhatáshoz való hasonlósága miatt). Röviden

$$\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = A_{ij'} (\overline{\mathcal{J}}_i \cdot \overline{\mathcal{J}}_{j'}) \quad (2,58)$$

alakban írható fel, és az  $A_{ij'}$  kicserélődési állandó értéke (2,57)-ből könnyen kapható.

Nem  $s$ -állapotú vezetési elektronok esetén, — bizonyos esetekben (lásd [1,3]) — a mag és elektron között működő dipól-dipól kölcsönhatás következtében az atom-magok között pszeudo-dipól kölcsönhatás lép fel, amelynek mechanizmusa hasonló a pszeudo-kicserélődési kölcsönhatáshoz. A pszeudo-dipól kölcsönhatás minden következménye azonos a direkt dipól-dipól kölcsönhatásával, attól kísérletileg el nem választható. Fellépte a többletmomentum anizotrópiáját vonná maga után. A kérdéssel részletesen nem foglalkozunk.

E kis kitérő után visszatérve a pszeudo-kicserélődési kölcsönhatásra, megállapítható:

a) Azonos spinek között fellépő pszeudo-kicserélődési kölcsönhatás nem ad járulékot a második momentumhoz, mert  $\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = A_{ij'} (\overline{\mathcal{J}}_i \cdot \overline{\mathcal{J}}_j)$  az eredő impulzusmomentum  $x$  komponensével felcserélhető.

b) Két különböző magspin esetén (mint pl. a két rézizotóp esetén) a pszeudo-kicserélődés  $\overline{\mathcal{H}}_{\text{eff}} = A_{ij'} \overline{\mathcal{J}}_{iz} \overline{\mathcal{J}}_{j'z}$ -vel közelíthető, ami nem cserélhető fel az eredő impulzusmomentum  $x$  komponensével és így hozzájárul a második momentumhoz.

Van Vleck eredeti munkájában figyelembe vett egy kicserélődési kölcsönhatás típusú tagot is, így eredményei alkalmazhatók a pszeudo-kicserélődési kölcsönhatásra is. Ezt figyelembe véve a nemrezonáns magspin járuléka a második momentumhoz (2,29) helyett az alábbi lesz,

$$\langle \Delta \omega^2 \rangle_{\mathcal{J}\mathcal{J}'}^A = \frac{1}{3} \hbar^{-2} \mathcal{J}' (\mathcal{J}' + 1) \sum_j C_{ij'}^2, \quad (2,59)$$

ahol bevezettük a

$$C_{ij'} = A_{ij'} + \gamma_m \gamma_m' \hbar^2 \left[ \frac{1 - 3 \cos^2 \Theta_{ij'}}{r_{ij'}^3} \right], \quad (2,60)$$



rövidítést. Hasonlóan módosulnak a második momentumra vonatkozó további kifejezéseink is. Mérési eredményeink kiértékelésénél az utolsó két összefüggést felhasználjuk.

#### D) Az atommag elektromos kölcsönhatása környezetével

A mag és környezete között, a mágneses kölcsönhatások mellett, fellép egy elektromos jellegű kölcsönhatás is, az atommag elektromos kvadrupól momentuma és az elektromos tér gradiense között [2,8], [2,9]. Az elektromos kölcsönhatásnak csak a magspin orientációtól függő része játszik szerepet a MMR jelenségben.

A kvadrupól kölcsönhatás két fő jellegzetessége:

a) Csak  $\mathcal{J} > \frac{1}{2}$  spinre különbözik zérótól (mert  $\mathcal{J} = \frac{1}{2}$  esetén az atommag elektromos kvadrupól momentuma zero),

b) csak köbös, oktaéderes, tetraéderes alacsonyabb szimmetriájú környezetben különbözik zérótól, mert az említett esetekben a mag helyén levő térgradiens zero.

A köbös szimmetriájú rézben tehát csak akkor várható a kvadrupól kölcsönhatás fellépte, ha pl. rácshibák (szennyezések) a magok köbös szimmetriájú környezetét deformálják.

Ha a kvadrupól kölcsönhatás energiája lényegesen kisebb a mag Zeeman energiájánál, úgy az előbbi az utóbbi perturbációjának tekinthető. A perturbáció számítás elsőrendű közelítésében  $-\mathcal{J} = \frac{3}{2}$  spin esetében — energia korrekció csak a  $\frac{3}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$  és  $-\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{3}{2}$  állapotok közti átmenetekenél van, mindkét átmenetre ugyanakkora nagyságú, de ellentétes előjelű. Homogén térgradiens esetén tehát a  $\frac{1}{2} \rightarrow -\frac{1}{2}$  átmenethez tartozó centrális komponens mellett két szatellit jelenik meg, az előbb említett két átmenetnek megfelelően. A szatellitoknak a centrális komponenstől mért távolsága függ a térgradienstől.

Inhomogén elektromos térgradiens esetén (pl. ha a köbös szimmetriájú fémbe szennyezések vannak) nagyon sok szatellit pár várható különböző távolságban a centrális komponenstől. Amennyiben a kvadrupól felhasadás a dipól-dipól kölcsönhatás által meghatározott vonalszélesség nagyságrendjébe esik, és a térgradiens inhomogén, úgy csak a MMR jel kiszélesedése figyelhető meg. Az energia korrekció — első rendben — független a mágneses térerősségtől, és a mag kvadrupól momentumával arányos. Mivel a két réz izotóp kvadrupól momentuma csak mintegy 7%-kal különbözik, a spektrumban fellépő kvadrupól effektus is csak ennyiben különbözhet (ill. a második momentumban  $\sim 14\%$ -kal) és a  $^{63}\text{Cu}$  izotópra nagyobb.

#### E) Kiszélesedés a rövid spin-rács relaxációs idő következtében

A spin-rács relaxációs átmenetek csökkentik a magoknak adott spinállapotban eltöltött átlagos élettartamát, és így hozzájárulnak a MMR vonalszélességhez (hasonlóan mint ahogy pl. az ütközések csökkentik az atomok gerjesztett állapotának az élettartamát, és növelik a természetes vonalszélességet a spektroszkópia más ágaiban). A spin-rács relaxációs átmeneteknek a második momentumhoz való járulékat Gutowsky és Mc Garvey [1,27] számolta ki, feltételezve, hogy a dipól-dipól kölcsönhatásból, és a spin-rács relaxációs átmenetektől származó második momentum járulékok összeadódnak. Tekintettel arra, hogy a spin-rács relaxációból származó



vonalakja Lorentz görbével azonos [2,10], így csak pszeudo második momentum definiálható, az integrálás határait a kísérleti görbék leolvashatósági határa adja. Az így definiált második momentum járulék:

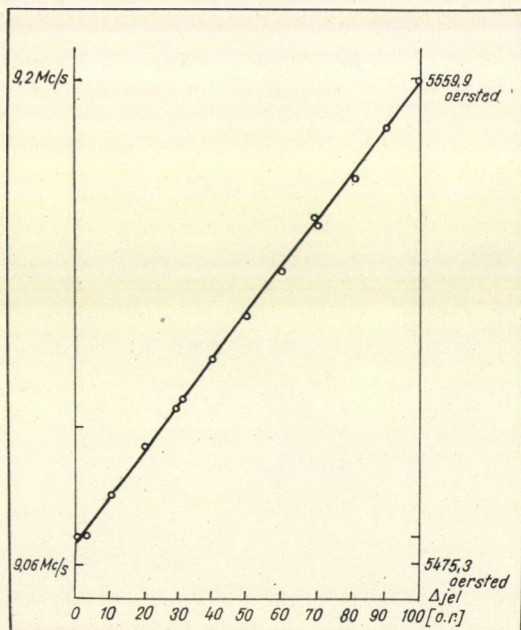
$$\Delta = \frac{8T_1 \Delta\nu - \frac{2}{\pi} \arctg(4\pi T_1 \Delta\nu)}{16\pi^2 T_1^2} \quad (2,61)$$

ahol  $\Delta\nu$  a kísérletileg felvett MMR abszorpció jel még leolvasható (zajból kiemelkedő) amplitúdójú pontjának távolsága a görbe középpontjától c/s egységekben, és  $T_1$  a spin-rács relaxációs idő sec. egységekben.

### 3. Kísérleti berendezés

Méréseinket [3,1] és [3,2]-ben ismertetett térmodulációs rendszerű, „széles-jelű” mag mágneses rezonancia spektrométerrel végeztük. A mágneses tér stabilizálásának növelése érdekében „Newport Post Stabilizer Unit type B 155” áramstabilizátort alkalmaztuk, így a berendezés felbontóképessége  $\sim 10^{-5}$ .

Méréseinknél RACAL digitális frekvencia számlálót használtunk. Az SA 512 típusú osztóval kiegészített SA 505 D típusú műszer méréstartománya 0...40 Mc/s, a frekvenciamérés relatív pontossága  $\pm 1 \cdot 10^{-7}$ . Tekintettel a műszer nagy pontosság-



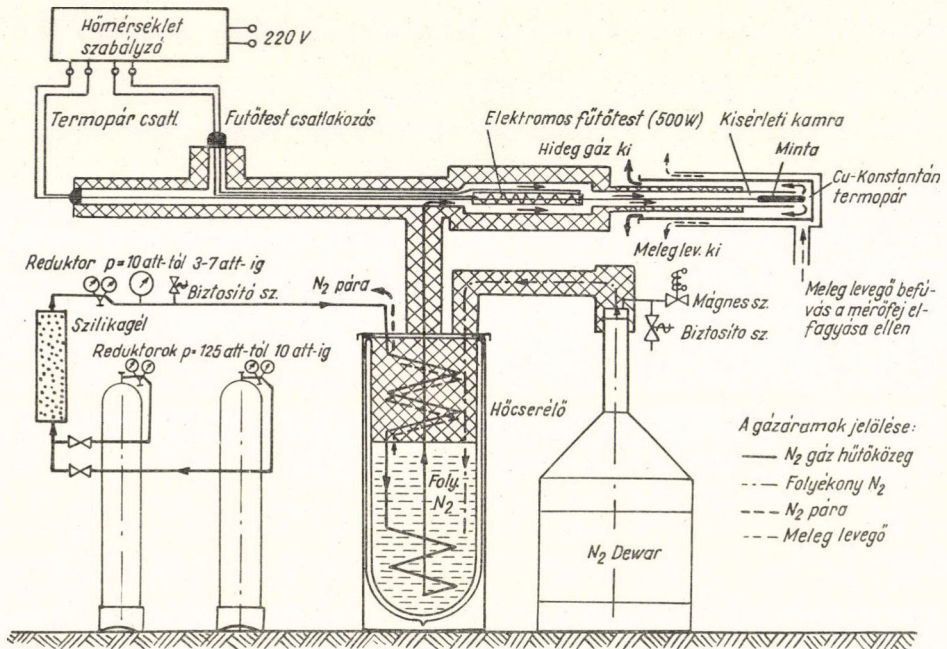
$\Delta H$ [o.r.]	frekvencia [Mc/sec]	$\Delta H$ [o.r.]	frekvencia [Mc/sec]
2	9.0684	0	9.0678
10	9.0795	10	9.0796
20	9.0932	20	9.0930
31	9.1070	30	9.1059
40	9.1184	40	9.1184
50	9.1309	50	9.1311
60	9.1444	60	9.1445
70	9.1573	70	9.1584
80	9.1710	80	9.1707
90	9.1845	90	9.1846
100	9.1978	100	9.1978

3.1. ábra: Térerősségváltozás — oersted és a  $^7\text{Li}$  mag rezonancia frekvenciájának megfelelően, Mc/s egységekben — háromszöggel generátor osztásrész összefüggés mérési eredményei növekvő és csökkenő térerősségnél



gára, lehetőség szerint minden ellenőrző, hitelesítő, kalibrációs, stb. mérés frekvencia mérésre vezettünk vissza.

A berendezés kalibrálására a [3,1]-ben ismertetettnél egyszerűbb és pontosabb módszert alkalmaztunk. A mérés elve a következő: A  $^7\text{Li}$  (valamint  $^1\text{H}$  és  $^2\text{H}$ ) mag rezonanciája alapján mértük a mágneses térerősség változás értékét a háromszögjel generátor által átfogott tartományban. A tartomány a derivált görbe csúcstól



3,2. ábra: Gázáramlásos hőmérsékletszabályozó tömbvázlata

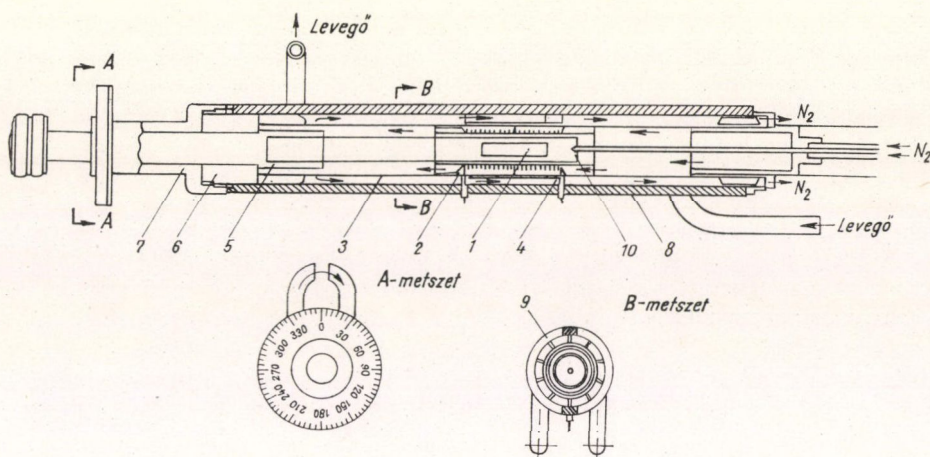
csúcsig mért jelszélességének kb. 20-szorosa volt. A térerősségváltozás az időnek lineáris függvénye, és lassan változtatva a mágneses térerősséget (maximális sebesség  $\sim 20$  oersted/perc) hiszterézist sem mutat. Egy tipikus kalibrációs mérés eredményeit a 3,1 ábrán adtuk meg növekvő és csökkenő térerősségnél.

A mérést IMI-2 szovjet gyártmányú térerősségmérővel és Racal digitális frekvenciamérővel végeztük.

Mérve a fenti idő alatti papírelmozdulást, a kalibrációs faktor értéke oersted/mm egységekben meghatározható. Az elektromágneses görbült térerősség-áram karakterisztikája miatt a mérést minden frekvencián el kellett végezni. Az instabilitásokból eredő hiba kiküszöbölése érdekében a kalibrációt minden mérés után elvégeztük.

A szobahőmérséklettől eltérő hőmérsékletek beállítása a mérőfejben gázáramlásos hőmérsékletszabályozó rendszer segítségével történt [3,3]. Száraz  $\text{N}_2$  gázt lehűtve a folyékony nitrogént tartalmazó hőcserélőben, egy 500 W teljesítményű elektromos fűtőtesten vezetünk keresztül, ahol a kívánt hőmérsékletre melegítjük fel. A stabilizált nyomású gáz hőmérsékletét közvetlenül az anyagminta mellett réz-konstantán termopárral mérjük. Ugyanaz a termopár szolgáltatja az elektro-

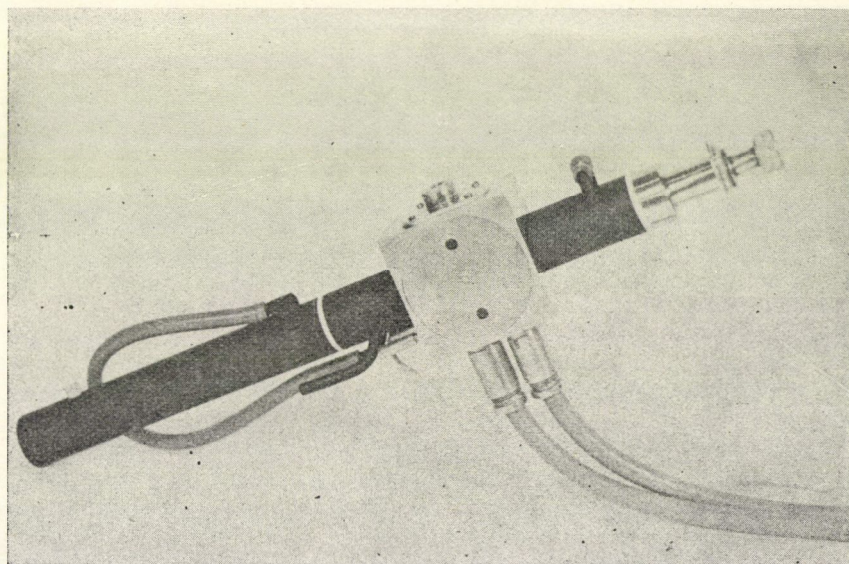




3,3. ábra: Változtatható hőmérsékletű mérőfej. 1: anyagminta, 2: mérőtekercstartó és tekercs, 3: teflon henger, 4: teflon kitámasztó, 5: anyagmintatartó, 6: teflon tömítés, 7: lezáró kupak, 8: gumi tömítés, 9: külső gázhenger, 10: termopár

nikus hőmérsékletszabályozó hibajelét is, ami a bevitt elektromos teljesítmény változtatásával szabályozza az anyagminta hőmérsékletét. Az elérhető hőmérséklet-stabilitás félórás periódusa néhány tized Celsius fok. A hőmérsékletszabályozó elvi elrendezése a 3.2. ábrán látható.

A változtatható hőmérsékletű mérőfej vázlatát a 3,3, a mérőfejet a 3.4. ábrán láthatjuk. A kívánt hőmérséklet beállítása lehűtött, vagy felmelegített száraz nitrogén-



3,4. ábra: Változtatható hőmérsékletű mérőfej



gáz segítségével történik. A mérőfej homogén hőterét ellenáramlásos rendszer biztosítja. Az alkalmazható maximális ( $\sim 250^\circ\text{C}$ ) hőmérsékletet a szerkezeti anyagként felhasznált politetrafluoretilén kémiai stabilitása, a minimális hőmérsékletet pedig az elérhető minimális gőzhőmérséklet ( $-190^\circ\text{C}$ ) határozza meg. A mérőfej külső felülete — függetlenül a belső hőmérséklettől — mindig szobahőmérsékletű, amit egy külső — a belső gázkörtől teljesen független — gázkör biztosít. A külső körben változtatható nyomású száraz levegő áramlik. A mérőfej anyaga rozsdamentes acél, sárgaréz és teflon.

A mérőfej zéró mágneses térben történő mérésekhez is használható, ebben az esetben a mérőtekerces-oscillátor összekötő huzalok hossza minimálisan néhány centiméterre rövidíthető le.

#### 4. Az anyagminták készítése és jellemzése

Méréseinkhez kétféle, különböző tisztaságú (a továbbiakban röviden A és B-jelű réznek nevezzük) alapanyagból készült fólia és pormintákat használtunk. A 4. fejezetben a minták előállításáról és tisztaságáról (A. pont), és a fóliaminták kitüntetett orientációjáról (texturájáról) (B. pont) számolunk be.

##### A) Az anyagminták előállítása

###### a) Fóliaminták

A fóliákat egyirányú hengerléssel állítottuk elő, a fóliák vastagságcsökkenése 99%-nál nagyobb volt. A hengerléssel elért vastagság A-jelű mintáknál  $\sim 20$  mikron, és a B-jelű mintákon pedig  $\sim 20$  [4,1], illetve  $\sim 12$  mikron. Hengerlés után a fóliákból  $8 \times 18 \text{ mm}^2$  méretű lemezeket vágunk ki. Az A-jelű mintákat 1 rész  $\text{HNO}_3$  — 1 rész  $\text{H}_3\text{PO}_4$  — 1 rész  $\text{CH}_3\text{COOH}$  elegyben történő maratással  $\sim 10\ldots 12$  mikron vastagságúra vékonyítottuk. A B-jelű fóliákat pedig 1:1 hígítású HCl-ban martuk a rákerült vas szennyeződések eltávolítása céljából, majd desztillált vízben öblítettük. A fóliák vastagsága HCl-ban való marás hatására nem változott.

A fóliákból fólia-rakás (sandwich) típusú anyagmintákat készítettünk (lásd 5.1. ábra). A réz fóliák között csillám szigetelés van. Egy-egy minta  $80\ldots 100$  db réz fóliát tartalmaz, a minta fémtartalma  $0,9\ldots 1,6$  g. Az egész rakást csillám doboz tartja össze, és így együtt is, de lemezenként is hőkezelhető.

A hidegen hengerelt minták MMR spektrumának néhány paramétere a hengerlési texturára jellemző anizotrópiát mutat [3,7] [4,1], az anizotrópia jellege függ a fém tisztaságától.

A kívánt kitüntetett orientáció elérése, és a plasztikus deformáció hatására keletkezett rácssérülések megszüntetése céljából a fóliákat  $\sim 550^\circ\text{C}$  hőmérsékleten, néhányszor  $10^{-5}$  Hgmm-es vákuumban  $10\ldots 20$  órán át hőkezeltük. A hosszabb idejű hőkezelés célja a krisztallitorientációban mutatkozó szórás csökkentése volt. Az A-jelű mintákban kialakuló textura tökéletesebb 20 órás hőkezelés után, mint 10 óra után, a B-jelű mintákban a 10, ill. 20 órás hőkezelések hatása nem volt megkülönböztethető.

A továbbiakban a fóliaminták tisztaságáról szeretnénk néhány megjegyzést tenni.



*A-jelű fólák.* A minták fémes szennyezéstartalmának meghatározása spektroszkópiai módszerrel történt.\*

A kiindulási anyag fontosabb fémes szennyezési ppm egységekben: Fe < 3; Ni < 2; Ag: 1; Si: 1; Pb < 1; Mn < 1; Ca: 1; Mg < 1; Na: 2; Al < 1; Bi, Zn, Sn és Sb 0,1...1 között.

*B-jelű fólák.* A kiindulási anyag J—M 31 katalógus számú Johnson Matthey spektrál réz rúd. A katalógus szerint az oxigén mentes réz összes fémes szennyezése ~ 10 ppm. A minta szennyezettségének mérését a J—M 31 katalógus számú, 11 229 laboratóriumi számú referencia mintához viszonyítva végezték, többlétszennyezést nem találtak. A referencia minta fémes szennyezései ppm egységekben a cég által végzett spektrálanalízis szerint: Fe: 3; Ni: 2; Na: 2; Pb: 1; Si 1; Mg, Mn és Ag elemként kisebb mint 1.

Hengerlés, marás és hőkezelés után a vastartalom-változást ellenőrizve spektroszkópiai módszerrel, változás a kiindulási anyaghoz képest nem volt kimutatható.

A minták nem fémes szennyezéseit nem ismerjük.

A fólia mintákon történő Knight eltolódás méréseknél poralakú referencia mintát alkalmaztunk. A hengeralakú tartóban középen helyeztük el a fólia rakást és mellette, mind a két oldalon poralakú Cu(I)Cl foglalt helyet.

## b) Porminták

A porminták — az irodalomban általában használt mechanikus porítási eljárásokkal (reszelés, őrlés, stb.) szemben — kémiai eljárással készültek. Kiindulási anyagul — a már említett — A- és B-jelű tömör réz szolgált. Az alkalmazott kémiai eljárás a következő:

Réz rudakat tömény  $\text{HNO}_3$ -ban feloldva, a kapott oldatot kvarc bepárló csészében szárazra párolták. Az így kapott  $\text{Cu}(\text{NO}_3)_2$ -ot tovább melegítették és tokos kemencében  $700^\circ\text{C}$ -on levegőn két órán át izzították. A kapott fekete CuO port achát mozsárban eldörzsölték. Az így kapott port nagytisztaságú, finomszemcsés  $\text{Al}_2\text{O}_3$  porral összekeverve, HF-ban tisztított kvarc csónakban, és átlátszó kvarc csőben  $\text{H}_2$  áramban redukálták ( $300^\circ\text{C}$ , 2 óra). Redukció után a kapott port vákuumban hőkezelték ( $500^\circ\text{C}$ , 10 óra). A porminták tisztaságát spektrál analízissel az A- és B-jelű mintákon ellenőrizték. Változás a kiindulási anyaghoz viszonyítva nem volt kimutatható.

A kapott porminták szemcsemérete méréseinkhez megfelelt, a skineffektus következtében torzulás nem lépett fel. Az  $\text{Al}_2\text{O}_3$  por mérés közben is a mintában volt, biztosítva a fémrészecskék egymástól való elektromos elszigetelését.

Meg kell említenünk, hogy a fóliamintákon felvett MMR jelek jel/zaj viszonya legalább kétszerese volt a pormintákon kapottakénak.

## B) A fóliaminták texturája

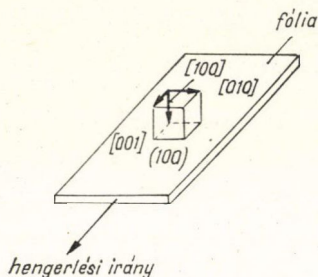
A fejezetben először összefoglaljuk a réz rekrisztallizációs texturájára vonatkozó — számunkra fontos — irodalmi eredményeket (a., pont), majd az általunk MMR módszerrel vizsgált fólia mintákon végzett röntgendiffrakciós mérések eredményeiről számolunk be (b., pont).

\* A spektrál-analízist Kelen Tiborné a KFKI tudományos munkatársa végezte.



### a) Réz rekrisztallizációs texturája (irodalmi eredmények)

E pontban a réz rekrisztallizációs texturájára vonatkozó röntgendiffrakciós eredményeket foglaltuk össze [4,2] alapján. Azok a fémek és fémes ötvözetek, amelyek hidegen alakított állapotban többé-kevésbé rendezett kristallit orientációval rendelkeznek, kilágyítás után szintén texturás szerkezetűek. A kilágyulás során keletkező újrakristályosodási textúra azonos is lehet, de el is térhet a hengerlési texturától.



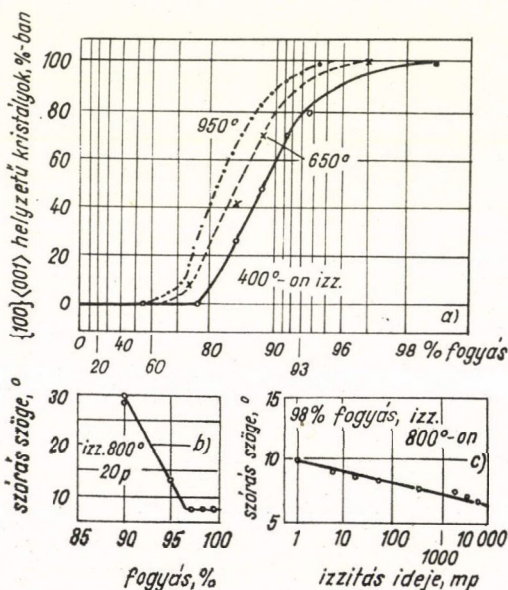
4,1. ábra: A kristallitoknak a fólia síkjához és a hengerlési irányhoz viszonyított helyzete az  $\{100\} \langle 001 \rangle$  kockatexturában

A plasztikusan deformált (hidegen hengerelt) fémekben az újrakristályosodási textúra keletkezésének feltételei: legalább 80%-os vastagságcsökkentés a hengerléssel és elég magas kilágyítási hőmérséklet. A kristallitok zömének a rendeződése csak 95%-os vastagságcsökkenés után történik meg. A textúra tökéletessége függ a hőkezelés hőmérsékletétől és a hőkezelés idejétől is.

A réz rekrisztallizációs texturája a legismertebb és talán a legegyszerűbb; az  $\{100\} \langle 001 \rangle$  szimbólummal jellemezhető ún. kockatextúra. A kockatexturában a kristallitok  $\{100\}$  típusú lapja párhuzamos a lemez síkjával, a  $\langle 001 \rangle$  irány pedig a hengerlési iránnyal azonos. Egy  $(100) [001]$  helyzetű kristallit a 4,1. ábrán látható. Az újrakristályosodási textúra tulajdonságaira vonatkozó röntgendiffrakciós

eredményeket pedig a 4,2. ábra foglalja össze. Az ábra alapján látható, hogy a tökéletes kockatextúra kialakulásának talán legfontosabb feltétele a hideghengerléssel elért nagyfokú vastagságcsökkenés (4a és 4b ábra). Elég hosszára választva a hőkezelési időt (4c ábra) a kristallitok szórási szöge lecsökkenthető, az ábra szerint  $\sim \pm 7^\circ$  is elérhető. Célszerű a hőkezelés hőmérsékletét minél magasabbra választani, ennek azonban a szekunder rekrisztallizáció megindulása szab határt, ami egyes nagy szemcsék elfordulásával jár. Színtelen kívül kockatextúra alakul ki nikkelen, legalább 35% Ni-t tartalmazó Fe—Ni ötvözetben, az összes Cu—Ni ötvözetben, sok Cu—Ni—Fe ötvözetben, egyesek szerint Al-ban, stb. A lapcentrált köbös fémek másik, jellegzetes texturája az  $\{110\} \langle 112 \rangle$  típusú ún. ezüsttextúra.

Megállapították, hogy a kockatex-



4,2. ábra: Az  $\{100\} \langle 001 \rangle$  kockatextúra kialakulásának technológiai feltételei rézben, és a textúra tökéletességének függése a hőkezelés időtartamától



tura kialakulása erősen függ egyes szennyezésektől. Rézben 0,05% P tartalommal kockahelyzet már egyáltalán nem fordul elő, hanem ezüsttextura vagy kevert textura képződik. Hasonlóan érzékeny az újrakristályosodási textura kevés ötvöző fém jelenlétére is.

b) Az A-jelű mintáinkon kapott röntgendiffrakciós eredmények [4,3]

Az A-jelű fóliákon a Csepel Vas- és Fémművek Központi Anyagvizsgáló Laboratóriumában textura vizsgálatot végeztek röntgendiffrakciós módszerrel. A vizsgálatok Schultz típusú textura meghatározó készüléken történtek. Az (100) és (111) pólusábrákat mérték ki.

Az (100) pólusábra azt mutatja, hogy az [100] irányok a fóliák lapnormálisa körül  $\sim 6,5^\circ$ -os félértékszélességű irányeloszlással rendelkeznek.

Az [111] irányok elhelyezkedése egyértelműen kockatexturát bizonyít. Az [113] irányok eloszlásának félértékszélessége is  $\sim 6,5^\circ$ , összhangban az [100] irányokra kapott értékkel. Az így meghatározott érték megegyezik az irodalomban találhatóval.

## 5. Mérési eredmények

A fejezet a mért MMR jelek paramétereinek a definícióját, saját mérési eredményeinket és az irodalomban található mérési eredmények összefoglalását tartalmazza.

### A) A kísérletileg meghatározott mennyiségek definíciója és korrekciója

A MMR spektroszkópiában a spektrum megadása helyett (vagy mellett) a spektrumnak bizonyos paramétereit szokták megadni, annak ellenére, hogy általában a kísérletileg felvett teljes spektrumból indulnak ki.

Az általunk meghatározott paraméterek a következők:

a) a MMR jel eltolódása állandó frekvencián egy diamágneses referencia minta azonos izotópjának rezonancia jeléhez viszonyítva (Knight eltolódás), definíciója:

$$\frac{H_{0r} - H_{0f}}{H_{0f}} = \frac{\delta H}{H_{0f}} \quad (5,1)$$

ahol  $H_{0r}$  ill.  $H_{0f}$  a referencia, ill. fém rezonancia jelének középpontjához tartozó térerősség állandó frekvencián végezve a mérést:

b) a derivált MMR jel csúcstól csúcsig mért amplitúdója,  $D'_0$ ;

c) a derivált jel aszimmetriája,  $D_{lf}/D_{hf}$ ;

d) a derivált jel csúcstól csúcsig mért szélessége,  $h_1$ ;

e) a MMR abszorpció jel amplitúdója,

$$A_0 = \int_0^{H_0} \frac{dg(H)}{dH} dH; \quad (5,2)$$



f) az abszorpciós jel integrális intenzitása,

$$\mathcal{I}_0 = \int_0^{\infty} g(H) dH; \quad (5,3)$$

g) az abszorpciós jel második momentuma,

$$M_2 = \frac{1}{\mathcal{I}_0} \int_0^{\infty} (H - H_0)^2 g(H) dH; \quad (5,4)$$

h) az abszorpciós jel negyedik momentuma,

$$M_4 = \frac{1}{\mathcal{I}_0} \int_0^{\infty} (H - H_0)^4 g(H) dH; \quad (5,5)$$

i) az abszorpciós jel alakparamétere,

$$k = \frac{M_4}{M_2^2}. \quad (5,6)$$

Az összefüggésekben  $H$  általában a mágneses térerősséget,  $H_0$  a rezonancia abszorpciós jel maximum helyén felvett értékét,  $g(H)$  a telítetlen abszorpciós jel alakfüggvényét és  $dg(H)/dH$  pedig annak mágneses térerősség szerinti deriváltját jelenti. Az (5,3)...(5,5) formulák parciális integrálással könnyen átírhatók olyan alakra, amelyben  $dg(H)/dH$ , tehát a kísérletileg közvetlenül regisztrált mennyiség szerepel. Az így átírt integrálok értékének közelítő meghatározása URAL számológéppel történt.

A modulációs tér  $H_m$  amplitúdójának véges értéke következtében a MMR jelek kiszélesednek és a mért amplitúdó szélesség, második és negyedik momentum értékeket korrigálni kell. A  $D'_0$  amplitúdó és a szélesség korrigálását — Gauss görbe alakot feltételezve — *Smith* [5,1] számológéppel meghatározott numerikus eredményei alapján lineáris extrapolációval végeztük.

A második és negyedik momentum értékét pedig az *Andrew* [5,2], ill. *Halbach* [5,3] által levezetett összefüggések alapján korrigáltuk, amelyek

$$M_2 = M'_2 - \frac{H_m^2}{4}; \quad M_4 = M'_4 - \frac{3}{2} H_m^2 M_2 - \frac{1}{8} H_m^4 \quad (5,7)$$

alakúak, ahol a vesszős mennyiségek a mért, és a vesszőtlenek a korrigált értéket jelentik (hasonlóan  $D$  és  $h_1$  esetén is).

Néhány szót a mérések hibájáról. A feltüntetett hiba a mérések statisztikus hibája (legvalószínűbb középhiba). Ez a hiba a  $D'_0$ ,  $D_0$ , ill.  $A'_0$  mennyiségeknél 0,01, ill. 0,02 rendű. Nem tüntettük fel mérési eredményeink mellett a  $H_m$  pontatlanságából származó szisztematikus hibát. Ugyanis minden mérést elvégeztünk  $H_m = 2,37 \text{ Oe} \pm 2,5\%$  amplitúdóval is, még ott is, ahol a mérési eredmények mellett más érték van feltüntetve, itt a 2,37 Oe-es amplitúdónál kapott korrigált érték megegyezik a kisebb amplitúdónál kapottal. Így a  $H_m$  szisztematikus hibája egyformán növeli, vagy csökkenti a mért értékeket.

Méréseink során a mágneses tér lineáris változtatásának sebessége 0,2 Oe/sec, a rádiófrekvenciás tér értéke jóval a telítési érték alatt volt.



## B) Mérési eredmények

Mérési eredményeinket anyagminta típusonként csoportosítjuk, először az A-jelű fóliákon, majd a pormintákon és végül a B-jelű fóliákon kapott eredményekről számolunk be.

## a) A-jelű fóliákon mért eredmények

A méréseket három különböző orientációjú anyagmintán végeztük. Amennyiben  $\kappa$ -val jelöljük a hengrelési irány és a forgatási tengely közti szöget, úgy a szög segítségével az anyagminták osztályozása az alábbi:

1. típus:  $\kappa = 0^\circ$ ,
2. típus:  $\kappa = 90^\circ$ ,
3. típus:  $\kappa = 45^\circ$ .

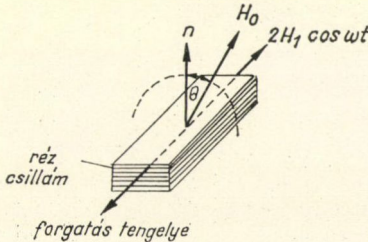
Az anyagmintákat az állandó mágneses térre merőleges, és a rádiófrekvenciás térrel párhuzamos tengely körül forgattuk. A lemezek normálása és az állandó tér iránya által bezárt szög  $\Theta$ -val jelöljük (lásd 5,1. ábra). A méréseket  $-90^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$  tartományban  $15^\circ$ -onként végeztük, a beállítási pontosság  $\pm 1^\circ$ , az eredmények  $\Theta = 0^\circ$ -ra szimmetrikusak, ezért csak a  $0 \leq \Theta \leq 90^\circ$  tartományba esőket közöljük.

Tökéletes  $\{100\}$   $\langle 001 \rangle$  textura feltételezés alapján, a  $\kappa = 0$  és  $90^\circ$ -os mintákon  $\Theta = 0^\circ$  és  $\Theta = 90^\circ$ -nál, valamint a  $\kappa = 45^\circ$ -os mintán  $\Theta = 0^\circ$ -nál az állandó mágneses tér egy  $\langle 100 \rangle$ -típusú kristálytani iránnyal, a  $\kappa = 0^\circ$  és  $90^\circ$ -os mintákon  $\Theta = 45^\circ$ -nál és a  $\kappa = 45^\circ$ -os mintán  $\Theta = 90^\circ$ -nál egy  $\langle 110 \rangle$  típusú iránnyal és végül a  $\kappa = 45^\circ$ -os mintán  $\Theta = 54^\circ 40'$ -nél egy  $\langle 111 \rangle$  típusú iránnyal esik egybe.

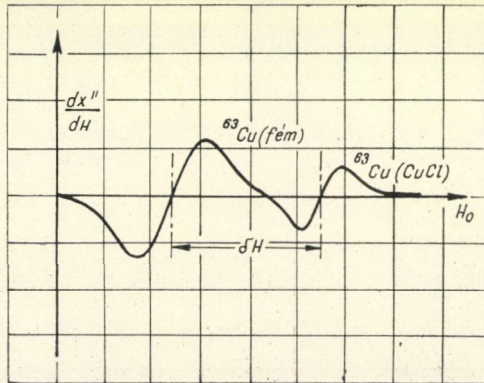
Nem tökéletes textura esetén az adott  $\Theta$ -nál mért paraméter a jelzett irány körüli, a textura tökéletességétől függő nagyságú tartományra átlagolt értéket jelent.

A paraméterek közül az integrálás intenzitása és a derivált jel aszimmetriája — a kísérleti hibahatáron belül — független a  $\Theta$  szögtől. A szkinneffektus következtében fellépő aszimmetria (torzulás) értéke  $D_{lf}/D_{hf} = 1,04 \pm 0,01\%$  (ill. egy korábbi magasabb frekvencián végzett mérésünkben  $1,06 \pm 0,01\%$ ). Az integrális intenzitás mérési hibája  $\pm 2\%$ .

A Knight eltolódást szemléltető jelpárt mutatunk be az 5,2. ábrán.



5,1. ábra: Fólia-rakás típusú anyagminta és helyzete a külső mágneses térben.  $\Theta$  a lemezek normálisa és a  $H_0$  irány által bezárt szög



5,2. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp Knight eltolódása



## 5.1. TÁBLÁZAT

<sup>63</sup>Cu izotóp Knight eltolódása különböző kristálytani irányokban

irány Knight eltolódás	$\kappa=0^\circ$ -os minta $\theta=0^\circ, 90^\circ$ $H_0 \parallel \langle 100 \rangle$	$\kappa=0^\circ$ -os minta $\theta=45^\circ$ $H_0 \parallel \langle 110 \rangle$	$\kappa=45^\circ$ -os minta $\theta=54^\circ 40'$ $H_0 \parallel \langle 111 \rangle$
$\frac{\delta H}{H_0 f} [\%]$	0,232 $\pm 0,001$	0,231 $\pm 0,001$	0,231 $\pm 0,001$

A <sup>63</sup>Cu izotóp Knight eltolódása a mérési hibán belül azonos a <sup>63</sup>Cu izotóppal, és hasonlóan független a kristálytani iránytól.

## 5.2. TÁBLÁZAT

<sup>63</sup>Cu izotóp MMR spektrumának anizotrópiája  $\kappa=0^\circ$ -os mintán  
Rezonancia frekvencia,  $\nu_0=6,115$  Mc/s;  $H_m=2,37$  Oe  $\pm 2,5\%$

$\theta$ Mért mennyiség	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
D'₀ [tetsz]	1,00	0,91	0,82	0,78	0,83	0,94	0,98
D₀ [tetsz]	1,00	0,88	0,73	0,68	0,75	0,91	0,97
h'₁ [Oe]	5,54 $\pm$ 0,05	5,9 $\pm$ 0,1	6,6 $\pm$ 0,1	6,8 $\pm$ 0,1	6,4 $\pm$ 0,1	5,74 $\pm$ 0,07	5,61 $\pm$ 0,06
h₁ [Oe]	4,8 $\pm$ 0,1	5,2 $\pm$ 0,1	5,9 $\pm$ 0,1	6,1 $\pm$ 0,1	5,7 $\pm$ 0,1	5,0 $\pm$ 0,1	4,9 $\pm$ 0,1
A'₀ [tetsz]	1,00	0,93	0,87	0,83	0,88	0,93	0,96
M'₂ [Oe²]	6,4 $\pm$ 0,2	6,7 $\pm$ 0,2	7,7 $\pm$ 0,2	8,0 $\pm$ 0,2	7,7 $\pm$ 0,2	6,8 $\pm$ 0,2	6,4 $\pm$ 0,2
M₂ [Oe²]	5,0 $\pm$ 0,2	5,3 $\pm$ 0,2	6,3 $\pm$ 0,2	6,6 $\pm$ 0,2	6,3 $\pm$ 0,2	5,4 $\pm$ 0,2	5,0 $\pm$ 0,2
M₄ [Oe⁴]	67 $\pm$ 2	76 $\pm$ 2	101 $\pm$ 3	106 $\pm$ 3	96 $\pm$ 5	74 $\pm$ 4	63 $\pm$ 4
k	2,7 $\pm$ 0,1	2,6	2,5	2,5 $\pm$ 0,15	2,6	2,6	2,6 $\pm$ 0,2

## 5.3. TÁBLÁZAT

<sup>63</sup>Cu izotóp MMR spektrumának anizotrópiája  $\kappa=90^\circ$ -os mintán.  
Rezonancia frekvencia,  $\nu_0=6,115$  Mc/s;  $H_m=2,37$  Oe  $\pm 2,5\%$

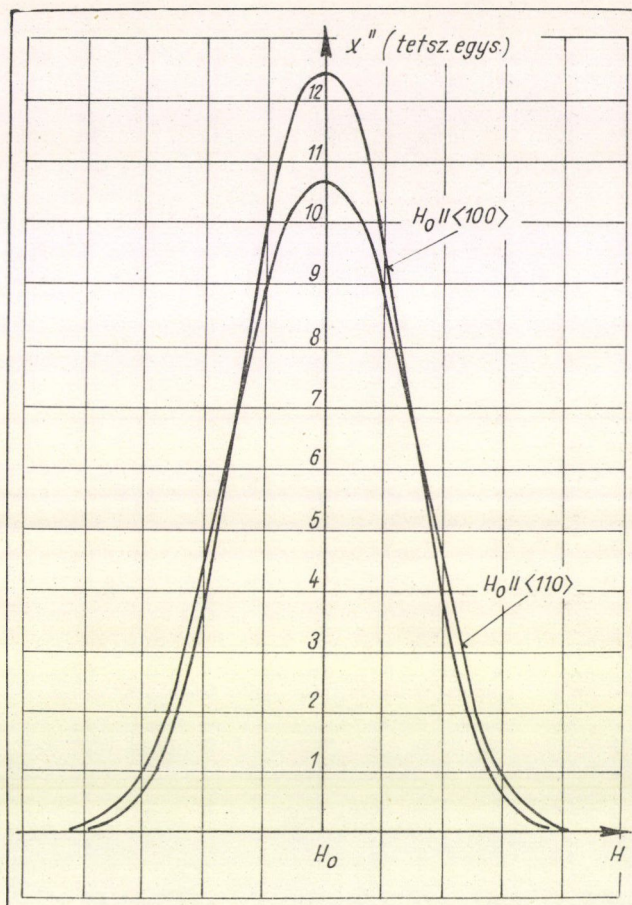
$\theta$ Mért mennyiség	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
D'₀ [tetsz]	1,00	0,92	0,83	0,80	0,84	0,90	0,97
D₀ [tetsz]	1,00	0,86	0,77	0,70	0,76	0,87	0,93
h'₁ [Oe]	5,6 $\pm$ 0,1	6,1 $\pm$ 0,1	6,2 $\pm$ 0,1	6,70 $\pm$ 0,06	6,4 $\pm$ 0,06	5,9 $\pm$ 0,1	5,4 $\pm$ 0,1
h₁ [Oe]	4,8 $\pm$ 0,1	5,4 $\pm$ 0,1	5,5 $\pm$ 0,1	6,0 $\pm$ 0,1	5,7 $\pm$ 0,1	5,2 $\pm$ 0,1	4,7 $\pm$ 0,1
A'₀ [tetsz]	1,00	0,96	0,90	0,88	0,90	0,93	0,95
M'₂ [Oe²]	6,4 $\pm$ 0,2	6,8 $\pm$ 0,2	7,5 $\pm$ 0,2	7,7 $\pm$ 0,2	7,4 $\pm$ 0,2	6,7 $\pm$ 0,2	6,2 $\pm$ 0,2
M₂ [Oe²]	5,0 $\pm$ 0,2	5,4 $\pm$ 0,2	6,1 $\pm$ 0,2	6,3 $\pm$ 0,2	6,0 $\pm$ 0,2	5,3 $\pm$ 0,2	4,8 $\pm$ 0,2
M₄ [Oe⁴]	65 $\pm$ 3	75 $\pm$ 3	96 $\pm$ 4	100 $\pm$ 5	92 $\pm$ 4	75 $\pm$ 4	63 $\pm$ 2
k	2,6	2,6	2,6	2,5	2,6	2,7	2,7



A mérési eredményeket pedig az 5.1. táblázatban foglaltuk össze:

A közvetlenül mért eltolódás tehát minden kristálytani irányban ugyanaz.

A spektrum többi paramétere különböző kristálytani irányokban különböző értékeket vesz fel. A regisztrált derivált jelekből numerikus integrálással kapott



5.3. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR abszorpciós jel a  $H_0 \parallel \langle 100 \rangle$  és  $H_0 \parallel \langle 110 \rangle$  irányokban A-jelű fólia mintán

nem korrigált abszorpciós jel látható az 5.3. ábrán  $H_0 \parallel \langle 100 \rangle$  és  $H_0 \parallel \langle 110 \rangle$  orientációk esetén.

Az 5.4. ábrán összehasonlítjuk a  $H_0 \parallel \langle 100 \rangle$  irányban kapott abszorpciós jelet az azonos amplitúdójú és félérték szélességű Gauss és Lorentz görbékkel.

A paraméterek mért és korrigált értékeit az 5.2.; 5.3.; és 5.4. táblázatokban foglaltuk össze. A mérési eredményeink alapján a  $\kappa = 0$  és  $\kappa = 90^\circ$ -os minták azonos tulajdonságokat mutatnak, a várakozásnak megfelelően.



## 5.4. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának anizotrópiája  $\kappa=45^\circ$ -os mintán.  
Rezonancia frekvencia,  $\nu_0=6,115 \text{ Mc/s}$ ;  $H_m=2,37 \text{ Oe} \pm 2,5\%$

$\theta$ Mért mennyiség	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
$D'_0$ [tetsz]	1,00	0,92	0,82	0,76	0,75	0,77	0,79
$D_0$ [tetsz]	1,00	0,88	0,73	0,65	0,64	0,65	0,68
$h'_1$ [Oe]	$5,4 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$6,4 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,1$	$6,9 \pm 0,1$	$6,8 \pm 0,1$	$6,7 \pm 0,1$
$h_1$ [Oe]	$4,6 \pm 0,1$	$5,0 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$6,1 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$	$6,0 \pm 0,1$
$A'_0$ [tetsz]	1,00	0,94	0,88	0,85	0,84	0,84	0,86
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$6,2 \pm 0,2$	$6,5 \pm 0,2$	$7,2 \pm 0,2$	$8,0 \pm 0,2$	$8,2 \pm 0,2$	$7,7 \pm 0,2$	$7,5 \pm 0,2$
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$4,8 \pm 0,2$	$5,1 \pm 0,2$	$5,8 \pm 0,2$	$6,6 \pm 0,2$	$6,8 \pm 0,2$	$6,3 \pm 0,2$	$6,1 \pm 0,2$
$M_4$ [Oe <sup>4</sup> ]	$62 \pm 3$	$70 \pm 5$	$85 \pm 5$	$109 \pm 4$	$117 \pm 4$	$98 \pm 5$	$93 \pm 7$
k	2,7	2,7	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5

## 5.5. TÁBLÁZAT

$^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának paraméterei.  
Rezonancia frekvencia,  $\nu_0=6,2337 \text{ Mc/s}$ ;  $H_m=1,59 \text{ Oe} \pm 2,5\%$

$\theta$ Mért mennyiség	$0^\circ$	$45^\circ$	$90^\circ$
$D'_0$ [tetsz]	$1,00 \pm 0,02$	$0,80 \pm 0,02$	$1,02 \pm 0,02$
$D_0$ [tetsz]	$1,00 \pm 0,02$	$0,66 \pm 0,02$	$1,01 \pm 0,02$
$h'_1$ [Oe]	$4,6 \pm 0,1$	$5,4 \pm 0,1$	$4,6 \pm 0,1$
$h_1$ [Oe]	$4,1 \pm 0,1$	$5,1 \pm 0,1$	$4,2 \pm 0,1$
$M'_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$4,8 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,2$	$4,9 \pm 0,2$
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$4,2 \pm 0,2$	$5,4 \pm 0,2$	$4,2 \pm 0,2$

## 5.6. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának jellemzői A- és B-jelű pormintákon.  
Rez. frekvencia  $\nu_0=6,2337 \text{ Mc/s}$ ;  $H_m=2,37 \text{ Oe} \pm 2,5\%$

Anyag Mért mennyiség	A-jelű	B-jelű	Anyag Mért mennyiség	A-jelű	B-jelű
$M'_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$7,7 \pm 0,2$	$7,1 \pm 0,2$	$h'_1$ [Oe]	$6,3 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$6,4 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,2$	$h_1$ [Oe]	$5,6 \pm 0,1$	$5,5 \pm 0,1$

A B-jelű pormintára vonatkozó további paraméterek:  $M'_4=140 \pm 5 \text{ Oe}^4$ ;  $M_4=90 \pm 5 \text{ Oe}^4$ ;  $k=2,8$ .

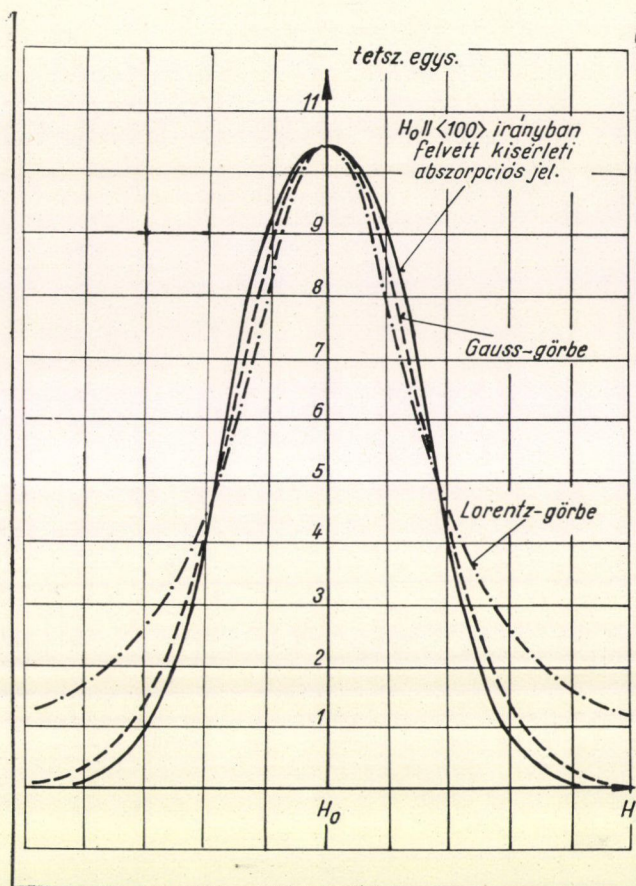
## 5.7. TÁBLÁZAT

$^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának jellemzői A- és B-jelű pormintákon.  
Rez. frekvencia  $\nu_0=6,2337 \text{ Mc/s}$ ;  $H_m=1,59 \text{ Oe} \pm 2,5\%$

Anyag Mért mennyiség	A-jelű	B-jelű	Anyag Mért mennyiség	A-jelű	B-jelű
$M'_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$6,2 \pm 0,3$	$5,4 \pm 0,2$	$h'_1$ [Oe]	$5,3 \pm 0,1$	$5,1 \pm 0,1$
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$5,6 \pm 0,3$	$4,8 \pm 0,2$	$h_1$ [Oe]	$5,0 \pm 0,1$	$4,7 \pm 0,1$

A B-jelű pormintára vonatkozó további paraméterek:  $M'_4=85 \pm 4 \text{ Oe}^4$ ;  $M_4=66 \pm 4 \text{ Oe}^4$ ;  $k=2,7$ .





5,4. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR abszorpciós jel  $H_0 \parallel \langle 100 \rangle$  irányban A-jelűfólia mintán, valamint azonos amplitúdójú és félértékszélű Gauss és Lorentz görbék

Egy  $\kappa = 0^\circ$ -os mintán  $\Theta = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  és  $90^\circ$ -nál felvettük a  $^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumát is. A spektrum paramétereit az 5,5. táblázatban foglaltuk össze.

Mérési eredményeink szerint a spektrum anizotrópiája ugyanolyan jellegű mint a  $^{63}\text{Cu}$  izotóp spektrumáé, de a momentumok és vonalszélességek értéke a két izotópra különböző.

#### b) Pormintákon kapott eredmények

A kémiaiilag előállított pormintákon mindkét réz izotóp MMR spektrumát felvettük, és kiértékeljük. Az eredmények az 5,6. és 5,7. táblázatokban találhatók. A porminták spektrumának paramétereit 6...10 Mc/s frekvencia és  $-190 \dots +20^\circ\text{C}$  hőmérséklettartományban függetlenek — a hibahatáron belül — a térerősségtől és hőmérséklettől.



## c) B-jelű fóliákon kapott eredmények

A méréseket két különböző orientációjú mintán végeztük, amelyeknél  $\kappa=0^\circ$ , ill.  $\kappa=90^\circ$  volt. A mérés körülményei azonosak az 5.3. a) pontban leírt mérésekével.

A paraméterek közül az integrális intenzitás ( $\pm 2\%$ -on belül) és az aszimmetria független a forgatási szögtől.

A Knight eltolódás független az orientációtól és értéke ugyanaz mint az A-jelű mintákon.

## 5.8. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának jellemzői  $\kappa=0^\circ$ -os; és  $90^\circ$ -os B-jelű fólia mintákon.  
Rezonancia frekvencia,  $\nu_0=6,2337$  Mc/s;  $H_m=2,37$  Oe  $\pm 2,5\%$

Minta	$\Theta$ Mért menny	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
$\kappa=0^\circ$	$D'_0$ [tetsz]	1,00	0,96	0,94	0,93	0,94	0,96	0,98
	$D_0$ [tetsz]	1,00	0,94	0,90	0,89	0,90	0,95	0,98
	$h'_1$ [Oe]	$6,0 \pm 0,1$	$6,2 \pm 0,1$	$6,4 \pm 0,1$	$6,4 \pm 0,1$	$6,4 \pm 0,1$	$6,1 \pm 0,1$	$6,0 \pm 0,1$
	$h_1$ [Oe]	$5,3 \pm 0,1$	$5,5 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$5,7 \pm 0,1$	$5,6 \pm 0,1$	$5,4 \pm 0,1$	$5,3 \pm 0,1$
	$M'_2$ [Oe $^2$ ]	$6,6 \pm 0,2$	$6,8 \pm 0,2$	$7,2 \pm 0,2$	$7,4 \pm 0,2$	$7,1 \pm 0,2$	$6,8 \pm 0,2$	$6,7 \pm 0,2$
	$M_2$ [Oe $^2$ ]	$5,2 \pm 0,2$	$5,4 \pm 0,2$	$5,8 \pm 0,2$	$6,0 \pm 0,2$	$5,7 \pm 0,2$	$5,4 \pm 0,2$	$5,3 \pm 0,2$
$\kappa=90^\circ$	$D'_0$ [tetsz]	1,00	0,97	0,94	0,93	0,96	0,98	1,00
	$D_0$ [tetsz]	1,00	0,96	0,92	0,89	0,91	0,98	1,00

A táblázatban közölt momentum értékek Imhof J. diplomamunkája (1965) és egy általunk végzett mérés átlagértéke. A  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának második momentuma  $\kappa=90^\circ$ -os mintán  $\Theta=45^\circ$ -nál  $M_2=5,0 \pm 0,2$  Oe $^2$ .

A többi paraméter értéke függ a  $\Theta$  szögtől, és értékeit az 5.8. táblázat tartalmazza.

A  $\kappa=90^\circ$ -os mintán csak a  $D_0$  amplitúdó értékét határoztuk meg, mert az a mérés csak ellenőrzésül szolgált (lásd az eredmények értelmezésénél).

A  $\kappa=0^\circ$ -os és  $90^\circ$ -os minták csúcstól-csúcsig mért amplitúdója itt is megegyezik a hibahatáron belül, hasonlóan mint az A-jelű mintáknál. Azonban a  $\kappa=0^\circ$ -os A-jelű és B-jelű fólia minták MMR spektrumának tulajdonságai lényeges eltérést mutatnak.

## C) Irodalmi mérési eredmények összefoglalása

E pontban — a tömörség kedvéért — táblázatokban összefoglalva ismertetjük az irodalmi eredményeket. Az eltolódás, szélesség, valamint a momentumok értéke frekvencia és mágneses térerősség egységekben is megadható. Az irodalomban mindkét dimenzióban találunk mérési eredményeket, az alábbi táblázatokban egyöntetűen térerősség egységekben adjuk meg a paramétereket. Az átszámítási összefüggések a rezonancia feltételből származtathatók:

$$h_1[c/s] = \frac{\gamma_m}{2\pi} h_1[\text{Oe}]; \quad M_2[(c/s)^2] = \frac{\gamma_m^2}{(2\pi)^2} M_2[\text{Oe}^2].$$



A Knight eltolódásra vonatkozó eredmények az 5,9. a többi paraméterre vonatkozó adatok pedig az 5,10. és 5,11. táblázatokban vannak.

Az irodalmi és saját mérési eredmények összehasonlítására az eredmények értelmezése során került sor.

### 5,9. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának Knight eltolódása (irodalmi eredmények)

Mérés jell.	Eredmény	Hőmér- séklet	Ref. minta	Minta tiszt.	Szerzői hivatkozás
Porminták					
Áll. tér	0,232 %	szoba	CuCl	—	Knight [5,4]
Áll. tér	0,232 %*	szoba	CuCl	—	Benedek [5,5]
Áll. frekv.	$0,237 \pm 0,001$ %**	szoba	CuBr	Ker. tiszt	Gutowsky [1,27]
Áll. tér	$0,234 \pm 0,001$ %	szoba	CuCl	—	Sagalyan [1,22]
Spin-echo	0,228 %	1,5 K°	—	—	Kobayashi [5,6]
Vastag egykristály					
Áll. tér	$H_0 \parallel [001]$	szoba	CuCl	—	Sagalyan, [1,22]
	$0,232 \pm 0,003$ %				
	$H_0 \parallel [110]$				
	$0,234 \pm 0,002$ %				
	$H_0 \parallel [111]$				
	$0,234 \pm 0,003$ %				

\* Az ábra alapján becsült négyzetes középhiba  $\pm 3,10^{-6}$ .

\*\* Ugyanazon mintán mért  $^{63}\text{Cu}$  izotóp Knight eltolódás  $0,235 \pm 0,002$  %.

### 5,10. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának jellemzői pormintákon (irodalmi eredmények)

Szerz. hivatk. Mért mennyiség	Gutowsky [1,27]*	Owen [5,7]	Chapman [5,8]**	Pavlovskaja [5,9]	Sagalyan [1,22]	Faulkner [1,18]
$h'_1$ [Oe]	6,4	$6,56 \pm 0,09$	$6,3 \pm 0,2$	6,11	$6,29 \pm 0,09$	—
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	6,3	—	—	7,07	$6,4 \pm 0,3$	$5,80 \pm 0,2$
$M_4$ [Oe <sup>4</sup> ]	—	—	—	152	—	—
k	—	—	—	3,05	—	—
Anyagm. tisztaság	—	—	99,99%	99,99%	—	99,98%

\* Gutowsky [1,27] mérési eredményei a  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumán:  $h_1 = 5,3$  Oe és  $M_2 = 5,0$  Oe<sup>2</sup>.

\*\* Négy mérés átlaga.

### 5,11. TÁBLÁZAT

$^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR spektrumának jellemzői vastag egykristályon.  
(Irodalmi eredmények Sagalyan és Hofmann [1,22] mérései alapján)

Irány Mért mennyiség	$H_0 \parallel [001]$	$H_0 \parallel [110]$	$H_0 \parallel [111]$
$h'_1$ [Oe]	$4,96 \pm 0,09$	$6,56 \pm 0,09$	$6,82 \pm 0,09$
$M_2$ [Oe <sup>2</sup> ]	$4,9 \pm 0,5$	$6,3 \pm 0,8$	$6,7 \pm 0,8$



## 6. Az eredmények értelmezése

A 2. fejezetben összefoglalt elméletek alapján értelmezzük a mérési eredményeket. Először a rezonancia vonal helyzetével foglalkozunk (A) pont), majd összehasonlítjuk a többi mért paraméter értékét a Van Vleck elmélet alapján számolhatókéval (B) pont), végül a többletmomentum kérdését tisztázzuk (C) pont).

### A) Knight eltolódás

Előre kell bocsátanunk, hogy a Knight eltolódás mérések célja az eltolódás orientációtól való függésének közvetlen meghatározása. A mérési eredmények szerint az eltolódás izotróp és mindkét izotópra azonos a mérési hibán belül. Rézben tehát a nem-*s*-állapotú vezetési elektronok nem járulnak hozzá a Knight eltolódáshoz.

Nem foglalkozunk az eltolódás abszolút értékének kérdésével [5,4], mert az értelmezéshez (2,45), ill. (2,46) jobboldalán minden mennyiséget legalább olyan pontosan kellene ismerni, mint ahogy azok Li és Na esetében ismeretesek.

A mérésekkel kapcsolatban két kérdést szeretnénk említeni.

A (2,45) és (2,55) összefüggésekben szerepel az  $\langle |u(0)|^2 \rangle_F$  mennyiség (ill. annak négyzete), így felhasználva a szuszceptibilitás és a Knight eltolódás mért értékét, meghatározzuk az  $\langle |u(0)|^2 \rangle_F$  mennyiséget, és felhasználjuk a pseudo-kicserélődés  $A_{jk}$  állandójának a kiszámításánál. Az eljárásnak nem csak az a hibája, hogy a (2,46) összefüggésben szereplő  $R_s$  állandó értékét nem ismerjük (és így  $R_s = 0$  értékkel számolunk, mint ahogy előttünk mindenki tette), hanem a Pauli szuszceptibilitás értéke sem ismert olyan pontosan, mint pl. Li és Na esetén. Amint látni fogjuk, a többi eljárás is hasonló pontatlanságot tartalmaz, azonban a szuszceptibilitás mérés pontatlansága miatt valószínű, hogy ez lesz a legbizonytalanabb becslés. E kérdésre a C) pontban még egyszer visszatérünk.

Az irodalomban általában [5,4], [1,6] az állandó frekvencián történő mérések-nél  $\delta H/H_{0r}$  összefüggéssel definiálják, és ezen összefüggés alapján számolják a mért Knight eltolódást. Fel szeretnénk hívni a figyelmet arra, hogy a (2,44) összefüggéssel (tehát az elméletileg számolható Knight eltolódás értékkel) összhangban a mért Knight eltolódást célszerű az alábbi módon definiálni:

Amint említettük, a mérés egy diamágnéses só, vagy oldat azonos izotópjának rezonancia jeléhez viszonyítva történik. Az azonos frekvencián, a mágneses térerősség lineáris változtatásával felvett referencia jel  $H_{0r}$ , a fém rezonancia jele pedig  $H_{0f}$  térerősségnél jelenik meg. A rezonancia feltétel, valamint (2,38), (2,44) és (2,45) összefüggések felhasználásával az alábbi formulákat írhatjuk fel a fém és referencia minta rezonancia frekvenciájára vonatkozóan:

$$\omega_0 = \gamma_m H_{0f} (1 + K - \sigma_f), \quad (6,1)$$

$$\omega_0 = \gamma_m H_{0r} (1 - \sigma_r), \quad (6,2)$$

ahol  $\sigma_f$  a fém és  $\sigma_r$  a referencia minta árnyékolási állandója. (6,1) és (6,2) alapján

$$\frac{H_{0r} - H_{0f}}{H_{0f}} = K + \frac{H_{0r}}{H_{0f}} \sigma_r - \sigma_f. \quad (6,3)$$



Feltételezve, hogy az árnyékolási állandó értéke mindkét mintában azonos, és figyelembe véve, hogy a réz esetén  $5 \cdot 10^3$  Oe térben  $H_{0r}/H_{0f} \sim 1,002$ , a (6,3) összefüggés közelítőleg az alábbi lesz,

$$\frac{H_{0r} - H_{0f}}{H_{0f}} = \frac{\delta H}{H_{0f}} \cong K. \quad (6,4)$$

Az irodalomban elterjedt definíció szerint (az árnyékolási állandókra vonatkozó ugyanolyan feltételek mellett),

$$\frac{H_{0r} - H_{0f}}{H_{0r}} \cong \frac{H_{0f}}{H_{0r}} K, \quad (6,5)$$

tehát így az elméletileg meghatározható  $K$ -nál kisebb értéket kapunk (6,4), ill. (6,5) alapján meghatározható kísérleti értékek csak az utolsó jegyben különböznek. A Knight eltolódás értékek kísérleti meghatározásánál a (6,4) összefüggést használtuk.

### B) A rezonancia jel paramétereinek értelmezése a dipól-dipól kölcsönhatás alapján

E pontban három kérdéssel foglalkozunk: Kiszámítjuk a második momentum értékét a megfelelően orientált egykristályra, figyelembe vesszük a krisztallitok irányszórásának hatását a második momentumra, és összehasonlítjuk a számolt és mért értékeket.

#### a) A második momentum számítása megfelelően orientált egykristályra

Első lépésként kiszámoljuk a második momentum értékét a  $\Theta$  forgatási szög függvényében a megfelelően orientált egykristályra, vagy olyan ideális texturára, amelyben minden krisztallit elhelyezkedése azonos.

(2,33) összefüggésünknek megfelelően a második momentum  $\text{Oe}^2$  egységekben röviden a következőképpen írható fel:

$$M_2^{ek} = A \left\{ B - \sum_{k=1}^3 \lambda_k^4 \right\}, \quad (6,6)$$

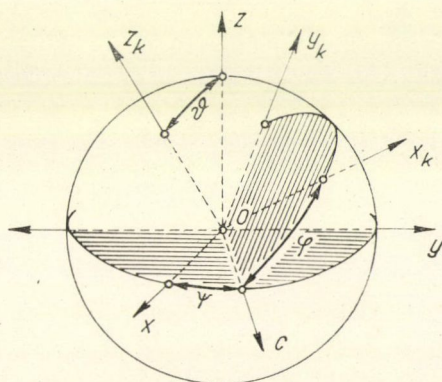
ahol  $B = 2,171$  és  $A$  pedig a  $^{63}\text{Cu}$  izotópra  $3,54 \text{ Oe}^2$ , és a  $^{65}\text{Cu}$  izotópra pedig  $2,77 \text{ Oe}^2$ .

Fejezzük ki a  $\vec{H}_0$  vektor iránykoszinuszait az Euler szögek segítségével. Az Euler szögek definíciója a 6,1. ábrán látható, az iránykoszinuszok és Euler szögek közti összefüggés pedig [6,1]:

$$\lambda_1 = \sin \vartheta \cdot \sin \varphi; \quad \lambda_2 = \sin \vartheta \cdot \cos \varphi;$$

$$\lambda_3 = \cos \vartheta,$$

$$\text{és } \sum_{k=1}^3 \lambda_k^4 = \sin^4 \vartheta (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi) + \cos^4 \vartheta. \quad (6,7)$$



6,1. ábra: Az Euler-féle szögek definíciója ( $x, y, z$ ) az  $L$  laboratóriumi koordináta-rendszer és ( $x_k, y_k, z_k$ ) a  $K$  kristályhoz rögzített koordináta-rendszer koordinátái.  $z$  a  $H_0$  állandó mágneses tér, és  $x$  a forgástengely és a rádiófrekvenciás mágneses tér irányába mutat



## 6.1. TÁBLÁZAT

A texturák MMR jelének második momentumában szereplő  $S(\kappa, a)$  függvény értékei a paraméterek függvényében

$\frac{a}{S(\kappa, a)}$	$0^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$15^\circ$
$S(0^\circ, 90^\circ a)$	1	0,995	0,980	0,957
$S(45^\circ a)$	0,5	0,505	0,520	0,543

Ha  $x_k = x$  ( $\kappa = 0^\circ$ ) akkor  $\varphi = 0^\circ$ ; illetve ha  $y_k = x$  ( $\kappa = 90^\circ$ ) akkor  $\varphi = 90^\circ$  és  $\sum_{k=1}^3 \lambda_k^4 = \cos^4 \vartheta + \sin^4 \vartheta$  mindkét esetben, és  $\vartheta = \Theta$ -val. A második momentum,

$$M_2^{ek}(\kappa = 0^\circ; 90^\circ) = A \{B - (\cos^4 \Theta + \sin^4 \Theta)\}. \quad (6,8)$$

Ha  $x$  azonos  $C$ -vel, akkor az  $x$  és  $x_k$  által bezárt szög  $\varphi$  és legyen  $\varphi = 45^\circ$ . Ekkor  $\sum_{k=1}^3 \lambda_k^4 = \cos^4 \vartheta + \frac{1}{2} \sin^4 \vartheta$ , és  $\vartheta = \Theta$ . A második momentum a  $\Theta$  szög függvényében,

$$M_2^{ek}(\kappa = 45^\circ) = A \left\{ B - \left[ \cos^4 \Theta + \frac{1}{2} \sin^4 \Theta \right] \right\}. \quad (6,9)$$

Elég nagy szemcseméret esetén, feltételezhetjük, hogy a szemcsehatáron levő atommagok hatása a detektálhatóság határán kívül esik, ekkor a tökéletes  $\{100\}$   $\langle 001 \rangle$  textúra hasonló körülmények között levő egykristályként viselkedik. A második momentum irányfüggését  $\kappa = 0^\circ$  és  $90^\circ$ -os mintákra (6,8) és  $\kappa = 45^\circ$ -os mintára pedig (6,9) formula adja meg. A (6,8) összefüggés alapján számolt  $M_2^{ek}$  értékeket a 6,4. és 6,6. ábrán tüntettük fel, ill. a  $^{65}\text{Cu}$  izotópnál ennek segítségével számoltuk a második momentumot, valamint mindkét izotópra a mért momentumtól való eltérést, az ún. többlet momentumot az A-jelű fólia mintákra. A (6,9) alapján számolt  $M_2^{ek}(\kappa = 45^\circ)$  a 6,5. ábrán látható.

b) A második momentum számítása a kristallitok szórásának a figyelembevételével

(Texturák MMR spektrumának a számítása)

Általában egy merev testnek, tehát egy kristallitnak a helyzetét is három független adattal jellemezhetjük egy derékszögű koordináta-rendszerben. A kristallitok orientációját rendszerint a makroszkopikus anyagmintához rögzített  $M(x_m, y_m, z_m)$  koordináta-rendszerben szokták megadni. Teljesen ekvivalens az  $L(x, y, z)$  laboratóriumi koordináta-rendszerben való leírás, mert esetünkben az  $L$  és  $M$  rendszer elforgatással fedésbe hozható.

A továbbiakban az egyes kristallitok orientációját a laboratóriumi rendszerben a három Euler szöggel jellemezzük, és a kristallit-orientáció szórását az  $F(\vartheta, \varphi, \psi)$  textúra függvénnyel írjuk le, pontosabban  $F(\vartheta, \varphi, \psi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi d\psi$  annak a valószínűsége, hogy egy kristallit Euler szögei a  $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$ ;  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ ;



$(\psi, \psi + d\psi)$  tartományokba esnek. A textura szimmetriáját és tökéletességét jellemző textura függvény természetesen normált, azaz

$$\int_{(\vartheta)} \int_{(\varphi)} \int_{(\psi)} F(\vartheta, \varphi, \psi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi d\psi = 1, \quad (6,10)$$

ahol  $(\vartheta)$ ,  $(\varphi)$  és  $(\psi)$  a  $\vartheta$ ,  $\varphi$  és  $\psi$  szögek azon tartományát jelöli, amelyekben a textura függvény zérótól különbözik. A texturafüggvény (sűrűségfüggvény) felhasználásával a kívánt átlagértékek könnyen kiszámíthatók.

További egyszerűsítést jelent számunkra, hogy a második momentum orientációtól függő része (lásd (2,33) összefüggést) csak három iránykoszinuszt tartalmaz, ill. az Euler szögek nyelvén, a  $\psi$  szöget nem tartalmazza (lásd (6,7), és  $F(\vartheta, \varphi, \psi) = f(\vartheta, \varphi)g(\psi)$  átalakítás után a  $\psi$  változó szerinti integrálás elvégezhető ((6,10)-ben is és az átlagolandó második momentumban is) és az integrál értéke a normálási faktorban foglalható.

Tehát a MMR jelek paramétereinek számolásánál használandó textura függvény  $f(\vartheta, \varphi)$  alakú, és  $f(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$  tehát annak a valószínűségével arányos, hogy a laboratóriumi koordinátarendszer  $z$  tengelyével párhuzamos  $\vec{H}_0$  vektor két Euler szöge  $(\vartheta, \vartheta + d\vartheta)$  és  $(\varphi, \varphi + d\varphi)$  tartományokba esik. (Természetesen a  $\vec{H}_0$  vektor helyzetének jellemzésére a polárkoordináták is felhasználhatók, és a textura függvény polárkoordinátákban is felírható.)

Az elmondottak alapján tehát a lapcentrált köbös szerkezetű kristallitokból álló halmaz MMR jelének második momentuma,

$$M_2^{\text{text}} = A \left\{ B - \frac{\int_{(\varphi)} \int_{(\vartheta)} f(\vartheta, \varphi) [\sin^4 \vartheta (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi) + \cos^4 \vartheta] \sin \vartheta d\vartheta d\varphi}{\int_{(\varphi)} \int_{(\vartheta)} f(\vartheta, \varphi) \sin \vartheta d\vartheta d\varphi} \right\}, \quad (6,11)$$

és hasonló összefüggés adható meg más szimmetriájú kristallitokból álló halmazokra is ([2,2]-ban közölt eredmények alapján).

A számolást három kristályhalmazra végezzük el.

### 1. Porminták

A pormintában a kristallitok teljesen rendezetlenül helyezkednek el. A texturafüggvény nagyon egyszerű,

$$f(\vartheta, \varphi) = 1 \quad \text{ha} \quad \begin{cases} 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 \leq \vartheta \leq \pi \end{cases}, \quad (6,12)$$

azaz az egységgömb felületén azonosan egy, és az integrálási tartomány az egységgömb felülete, tehát a  $(\varphi)$  szimbólum  $0 \dots 2\pi$  a  $(\vartheta)$  pedig  $0 \dots \pi$  tartományokra való integrálást jelent. Behelyettesítve  $f(\vartheta, \varphi)$  értékét (6,11)-be és kiszámítva az integrálok értékét, a polikristályos minta MMR jelének második momentumát kapjuk,

$$M_2^{\text{por}} = A \left\{ B - \frac{3}{5} \right\}. \quad (6,13)$$

Az irodalomban (pl. [2,2]) a polikristályos mintákra vonatkozó második momentumot (2,30) összefüggés minden lehetséges  $\Theta_{jk}$  szögre való átlagolásával számolják.



## 6.2. TÁBLÁZAT

A  $\Delta M_2 = M_2^{\text{his}} - M_2^{\text{sim}}$  többletmomentum értéke mindkét réz izotópra [Oe<sup>2</sup>] egységekben

Izotóp	A-jelű, $\kappa=0^\circ$ -os fóliaminta						
	$0^\circ$	$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$75^\circ$	$90^\circ$
<sup>63</sup> Cu	$0,8 \pm 0,2$	$0,7 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,2$	$0,7 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,2$
<sup>65</sup> Cu	$1,0 \pm 0,2$	—	—	$0,8 \pm 0,2$	—	—	$1,0 \pm 0,2$

Izotóp	A-jelű $\kappa=0^\circ$ -os mintára átlagolt érték	A-jelű porminta	B-jelű porminta
<sup>63</sup> Cu	$0,8 \pm 0,2$	$0,8 \pm 0,2$	$0,2 \pm 0,2$
<sup>65</sup> Cu	$0,9 \pm 0,2$	$1,2 \pm 0,3$	$0,4 \pm 0,2$

A kétféleképpen számolt érték megegyezik, ami egyben (6,11) összefüggés helyességét mutatja. (6,13) alapján számolt numerikus értékek:

$$M_2^{\text{por}}(^{63}\text{Cu}) = 5,56 \text{ Oe}^2; \quad M_2^{\text{por}}(^{65}\text{Cu}) = 4,35 \text{ Oe}^2$$

E számadatok alapján határoztuk meg a 6,2. táblázat többlet momentumainak értékét is pormintákon.

## 2. {100} &lt;001&gt; kockatextura I.

Első modellünkben feltételezzük, hogy a kristallitok {100} lapjai párhuzamosak a hengerlési síkkal, azonban a lemez síkjában levő <100> irányok kis mértékben eltérnek a hengerlési iránytól, illetve a lemez síkjában levő, a hengerlési irányra merőleges iránytól. A textura modellje a 6,2. ábrán látható.

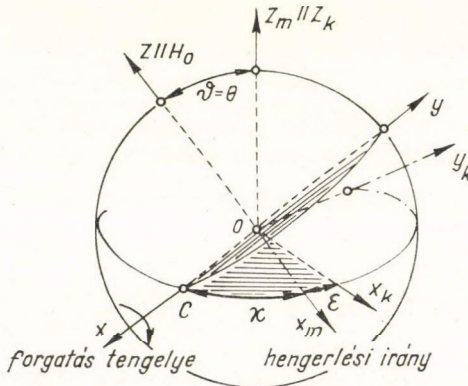
A kristallitok statisztikus elhelyezkedésére az  $\varepsilon$  szög jellemző, amely a  $-\alpha \leq \varepsilon \leq \alpha$  határok között változhat. A

6,2. ábráról leolvasható, hogy  $\vartheta = \Theta$ -val és minden kristallitra állandó, és  $\varphi = \kappa + \varepsilon$ . Ha erre az esetre is át akarjuk vinni a kényelmes sűrűségfüggvény használatát, azt a delta függvény segítségével tehetjük meg. Ebben az esetben a textura függvény

$$f(\vartheta, \varphi) = \bar{f}(\varphi) \delta(\vartheta - \Theta) \frac{1}{\sin \vartheta}, \quad (6,14)$$

ahol a textura függvény csak a  $\vartheta = \Theta$  pontban különbözik zérótól és

$$\int_{(\vartheta)} \frac{\delta(\vartheta - \Theta)}{\sin \vartheta} \sin \vartheta d\vartheta = 1, \\ \int_{(\vartheta)} \frac{\delta(\vartheta - \Theta)}{\sin \vartheta} F(\vartheta) \sin \vartheta d\vartheta = F(\Theta). \quad (6,15)$$



6,2. ábra: Az {100} <001> kockatextura kristallitjainak helyzete az  $L$  és  $M$  koordináta-rendszerekben.  $\kappa$  a forgástengely és hengerlési irány által bezárt szög,  $\varepsilon$  pedig az egyes kristallit  $x_k$  tengelye és a hengerlési irány által bezárt szög



(6,15) összefüggések felhasználásával és  $\varphi = \kappa + \varepsilon$  helyettesítéssel kapjuk (6,11)-ből

$$M_2^{\text{text}} = A \left\{ B - \left[ \cos^4 \Theta + \sin^4 \Theta \frac{\int_{(\kappa+\varepsilon)} \bar{f}(\kappa+\varepsilon) [\sin^4 (\kappa+\varepsilon) + \cos^4 (\kappa+\varepsilon)] d\varepsilon}{\int_{(\kappa+\varepsilon)} \bar{f}(\kappa+\varepsilon) d\varepsilon} \right] \right\}. \quad (6,16)$$

Az integrál értékét a textura függvényre vonatkozó közelítő feltevés mellett határozzuk meg. Legyen

$$\bar{f}(\kappa+\varepsilon) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \kappa - a \leq \varepsilon \leq \kappa + a \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases} \quad (6,17)$$

(A feltételezés ekvivalens az  $\bar{f}(\varepsilon)=1$ , ha  $-a \leq \varepsilon \leq a$ , és zéró egyébként állítással.) Vezessünk be új változást  $q = \kappa + \varepsilon$ ,  $d\varepsilon = dq$ , az integrálás határai  $q' = \kappa - a$ ,  $q'' = \kappa + a$ . Így (6,16)-ban előforduló integrál értéke a normálási faktorial együt:

$$\frac{1}{2a} \int_{\kappa-a}^{\kappa+a} (\sin^4 q + \cos^4 q) dq = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4\kappa \frac{\sin 4a}{4a} \equiv S(\kappa, a) \quad (6,18)$$

A fenti modell alapján számolt második momentum pedig:

$$M_2^{\text{text}} = A \{ B - [\cos^4 \Theta + S(\kappa, a) \sin^4 \Theta] \} \quad (6,19)$$

A  $\kappa = 0^\circ$ ;  $45^\circ$  és  $90^\circ$ -os mintáknak megfelelően

$$\kappa = 0^\circ; \quad \cos 4\kappa = 1 \quad \text{és} \quad S(0^\circ, a) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sin 4a}{4a},$$

$$\kappa = 90^\circ; \quad \cos 4\kappa = 1 \quad \text{és} \quad S(90^\circ, a) = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{\sin 4a}{4a},$$

$$\kappa = 45^\circ; \quad \cos 4\kappa = -1 \quad \text{és} \quad S(45^\circ, a) = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \frac{\sin 4a}{4a}.$$

Tekintettel arra, hogy  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ , a megfelelő második momentum formulák  $a \rightarrow 0$  esetén az egykristályra vonatkozó (6,8), ill. (6,9) formulákhoz tartanak, egyébként pedig rögzített  $\kappa$  mellett az  $a$  paraméter függvényei. Eredményeink alapján látható, hogy  $\Theta = 0^\circ$ -nál a krisztallitok nem azonos elhelyezkedése nem befolyásolja a második momentum értékét, itt egykristályként viselkedik a minta (a fenti modell esetén), de  $\Theta = 90^\circ$  körül a texturára számolt második momentum értéke eltér az egykristályétól. Az eltérés mértékét a  $S(\kappa, a)$  függvény adja meg, értékét a paraméterek függvényében a 6,1. táblázatban foglaltuk össze. (6,19) formula alapján számolt  $M_2^{\text{text}}$  értékeket a 6,4. és 6,5. ábrán adtuk meg. Meg kell állapítanunk, hogy a momentum nem túl érzékeny függvénye a szórás  $a$  szögének.

### 3. $\{100\} \langle 001 \rangle$ kockatextura II.

(A modellt csak a  $\kappa = 0^\circ$  és  $90^\circ$ -os mintákra alkalmazzuk.) Eltérően az I. modelltől, feltételezzük, hogy az összes  $\langle 100 \rangle$  irány statisztikusan helyezkedik el egy-egy



$a$  nyílásszögű kúpon belül. Az Euler szögek helyett vezessük be a  $\vartheta$  és  $\varphi$  polárkoordinátákat (a  $\vartheta = \vartheta$ , és  $\varphi' = \varphi$  vagy  $\varphi' = 90^\circ - \varphi$  definíciók alapján). Az így bevezetett polárkoordinátákban (6,11) változatlan marad, és az integrálási határok meghatározása legegyszerűbben a következőképpen történhet. Definálunk egy átlagos  $\bar{K}(\bar{x}_k, \bar{y}_k, \bar{z}_k)$  koordinátarendszert, ami például az anyagmintához rögzített  $M$  koordinátarendszerrel eshet egybe.  $\bar{K} = M$ -ben úgy rajzolok fel egy sereg  $\bar{H}_0$  vektort, hogy azok mindazokat a  $\vartheta, \varphi'$  értékeket felvegyék, amelyeket  $\bar{H}_0$  az egyes krisztallitokhoz rögzített  $K(x_k, y_k, z_k)$  koordinátarendszerekben felvett. Így a  $\bar{H}_0$  vektorok dőfspontja az egységgömbön egy  $a$  sugarú gömbsüvegre esik (lásd 6,3. ábra). A gömbsüveg pontjait — azaz az egyes  $\bar{H}_0$  vektorok dőfspontjait — a  $0 \leq \varepsilon \leq a$  és  $0 \leq \Phi \leq 2\pi$  speciális polárkoordinátákkal írhatjuk le.

$\Theta = 0^\circ$  esetén a két polárkoordinátarendszer egybe esik. Foglalkozunk először ezzel a speciális esettel (ami szimmetria megfontolásokból, természetesen  $\Theta = 90^\circ$ -ra is érvényes). Ekkor az integrálás határai:

$$0 \leq \vartheta \leq a; \quad 0 \leq \varphi' \leq 2\pi.$$

Tételezzük fel továbbá, hogy a textura függvény a fenti tartományban azonosan egy, és zéró másutt. Ezen az egyszerű feltételezésen csak abban az esetben lenne érdemes változtatni, ha (pl. röntgendiffrakciós mérésekből)  $f(\vartheta, \varphi)$  pontosan ismert lenne; a textura által a MMR spektrumra gyakorolt hatás lényegét azonban ez az egyszerű modell is visszaadja. (6,11)-ben kijelölt integrálokat elvégezve a fenti tartományra az alábbi eredményt kapjuk:

$$M_2^{\text{text}} = A \{B - T(\Theta = 0^\circ; a)\} \quad (6,20)$$

ahol

$$T(0^\circ, a) = \frac{1}{5(1 - \cos a)} \left\{ \cos a \left[ -\cos^4 a + \cos^2 a - \frac{3}{4} \sin^4 a - 3 \right] + 3 \right\}.$$

A  $T(0^\circ, a)$  függvény határértéke  $a \rightarrow 0$  esetén 1-gyel egyenlő, ami az egykristályra vonatkozó értéknek felel meg;  $a = 90^\circ$ -ra számolva  $T(0^\circ; 90^\circ) = 3/5$ , ami a polikristályos mintára számolt érték. Közbuláló  $a$  értékeknél  $T(0^\circ; a)$  növekvő  $a$ -val csökken, ami a második momentum növekedését jelenti. A II. modellre számolt második momentumok  $a = 5^\circ; 10^\circ$  és  $30^\circ$  esetén rendre 4,21; 4,25; és 4,92 Oe<sup>2</sup>. Összehasonlításként közöljük az egykristályra vonatkozó megfelelő értéket: 4,15 Oe<sup>2</sup>, tehát az eltérés  $a = 5^\circ$ -nál  $\sim 1,5\%$ ;  $10^\circ$ -nál  $\sim 2,3\%$ ; és  $30^\circ$ -nál  $\sim 19\%$ . Tehát a II. modellben a  $\Theta = 0^\circ$ -os helyzetben sem viselkedik egykristályként a minta, a számolt második momentumok nagyobbak az egykristályra vonatkozóknál. Azonban figyelembe véve a momentum mérés  $\sim \pm 4\%$ -os hibáját  $a < 10^\circ$  alatti szórás esetén a textura hatása elhanyagolható, és a  $6,5^\circ$ -os szórással rendelkező kockatextura ebből a szempontból egykristálynak tekinthető.

A  $\Theta = 0^\circ$ -tól eltérő szögekre érvényes összefüggéshez kétféle úton juthatunk el: meghatározva a kétféle polárkoordináta,  $(\vartheta; \varphi')$  és  $(\varepsilon, \Phi)$  közti összefüggéseket (amelyek  $\Theta$ -t paraméterként tartalmazzák); vagy áttranszformáljuk (6,11) összefüggést  $\varepsilon$  és  $\Phi$  koordinátákra, vagy meghatározzuk a (6,11) szereplő  $(\vartheta)$  és  $(\varphi')$  határokat az  $a$  és  $\Theta$  paraméterek függvényében. Az utóbbi utat választjuk.

Megfontolásaink  $\Theta \leq a$  esetre vonatkoznak. Ez a korlátozás azonban csak  $a > 45^\circ$  szórási szöggel jellemzett texturákra jelent megszorítást, mert  $a \leq 45^\circ$  esetén a  $45^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$  tartományban minden  $\Theta$ -ra ki tudjuk számolni a második momen-



tum értékét, az eredmények pedig a köbös szimmetria következtében  $\Theta = 45^\circ$ -ra szimmetrikusak.

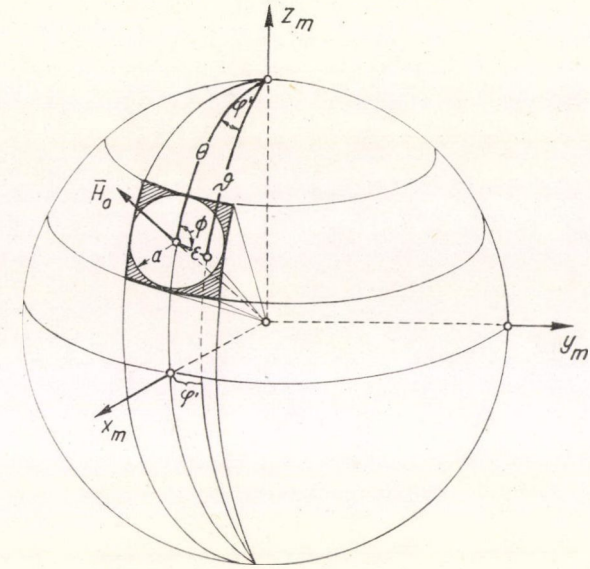
A 6.3. ábra gömbháromszögének szögei és oldalai között az alábbi összefüggéseket írhatjuk fel:

$$\cos \vartheta = \cos \Theta \cos \varepsilon + \sin \Theta \sin \varepsilon \cos \Phi, \quad (6,21)$$

$$\operatorname{ctg} \varphi' = \frac{\operatorname{ctg} \varepsilon \sin \Theta - \cos \Phi \cos \Theta}{\sin \Phi}, \quad (6,22)$$

$$\cos a = \cos \Theta \cos \vartheta + \sin \vartheta \sin \Theta \cos \varphi', \quad (6,23)$$

(az utóbbit a határgörbe egyenletének meghatározásához.) Tehát  $\Theta \cong a$  esetén a gömbsüvegre való integrálás határai (6,21)-ből



6.3. ábra:  $H_0$  helyzete az  $\{100\} \langle 001 \rangle$  kockatexturában, a kristallitok térbeli szórását tételezve fel. (Az integrálási határok meghatározásához, a II. számú modellben)

$$\vartheta_a = \Theta - a, \quad (6,24)$$

$$\vartheta_f = \Theta + a,$$

és (6,22)-ből

$$\varphi'_h = \arccos' \left( \frac{\cos a - \cos \Theta \cos \vartheta}{\sin \Theta \sin \vartheta} \right), \quad (6,25)$$

(6,11) pedig a következő lesz:

$$M_2^{\text{text}} = A \left\{ B - \frac{\int_{\Theta-a}^{\Theta+a} \int_{-\varphi'_n}^{\varphi'_n} f(\vartheta, \varphi') [\sin^4 \vartheta (\cos^4 \varphi' + \sin^4 \varphi') + \cos^4 \vartheta] \sin \vartheta d\varphi' d\vartheta}{\int_{\Theta-a}^{\Theta+a} \int_{-\varphi'_n}^{\varphi'_n} f(\vartheta, \varphi') \sin \vartheta d\varphi' d\vartheta} \right\}. \quad (6,26)$$

Az integrálok kiszámítása csak számológéppel vihető keresztül, azonban tekintettel arra, hogy a textura függvényt úgysem ismerjük, megelégszünk (6,26) közelítő megoldásával.

A textura függvényről most is feltételezzük, mint eddig tettük, hogy a kérdéses tartományban azonosan egy és másutt zéró, továbbá az integrálási tartomány a gömbsüveg helyett legyen az a gömbi négyszög, amit a 6.3. ábrán láthatunk és oldalai legyenek a  $\vartheta_a = \Theta - a$  és  $\vartheta_f = \Theta + a$  szögekhez, tartozó az egyenlítővel párhuzamos gömbi köröknek, valamint a (6,22) összefüggésből az  $\varepsilon = a$  és  $\Phi = \pi/2$ ,



ill.  $\Phi = 3\pi/2$  értékek behelyettesítésével kapott  $\varphi'$  értékekhez tartozó főköröknek a megfelelő szakaszai.

Az integrálás határai: a  $\vartheta$  szerinti integrálét (6,24)-ben felírtuk, és a  $\varphi'$  szerinti pedig

$$\begin{aligned}\operatorname{ctg} \varphi'_a &= -\operatorname{ctg} a \sin \Theta, \\ \operatorname{ctg} \varphi'_f &= \operatorname{ctg} a \sin \Theta,\end{aligned}\quad (6,27)$$

összefüggésekből határozhatók meg. Látható, hogy ez a közelítés nagy  $\Theta$ -ra jó és kis  $\Theta$ -ra egyre rosszabb lesz. Szimmetria okokból azonban elegendő a számítást  $45^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$ -ra elvégezni.

Kiszámítva az integrálokat, a következő eredményt kapjuk ( $\Theta \cong a$ -ra, és  $\kappa = 0^\circ$ ;  $90^\circ$ -os mintákra).

$$M_2^{\text{text}} = A \{B - T(\Theta, a)\}, \quad (6,28)$$

ahol

$$T(\Theta, a) = \frac{1}{2 \sin \Theta \sin a} \left[ \frac{A(\Theta, a)}{4} \frac{\sin 4\varphi'_f}{4\varphi'_f} + C(\Theta, a) \right],$$

$$\begin{aligned}A(\Theta, a) &= \frac{1}{15} \{ \cos(\Theta - a) [12 - 4 \cos^2(\Theta - a) + 3 \sin^4(\Theta - a)] - \\ &\quad - \cos(\Theta + a) [12 - 4 \cos^2(\Theta + a) + 3 \sin^4(\Theta + a)] \},\end{aligned}$$

$$C(\Theta, a) = \frac{3}{4} A(\Theta, a) + B(\Theta, a),$$

$$B(\Theta, a) = \frac{1}{5} [\cos^5(\Theta - a) - \cos^5(\Theta + a)].$$

(6,28) összefüggés  $a \rightarrow 0$  esetén az egykristályra vonatkozó (6,8) összefüggéshez tart. Numerikusan kiszámolva (6,28)-at  $a = 5^\circ$ ;  $10^\circ$ , és  $30^\circ$ -nál a  $45^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$  tartományban, az eredményeket a 6,6. ábrán tüntettük fel, a  $\Theta = 45^\circ$  egyenesre tükrözve.

$\Theta = 90^\circ$ -nál összehasonlítva gömbsüvegre és a gömbi négyszögre átlagolt értékeket  $a = 10^\circ$  és  $30^\circ$ -nál 0,5 és 3% eltérést kaptunk, a gömbsüvegre átlagolt második momentum a kisebb ugyanolyan  $a$ -nál. Az eltérés kis  $a$  szögeknél elhanyagolható.

### c) A kísérleti és elméleti eredmények összehasonlítása

Porminták. Az elméleti és kísérleti eredmények összehasonlítását a Van Vleck elmélet alapján számolható második momentummal kezdjük. A mért és (6,13) alapján számolt második momentumok közti különbséget mindkét mintára vonatkozóan a 6,2. táblázatban adtuk meg. A mért érték nagyobb a dipól-dipól kölcsönhatás alapján számolhatónál, és az anyagminta függvénye. A többletmomentum egy része a szennyezések környezetében fellépő, a kvadrupól kölcsönhatás (2.D) alapján értelmezhető, jelenleg kvalitatíve. A kvadrupól kölcsönhatás alapján azonban nem érthető a két izotóp spektrumában mutatkozó eltérés. Erre a kérdésre a 6. C) fejezetben térünk vissza.



A paraméterek közül még a  $h_1$  szélességet számoltuk ki (2,36) alapján, a számolt értékek mindkét izotópra és mintára kisebbek, mint a mért értékek, az eltérés oka valószínűleg a (2,36) származtatásához felhasznált Gauss modell elégtelensége.

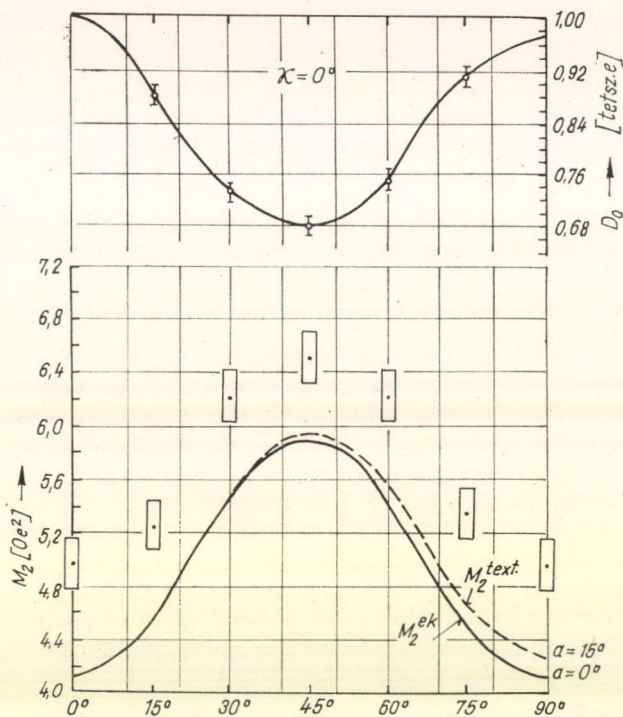
#### A-jelű fóliaminták

A mért második momentumok értékét az egykristályra és a texturákra számolt momentumokkal hasonlítjuk össze. A röntgendiffrakciós eredményekből kiindulva,  $a < 10^\circ$ -os szórást tételezve fel, láthatjuk (6,4...6,6. ábrák), hogy sem az I, sem a II típusú szórás nem változtatja meg számottevően (a mérési hibával összemérhetően) a második momentumok értékét. Tehát kis, esetünkben 6,5%-os szórási szöggel jellemezhető textura a momentum mérés szempontjából nagyon jó közelítéssel egykristálynak tekinthető.

Nagyobb szórási szög esetén a nem azonos orientáció hatása már megfigyelhető. Ha a sandwich típusú mintákban az egyes lemezek orientációja a pontatlan kivágás következtében nem teljesen azonos, a szórás az I. típusú modellel jellemezhető, és a hatás (6,19) összefüggéssel írható le. Valószínű ez a magyarázata, hogy a  $\kappa = 0^\circ$ -os és  $\kappa = 90^\circ$ -os mintákon mért paraméterek kis mértékben különböznek (5,2. és 5,3. táblázat) és annak, hogy a  $\kappa = 45^\circ$ -os mintán a mért második momentumok  $\Theta = 90^\circ$ -nál közelebb vannak az egykristályra számolt értékhez, mint  $\Theta = 0^\circ$ -nál (lásd 6,5. ábra), az I. modell alapján éppen ilyen jellegű eltérések várhatók. A kivágás pontossága a  $\kappa = 0^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $45^\circ$  sorrendben csökken. Természetesen igen gondosan kivágott lemezekkel ez a típusú szórás csökkenthető.

Az elméleti eredményeket a  $\kappa = 0^\circ$ -os mintán mért adatokkal hasonlítjuk össze (lásd 6,4. ábra, illetve a (6,29) formula alapján számolt momentumokat a 6,6. ábrán).

A 6,4. ábra alapján: a mért második momentumok nagyobbak a dipól-dipól kölcsönhatás alapján számolhatóknál, a többletmomentum a kísérleti hibahatáron belül izotróp. A mért és az egykristályra vonatkozó elméleti momentumok különb-



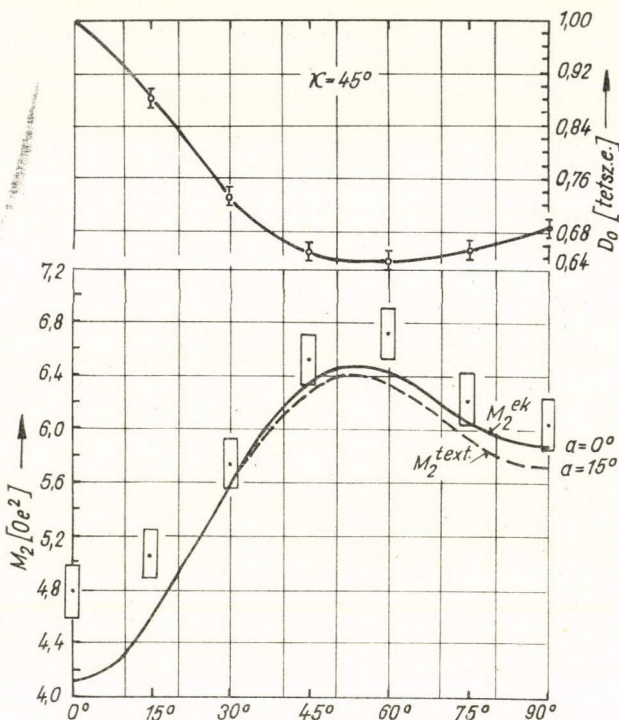
6,4. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentuma és a deriváltjel csúcsból csúcsig mért  $D_0$  amplitudója a  $\Theta$  szög függvényében A-jelű  $\kappa = 0^\circ$ -os mintán. A folyamatos  $M_2^{\text{ek}}$  görbét (6,8) a szaggatott  $M_2^{\text{ext}}$  görbét (6,19) összefüggés alapján számoltuk  $a = 15^\circ$  esetén. A  $\square$  jelek a mért második momentumok



ségét a 6.2. táblázatban adtuk meg mindkét izotópra. A többletmomentum nagysága azonos az ugyanolyan alapanyagból készített A-jelű pormintákon meghatározottal, és hasonlóan a pormintákhoz a  $^{65}\text{Cu}$  izotópra nagyobb.

A többi paraméterről:

A (2,36) összefüggés és az elméleti második momentumok alapján számolt  $h_2^{\text{lm}}$  értékek kisebbek mint a korrigált mért értékek, és az eltérés függ a  $\Theta$  szögtől.



6.5. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentuma és a derivált jel csúcsból csúcsig mért,  $D_0$  amplitúdója a  $\Theta$  szög függvényében az A-jelű  $\kappa = 45^\circ$ -os mintán. A folyamatos  $M_2^{\text{ek}}$  görbék (6,9) a szaggatott  $M_2^{\text{ext}}$  görbét (6,19) összefüggés alapján számoltuk  $\alpha = 15^\circ$  esetén. A  $\square$  jelek a mért második momentumok

Ismét egykristályra számolva; az  $\langle 100 \rangle$  irányban számolt érték 0,7, az  $\langle 110 \rangle$  irányban pedig 1,2 Oe-del kisebb a mért értéknél. Az orientációtól való függésből az következik, hogy a jelalak is változik a forgatás szögével (amit  $k$  változásánál már említettünk).

Azonos integrális intenzitás esetén az  $A_0$  és közelítőleg  $D_0$  is fordítva arányos a második momentum négyzetgyökével, az így számolható  $A(\Theta)$  és  $D_0(\Theta)$  függvények menete a mért értékekhez hasonló menetet mutat, és érthető a  $\kappa = 0^\circ$  és  $90^\circ$ -os mintákon a  $\Theta = 0^\circ$ -nál és  $90^\circ$ -nál mért amplitúdók különbsége, amit az I. modell alapján értelmezhetünk. Az amplitúdó különbség a mi esetünkben a valódi és a pontatlan kivágásból eredő szórások összegétől függ. Az eredmények  $\kappa = 0^\circ$ -os mintán  $\sim 15^\circ$ -os I. típusú szórással magyarázhatók. (A többletmomentumra a 6. C) pontban visszatérünk.)

Itt egy rövid időre megskizitjuk az eredmények ér-

telmezését, ugyanis minden olyan információ a birtokunkban van, ami szükséges a következtetések levonásához.

A következtetések röviden:

1. Az A-jelű pormintákon mért mérésekből meghatároztuk a többletmomentum értékét;
2. az A-jelű fóliaminták nagyon jó közelítéssel egykristályként viselkednek,



a második momentum orientációfüggését a dipól-dipól kölcsönhatás jól írja le, azonban a pormintával azonos nagyságú többletmomentum lép fel itt is, értéke minden kristálytani irányban azonos;

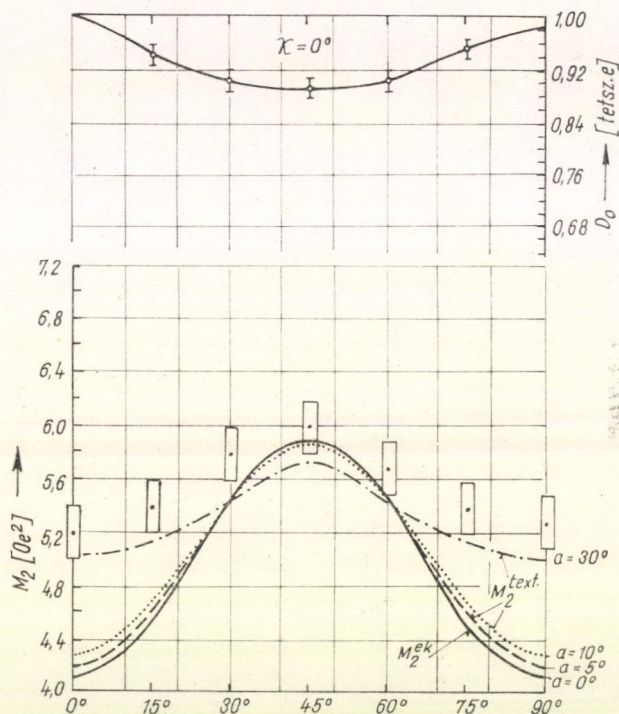
3. a B-jelű pormintákon mért többletmomentum kisebb az A-jelű mintákon mérténél, tehát a többletmomentum feltehetően a szennyezésektől függ.

Felhasználhatnánk a B-jelű fóliákban kapott eredményeket 2. és 3. további alátámasztására, ehhez azonban pontosan ismernünk kellene a texturát, és (6,26) pontosabb megoldását kellené előállítani. Ezek hiányában a B-jelű fóliák mérési eredményeinek értelmezése közelítő jellegű, és a levont következtetést nem tekintjük bizonyítottnak.

### B-jelű fóliaminták

Szembevetendő az A- és B-jelű fóliákban mért eredmények különbsége. Az eltérést véleményünk szerint a texturák különbsége okozza. A B-jelű fóliákban vagy lényegesen nagyobb a krisztallitok II. típusú szórása mint az A-típusú fóliákban, vagy a textura kevert textura. Az értelmezést „trial-and-error” módszerrel végezzük. Először feltételezzük, hogy a textura  $\{100\} \langle 001 \rangle$  típusú és a krisztallitok II. típusú szórást mutatnak. A 6,6. ábrán tüntettük fel a mérési eredményeket, valamint a (6,8) és a (6,26) formulák alapján számolt második momentum értékeket  $a=5^\circ$ ;  $10^\circ$  és  $30^\circ$ -os szórásokra.  $\sim 30^\circ$ -os szórást tételezve fel, a mért második momentumok szögfüggése ugyanaz mint a számolt görbéké és a többletmomentum értéke  $0,3 \pm 0,2 \text{ Oe}^2$  (a  $^{63}\text{Cu}$  izotópra vonatkozik) jól egyezik a pormintán kapott értékkel. Ugyanezen modell alapján számolva, a  $^{63}\text{Cu}$  izotóp spektrumában a  $\Theta = 45^\circ$ -nál mért érték alapján meghatározott  $0,5 \pm 0,2 \text{ Oe}^2$  többletmomentum is azonos a B-jelű pormintákon kapottal.

Kevert texturákon a MMR-jel paramétereinek a számítását legegyszerűbben úgy végezhetjük el, hogy minden textura típust, ami a kevert texturában előfordul, megfelelő orientációjú egykristállyal helyettesítünk, és megadjuk a típus  $p_i$  előfor-



6,6. ábra:  $^{63}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentuma és a derivált jel csúctól csúcsig mért,  $D_0$  amplitúdója a  $\Theta$  szög függvényében a B-jelű  $\chi=0^\circ$ -os mintán. A folyamatos  $M_2^{\text{ek}}$  görbét (6,8) a szaggatott  $M_2^{\text{ext}}$  görbéket (6,28) összefüggés alapján számoltuk  $a=5^\circ$ ,  $10^\circ$  és  $30^\circ$  esetén. A  $\square$  jelek a mért második momentumok



dulási valószínűségét (természetesen  $\sum_i p_i = 1$ ). Egykristály közelítésben a kevert textúra második momentuma (6,6) és (6,7) alapján:

$$M_2^{kt} = A \{ B - \sum_i p_i [\sin^4 \vartheta_i (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) + \cos^4 \vartheta_i] \}. \quad (6.29)$$

Pontos számolásnál az egyes textúra típusok I, ill. II. típusú szórását is figyelembe kell venni. (A megfelelő összefüggések (6,29) és (6,11) alapján könnyen felírhatók.)

Összesen három, két texturából álló kevert texturára végeztünk számítást egykristály közelítésben. Ezek a texturák a kockatextúra mellett, második komponensként  $\{110\} \langle 001 \rangle$ ;  $\{110\} \langle \bar{1}12 \rangle$ ;  $\{112\} \langle 111 \rangle$  texturát tartalmaztak. Mindhárom esetben, kb. 50% második összetevő esetén magyarázható a  $\Theta = 0^\circ$ -on mért második momentum, azonban más szögeknél már eltérést kapunk attól a képtől, amit az eddigi (A-jelű fólia és por, B-jelű por) eredmények alapján kialakítottunk. Az eltérés az  $\{110\} \langle 001 \rangle$  textúra esetén a legnagyobb, és ezt a lehetőséget a  $\kappa = 90^\circ$ -os mintán kapott eredmények is kizárják. Ugyanis kevert texturára a  $\kappa = 0^\circ$ -os és  $\kappa = 90^\circ$  minták nem feltétlenül ekvivalensek. A kapott eredmények alapján valószínű, hogy a fóliák texturája kockatextúra,  $\sim 30^\circ$ -os II. típusú szórással.

A többi paraméter kiértékelése már nem ad újabb információt.

#### d) Irodalmi és saját mérési eredmények összehasonlítása

Kevés helyet szentelünk az eredmények összehasonlításának, részben mert az 5. fejezet táblázatai önmagukért beszélnek, részben pedig azért, mert eredményeinket nincs mivel összehasonlítani.

Az A- és B-jelű minták MMR jelének vonalszélességei jól egyeznek az irodalmi eredményekkel; figyelembe véve, hogy mérési eredményét senki sem korrigálta a véges modulációs amplitúdó miatt fellépő kiszélesedésre, teát az irodalmi  $h_1'$  adatok az általunk mért  $h_1'$  és a korrigált  $h_1$  közé esnek (általában kisebb mod. amplitúdókat használtak, mint mi). Pormintákon a  $^{63}\text{Cu}$  izotópra vonatkozó második momentumok szórása nagy ( $1,3 \text{ Oe}^2$ ) az irodalomban, ami valószínűleg a szennyezéseknek tulajdonítható. Az A-jelű pormintákra vonatkozó méréseink Gutowsky [1,27] és Sagalyn [1,22] eredményeivel egyeznek meg. Ugyanakkor a  $^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentuma eltér a Gutowsky által meghatározott értéktől, más eredmény az irodalomban nincs. A B-jelű pormintákon mért második momentumok kisebbek az irodalomban találhatóknál, csak Faulkner [1,18] eredménye hasonló hozzá.

Az A-típusú fóliamintákon mért eredményeinket Sagalyn [1,22] vastag egykristályon kapott eredményeivel hasonlítjuk össze. Az eredmények egyeznek, de ez nem is csoda, mert az általuk megadott mérési hiba (második momentumban) több mint  $\pm 10\%$ .

A negyedik momentumra vonatkozó eredményt csak Pavlovskaja [5,10] közöl:  $152 \text{ Oe}^4$ , ez az érték sokkal nagyobb, mint az A-jelű fóliákban kapott maximális negyedik momentum ( $\kappa = 45^\circ$ -os minta,  $\Theta = 60^\circ$ ):  $117 \pm 4 \text{ Oe}^4$ , valamint a B-jelű pormintán mért  $90 \pm 5 \text{ Oe}^2$  érték. A  $k$  alakfaktor szerinte 3,05, a mi eredményeink szerint  $(2,5 \dots 2,7) \pm 0,1$  között változik. Eredményei inkább a korrigálatlan eredményeinkhez hasonlítanak, bár szerinte, méréseinél korrekcióra nem volt szükség.



C) *A többletmomentumról*

A 6.2. táblában összefoglaltuk az A-jelű por- és fóliamintákon, valamint a B-jelű pormintákon kapott, a  $\Delta M_2 = M_2^{\text{his}} - M_2^{\text{elm}}$  (dip.-dip.) összefüggés alapján meghatározott többletmomentum értékét. A táblázat alapján: a többletmomentum függ a szennyezettségtől. Az A- és B-jelű mintákon mért többletmomentum különbség jóval nagyobb a mérési hibánál. Ezt az effektust a nem köbös környezetben levő atommagok okozzák; nagysága független a térerősségtől és a hőmérséklettől, a  $^{63}\text{Cu}$  izotóp spektrumában valamivel több járulékot ad, mint a  $^{65}\text{Cu}$  izotópéban (2. D) fejezet). Mérési eredményeink szerint a kvadrupól effektus lényeges változást a görbék farokrészén okoz.

A 2. E) fejezetben megemlékeztünk a rövid spin-rács relaxációs idő okozta kiszélesedésről. Felhasználva a Redfield [1,26] által meghatározott relaxációs idő értéket,  $T_1 = (3 \pm 0,6)$  msec, valamint a (2,61) összefüggést, és a MMR jelek kísérleti leolvashatósági határát,  $\Delta$ -ra a következő érték adódik:

$$\Delta = 0,12 \pm 0,03 \text{ Oe}^2,$$

feltehetően mindkét izotópra azonos, bár  $T_1$  relaxációs időmérést szobahőmérsékleten nem végeztek a  $^{65}\text{Cu}$  izotópra vonatkozóan, de a Knight eltolódás azonosságából közelítőleg arra lehet következtetni. Bizonyosnak látszik, hogy ez az effektus nem okozhatja a mérési hiba nagyságrendjébe eső, de az összes mintán megfigyelt, a  $^{63}\text{Cu}$  izotópéhoz viszonyított többletet a  $^{65}\text{Cu}$  izotóp spektrumában. Nagyságára való tekintettel az effektust nyugodtan figyelmen kívül hagyhatjuk, Gutowsky egy pontatlan relaxációs idő mérés miatt tulajdonított neki nagyobb jelentőséget a ténylegesnél.

Szándékosan hagytuk a végére a magok között fellépő pszeudo-kicserélődési kölcsönhatás járulékának a kiszámítását. A réz MMR spektrumának vonalszéleségében játszott szerepére Redfield hívta fel a figyelmet [1,26], és meg is becsülte a kicserélődési állandó értékét. Nézzük meg, milyen szerepet játszik a második momentumokban. Bloembergen és Rowland [2,7] eredményeit felhasználva; (2,59) és (2,60) alapján kapjuk a pszeudo-kicserélődési kölcsönhatás járulékát a második momentumhoz: a  $^{63}\text{Cu}$  izotópéhoz;

$$\Delta M_2(63) = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{J}^{65}(\mathcal{J}^{65} + 1)}{(\gamma_m^{65}/2\pi)^2} 0,3091 \sum_{j'} \frac{A_{ij'}^2}{h^2}, \quad (6,30)$$

és a  $^{65}\text{Cu}$  izotópéhoz;

$$\Delta M_2(65) = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{J}^{63}(\mathcal{J}^{63} + 1)}{(\gamma_m^{65}/2\pi)^2} 0,6909 \sum_{j'} \frac{A_{ij'}^2}{h^2} \quad (6,31)$$

ahol a  $j$  összegző index most már minden rácshelyen végigmegy; a szumma előtt szereplő számok a nemrezonáns izotóp előfordulási valószínűségével egyenlők. Behelyettesítve a giromágneses faktorok és a magspinek értékét, azt kapjuk, hogy  $\Delta M_2(65)$  1,95-ször nagyobb mint  $\Delta M_2(63)$ , tehát a pszeudo-kicserélődés közel kétszer akkora járulékot ad a  $^{65}\text{Cu}$  izotóp MMR jelének második momentumához, mint a  $^{63}\text{Cu}$  izotópéhoz, ami elsősorban az izotópok előfordulási valószínűségének különbségéből származik. Az  $A_{ij'}$  állandó értéke (6,30)-ban és (6,31)-ben ugyanaz.



$A_{ij'}$  meghatározásával többféleképpen próbálkozhatunk:

1. A Knight eltolódásra vonatkozó (2,46) összefüggésben bevezetve a  $\xi$  és  $|\psi_s(0)|^2$  mennyiségeket, az  $\langle |u(0)|^2 \rangle_F$  elektronsűrűséget a szabad atom  $s$ -elektron sűrűségére, ill. (2,56) alapján a hiperfinom felhasadásra vezettük vissza. A Knight eltolódás és a  $\chi_e^s$  kísérleti eredményeinek alapján [5,4],  $\xi = 0,53$  adódik. A két izotóp hiperfinom felhasadásában mutatkozó  $\sim 7\%$  különbséget [6,2] a továbbiakban elhanyagoljuk. Az eljárás főhibája az  $R_s$  állandóval kapcsolatban említett problémán kívül az, hogy nincs közvetlen  $\chi_e^s$  mérési eredmény, ezért ezt a becslésünket a legpontosabbnak tekintjük.

A második momentumokhoz való járulékot minden esetben hat szomszédra számoltuk ki, a 2—6. szomszédok figyelembe vétele mintegy 20% többletet ad az első szomszédok járulékához. A pszeudo-kicserélődési állandó számolásánál az [5,8] és [6,3]-ban megadott és közismert, alábbi értékeket használtuk fel:

$$E_F = 1,1 \cdot 10^{-11} \text{ erg}; k_F = 1,36 \cdot 10^8 \text{ cm}^{-1}; v_{ai} \approx v_{aj'} = 0,190 \text{ cm}^{-1};$$

$$\Omega = 1,1769 \cdot 10^{-23} \text{ cm}^3; \text{ valamint [3,5] alapján}$$

$$m^* = m_e = 9,1083 \cdot 10^{-28} \text{ g.}$$

Az első szomszédok között a pszeudo-kicserélődési állandó ekkor:

$$\frac{A_{ij'}}{h} \approx 40 \text{ c/s,}$$

és  $\Delta M_2(65) = 0,014 \text{ Oe}^2$ ;  $\Delta M_2(63) = 0,007 \text{ Oe}^2$ . Ekkora járulék nem mutatható ki.

2. Redfield [1,26] a  $T_1$  spin-rács relaxációs idő mért értékét használta fel az elektronsűrűség meghatározásához hasonlóan mint ahogy azt a Knight eltolódásnál tettük. (Az eljárás akkor jogos, ha a magspin-rács relaxációban csak az  $s$ -átlapotú vezetési elektronok vesznek részt, és más relaxációs mechanizmus nincs. Ezt nem tekinthetjük bizonyítottnak, és általában bonyolultabb összefüggés áll fenn a spin-rács relaxációra, mint amit Redfield feltételezett.) Az így kapott értékek

$$\frac{A_{ij'}}{h} = 140 \text{ c/s}; \Delta M_2(65) = 0,18 \text{ Oe}^2; \Delta M_2(63) = 0,09 \text{ Oe}^2.$$

Megjegyezzük, hogy ugyanezen numerikus értékek adódnak, ha (2,58)-ba  $\xi = 1$  értéket helyettesítünk (a többi érték azonos 1.-ben felírttal).

3. Redfield szerint a vonalszélességek nem magyarázhatók a 2.-ben említett 140 c/s-os értékkel; a magyarázathoz ennek a háromszorosa kell. Az első szomszédok között ható  $\frac{A_{ij'}}{h} = 420 \text{ c/s}$  értékű pszeudo-kicserélődés esetén, a második momentumokhoz való járulék

$$\Delta M_2(65) = 1,6 \text{ Oe}^2; \Delta M_2(63) = 0,8 \text{ Oe}^2.$$

A momentum mérések alapján ezt az értéket kizártnak kell tekintenünk, mert bár az egyes momentumok nagyságának meghatározásával eleve nem tudhatjuk, hogy a zajszintnél abbahagyott jel-leolvasás következtében mekkora hibát követünk el, a két többletmomentum különbsége jó közelítéssel mentes ettől a hibától. Az általunk meghatározott különbség 0,8 Oe<sup>2</sup>-nél sokkal kisebb (lásd 6,2. táblázat).



4. Kiszámoltuk a szisztematikusnak látszó, de a mérési hiba nagyságrendjébe eső többletmomentum különbség értelmezéséhez szükséges pszeudo-kicserélődési állandót. A  $0,2 \text{ Oe}^2$  többletmomentum különbségből kapott érték az első szomszédokra

$$\frac{A_{ij'}}{h} \sim 200 \text{ c/s.}$$

Tekintettel arra, hogy az összes mérésünk szisztematikusan ugyanezt az értéket adta, az állandó becsült statisztikus hibája  $\sim \pm 50 \text{ c/s.}$

Méréseink alapján csak valószínűsíteni lehet a pszeudokicserélődési kölcsönhatásnak a második momentumhoz való hozzájárulását.

## 7. Következtetések

Eredményeinket összefoglalva, meg kell állapítanunk, hogy a kitüntetett orientációval rendelkező fóliák anyagmintaként való felhasználása az MMR spektroszkópiában beváltotta a hozzáfűzött reményeket. Az A-jelű,  $\{100\}$   $\langle 001 \rangle$  texturájú rézfóliák vizsgálata alapján új eredményeket kaptunk. Meghatároztuk a MMR jel második és negyedik momentumát mindkét rézizotópra különböző kristálytani irányokban. A MMR jel második momentumának szögfüggését a Van Vleck elmélet mindkét rézizotóp esetén jól írja le, a második momentumok abszolút értéke azonban nagyobb mint a csak dipól-dipól kölcsönhatás alapján számolható elméleti érték. A többletmomentum izotróp, és értéke ugyanaz mint az azonos tisztaságú pormintán mért érték. A többletmomentum nagysága függ az anyagminta szennyezettségétől, a tisztább Johnson—Matthey pormintákon lényegesen kisebb.

A többletmomentum a két rézizotóp esetén kismértékben különböző, az eltérés szisztematikusnak látszik, bár a mérési hiba nagyságrendjébe esik. Ebből a „valószínű” értékből meghatároztuk a pszeudo-kicserélődés (Ruderman—Kittel kölcsönhatás) állandójának felső határát, ami lényegesen kisebbnek adódott, mint a vonalszélesség értelmezéséhez — Redfield szerint — szükséges érték. A kicserélődési állandó pontos értékének meghatározásához pontosabb momentum mérésekre lenne szükség. Az állandót a két izotópra vonatkozó  $\Delta M_2(^{65}\text{Cu}) - \Delta M_2(^{63}\text{Cu})$  többletmomentum különbség alapján kell kiszámolni, mert ez a különbség jó közelítéssel mentes a momentum módszer hibájától.

Az izotópok rezonancia jeleinek a — közvetlenül mért — Knight eltolódása a hibahatáron belül azonos értékű, és független a kristálytani iránytól, tehát a nem-s-állapotú vezetési elektronok nem járulnak hozzá a réz Knight eltolódásához.

A B-jelű fóliákon kapott eredmények alapján, a MMR módszer texturák vizsgálatára is alkalmazható. A texturák MMR spektrumainak számolására felírt összefüggések általánosításra alkalmasak.

## Köszönetnyilvánítás

Mindenekelőtt Pál Lénárdnak, a KFKI első igazgatóhelyettesének és Nagy Elemér professzornak kell köszönetet mondanom a MMR módszer hazai szilárdtestfizikai alkalmazásának gondolatáért, a munkámban nyújtott erkölcsi támogatásért, és néhány diszkusszióért.



*Erőné Gécs Máriának* az első útbaigazításokat köszönöm meg. *Hargitai Csaba* tudományos munkatársat elméleti problémák megvilágításáért, tanácsaiért és a kézirat átolvasásáért, *Lőcs Gyula* tudományos munkatársat a számológép programozásáért, *Kelen Tiborné* tudományos munkatársat a spektrálanalízisért, *Balla János* tudományos munkatársat és csoportját a gázáramlásos hőmérsékletszabályozó tervezéséért és kivitelezéséért, *Antonighel Tibort* a mérőfejek kivitelezéséért és a „sandwich”-minták preparálásáért illeti köszönet.

Az anyagmintákat a Szilárdtestfizikai Laboratórium Technológia Csoportja készítette. A gondos munkáért *Konczos Géza* tudományos munkatársnak és az egész csoportnak köszönetet mondok.

Külön köszönöm a Magrezonancia Csoport tagjainak lelkiismeretes munkájukat, ami nélkül ezek az eredmények nem születhettek volna meg:

*Tóth Ferenc* tudományos munkatárs tervezte a spektrométer összes itthon készült elektronikus egységét, azok kivitelezését és bemérését, résztvett a mérésekben.

*Bánki Péter* technikus jelentős segítséget nyújtott a mérésekben és a numerikus kiértékelésben.

*Pretz József* és *Kovács Károly* technikusok építették a spektrométer elektronikus egységeit.

*Grüner György* V. évf. fiz. hallgató néhány numerikus számolást végzett el.

## IRODALOM

### 1. fejezet

- [1,1] Bloch F., Hansen W. W., Packard M., Phys. Rev 69, 127, 1946.
- [1,2] Purcell E. M., Torrey H. C., Pound R. V., Phys. Rev. 69, 37, 1946.
- [1,3] Abragam A., The Principles of Nuclear Magnetism, Oxford Clarendon Press, 1961.
- [1,4] Slichter C. P., Principles of Magnetic Resonance, Harper and Row. 1963.
- [1,5] Andrew E. R., Nuclear Magnetic Resonance, Cambridge, 1955.
- [1,6] Rowland T. J., Nuclear Magnetic Resonance in Metals, Progress in Materials Science 9, 1, 1961.
- [1,7] Pake G. E., Nuclear Magnetic Resonance, Solid State Physics 2, 1, 1956.
- [1,8] Cohen M. H., Reif F., Quadrupole Effects in Nuclear Magnetic Resonance Studies of Solids, Solid State Physics 5. 321, 1957.
- [1,9] Pople J. A., Schneider W. G., Bernstein H. J., High Resolution Nuclear Magnetic Resonance, McGraw-Hill, 1959.
- [1,10] Roberts J. D., Nuclear Magnetic Resonance, McGraw-Hill, 1959.
- [1,11] Jackman L. M., Application of NMR Spectroscopy in Organic Chemistry, Pergamon Press. 1959.
- [1,12] NMR an EPR Spectroscopy (Cikkgyűjtemény) Pergamon Press 1960.
- [1,13] Novobátzky K., Neugebauer T., Elektrodinamika és optika. Tankönyvkiadó. 1952.
- [1,14] Bloembergen N., J. Appl. Phys., 23, 1383, 1952.
- [1,15] Chapman A. C., Rhodes P., Seymour E. F. W., Proc. Phys. Soc. B 70, 345, 1957.
- [1,16] Redfield A. G., Phys. Rev. 101, 67, 1956.
- [1,16] Шегольев И. Ф., Ж. Э. III. Ф., 40, 1289, 1961;
- [1,16] Jones E. P., Williams D. L., Phys. Lett., 1, 109, 1962.
- [1,17] Hatton J., Rollin B. V., Proc. Roy. Soc. A199, 222, 1949.
- [1,18] Faulkner E. A., Phys. Mag., 5, 843, 1962.
- [1,19] Shone H. E., Phys. Rev. Letters, 13, 12, 1963.
- [1,20] Shone H. E., Bull. Am. Phys. Soc., 8, 952, 1963.
- [1,21] Jones E. P., Williams D. L., Phys. Letters, 1, 109, 1962.
- [1,22] Sagalyn P. L., Hofmann J. A., Phys. Rev. 127, 68, 1962.
- [1,23] Faulkner E. A., Nature, 183, 1043, 1959.
- [1,24] Hohn J. F., Phys. Rev. 124, 1368, 1961.
- [1,24] Troup G., Phys. Letters, 2, 9, 1962.



- [1,25] *Tompa K., Tóth F.*, KFKI Közlemények *11*, 215, 1963.  
*Tompa K., Tóth F.*, Phys. Stat. Solidi *3*, 2051, 1963.  
*Tompa K., Tóth F.*, Phys. Stat. Solidi *7*, 547, 1964.  
*Tolnay L.*, Diplomamunka, KFKI Szilárdtestfizikai Laboratórium, 1964.  
*Imhof J.*, Diplomamunka, KFKI Szilárdtestfizikai Laboratórium, 1965.  
*Tompa K.*, KFKI Közl., megjelenés alatt.  
*Tompa K.*, Phys. Stat. Solidi, megjelenés alatt.
- [1,26] *Redfield A.*, Phys. Rev. *98*, 1787, 1955.
- [1,27] *Gutowsky H. S., Mc Garvey B. R.*, J. Chem. Phys. *20*, 1472, 1952.

## 2. fejezet

- [2,1] *Van Vleck J. H.*, Phys. Rev., *74*, 1168, 1948.
- [2,2] *Lösche A.*, Kerninduktion
- [2,3] *Fermi E.*, Z. Physik, *60*, 320, 1930.
- [2,4] *Rado G. T., Suhl H.*, Magnetism II/A. Academic Press, New York, 1965.
- [2,5] *Cohen M. H., Goodings D. A., Heine V.*, Proc. Phys. Soc., *73*, 811, 1959.
- [2,6] *Hahn E. L., Maxwell D. E.*, Phys. Rev., *107*, 1070, 1952.  
*Gutowsky H. S., Mc Call D. W., Slichter C. P.*, J. Chem. Phys., *21*, 279, 1953.  
*Ramsey N. F., Purcell E. M.*, Phys. Rev. *85*, 143, 1952.  
*Ramsey N. F.*, Phys. Rev., *91*, 303, 1953.
- [2,7] *Ruderman M. A., Kittel C.*, Phys. Rev. *96*, 99, 1954.  
*Bloembergen N., Rowland T. J.*, Phys. Rev., *97*, 1679, 1955.  
*Yosida K.*, Phys. Rev., *106*, 893, 1957.
- [2,8] *Cohen M. H., Reif F.*, Solid State Physics, *5*, 321, 1957.
- [2,9] *Das T. P., Hahn E. L.*, Solid State Physics, 1. Supplement
- [2,10] *Bloembergen N.*, Nuclear Magnetic Relaxation, Martinus Nijhoff 1948.

## 3. fejezet

- [3,1] *Tompa K., Tóth F.*, Magy. Fiz. Folyóirat, *11*, 177, 1963.
- [3,2] *Tompa K., Tóth F.*, KFKI Közl., *11*, 215, 1963.
- [3,3] *Balla J., Tompa K., Tóth F.*, Mérés és automatika, megjelenés alatt.

## 4. fejezet

- [4,1] *Imhof J.* Diplomamunka, KFKI Szilárdtestfizikai Laboratórium, 1965.
- [4,2] *Ming Kao Yan*, J. of Metals, *1*, 59, 1949.  
*Gruhl W., Gumper J.*, Metall *8*, 830, 1954.  
*Barrett C. S.*, Structure of Metals. Mc Graw Hill. 1953.  
*Verő J.*, Általános Metallográfia, Akad. Kiadó, Budapest.
- [4,3] *Szabó P.*, Magánközlemény.

## 5. fejezet

- [5,1] *Smith G. W.*, J. Appl. Phys., *35*, 1217, 1964.
- [5,2] *Andrew E. R.*, Phys. Rev., *91*, 425, 1953.
- [5,3] *Halbach K.*, Phys. Rev., *119*, 1230, 1960.
- [5,4] *Knight W. D.*, Solid State Phys., *2*, 93, 1956.
- [5,5] *Benedek G. B., Kushida T.*, J. Phys. Chem. Solids, *5*, 241, 1948.
- [5,6] *Kobayashi S., Asayama K., Itoh J.*, J. Phys. Soc. Japan, *18*, 735, 1963.
- [5,7] *Owen J., Browne M., Knight W. D., Kittel C.*, Phys. Rev., *102*, 1501, 1956.
- [5,8] *Чарпан А. С., Сеймур Е. Ф. В.*, Proc. Phys. Soc., *2*, 797, 1958.
- [5,9] *Павловская В. С., Старк Ю.*, Физ. Творд. Тела, *4*, 285, 1962.

## 6. fejezet

- [6,1] *Budó Á.*, Mechanika, Tankönyvkiadó, Budapest 1951.
- [6,2] *Landolt—Börnstein*, 5. kötet 18. old., Springer-Verlag. 1952.
- [6,3] *Behringer R. E.*, J. Phys. Chem. Solids *2*, 209, 1957.







# A KLASSZIKUS MECHANIKA ÁLTALÁNOS ELVEI A VÁLTOZÓ TÖMEGŰ PONTRENDSZEREK KÖRÉBEN

NÉMEDI ISTVÁN

Jókai Mór gimnázium, Komárom

## I. rész

Ismeretes, hogy a rakétadinamika a változó tömegű pont dinamikájának speciális eseteként fogható fel. Így ha változó tömegű testre hivatkozunk, leggyakrabban a rakétákat szoktuk példaképpen felhozni. Változó tömegű testekkel ennél jóval gyakrabban találkozunk. Tekintsünk először a természetből ilyen testeket. A témakör fejlődését is nagyban elősegítették az ezirányú vizsgálatok. A Hold szekuláris gyorsulását pl. egyes kutatók a tömegváltozásra igyekeztek visszavezetni. A Hold tömege és a Föld tömege is növekszik a becsapódó meteorok és a kozmikus por hatására. Ezen tömegváltozás hosszabb időn át jelentős lehet. A Nap és a csillagok tömege állandóan csökken az anyagkidobás következtében. Az üstökösök szintén változó tömegű testek, amely tömegváltozás befolyásolja mozgásukat is. Ismeretes, hogy egyes üstökösök spirális pályán mozognak, amelyet a tömegcsökkenéssel tudunk magyarázni. Így tehát beszélhetünk változó tömegű pontrendszerekről az égitestek körében is, melyek szabadmozgást végeznek. Hivatkozhatunk változó tömegű testekre az ember alkotta eszközök körében is. A felfelé emelkedő és meghatározott magasságokban ballasztot kidobó léggömb tipikus példája a diszkrét tömegváltozásnak. Amennyiben a léggömb kötéllel rögzített és a kötélt tömege is jelentős, úgy felfelé emelkedve tömege folytonosan növekszik. A gázszelep kinyitásakor tömege csökken. A fonócséve tömege a fonál rácsavarodásakor növekszik, ellenkező esetben pedig csökken. Valamely asztalról lecsúszó lánc tömege szintén növekszik. Ha ezen lánc viszont az asztal lapjával párhuzamos padlóra ér és ott feltekeredik, úgy a mozgórész tömege csökken. Így a kétféle tömegváltozás eredményeként a tömeg állandó marad. Ugyanígy állandónak tekinthető a sugárhajtású repülőgép tömege is az állandó levegőbeszívás és gázkidobás következtében. Egyéb példákat is felhozhatnánk, amelyek mind azt bizonyítják, hogy a változó tömegű test nem elszigetelt jelenség.

### *A tömegváltozás*

Egy test tömege kétféle hatás alapján változhat, kaptáció és kidobás következtében. Jelen esetben olyan problémákat vizsgálunk, ahol mindkét hatás fennáll egyszerre. A tömegváltozás az előzők alapján lehet diszkrét vagy folytonos. Elég ha az utóbbi gyakrabban előforduló esetet vizsgáljuk. Általános esetben a tömeg a következő alakú függvénynek adható meg:

$$m_i = f(x_i; \dot{x}_i; s; t). \quad (1)$$

A sebességtől való függés itt természetesen nemrelativisztikus értelemben értendő.



A következőkben szorítkozunk azon esetre, amikor a tömeg explicite csak az idő függvénye, vagyis

$$m_i = f(t). \quad (2)$$

A rakéta jó közelítéssel úgy jellemezhető, hogy  $m$  az időnek lineáris függvénye és így  $\frac{dm}{dt} = \text{const.}$

A folytonos tömegváltozás kétféleképpen játszódhat le:

1. Mozgásmennyiség cserével.

Ekkor belső, úgynevezett járulékos erők lépnek fel.

2. Mozgásmennyiség csere nélkül.

Ilyenkor a kaptált és kidobott tömegek relatív sebessége nulla. Megjegyezhetjük, hogy a mechanika mozgásegyenletei jelen esetben teljesen azonos alakúak a már ismert egyenletekkel, azzal a különbséggel, hogy most  $m \neq \text{const.}$

A továbbiakban az első esetet vizsgáljuk meg, figyelembe véve, hogy szabad és kényszermozgás egyaránt lehetséges.

#### *A változó tömegű pontrendszerek Newton-féle mozgásegyenletei*

Ezen egyenletek meghatározásánál Mescserszkij gondolatmenetét használhatjuk fel. [1] A vizsgált tömegpontok derékszögű koordinátái valamely inerciarendszerben legyenek  $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{3n}$ . A kaptált és kilökött tömegpontoké pedig  $\xi_1; \xi_2; \xi_3; \dots; \xi_{3n}$  és  $\eta_1; \eta_2; \eta_3; \dots; \eta_{3n}$ . Az  $i$ -edik tömegpont pillanatnyi tömege legyen  $m_i$ , amely a következőképpen fejezhető ki:  $m_i = m_{i0} + m_{i1} + m_{i2}$  ahol  $m_{i0}$  az induló tömeg,  $m_{i1}$  a kaptált  $m_{i2}$  pedig a leváló tömeg valamely időközben. A belső erőkről tegyük fel, hogy centrális erők és ezekben a járulékos erők nem lépnek fel. Így a Newton-féle mozgásegyenletek szabadmozgás esetén a következő formában írhatók:

$$\sum_{i=1}^{3n} m_i \ddot{x}_i = \sum_{i=1}^{3n} (X_i + X'_i), \quad (3)$$

ahol  $X_i$  a szabaderők derékszögű komponense,  $X'_i$  pedig a tömegváltozás következtében fellépő járulékos erők komponense, amely a következőképpen fejezhető ki:

$$X'_i = \frac{dm_{i1}}{dt} (\dot{\xi}_i - \dot{x}_i) + \frac{dm_{i2}}{dt} (\dot{\eta}_i - \dot{x}_i), \quad (4)$$

A (3) egyenletben természetesen  $m_1 \rightarrow m_1 = m_2 = m_3; \dots; m_n \rightarrow m_{3n-2} = m_{3n-1} = m_{3n}$  és  $\frac{dm_{i2}}{dt} < 0; \frac{dm_{i1}}{dt} > 0$  értendő. Kényszermozgás esetén a mozgásegyenletek

$$\sum_{i=1}^{3n} m_i \ddot{x}_i = \sum_{i=1}^{3n} (X_i + X'_i + X''_i) \quad (5)$$

alakban írhatók fel, ahol  $X''_i$  a fellépő kényszererők komponensei. Láthatjuk, hogy (3) és (5) azonos alakúak az állandó tömegű pontrendszerek mozgásegyenleteivel azzal a különbséggel, hogy az ismert erőkn kívül fellépnek a járulékos erők is.



*A Hamilton elv*

Hamilton elvéhez, a d'Alembert elv alapján juthatunk el, amely jelen esetben a következő:

$$\sum_{i=1}^{3n} [m_i \ddot{x}_i - (X_i + X'_i)] \delta x_i = 0. \quad (6)$$

A variálás módja legyen most is

$$\delta t = 0; \quad \delta x_i(t_0) = \delta x_i(t_1) = 0. \quad (7)$$

Az időt és a végpontokat tehát nem variáljuk. A d'Alembert elv átalakításához a következő összefüggést használhatjuk fel:

$$m_i \ddot{x}_i \delta x_i = \frac{d}{dt} (m_i \dot{x}_i \delta x_i) - \frac{dm_i}{dt} \dot{x}_i \delta x_i - \delta \left( \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 \right). \quad (8)$$

Itt figyelembe vettük, hogy  $\delta m_i = \frac{\partial m_i}{\partial t} \delta t = 0$ . A (8) összefüggést helyettesítsük (6)-ba, figyelembe véve a  $\frac{dm_i}{dt} = \frac{dm_{i1}}{dt} + \frac{dm_{i2}}{dt}$  összefüggést. Így a

$$\sum_{i=1}^{3n} \left[ \delta \left( \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 \right) + \left( X_i + \frac{dm_{i1}}{dt} \dot{\xi}_i + \frac{dm_{i2}}{dt} \dot{\eta}_i \right) \delta x_i \right] = \sum_{i=1}^{3n} \frac{d}{dt} (m_i \dot{x}_i \delta x_i) \quad (9)$$

egyenlet adódik.

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\delta \sum_{i=1}^{3n} \frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 = \delta T; \quad \sum_{i=1}^{3n} \left( X_i + \frac{dm_{i1}}{dt} \dot{\xi}_i + \frac{dm_{i2}}{dt} \dot{\eta}_i \right) \delta x_i = \delta A, \quad (10)$$

ahol  $\delta T$  a kinetikus energia variációja,  $\delta A'$  pedig a szabad és a  $\frac{dm_{i1}}{dt} \dot{\xi}_i$ ;  $\frac{dm_{i2}}{dt} \dot{\eta}_i$  járulékos erők virtuális munkája. A (9) egyenlet mindkét oldalát integrálva és figyelembe véve a (7) határfeltételeket, a következőt kapjuk:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta A) dt = 0. \quad (11)$$

Ez nem más mint az általánosított Hamilton elv változó tömegű pontrendszerek esetében. Látható, hogy formailag ez is azonos alakú az állandó tömegű pontrendszerek esetén ismert elvvel. Befejezésül határozzuk meg a (11)-hez mint variációs elvhez tartozó Lagrange-féle egyenleteket. Jelen esetben  $\delta T = \sum_{i=1}^{3n} m_i \dot{x}_i \delta \dot{x}_i$ , ezen, valamint a  $\delta A'$ -ra kapott kifejezést figyelembe véve (11) így módosul:

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{3n} \left[ m_i \dot{x}_i \delta \dot{x}_i + \left( X_i + \frac{dm_{i1}}{dt} \dot{\xi}_i + \frac{dm_{i2}}{dt} \dot{\eta}_i \right) \delta x_i \right] dt = 0. \quad (12)$$



Az első tag parciális integrálással tovább alakítható:

$$\int_{t_0}^{t_1} m_i \dot{x}_i \delta \dot{x}_i dt = [m_i \dot{x}_i \delta x_i]_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} (m_i \dot{x}_i) \delta x_i dt, \quad (13)$$

a (7) határfeltételek alapján az első tag nulla, így

$$\int_{t_0}^{t_1} m_i \dot{x}_i \delta \dot{x}_i dt = - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} (m_i \dot{x}_i) \delta x_i dt = - \int_{t_0}^{t_1} \left( \frac{dm_{i1}}{dt} \dot{x}_i + \frac{dm_{i2}}{dt} \dot{x}_i + m_i \ddot{x}_i \right) \delta x_i dt. \quad (14)$$

Ezen kifejezés alapján (12) így módosul:

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^{3n} \left[ -m_i \ddot{x}_i + X_i + \frac{dm_{i1}}{dt} (\dot{\xi}_i - \dot{x}_i) + \frac{dm_{i2}}{dt} (\dot{\eta}_i - \dot{x}_i) \right] \delta x_i dt = 0. \quad (15)$$

Innen szabadmozgás esetén a (3), kényszermozgás esetén pedig az (5) mozgásegyenlet adódik. Mint érdekességet felvethetjük, hogy a (11) pontban megfogalmazott Hamilton elv és a hozzá tartozó Lagrange-féle egyenletek derékszögű koordináták helyett általános koordinátákkal is kifejezhetők.

## II. rész

A változó tömegű pontrendszer legyen kényszerfeltételeknek alávetve. Tegyük fel, hogy az előírt  $j$  számú ( $j < 3n$ ) kényszerfeltétel holonom, vagyis

$$f_k(x_1, \dots, x_{3n}, t) = 0 \quad (k = 1, \dots, j). \quad (1)$$

Tegyük fel továbbá, hogy a kaptált és a leváló tömegpontok hasonló alakú és számú kényszerfeltételnek tesznek eleget, amelyek

$$f_{1k}(\xi_1, \dots, \xi_{3n}, t) = 0 \quad (k = 1, \dots, j) \quad (2)$$

$$f_{2k}(\eta_1, \dots, \eta_{3n}, t) = 0.$$

A rendszer szabadsági fokainak száma mindegyik esetben  $f$ , ahol

$$f = 3n - j \quad (3)$$

Jelen esetben célszerű bevezetni az általános koordinátákat, mivel ezekkel a kényszerfeltételek kiküszöbölhetők. Ezek, mint ismeretes, olyan  $f$  számú független adatot jelentenek, amelyek a rendszer helyzetét egyértelműen meghatározzák. A vizsgált tömegpontok általános koordinátái legyenek

$$q_1, q_2, \dots, q_f, \quad (4)$$

a kaptált tömegpontoké

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_f, \quad (5)$$

a leváló tömegpontoké pedig

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_f. \quad (6)$$



A Lagrange egyenletekhez legegyszerűbben az általánosított Hamilton-elv alapján juthatunk el, amely

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T + \delta' A) dt = 0. \quad (7)$$

A pontrendszer kinetikus energiája a  $q_r$ ,  $\dot{q}_r$  és a  $t$  függvénye, variációja tehát

$$\delta T = \sum_1^f \left( \frac{\partial T}{\partial q_r} \delta q_r + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \delta \dot{q}_r \right). \quad (8)$$

Amennyiben a pontrendszer állandó tömegű, úgy a virtuális munka:

$$\delta' A = \sum_1^f Q_r \delta q_r, \quad (9)$$

ahol

$$Q_r = \sum_{i=1}^{3n} X_i \frac{\partial x_i}{\partial q_r}. \quad (10)$$

A

$$Q_r = Q_r(q_1, \dots, q_f, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_f, t) \quad (11)$$

mennyiségeket általános erőkomponenseknek hívjuk. A Lagrange-féle másodfajú egyenletek ebben az esetben a következők lesznek:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial T}{\partial q_r} = Q_r \quad (r = 1, \dots, f). \quad (12)$$

Vizsgáljuk meg, hogy miként módosulnak ezen egyenletek a változó tömegű pontrendszerek körében. A virtuális munka derékszögű koordinátákkal kifejezve I/10 szerint a következő:

$$\delta' A = \sum_{i=1}^{3n} \left( \frac{dm_{i1}}{dt} \dot{\xi}_i + \frac{dm_{i2}}{dt} \dot{\eta}_i + X_i \right) \delta x_i. \quad (13)$$

A derékszögű koordináták az általános koordináták és az idő függvényei:

$$\begin{aligned} x_i &= x_i(q_1, \dots, q_f, t), \\ \xi_i &= \xi_i(\alpha_1, \dots, \alpha_f, t), \\ \eta_i &= \eta_i(\beta_1, \dots, \beta_f, t). \end{aligned} \quad (14)$$

Ezek alapján:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_i &= \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_1} \dot{\alpha}_1 + \dots + \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_f} \dot{\alpha}_f + \frac{\partial \xi_i}{\partial t}, \\ \dot{\eta}_i &= \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_1} \dot{\beta}_1 + \dots + \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_f} \dot{\beta}_f + \frac{\partial \eta_i}{\partial t}, \\ \delta x_i &= \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \dots + \frac{\partial x_i}{\partial q_f} \delta q_f. \end{aligned} \quad (15)$$



Helyettesítsük be ezen kifejezéseket a virtuális munka (13) kifejezésébe, így:

$$\delta' A = \sum_{i=1}^{3n} \left[ \frac{dm_{i1}}{dt} \left( \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_1} \dot{\alpha}_1 + \dots + \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_f} \dot{\alpha}_f + \frac{\partial \xi_i}{\partial t} \right) + \right. \\ \left. + \frac{dm_{i2}}{dt} \left( \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_1} \dot{\beta}_1 + \dots + \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_f} \dot{\beta}_f + \frac{\partial \eta_i}{\partial t} \right) + X_i \right] \left( \frac{\partial x_i}{\partial q_1} \delta q_1 + \dots + \frac{\partial x_i}{\partial q_f} \delta q_f \right). \quad (16)$$

További átalakítással:

$$\delta' A = \sum_1^f Q_{1r} \delta q_r + \dots + \sum_1^f Q_{fr} \delta q_r + \sum_1^f Q_{tr} \delta q_r + \sum_1^f Q_r \delta q_r, \quad (17)$$

ahol

$$Q_{1r} = \sum_{i=1}^{3n} \left( \frac{dm_{i1}}{dt} \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_1} \dot{\alpha}_1 + \frac{dm_{i2}}{dt} \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_1} \dot{\beta}_1 \right) \frac{\partial x_i}{\partial q_r}, \\ \dots \dots \dots \\ Q_{fr} = \sum_{i=1}^{3n} \left( \frac{dm_{i1}}{dt} \frac{\partial \xi_i}{\partial \alpha_f} \dot{\alpha}_f + \frac{dm_{i2}}{dt} \frac{\partial \eta_i}{\partial \beta_f} \dot{\beta}_f \right) \frac{\partial x_i}{\partial q_r}, \quad (18) \\ Q_{tr} = \sum_{i=1}^{3n} \left( \frac{dm_{i1}}{dt} \frac{\partial \xi_i}{\partial t} + \frac{dm_{i2}}{dt} \frac{\partial \eta_i}{\partial t} \right) \frac{\partial x_i}{\partial q_r},$$

$Q_r$  pedig azonos a (10)-ben szereplő kifejezéssel. Vezessük be a következő jelölést:

$$\bar{Q}_r = Q_{1r} + \dots + Q_{fr} + Q_{tr} + Q_r. \quad (19)$$

A virtuális munka ezek után:

$$\delta' A = \sum_1^f \bar{Q}_r \delta q_r, \quad (20)$$

a (8) és a (20) kifejezéseket helyettesítsük (7)-be, így

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_1^f \left( \frac{\partial T}{\partial q_r} \delta q_r + \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \delta \dot{q}_r + \bar{Q}_r \delta q_r \right) dt = 0. \quad (21)$$

A második összeg tagjai a már ismert parciális integrálással átalakíthatók:

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \frac{d}{dt} (\delta q_r) dt = \left[ \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \delta q_r \right]_{t_0}^{t_1} - \int_{t_0}^{t_1} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) \delta q_r dt, \quad (22)$$

ahol a kiintegrált rész a határfeltételek miatt zérus, s így (21) a következőképpen módosul:

$$\int_{t_0}^{t_1} \sum_1^f \left( \frac{\partial T}{\partial q_r} + \bar{Q}_r - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} \right) \delta q_r dt = 0. \quad (23)$$



Innen a  $\delta q_r$ -k tetszőleges volta és a variációs számítás alapelmmája szerint a zárójelben álló tagok zérusok lesznek. A Lagrange egyenletek tehát:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial T}{\partial q_r} = \bar{Q}_r \quad (r = 1, \dots, f), \quad (24)$$

láthatjuk, hogy ezek formailag azonosak a (12) egyenletekkel, azonban  $Q_r$  helyébe a bonyolultabb  $\bar{Q}_r$  kifejezés lép. Állandó tömeg esetén a  $\bar{Q}_r$  tagjai a  $Q_r$  kivételével zérusok és így a (24) egyenletek a (12) egyenletekbe mennek át. Tegyük fel, hogy a szabaderők konzervatív erők, vagyis van olyan  $V = V(x_1, \dots, x_{3n})$  függvény, hogy

$X_i = -\frac{\partial V}{\partial x_i}$ , akkor

$$Q_r = \sum_{i=1}^{3n} X_i \frac{\partial x_i}{\partial q_r} = - \sum_{i=1}^{3n} \frac{\partial V}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial q_r} = - \frac{\partial V(q_1, \dots, q_f, t)}{\partial q_r}. \quad (25)$$

Bevezetve a  $T - V = L$  jelölést a (24) egyenletek a következő alakot öltik:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} - \frac{\partial L}{\partial q_r} = Q_r^*, \quad (26)$$

ahol  $Q_r^* = Q_{1r} + \dots + Q_{fr} + Q_{tr}$ .

#### IRODALOM

- [1] *I. V. Mescszerszkij*: Raboti po mehanike tyel peremnoj masszi. Moszkva—Leningrád. 1949.
- [2] *Nagy Ernő*: Fizikai szemle 1959. évi 4. száma.
- [3] *Nagy Ernő*: Rakétafizika. Egyetemi jegyzet.







# ÖTVÖZETEK ELEKTRONSZERKEZETE\*

DE CHATEL PÉTER

Kísérleti Fizikai Tanszék, ELTE

## TARTALOM

I. Bevezetés .....	
II. Az állapotsűrűség kísérleti meghatározása, a merev sáv modell.....	
III. Az állapotsűrűség elméleti meghatározása, Green függvények .....	
IV. A virtuális kristály közelítés .....	
V. Az átlagos $t$ -mátrix közelítés .....	
VI. Egzakt megoldás híg ötvözetekre .....	
VII. Diskusszió .....	

## I. Bevezetés

Az ötvözetek számos metallurgiai szempontból fontos sajátága csak kis mértékben függ az alkotók kémiai tulajdonságaitól, ehelyett sok esetben a szabad elektronok átlagos koncentrációja bizonyul fontos paraméternek. Erről empirikus törvényszerűségek tanúskodnak, nevezetesen a *Hume—Rothery* szabályok [1], az *Engel* [2] által felismert törvények és a mágneses momentumoknak az ún. *Slater—Pauling* görbével [3] leírt változása.

A makroszkopikus paraméterekre vonatkozó kísérleti eredmények alátámasztják azt a kézenfekvő feltevést, hogy ötvözkor az iontörzset alkotó elektronok állapota csak jelentéktelen mértékben változik, és a tiszta fémek Bloch elektronjai továbbra is a kristály jelentős térfogatára kiterjedő állapotokat töltenek be. Jelen dolgozatban az ötvözetek elektron szerkezete alatt éppen ezen állapotok sajátosságait kívánjuk érteni; az iontörzs állapotok módosulását elhanyagoljuk. Pontosabban csak ezen állapotok energia spektrumával foglalkozunk, vagyis a vezetési állapotok sűrűségét határozzuk meg az energia függvényében. Az  $N(\varepsilon)$  állapotsűrűség definíciója szerint azon energia sajátállapotok száma, amelyek energiája  $\varepsilon$ -nál kisebb:

$\int_0^{\varepsilon} N(\varepsilon') d\varepsilon'$ . Ha ismereteseek a rendszer  $\varepsilon_n$  energia sajátértékei  $N(\varepsilon)$  könnyen megadható:

$$N(\varepsilon) = \sum_n \delta(\varepsilon - \varepsilon_n), \quad (1)$$

ahol az  $n$  szerinti összegezés az összes sajátállapotra kiterjed.

Látni fogjuk, hogy az állapotsűrűség kiszámításához nem feltétlen szükséges az energia sajátállapotokat meghatározni, tehát ilyen értelemben az állapotsűrűség ismerete nem egyenértékű az elektronszerkezet ismeretével. Az ötvözetek elektronállapotai azonban kvázikontinuumot alkotnak bizonyos energiatartományokban (sávokban), ezért a kísérletek számára is csak egyes átlagos tulajdonságok hozzá-

\* Érkezett 1967. május 19-én. Egyetemi doktori értekezés.



férhetők. Sok esetben, mint például a maradékellenállás és mágneses szuszceptibilitás mérésénél a mérési eredmények még az ilyen átlagos paraméterekre sem vezethetők vissza egyértelműen. Az állapotsűrűség egyike az elektron gáz közvetlenül mérhető paramétereinek, és ezért elméleti úton való meghatározása a kísérleti eredmények értelmezése szempontjából fontos feladat.

Jelen dolgozat célja a kísérleti eredmények értelmezésére leggyakrabban alkalmazott merev sáv modell, és az annak helyettesítésére javasolt különböző közelítések kritikai vizsgálata. A következő, II. szakaszban ismertetjük a merev sáv modellt. A III. szakasz a IV. és V. szakaszokban tárgyalt közelítések tárgyalásához szükséges matematikai formalizmust ismerteti. A IV. szakasz a virtuális kristály közelítésben, az V. pedig az átlagos  $t$ -mátrix közelítésben adódó állapotsűrűség levezetését tartalmazza. A VI. szakaszban a híg ötvözetek állapotsűrűségét egzaktul meghatározzuk, és ezen eredmény alapján a VII. szakaszban a különböző közelítések érvényességi határait vizsgáljuk. Rámutatunk, hogy az V. és VI. szakasz eddig ismeretlen eredményei kétséggé teszik az említett közelítések alkalmazhatóságát olyan esetekben, amikor a merev sáv modell nem bizonyul korrektnek.

## II. Az állapotsűrűség kísérleti meghatározása, a merev sáv modell

Ismeretes, hogy az elektronfajhő a

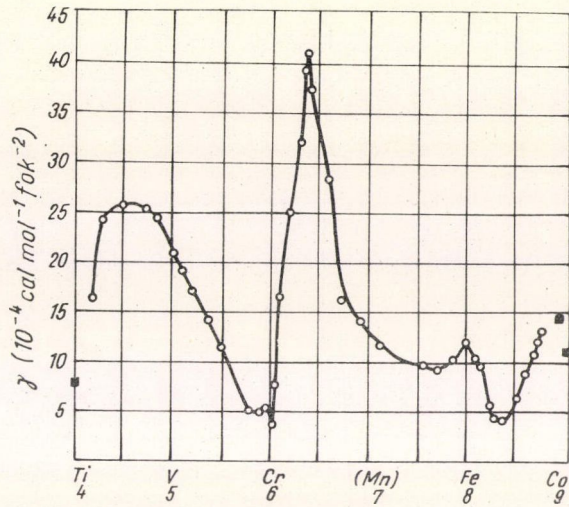
$$C_v = \gamma T = \frac{2}{3} \pi^2 k^2 T N(\eta) \quad (2)$$

összefüggés szerint egyszerű kapcsolatban van az állapotsűrűségnek az  $\eta$  Fermi energiánál felvett értékével [4]. A fémek fajhőjének ez a hőmérséklettől lineárisan függő komponense általában  $10 \text{ K}^\circ$  alatt lényegesen nagyobb, mint a hőmérséklet harmadik hatványával arányos fonon komponens. A kétféle járulék szétválasztása különböző hőmérsékletfüggésük miatt a  $0\text{--}20 \text{ K}^\circ$  tartományban egyértelműen elvégezhető, és  $\gamma$  értéke nagy pontossággal meghatározható. Ha a vezetési elektronok gerjesztésén kívül más lineáris fajhőre vezető gerjesztések (pl. szuperparamágneses részecskék reorientációja [5]) nincsenek jelen, akkor  $\gamma$  egyértelműen meghatározza  $N(\eta)$  értékét.

A fajhőmérés az állapotsűrűség függvény értékét csak egyetlen pontban adja meg. Az  $N(\epsilon)$  függvény menetét csak úgy tudjuk véges energia intervallumra meghatározni, ha a vezetési elektronok számát, és ezáltal a Fermi energia értékét folytonosan változtathatjuk, anélkül, hogy az elektron szerkezetet komoly mértékben befolyásolnánk. Ezt ötvözéssel megkísérelhetjük: ha az atomok bizonyos hányadát az illető fémnél nagyobb ill. kisebb értékű fémme helyettesítjük, az egy atomra jutó vezetési elektronok átlagos száma  $\left(\frac{e}{a}\right)$  növekszik, ill. csökken. Az természetesen semmiképp sincs biztosítva, hogy ezáltal nem változtattuk meg az elektronok energiaspektrumát, de ha az ötvözetet közel azonos kémiai viselkedésű (pl. a periódusos rendszerben szomszédos) atomokból építjük fel, feltételezhetjük, hogy  $\eta$  változtatásával egyazon  $N(\epsilon)$  függvény értékeit kapjuk az argumentum folytonosan változó értékeire. Ez a feltevés képezi az ún. merev sáv modell [6] alapját.



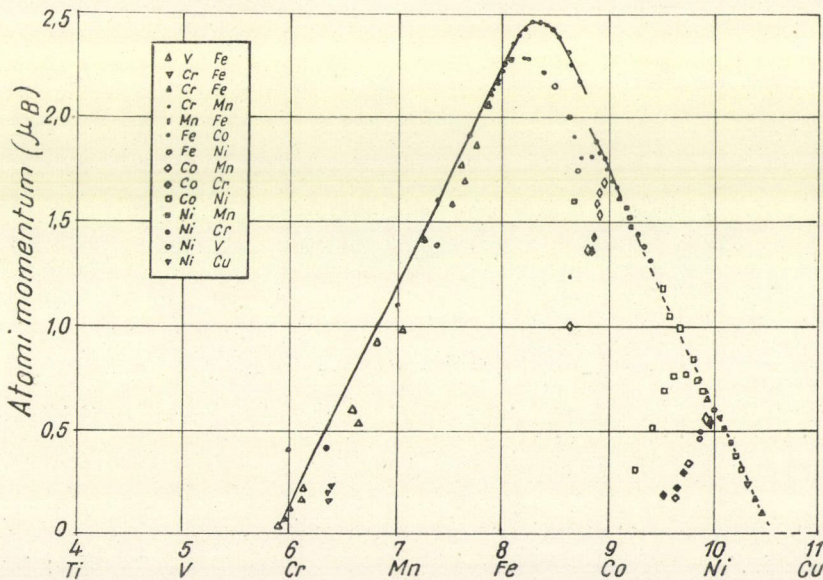
A merev sáv modell szemléltetését szolgálja az 1. ábra [7], amely  $\gamma$  értékeit ábrázolja az átmeneti fémekre és ötvözeteikre. A vízszintes tengelyen a fémek vegyjelei mellett feltüntettük az  $e/a$  elektronsűrűséget is. A görbe jellegzetessége elsősorban az, hogy  $\gamma$  értéke igen alacsony a krómnál és az  $\text{Fe}_{0,65}\text{Co}_{0,35}$  összetételű ötvözetnél. Ezek a minimumok három olyan tartományt választanak szét, melyeken az állapotsűrűség a Fermi energiánál igen magas. Cheng, Wei és Beck [7] ezeket a maximumokat a  $d$  sáv alsóvjai-ként értelmezte. Az első alsáv kb. 6 elektront tartalmaz atomonként, ezek spinjei kompenzáltak, így az alsáv eredő momentummal nem rendelkezik. A második alsáv



1. ábra.  $\gamma$  mint az átlagos elektronsűrűség függvénye tércentrált köbös ötvözetekre

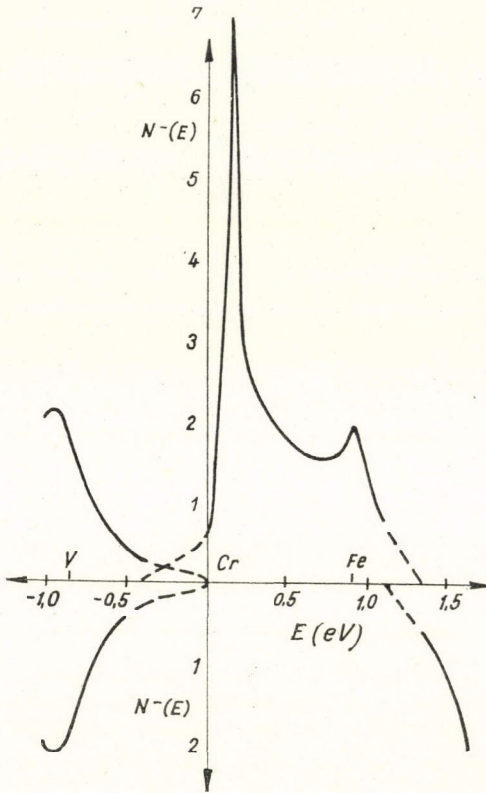
több mint két elektront tartalmaz atomonként, ezek spinjei polarizáltak, a harmadik alsáv elektronjai az előzőével ellentétes polarizáltságúak.

Ez az értelmezés jó egyezésben van az ötvözetekben fellépő atomi momentumok változásával. A paramágneses szuszceptibilitásból és telítési mágneszettségéből meg-



2. ábra. A Slater—Pauling görbe





3. ábra. Az állapotsűrűség mint az energia függvénye az átmeneti fémek tércentrált köbös ötvözeire

határozott momentumokat ábrázolja  $e/a$  függvényében a 2. ábra [8] (Slater—Pauling görbe). Mint látható, zérustól különböző atomi momentum az  $e/a = 6$  értéknél figyelhető meg először; itt telítődik az első alsáv. Ezután a momentum lineárisan növekszik, míg el nem érjük az 1. ábra második minimumának megfelelő elektronkoncentrációt, innen a momentum ugyancsak lineárisan csökken. A zérus momentumot a  $\text{Ni}_{0,4}\text{Cu}_{0,6}$  összetételű ötvözetnél érjük el újra, jelöljük annak, hogy tiszta nikkelen atomonként 0,6 be nem töltött kompenzálatlan spinű  $d$  állapot van.

Ha elfogadjuk az 1. ábra fenti értelmezését, egyszerűen meghatározhatjuk az állapotsűrűséget mint az energia függvényét [9] (3. ábra [7]). A merev sáv modell szerint az így kapott  $N(\epsilon)$  függvény adja meg bármely átmeneti fém állapotsűrűségét, és az  $N(\eta)$ -ban beálló változások kizárólag a  $d$  sáv fokozatos feltöltődésének ill. elnéptelenedésének tulajdoníthatók.

A továbbiakban azt kívánjuk megvizsgálni, hogy a merev sáv modell milyen mikroszkopikus modellel egyenértékű, illetve a különböző ismert mikroszkopikus modellek a merev sáv modell eredményeihez milyen korrekciókat adnak.

### III. Az állapotsűrűség elméleti meghatározása, Green függvények

Mielőtt az egyes közelítő módszerek részletes elemzésére rátérnénk, röviden összefoglaljuk az állapotsűrűség meghatározásának Green függvényes módszerét. A Green függvényt a következő egyenlet definiálja [10]:

$$(\epsilon - H(r) + i\xi)G(r, r'; \epsilon) = \delta(r - r'), \quad (3)$$

ahol  $H(r)$  az egy-elektron Hamilton operátor koordináta reprezentációban, és  $\xi$  infinitezimális pozitív mennyiség. A

$$H(r)\psi_j(r) = \epsilon_j\psi_j(r) \quad (4)$$

sajátérték egyenletet kielégítő sajátfüggvények ismeretében  $G$  egyszerűen meghatározható. A (4) egyenlet átrendezhető ugyanis a következő formába:

$$(\epsilon - H(r) + i\xi)\psi_j(r) = (\epsilon - \epsilon_j + i\xi)\psi_j(r). \quad (5)$$



Megszorozva ezen egyenlet mindkét oldalát  $\psi_j^*(r')$ -vel és kihasználva a  $\{\psi_j\}$  függvényrendszer teljességét

$$(\varepsilon - H(r) + i\xi) \sum_j \frac{\psi_j(r) \psi_j^*(r')}{\varepsilon - \varepsilon_j + i\xi} = \delta(r - r') \quad (6)$$

adódik. A (3) és (6) egyenletek összehasonlításából nyilvánvalóan

$$G(r, r'; \varepsilon) = \sum_j \frac{\psi_j(r) \psi_j^*(r')}{\varepsilon - \varepsilon_j + i\xi}. \quad (7)$$

Kihasználva a  $\{\psi_j\}$  függvényrendszer ortonormáltságát és az

$$\{\varepsilon - \varepsilon' \pm i\xi\}^{-1} = PP(\varepsilon - \varepsilon')^{-1} \mp i\pi\delta(\varepsilon - \varepsilon') \quad (8)$$

azonosságot [11] ( $PP$  főértéket jelöl), meghatározhatjuk  $G$  spurját:

$$\text{Sp } G = \int d^3r G(r, r; \varepsilon) = PP \sum_j \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_j} - i\pi \sum_j \delta(\varepsilon - \varepsilon_j). \quad (9)$$

Az (1) és (9) egyenletek összehasonlításából megkapjuk az állapotsűrűség kívánt kifejezését:

$$N(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp } G. \quad (10)$$

Bármely rendszer állapotsűrűségének meghatározásához elegendő tehát a Green függvény diagonális részének ismerete, amelyet a (3) egyenlet alapján a rendszer Hamilton operátora határoz meg. Fémek és ötvözetek esetében az egy-elektron Hamilton operátor

$$H = H_0 + U \quad (11)$$

alakban írható, ahol  $H_0$  a kinetikus energia operátora,  $U$  pedig az ionrács potenciálja. Jelöljük a  $H_0$ -hoz tartozó Green függvényt  $G_0$ -lal. Ekkor közvetlenül helyettesítéssel megmutatható, hogy ha a

$$G = G_0 + G_0 U G_0 + G_0 U G_0 U G_0 + \dots \quad (12)$$

sor konvergens, akkor összege a  $H$ -hoz tartozó Green függvényt adja.

Az  $U$  potenciál kétkomponensű ötvözetre a következő alakban írható fel:

$$U = \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(n)} \quad (13)$$

ahol az  $\alpha$  összegező index a rácspontokon fut végig,  $U_{\alpha}$  pedig az  $\alpha$  rácspontot elfoglaló ion potenciálja. A rácsállandó változásától itt eltekintünk; feltételezzük, hogy az ötvözet alkotói és a különböző koncentrációjú ötvözetek azonos rácsállandóval rendelkeznek. A (13) egyenletben fellépő  $n$  változó az ionok elrendeződésére utal, vagyis  $U_{\alpha}^{(n)} = U^{(1)}(x - x_{\alpha})$  vagy  $U^{(2)}(x - x_{\alpha})$ , attól függően, hogy az  $n$ -nel jelzett konfigurációban az  $\alpha$  rácspontot 1. vagy 2. típusú ion foglalja el.  $U^{(1)}(x)$  és  $U^{(2)}(x)$  az 1. ill. 2. típusú ion potenciálja;  $x_{\alpha}$  az  $\alpha$  rácspont helyvektora.



A (13) egyenletet (12)-be helyettesítve az ötvözet elektronjainak Green függvényére a következő kifejezést kapjuk:

$$G^{(n)} = G_0 + G_0 \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(n)} G_0 + G_0 \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(n)} G_0 \sum_{\beta} U_{\beta}^{(n)} G_0 + \dots \quad (14)$$

Ez az egyenlet átírható a

$$t_{\alpha}^{(n)} = U_{\alpha}^{(n)} + U_{\alpha}^{(n)} G_0 t_{\alpha}^{(n)} \quad (15)$$

egyenlet által adott  $t$ -mátrix segítségével. Kifejezve (15)-ből  $U_{\alpha}^{(n)}$ -et és azt (14)-be helyettesítve a következő végtelen sort kapjuk:

$$\begin{aligned} G^{(n)} = & G_0 + G_0 \sum_{\alpha} t_{\alpha}^{(n)} G_0 + G_0 \sum_{\alpha \neq \beta} (t_{\alpha}^{(n)} G_0 t_{\beta}^{(n)}) G_0 + \\ & + G_0 \sum_{\substack{\alpha \neq \beta \\ \beta \neq \gamma}} (t_{\alpha}^{(n)} G_0 t_{\beta}^{(n)} G_0 t_{\gamma}^{(n)}) G_0 + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

Itt az összegező indexekre vonatkozó megkötés csak az egymás mellett álló összegekre vonatkozik, vagyis pl. a harmadik tagban  $\alpha = \gamma$  lehetséges. Figyelembe véve (15) iterációs sorát:

$$t_{\alpha}^{(n)} = U_{\alpha}^{(n)} + U_{\alpha}^{(n)} G_0 U_{\alpha}^{(n)} + U_{\alpha}^{(n)} G_0 U_{\alpha}^{(n)} G_0 U_{\alpha}^{(n)} + \dots, \quad (17)$$

(16)-ot (15)-ből úgy is lezármaztathatjuk, hogy összegezzük az olyan tagokat, amelyek egymástól csak annyiban különböznek, hogy egy adott helyen  $G_0 U_{\alpha}^{(n)}$  egyre magasabb hatványait tartalmazzák. Innen nyilvánvaló, hogy az összegben, vagyis a (16) sor egyes tagjaiban már nem szerepelnek olyan tagok, melyekben két egymás mellett álló tényező  $\alpha$  indexe azonos.

Az ötvözet állapotsűrűségét a (10) egyenlet összes konfigurációra vett átlagaként kapjuk, azokat megfelelő  $W_n$  statisztikus súllyal véve:

$$\begin{aligned} N(\varepsilon) = \sum_n W_n N^{(n)}(\varepsilon) &= -\frac{1}{\pi} \text{Im Sp } \bar{G}; \\ \bar{G} = \sum_n G^{(n)} W_n; \quad \sum_n W_n &= 1. \end{aligned} \quad (18)$$

Tökéletesen rendezetlen ötvözetekben minden elrendeződés egyformán valószínű, tehát

$$\bar{G} = \frac{n_1! n_2!}{N!} \sum_n G^{(n)}, \quad (19)$$

ahol  $n_1$  és  $n_2 = N - n_1$  az 1. ill. 2. típusú atomok száma,  $N$  pedig a kristály rácspontjainak száma.

$G^{(n)}$  számítása bonyolult és a lehetséges elrendeződések száma igen nagy, így a fenti átlagolás pontos elvégzése reménytelenül nehéz feladat. Ezért közelítéseket alkalmazunk.



## IV. A virtuális kristály közelítése

A (19) egyenletben adott átlagértéket legegyszerűbben úgy közelíthetjük, hogy  $G^{(n)}$  (14) sorának minden tagjában tényezőnként végezzük el az átlagképzést. Ez egyenértékű az ún. virtuális kristály közelítéssel [12], amelyben minden rácspont-hoz az

$$U_\alpha^{(V)} = c U_\alpha^{(1)} + (1-c) U_\alpha^{(2)}; \quad \left( c = \frac{n_1}{N} \right) \quad (20)$$

átlagos potenciált rendeljük.

Az alábbiakban az egzakt és közelítő sorok másodrendű tagjait összehasonlítva megvizsgáljuk, hogy ez a közelítés milyen elhanyagolásra vezet. E célból meghatározzuk a (19) egyenletben definiált  $\bar{G}$  átlagos Green függvény sorának másodrendű tagjait. Kétféle tagot kell megkülönböztetnünk: olyanokat melyekben különböző rácspontok szerepelnek ( $\alpha \neq \beta$ ), és olyanokat melyekben mindkét  $U$  indexe azonos ( $\alpha = \beta$ ).

Tekintsük először az  $\alpha \neq \beta$  esetet. Az  $\frac{N!}{n_1!n_2!}$  lehetséges ion eloszlás közül  $\frac{(N-2)!}{(n_1-2)!n_2!}$  olyan van, melyekben az  $\alpha$  és  $\beta$  helyeket egyaránt 1. típusú ion foglalja el,  $\frac{(N-2)!}{n_1!(n_2-2)!}$  esetben mindkettőt 2. típusú ion foglalja el, és  $\frac{(N-2)!}{(n_1-1)!(n_2-1)!}$  azon eloszlások száma, melyekben a két kiszemelt helyen különböző ionok vannak. Eszerint  $\bar{G}$  másodrendű tagja a következő:

$$\begin{aligned} \bar{G}_{\alpha \neq \beta}^{(2)} = & \frac{n_1!n_2!}{N!} \left\{ \frac{(N-2)!}{(n_1-2)!n_2!} G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0 + \right. \\ & + \frac{(N-2)!}{n_1!(n_2-2)!} G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 + \frac{(N-2)!}{(n_1-1)!(n_2-1)!} (G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 + \\ & + G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0) \left. \right\} = \left( c^2 - \frac{c(1-c)}{N-1} \right) G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0 + \\ & + \left( (1-c)^2 - \frac{c(1-c)}{N-1} \right) G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 + \\ & + \left( c(1-c) + \frac{c(1-c)}{N-1} \right) (G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 + G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0). \end{aligned} \quad (21)$$

A tagok átrendezésével elkülöníthetők a virtuális kristály közelítésből adódó tagok:

$$\begin{aligned} \bar{G}_{\alpha \neq \beta}^{(2)} = & G_0 (c U_\alpha^{(1)} + (1-c) U_\alpha^{(2)}) G_0 (c U_\beta^{(1)} + (1-c) U_\beta^{(2)}) G_0 + \\ & + \frac{c(1-c)}{N-1} \{ G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 - G_0 U_\alpha^{(1)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0 + \\ & + G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(1)} G_0 - G_0 U_\alpha^{(2)} G_0 U_\beta^{(2)} G_0 \}. \end{aligned} \quad (22)$$



Az  $\alpha = \beta$  esetben egyetlen rácspont betöltöttsége játszik szerepet, az olyan elrendeződések száma, melyekben 1. típusú atom foglalja azt el  $\frac{(N-1)!}{(n_1-1)! n_2!}$ , az olyanoké ahol 2. típusú  $\frac{(N-1)!}{n_1! (n_2-1)!}$ . Ennek megfelelően

$$\begin{aligned} \bar{G}_{\alpha=\beta}^{(2)} &= \frac{n_1! n_2!}{N!} \left\{ \frac{(N-1)!}{(n_1-1)! n_2!} G_0 U_{\alpha}^{(1)} G_0 U_{\alpha}^{(1)} G_0 + \frac{(N-1)!}{n_1! (n_2-1)!} G_0 U_{\alpha}^{(2)} G_0 U_{\alpha}^{(2)} G_0 \right\} = \\ &= c G_0 U_{\alpha}^{(1)} G_0 U_{\alpha}^{(1)} G_0 + (1-c) G_0 U_{\alpha}^{(2)} G_0 U_{\alpha}^{(2)} G_0. \end{aligned} \quad (23)$$

Ez esetben a virtuális kristály potenciáljában fellépő tagok hozzáadásával és levonásával a következő kifejezés adódik:

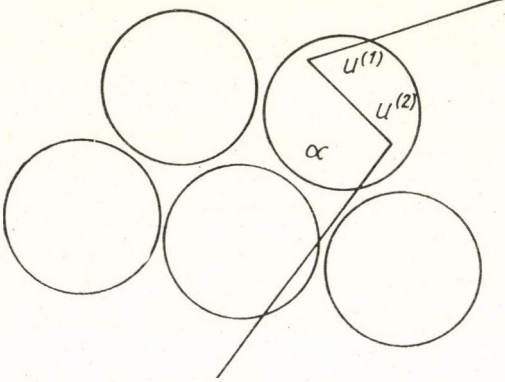
$$\bar{G}_{\alpha=\beta}^{(2)} = G_0 U_{\alpha}^{(v)} G_0 U_{\alpha}^{(v)} G_0 - c(1-c) G_0 (U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(2)}) G_0 (U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(2)}) G_0. \quad (24)$$

Látható, hogy a különböző típusú tagok különböző hibatagokkal bővülnek a virtuális kristály közelítésben. Az  $\alpha \neq \beta$  esetben a hibatag  $c(1-c)/N$ -nel, míg az  $\alpha = \beta$  esetben  $c(1-c)$ -vel arányos.

Ha a  $G$ -t előállító sorok magasabbrendű tagjait úgy értelmezzük mint az elektron többszörös szórásából adódó járulékokat, igen könnyen megtalálhatjuk ezen hibatagok jelentését. A hiba mindkét esetben arra vezethető vissza, hogy a kristályban haladó elektron számára az egyes rácshelyeket elfoglaló ionok közt még a teljesen rendezetlen ötvözetekben is van két triviális korreláció. Egy adott  $\alpha$  rácshelyen ugyanis  $n_1/N$  valószínűséggel történik szórás 1. típusú potenciálon. Ha azonban

a szórás szenvedett elektron elér egy másik,  $\beta$  rácshelyet, ott már kisebb,  $(n_1-1)/(N-1)$  valószínűséggel talál 1. típusú iont, ez ugyanis a fennmaradó  $N-1$  rácshelyen eloszló  $n_1-1$  1. típusú ion megtalálási valószínűsége azok bármelyikén.

A fenti valószínűségek különbsége  $N \rightarrow \infty$  esetén zérushoz tart, ezért az ilyen jellegű korrelációból eredő hiba elhanyagolható. Az  $\alpha = \beta$  esetben egy ennél sokkal erősebb korreláció játszik szerepet, nevezetesen az, hogy ha az elektron az első szóródás után ismét az  $\alpha$  helyen szóródik, ott bizonyosan 1. típusú iont talál. A virtuális kristály közelítésben olyan tagok járulékát is



4. ábra. Vegyes szórás a virtuális kristály közelítésben

figyelembe vesszük, amelyek „vegyes szórás”-nak felelnek meg. Vegyes szórás alatt olyan fiktív folyamatot értünk, melynek során az elektron két egymás utáni szóródás alkalmával egyazon rácshelyen különböző típusú iont talál (4. ábra). Ez nyilván nem fordulhat elő a valóságban, és ez a (24) hibatag eredete.

Az állapotsűrűség meghatározása a virtuális kristály közelítésben éppúgy történhet mint tiszta fémek esetében. Mivel azonban az ötvözetek és alkotóik elekt-



ronszerkezetének összehasonlítása végett célszerűbb ez utóbbiból kiindulni, a (14) összeget úgy alakítjuk át, hogy a  $G_0$  szabad elektron propagátor helyett  $G_I$ , a 2. komponens Bloch elektronjainak propagátora jelenjék meg. Helyettesítsük e célból a (20) virtuális potenciált a (14) sorba,

$$G = G_0 + G_0 \sum_{\alpha} (c U_{\alpha}^{(1)} + (1-c) U_{\alpha}^{(2)}) G_0 + \\ + G_0 \sum_{\alpha} (c U_{\alpha}^{(1)} + (1-c) U_{\alpha}^{(2)}) G_0 \sum_{\beta} (c U_{\beta}^{(1)} + (1-c) U_{\beta}^{(2)}) G_0 + \dots, \quad (25)$$

és rendezzük a tagokat  $c$  növekvő hatványai szerint. A kapott sor szerkezetének szemléltetésére vezessük be a következő jelöléseket:

$$G : - \quad c \sum_{\alpha} (U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(2)}) : \bigcirc$$

$$G_0 : - \quad \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(2)} : \otimes$$

Ezen jelölésekkel az átrendezett összeg:

$$\begin{aligned} & - = - + - \otimes - + - \otimes - \otimes - + - \otimes - \otimes - \otimes - + \dots \\ & + - \bigcirc - + - \bigcirc - \otimes - + - \bigcirc - \otimes - \otimes - + - \bigcirc - \otimes - \otimes - \otimes - + \dots \\ & + - \otimes - \bigcirc - + - \otimes - \bigcirc - \otimes - + - \otimes - \bigcirc - \otimes - \otimes - + \dots \quad (26) \\ & + - \otimes - \otimes - \bigcirc - + - \otimes - \otimes - \bigcirc - \otimes - + - \otimes - \otimes - \bigcirc - \otimes - \otimes - + \dots \\ & + - \bigcirc - \bigcirc - + - \bigcirc - \bigcirc - \otimes - + \dots \end{aligned}$$

Az első sorban álló

$$= = - + - \otimes - + - \otimes - \otimes - + \dots \quad (27)$$

sor ismételtlen megjelenik (26)-ban: a  $\dots - \bigcirc$  alakú kombinációkhoz csatlakozik jobboldalról minden további sorban, és  $\bigcirc - \dots$ -hoz baloldaltól minden oszlopban. Ugyanez az összeg épül be minden két üres kör közé a magasabb rendű tagokban. Könnyen belátható, hogy a (27) sor összege a 2. rácsban mozgó elektron  $G_I$  Green függvénye. Bevezetve a  $=$  jelölést  $G_I$ -re, a (26) sor a következő alakú:

$$- = = + = \bigcirc = + = \bigcirc = \bigcirc = + \dots,$$

vagyis

$$G = G_I + c G_I \sum_{\alpha} U_{\alpha} G_I + c^2 G_I \sum_{\alpha} U_{\alpha} G_I \sum_{\beta} U_{\beta} G_I + \dots, \quad (29)$$

ahol bevezettük az  $U_{\alpha} = U_{\alpha}^{(1)} - U_{\alpha}^{(2)}$  jelölést.

A Green függvény (29) alakjából nyilvánvaló, hogy a spur képzését a legcélszerűbb a 2. rács Bloch-függvényeinek reprezentációjában elvégezni. Ebben a reprezentációban  $G_I$  diagonális:

$$G_{I, \vec{k}, \vec{k}'} = \delta_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{\vec{k}'} + i\eta} = \delta_{\vec{k}, \vec{k}'} G_I(\vec{k}). \quad (30)$$

Itt feltételeztük, hogy a számunkra érdekes energia tartományban csak egyetlen



sáv járulékai veendők figyelembe, és ezért a sávindexet el is hagytuk.  $G$  diagonális elemeit ebben a reprezentációban  $G(\vec{k})$ -val jelöljük, (29)-ből

$$G(\vec{k}) = G_I(\vec{k}) + cG_I(\vec{k}) \sum_{\alpha} (U_{\alpha})_{\vec{k},\vec{k}} G_I(\vec{k}) + \\ + c^2 G_I(\vec{k}) \sum_{\vec{k}'} \sum_{\alpha} (U_{\alpha})_{\vec{k}\vec{k}'} G_I(\vec{k}') \sum_{\beta} (U_{\beta})_{\vec{k}',\vec{k}} G_I(\vec{k}) + \dots \quad (31)$$

$U_{\alpha}$  mátrixelemei a Bloch függvények transzformációs tulajdonságai miatt egyszerű kapcsolatban vannak az origóban elhelyezkedő  $U_0$  potenciál mátrixelemeivel, amelyek a következőkben a rácsponthoz tartozó indexet elhagyva,  $U_{\vec{k}\vec{k}'}$ -vel jelölünk:

$$(U_{\alpha})_{\vec{k}\vec{k}'} = e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{R}_{\alpha}} U_{\vec{k}\vec{k}'}. \quad (32)$$

E legutóbbi egyenlet segítségével a (31) kifejezés lényegesen leegyszerűsödik,  $U$  nem diagonális elemei kiesnek, és a kapott geometriai sor összegezhető:

$$G(\vec{k}) = G_I(\vec{k}) + cG_I(\vec{k}) U_{\vec{k}\vec{k}} G_I(\vec{k}) \sum_{\alpha} 1 + \\ + c^2 G_I(\vec{k}) \sum_{\vec{k}'} U_{\vec{k}\vec{k}'} G_I(\vec{k}') U_{\vec{k}'\vec{k}} G_I(\vec{k}) \sum_{\alpha, \beta} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{R}_{\alpha} - \vec{R}_{\beta})} + \dots = \quad (33) \\ = \frac{G_I(\vec{k})}{1 - cNG_I(\vec{k}) U_{\vec{k}\vec{k}}} = \frac{1}{\varepsilon - (\varepsilon \vec{k} + nU_{\vec{k}\vec{k}}) + i\zeta}.$$

Innen a (8) és (10) egyenletek segítségével egyszerűen meghatározható az állapot-sűrűség:

$$N_V(\varepsilon) = \sum_{\vec{k}} \delta(\varepsilon - (\varepsilon_{\vec{k}} + Nc U_{\vec{k}\vec{k}})) \quad (34)$$

A virtuális kristály Bloch elektronjainak energianívói tehát  $n_1 U_{\vec{k}\vec{k}}$  mértékben eltolódnak a 2. komponens megfelelő energia sajátértékeihez képest. Eredményünk diszkussziójára, és az egyéb közelítések eredményeivel való összehasonlítására a VII. szakaszban visszatérünk.

## V. Az átlagos $t$ -mátrix közelítés

Mint láttuk az előző szakaszban, a virtuális kristály közelítés legfőbb gyengesége a vegyes szórás (4. ábra) leíró tagok fellépte. Figyelembe véve, hogy a Green függvény (16) sorfejtésében a másodrendű tagokban az  $\alpha = \beta$  esetet az összegezésből kizártuk, felmerül az a gondolat, hogy az átlagos potenciál helyett a

$$t_{\alpha}^{(A)} = ct_{\alpha}^{(1)} + (1-c)t_{\alpha}^{(2)} \quad (35)$$

átlagos  $t$ -mátrixot rendeljük minden rácsponthoz, vagyis  $G^{(n)}$  (14) kifejezése helyett (16)-ban végezzük el a tényezőnkénti átlagolást. Ez az ún. átlagos  $t$ -mátrix közelítés [13].

Az átlagos  $t$ -mátrix közelítésben a fent mondottak értelmében a másodrendű tagok nem adnak olyan hibajárulékot, amely  $N \rightarrow \infty$  esetén nem tűnne el. Mivel azonban az összegező indexek ismétlődése a (16) sor tagjaiban csak a szomszédos

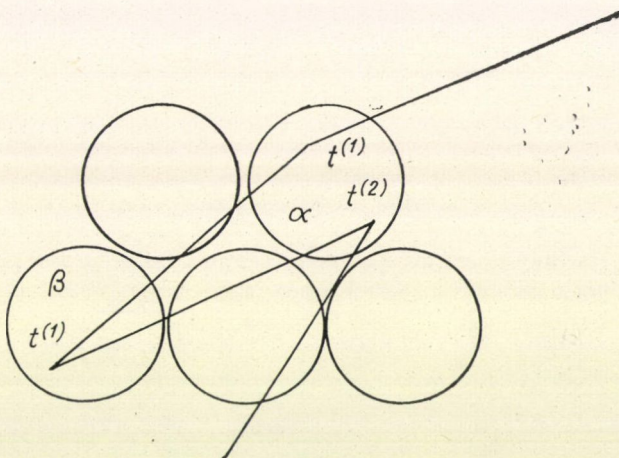


összegekre tiltott, a harmadrendű járuléokban már megjelennek a vegyes szórásnak megfelelő tagok (5. ábra). Ilyen szórás most csak egy közbelső, más ionon történő szórás után lehetséges, ezért (24)-nek megfelelő hibatag nem jelentkezik. A  $t$ -mátrix (17) előállításából nyilvánvaló e különbség oka: a (16) sorban szereplő  $t$ -mátrix az egy ionon belüli többszörös szórást helyesen írja le.

Az összegező indexekre vonatkozó korlátozások azonban nehezebbé teszik a sor összegezését, és a sor nem állítható elő zárt alakban. A (31) egyenlet helyébe most ugyanis

$$G(\vec{k}) = G_l(\vec{k}) + cG_l(\vec{k})t_{kk}G_l(\vec{k}) \sum_{\alpha} 1 + \\ + c^2 G_l(\vec{k}) \sum_{\vec{k}'} t_{k\vec{k}'}G_l(\vec{k}')t_{\vec{k}'k}G_l(\vec{k}) \sum_{\alpha \neq \beta} e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{R}_\alpha - \vec{R}_\beta)} + \dots \quad (36)$$

kerül, ahol  $t = t_0^{(1)} - t_0^{(2)}$ . Az  $\alpha \neq \beta$  megszorítás következtében most nemcsak a diagonális mátrixelemek lépnek fel, mert a rácspontokra vonatkozó összegek itt nem adnak Kronecker deltákat a hullámszám vektorokra.



5. ábra. Vegyes szórás az átlagos  $t$ -mátrix közelítésben

Jelöljük ezen összegeket rendre  $S_1, S_2, \dots$ -vel; értékük meghatározható az összegező indexekre vonatkozó megszorítások explicit figyelembevételével:

$$S_1 = \sum_{\alpha} 1 = N, \quad (37)$$

$$S_2 = \sum_{\alpha, \beta} (1 - \delta_{\alpha\beta}) e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot (\vec{R}_\alpha - \vec{R}_\beta)} = N^2 \delta_{\vec{k}\vec{k}'} - N, \quad (38)$$

$$S_3 = \sum_{\alpha, \beta, \gamma} (1 - \delta_{\alpha\beta})(1 - \delta_{\beta\gamma}) e^{-i[(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{R}_\alpha + (\vec{k}'-\vec{k}'') \cdot \vec{R}_\beta + (\vec{k}''-\vec{k}) \cdot \vec{R}_\gamma]} = \\ = N^3 \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta_{\vec{k}'\vec{k}''} - N^2 (\delta_{\vec{k}\vec{k}'} + \delta_{\vec{k}\vec{k}''}) + N. \quad (39)$$



$G(\vec{k})$  megfelelő tagjai a következők:

$$G^{(0)} = \overline{\overline{\vec{k}}}, \quad (40)$$

$$G^{(1)} = Nc \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}}, \quad (41)$$

$$G^{(2)} = N^2 c^2 \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} - Nc^2 \sum_{\vec{k}'} \overline{\overline{\vec{k}}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}'}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}}}, \quad (42)$$

$$G^{(3)} = N^3 c^3 \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} - N^2 c^3 \sum_{\vec{k}'} \{ \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}'}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}}} + \\ + \overline{\overline{\vec{k}}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}'}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}}} \circ \overline{\overline{\vec{k}}} \} + Nc^3 \sum_{\vec{k}, \vec{k}''} \overline{\overline{\vec{k}}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}'}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}''}} \bullet \overline{\overline{\vec{k}}}. \quad (43)$$

Itt az üres körök  $t$  diagonális elemeit jelölik, a sötét körök a nem diagonálisokat.  $F_1(\vec{k})$ -val jelölve  $t_{kk}$ -t, a diagonális elemet, és  $G_1(\vec{k})$ -val az összes olyan tag összegét amelyek csak diagonális elemeket tartalmaznak írhatjuk:

$$G_1(\vec{k}) = G_1(\vec{k}) + NcG_1^2(\vec{k})F_1(\vec{k}) + N^2c^2G_1^3(\vec{k})F_1^2(\vec{k}) + \dots = \\ = \frac{G_1(\vec{k})}{1 - NcG_1(\vec{k})F_1(\vec{k})} = \frac{1}{\varepsilon - (\varepsilon_{\vec{k}} + NcF_1(\vec{k})) + i\xi}. \quad (44)$$

A következő lépésben az összeghez hozzávesszünk minden olyan tagot, amely nem diagonális  $t$ -elemet csak az

$$F_2(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}'} G_1(\vec{k}') |t_{\vec{k}\vec{k}'}|^2 \quad (45)$$

kombinációban tartalmaz. A (44) sor éppúgy épül be az  $F_2$ -k közé, ahogy azt (26)-ban láttuk, és ismét geometriai sort kapunk:

$$G_2(\vec{k}) = G_1(\vec{k}) - Nc^2G_1^3(\vec{k})F_2(\vec{k}) + N^2c^4G_1^3(\vec{k})F_2^2(\vec{k}) - \dots \\ = \frac{G_1(\vec{k})}{1 + Nc^2F_2(\vec{k})G_1(\vec{k})} = \frac{1}{\varepsilon - [\varepsilon_{\vec{k}} + N(cF_1(\vec{k}) - c^2F_2(\vec{k}))] + i\xi} \quad (46)$$

Az  $F_2$ -t és az

$$F_3(\vec{k}) = \sum_{\vec{k}', \vec{k}''} t_{\vec{k}\vec{k}'} G_1(\vec{k}') t_{\vec{k}'\vec{k}''} G_1(\vec{k}'') t_{\vec{k}''\vec{k}} \quad (47)$$

kombinációt tartalmazó tagok, amelyek ezeknél bonyolultabb, nem diagonális kombinációt nem tartalmaznak, hasonlóan összegezhetők:

$$G_3(\vec{k}) = G_2(\vec{k}) + Nc^3G_2^2(\vec{k})F_3(\vec{k}) + N^2c^6G_2^3(\vec{k})F_3^2(\vec{k}) + \dots = \\ = \frac{G_2(\vec{k})}{1 - Nc^3F_3(\vec{k})G_2(\vec{k})} = \frac{1}{\varepsilon - [\varepsilon_{\vec{k}} + N(cF_1(\vec{k}) - c^2F_2(\vec{k}) + c^3F_3(\vec{k}))] + i\xi} \quad (48)$$

Ilyen módon egyre bonyolultabb, nem diagonális kombinációk felé haladva végül a következő kifejezés adódik:

$$G(\vec{k}) = \frac{1}{\varepsilon - \varepsilon_{\vec{k}} + S_{\vec{k}} + i\xi}, \quad (49)$$



ahol  $S_k$ , a sajátenergia, a következő sorral adható meg:

$$S_k = N \sum_{i=1}^{\infty} (-c)^i F_i(\vec{k}) \quad (50)$$

Egyszerűség kedvéért a továbbiakban az  $F_i(\vec{k})$  komplex mennyiségekről feltételezzük hogy kifejezhetők mint  $\varepsilon_k$  és  $\varepsilon$  függvényei:

$$S_k = - \sum (\varepsilon_k, \varepsilon) + i\Gamma(\varepsilon_k, \varepsilon).$$

A (49) egyenlet segítségével (10)-ből megkaphatjuk az állapotsűrűséget:

$$\begin{aligned} N_A(\varepsilon) &= \frac{1}{\pi} \sum_k \frac{\Gamma(\varepsilon_k, \varepsilon) + \xi}{(\varepsilon - \varepsilon_k - \sum (\varepsilon_k, \varepsilon))^2 + (\Gamma(\varepsilon_k, \varepsilon) + \xi)^2} = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{N_0(\varepsilon') (\Gamma(\varepsilon', \varepsilon) + \xi) d\varepsilon'}{(\varepsilon - \varepsilon' - \sum (\varepsilon', \varepsilon))^2 + (\Gamma(\varepsilon', \varepsilon) + \xi)^2}, \end{aligned} \quad (52)$$

ahol  $N_0(\varepsilon)$  az állapotsűrűség a 2. fémben.

Az (52) kifejezés formailag azonos a Jones által fizikai megfontolások alapján megsejtett [14] és később a Green függvény  $U$ -ban másodrendű közelítéséből számított [15] állapotsűrűség függvénnyel. Jones ezt az eredményt mint kiszélesedett és eltolódott energianívók összességét értelmezte. Valóban, ha  $\sum$  és  $\varepsilon$ -tól függetlenek, vagy csak  $\varepsilon = \varepsilon_k$  körül vesznek fel jelentős értéket az (52) összeg minden tagja egy Gauss-görbét ír le, amely az eredeti  $\varepsilon_k$  energianívótól  $\sum$ -val eltolódott és félszélessége  $\Gamma$ .

A virtuális kristály közelítésben  $\Gamma$ , a sajátenergia képzetes része zérus, hiszen valós periodikus potenciálban a Bloch-függvények stacionárius állapotot írnak le. Nem meglepő tehát, hogy az átlagos  $t$ -mátrixnak megfelelő potenciál nem valós [16]. Ezt egy egyszerű példán, az egy dimenziós  $\delta$ -függvényből és zéruspotenciálból összetett lineáris lánc átlagos  $t$ -mátrixához tartozó potenciálon illusztráljuk. Legyen a  $\delta$ -potenciál amplitúdója  $\lambda$ , az ennek megfelelő  $t$ -mátrixot a (15) egyenlet megoldásával kapjuk. A (15) egyenlet koordináta reprezentációban a következő alakú:

$$t_U(x, y) = U(x) \delta(x - y) + U(x) \int G_0(x, z) t_U(z, y) dz, \quad (53)$$

ahol

$$G_0(x, z) = G_0(x - z) = \frac{e^{i\sqrt{E}|x-z|}}{i2\sqrt{E}}. \quad (54)$$

$U(x)$  helyébe  $\lambda \cdot \delta(x - a)$ -t írva közvetlen behelyettesítéssel ellenőrizhető, hogy a

$$t_{\lambda\delta}(x, y) = - \frac{\lambda}{1 - \frac{i\lambda}{2\sqrt{E}}} \delta(x - a) \delta(y - a) \quad (55)$$

függvény kielégíti az (53) integrálegyenletet.



A  $c$  koncentrációban  $\delta$ -potenciált és  $1 - c$  koncentrációban vakanciát tartalmazó lineáris lánc  $t$ -mátrixa tehát

$$t_c = -\frac{c\lambda}{1 - \frac{i\lambda}{2\sqrt{E}}} \delta(x-a)\delta(y-a); \quad (56)$$

az ennek megfelelő  $v(x)$  potenciált keressük. Ezt ismét az (53) egyenlet segítségével határozzuk meg; a jobboldalon szereplő integrál a  $\delta$ -függvényekkel egyszerűen számítható:

$$\begin{aligned} -\frac{c\lambda}{1 - \frac{i\lambda}{2\sqrt{E}}} \delta(x-a)\delta(y-a) &= v(x)\delta(x-y) + \\ &+ \frac{ic\lambda}{2\sqrt{E} - i\lambda} v(x) e^{i\sqrt{E}|x-a|} \delta(y-a). \end{aligned} \quad (57)$$

Integráljuk az (57) egyenlet mindkét oldalát  $y$  szerint, átrendezéssel kapjuk:

$$v(x) = \frac{c\lambda}{1 - \frac{i\lambda}{2\sqrt{E}} (1 - ce^{i\sqrt{E}|x-a|})} \delta(x-a). \quad (58)$$

Ebből, a nevezőt valóssá téve

$$v(x) = \frac{1}{1 + \lambda^2(1-c)^2/4E} \left\{ c + \frac{i\lambda c(1-c)}{2\sqrt{E}} \right\} \delta(x-a) \quad (59)$$

adódik. A kapott potenciál komplex, megfelelően annak az ismert ténynek, hogy rendezetlen ötvözetekben a valós periodikus potenciálban stacionárius Bloch állapotok véges élettartammal rendelkeznek. A képzetes rész, amely a lecsengést ebben a formalizmusban leírja  $c=0$  és  $c=1$ -re eltűnik és  $c=0,5$ -nél rendelkezik maximummal. Ez egyezik a vonalszélesedés fizikai eredetének, az inkoherens szórásnak a koncentrációfüggésével.

## VI. Egzakt megoldás híg ötvözetekre

Az előző két szakaszban tárgyalt közelítések érvényességét az állapotsűrűség egzakt értékével való összehasonlítás útján állapíthatjuk meg. Ez utóbbi azonban teljes általánosságban nem ismeretes, és meghatározása beláthatatlan matematikai nehézségekkel járna. Ezért a jelen szakaszban a  $c \rightarrow 0$  határesettel, vagyis igen híg ötvözetekkel foglalkozunk. Látni fogjuk, hogy az egzakt megoldás erre az esetre meghatározható, és fizikai értelmezése igen egyszerű.

Ismét a Green függvény (14) előállításából indulunk ki, és  $U_\alpha^{(n)}$  jelentésének megfelelően különválasztjuk az összegezésben azon rácshelyeket, melyeket az  $n$



konfigurációban 1. típusú, illetve 2. típusú ion foglal el. Jelöljük ezeket rendre  $\alpha_1$ -gyel és  $\alpha_2$ -vel, akkor

$$G^{(n)} = G_0 + G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1}^{(1)} + \sum_{\alpha_2} U_{\alpha_2}^{(2)} \right) G_0 + \\ + G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1}^{(1)} + \sum_{\alpha_2} U_{\alpha_2}^{(2)} \right) G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1}^{(1)} + \sum_{\alpha_2} U_{\alpha_2}^{(2)} \right) G_0 + \dots \quad (60)$$

Ha minden zárójelben az ott szereplő összegekhez hozzáadunk és azokból levonunk  $\sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1}^{(2)}$ -t, és ismét alkalmazzuk az  $U_\alpha = U_\alpha^{(1)} - U_\alpha^{(2)}$  jelölést, akkor  $G^{(n)}$  a

$$G^{(n)} = G_0 + G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} + \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(2)} \right) G_0 + \\ + G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} + \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(2)} \right) G_0 \left( \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} + \sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(2)} \right) G_0 + \dots \quad (61)$$

alakban áll előttünk, ahol az  $\alpha$ -ra történő összegezés kiterjed az összes rácspontra. Ez a képlet a

$$\sum_{\alpha} U_{\alpha}^{(2)} : \otimes \quad \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} : \circ$$

jelölésekkel a következőképp írható:

$$\begin{aligned} - &= - + - \otimes - + - \circ - + - \otimes - \otimes - + \\ &+ - \otimes - \circ - + - \circ - \otimes - + - \circ - \circ - + \dots \end{aligned} \quad (62)$$

Egyszerű átrendezéssel belátható, hogy ez a sor formailag azonos a (26) sorral, és (27) ismét  $G_l$ -et adja. A (62) sor tehát (28)-cal is azonos, ami az ebben a szakaszban alkalmazott jelölésekkel

$$G^{(n)} = G_l + G_l \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} G_l + G_l \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} G_l \sum_{\alpha_1} U_{\alpha_1} G_l + \dots \quad (63)$$

-nak felel meg.

Mielőtt a  $\bar{G}$  (19) definíciójában előírt átlagolást elvégeznénk, a (63) sorban  $U_\alpha$ -t a

$$T_\alpha(x, x) = U_\alpha(x) \delta(x-y) + \int U_\alpha(x) G_l(x, z) T_\alpha(x, y) d^3 z \quad (64)$$

egyenlet által definiált  $t$ -függvénnyel helyettesítjük:

$$G^{(n)} = G_l + G_l \sum_{\alpha_1} T_{\alpha_1} G_l + G_l \sum_{\alpha_1 \neq \alpha'_1} (T_{\alpha_1} G_l T_{\alpha'_1}) G_l + \dots \quad (65)$$

$G^{(n)}$  ilyen előállításának az az előnye, hogy az összegező indexekre tett megkötések miatt csak a második tag átlaga ad  $c$ -ben lineáris járulékot, az összes többi tagok átlaga a koncentráció második és magasabb hatványaival arányosak. Ezért  $c$ -ben elsőrendig írhatjuk:

$$\bar{G} = G_l + N_l G_l T G_l, \quad (66)$$

ahol  $T$  az  $\alpha_1$  index elhagyásával az origóban elhelyezkedő ion  $T$  függvényét jelzi. Az állapotsűrűséget innen a (18) egyenlet alapján határozzuk meg:

$$N(\varepsilon) = N_0(\varepsilon) - N_c \sum_k \frac{1}{\pi} \text{Im} \frac{T_{kk}}{(\varepsilon - \varepsilon_k + i\xi)^2} \quad (67)$$



Eredményünk formailag azonos az átlagos  $t$ -mátrix közelítésben adódó (52) kifejezés alacsony koncentrációra vett határesetével:

$$N_A(\varepsilon) = N_0(\varepsilon) - Nc \sum_k \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{t_{kk}}{(\varepsilon - \varepsilon_k + i\xi)^2}. \quad (68)$$

Lényeges azonban, hogy itt  $t$  a kétféle ion  $t$ -függvényeinek különbsége, míg  $T$  a potenciálok különbségéhez tartozó  $t$ -függvény. Könnyű meggyőződni róla, hogy mivel a  $t$ -függvényeket definiáló (15) egyenlet nem lineáris, a két függvény általában csak  $U$ -ban elsőrendig azonos. Kivételt képez az  $U^{(2)} = 0$  eset, vagyis mikor az egyik komponens „üres rács” és  $G_I = G_0$ . Ez annyit jelent, hogy az átlagos  $t$ -mátrix közelítés  $c \rightarrow 0$  esetén is csak akkor ad pontos eredményt, ha az ötvözet alapjául szolgáló fém vezetési elektronjai szabad elektronoknak tekinthetők.

A (67) egyenlet jelentése nyilvánvalóvá válik, ha figyelembe vesszük, hogy  $T$  az origóban elhelyezkedő egyetlen szennyező atom  $t$ -függvénye, és következőképpen kielégíti a

$$G_1 = G_I + G_I T G_I \quad (69)$$

egyenletet, ahol  $G_1$  az egy szennyező problémájának Green függvénye.  $G_I$  spurját a Bloch-reprezentációban számolva, és az ebben a problémában fellépő állapotsűrűséget  $N_1(\varepsilon)$ -vel jelölve írhatjuk:

$$N_1(\varepsilon) = N_0(\varepsilon) - \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \sum_k \frac{T_{kk}}{(\varepsilon - \varepsilon_k + i\xi)^2}. \quad (70)$$

Ezt az egyenletet (67)-tel összehasonlítva a következő egyszerű eredmény adódik:

$$N(\varepsilon) = N_0(\varepsilon) + Nc[N_1(\varepsilon) - N_0(\varepsilon)], \quad (71)$$

vagyis a híg ötvözetek határesetében az egyes szennyezők hatása az állapotsűrűsége egyszerűen összeadódik. Lényeges hangsúlyoznunk, hogy ezen eredmény levezetésében semmiféle feltevést nem tettünk a perturbáló potenciál nagyságára, így a lokalizált állapotokra vezető perturbációkat sem zártuk ki.

## VII. Diszkusszió

A következőkben megvizsgáljuk, hogy  $c \rightarrow 0$  esetén a (71) egzakt megoldás és a IV. és V. szakaszban tárgyalt közelítések milyen korrekciókat adnak a merev sáv közelítés eredményeihez. Ebből a célból meghatározzuk a

$$\mathcal{C} = \left[ \frac{1}{C_v} \frac{\partial C_v}{\partial c} \right]_{c=0} \quad (72)$$

menyiséget a különböző közelítésekben. Mivel  $C_v$  arányos  $N(\eta)$ -val, ez a kifejezés

$$\mathcal{C} = \left[ \frac{1}{N_c(\eta_c)} \frac{\partial N_c(\eta_c)}{\partial c} \right]_{c=0} \quad (73)$$



-val helyettesíthető, ahol  $N_c(\eta_c)$  az állapotsűrűség a  $c$  koncentrációjú ötvözet  $\eta_c$  Fermi energiájánál. Ennek értéke  $c \rightarrow 0$ -ra a következőképpen közelíthető:

$$N_c(\eta_c) = N_c(\eta_0) + \frac{dN_c(\epsilon)}{d\epsilon|_{\eta_0}} (\eta_c - \eta_0). \quad (74)$$

A Fermi nívó eltolódását az ötvözetben és a fémekben található elektronok számának összehasonlításából állapítjuk meg:

$$Nvc \cong (\eta_c - \eta_0) N_c(\eta_0) + \int_0^{\eta_0} [N_c(\epsilon) - N_0(\epsilon)] d\epsilon, \quad (75)$$

ahol  $v$  a két komponens kémiai vegyértékeinek különbsége.

A (74) és (75) egyenletek segítségével  $\mathcal{C}$ -t a következő alakban írhatjuk fel:

$$\mathcal{C} = \frac{Nv}{[N_0(\eta_0)]^2} \frac{dN_0(\epsilon)}{d\epsilon|_{\eta_0}} + \frac{d}{dc} \frac{d}{d\epsilon|_{\eta_0}} \frac{\int_0^{\epsilon} [N_c(\epsilon') - N_0(\epsilon')] d\epsilon'}{N_0(\epsilon)} \quad (76)$$

A merev sáv közelítésben a második tag integrálja nyilván azonosan zérus, vagyis

$$\mathcal{C}_M = \frac{Nv}{[N_0(\eta_0)]^2} \frac{dN_0(\epsilon)}{d\epsilon|_{\eta_0}} \quad (77)$$

A virtuális kristály közelítésben az integrálban  $N_c(\epsilon)$ -ra (34) helyettesítendő:

$$\int_0^{\epsilon} \sum_{\vec{k}} [\delta(\epsilon' - NcU_{\vec{k}\vec{k}} - \epsilon_{\vec{k}}) - \delta(\epsilon' - \epsilon_{\vec{k}})] d\epsilon' \cong Nc \int_0^{\epsilon} \sum_{\vec{k}} \delta'(\epsilon' - \epsilon_{\vec{k}}) U_{\vec{k}\vec{k}} d\epsilon' \quad (78)$$

Ha feltételezzük, hogy  $U_{\vec{k}\vec{k}}$  csak  $\epsilon_{\vec{k}}$ -n keresztül függ  $k$ -tól az összegezés átírható integrállá, amely a delta függvény segítségével elvégezhető:

$$\begin{aligned} Nc \int_0^{\epsilon} \int_0^{\infty} N_0(\epsilon_{\vec{k}}) U(\epsilon_{\vec{k}}) \delta'(\epsilon' - \epsilon_{\vec{k}}) d\epsilon' d\epsilon_{\vec{k}} = \\ = -Nc \int_0^{\epsilon} \frac{d}{d\epsilon'} \{N_0(\epsilon') U(\epsilon')\} d\epsilon' = -Nc N_0(\epsilon) U(\epsilon) \end{aligned} \quad (79)$$

Ezt az eredményünket (76)-ba helyettesítve megkapjuk  $\mathcal{C}$  értékét a virtuális kristály közelítésben:

$$\mathcal{C}_V = \mathcal{C}_M - N \frac{dU(\epsilon)}{d\epsilon|_{\eta_0}} \quad (80)$$

A merev sáv modellből kapott taghoz adandó korrekció tehát arányos a perturbáló potenciál diagonális elemének energia szerinti deriváltjával. Mivel szabad elektronokra  $U_{\vec{k}\vec{k}}$   $k$ -tól független, a szabad elektron közelítésben  $\frac{dU(\epsilon)}{d\epsilon} = 0$ , és a virtuális kristályközelítés egyenértékű a merev sáv modellel.



Az átlagos  $t$ -mátrix közelítésben a (68) kifejezést kell (76) integráljába helyettesíteni, eredményül

$$\mathcal{C}_A = \mathcal{C}_M - \frac{d}{d\varepsilon} \frac{N}{\pi N_0(\varepsilon)} \int_0^\varepsilon \text{Im} \sum_{\vec{k}} \frac{t_{\vec{k}\vec{k}} d\varepsilon'}{(\varepsilon' - \varepsilon_{\vec{k}} + i\xi)^2} \Big|_{\varepsilon=\eta_0} \quad (81)$$

adódik. A (68) és (67) egyenletek összehasonlításából nyilvánvaló, hogy az egzakt eredmény formailag azonos (81)-gyel, csak  $t_{\vec{k}\vec{k}}$   $T_{\vec{k}\vec{k}}$ -val helyettesítendő. Az előző szakaszban mondottak értelmében e kettő csak a szabad elektron közelítésben azonos, tehát nyilván  $\mathcal{C}_A$  is csak ebben az esetben egzakt.

Az egzakt eredmény a (81) és (70) egyenletek alapján a következő formában adható meg:

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \mathcal{C}_M + \frac{d}{d\varepsilon} \left\{ \frac{N}{N_0(\varepsilon)} \int_0^\varepsilon [N_1(\varepsilon') - N_0(\varepsilon')] d\varepsilon' \right\} \Big|_{\varepsilon=\eta_0} = \\ &= \mathcal{C}_M + \frac{N}{\{N_0(\eta_0)\}^2} \frac{dN_0(\varepsilon)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\eta_0} \int_0^{\eta_0} [N_1(\varepsilon) - N_0(\varepsilon)] d\varepsilon - N \frac{N_1(\eta_0) - N_0(\eta_0)}{N_0(\eta_0)}. \end{aligned} \quad (82)$$

A jobboldalon álló integrál egyenlő az állapotossűrűség egy szennyező által okozott megváltozása következtében a Fermi nível alatt elhelyezkedő állapotok számában beálló változással, a második tag pedig az állapotossűrűség relatív változását adja a Fermi energiánál.

Eredményünk szerint a merev sáv modellől való eltérést az  $N_0(\varepsilon)$  függvény meredeksége a Fermi energiánál, és az egy szennyezőnek tulajdonítható állapotossűrűség változás határozza meg. Ez utóbbi járuléka akkor igen jelentős, ha a szennyező atomokon olyan virtuális állapot alakul ki, melynek energiája közel esik a Fermi energiához.

Összefoglalásképpen azt mondhatjuk, hogy a merev sáv modell helyettesítésére javasolt közelítő módszerek, azaz a virtuális kristály és az átlagos  $t$ -mátrix közelítés csak a potenciálok különbségében első rendig egzaktak. Ez az V. és VI. szakaszban leírt, az irodalomban eddig nem ismert számítások eredményeiből következik.

A tapasztalat szerint a merev sáv modellől való eltérés akkor észlelhető, amikor a szennyező atomokon lokalizált állapotok alakulnak ki, ez pedig akkor következik be, ha a potenciálok különbsége nagy. Ezért a merev sáv modell eredményeihez adódó korrekciók számítása az ismertetett közelítésekben nem megbízható. Viszonylag áttekinthetőbb a helyzet ha az ötvözet alapjául szolgáló fém Bloch elektronjai szabad elektronoknak tekinthetők. A dolgozatban megmutattuk, hogy ilyenkor  $c \rightarrow 0$ -ra a virtuális kristály közelítés azonos a merev sáv közelítéssel, az átlagos  $t$ -mátrix közelítés pedig egzakt.

#### IRODALOM

- [1] *W. Hume-Rothery: The Structure of Metals and Alloys* London, 1944.
- [2] *N. Engel, Acta Mat.* 15, 557, 1967.
- [3] *L. Pauling, Phys. Rev.* 54, 899, 1938.
- J. C. Slater, J. Appl. Phys.* 8, 385, 1937.
- [4] *A. H. Wilson, The Theory of Metals* Cambridge University Press, 1965. 144. o.
- [5] *K. Schröder, Phys. Rev.* 117, 1500, 1960.



- [6] *H. Jones*, Proc. Roy. Soc. *A* 144, 396, 1934.  
*H. Jones*, Proc. Phys. Soc. 49, 250, 1937.
- [7] *C. H. Cheng*, *C. T. Wei* and *P. A. Beck*, Phys. Rev. 120, 426, 1960.
- [8] *T. M. Srinivasan*, *H. Claus*, *R. Viswanathan*, *P. A. Beck* and *D. I. Bardos*, sajtó alatt a Phys. Rev.-nél.
- [9] *F. E. Hoare*, *J. C. Matthews* and *J. C. Walling*, Proc. Roy. Soc. *A*216, 502, 1953.
- [10] *I. M. Lifshitz*, Advances in Phys. 13, 483, 1964.
- [11] *A. Messiah*: Quantum Mechanics North Holland Publ. Co., 1961, 469. o.
- [12] *L. Nordheim*, Ann. Physik 9, 607 és 641, 1931.  
*T. Muto*, Sci. Papers Inst. Phys. Chem. Research, Tokyo 34, 377, 1938.  
*R. H. Parmenter*, Phys. Rev. 97, 587, 1955.
- [13] *J. L. Beeby*, Phys. Rev. 135, A130, 1964.
- [14] *H. Jones*, Proc. Roy. Soc. *A*285, 461, 1965.
- [15] *H. Jones*, Proc. Roy. Soc. *A*294, 405, 1966.
- [16] *J. Korringa*, J. Phys. Chem. Solids 7, 252, 1958.

### KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A dolgozatban leírt munka egy részét a University of Illinois vendégeként, Urbanaban végeztem; az ott nyújtott segítségükért köszönettel tartozom *P. A. Beck* és *W. B. Fowler* professzoroknak. Köszönetet mondok továbbá *Zawadowski Alfréd*nek néhány matematikai részlet tisztázásában nyújtott segítségéért, és *Kovács István*nak a kézirat egy korábbi változatával kapcsolatos módosító javaslataiért, és a módosított kéziraatra vonatkozó kritikai megjegyzéseieiért.



# KÖNYVISMERTETÉS

---

*W. Garner: Textile Laboratory Manual*

Volume 3 Detergens Volume 4 Dyestuffs

A textilkémia, amely mint ismeretes, nem kis szerepet játszott a kémia egészének fejlődésében, a kémia egyéb ágaihoz hasonlóan rohamléptekkel halad előre. Így e mű előző kiadása, amelynek célja a textilipari laboratóriumok analitikai és vizsgálati módszereinek egy kötetbe foglalása volt, csakhamar szűknek bizonyult. Így született meg a több kötetből álló második kiadás, melynek második és harmadik kötete most kerül az olvasó közönség elé.

A kézikönyv 3. kötetének négy fejezete, azaz a detergensok és nedvesítőszerke, textiolajok, vegyszerek és vízellátás közül az első tarthat legnagyobb érdeklődésre számot. A fejezet felöleli a Society of Analytical Chemistry kiadásában megjelent Longmann és Hilton monográfia új anyagát, Hoewe Krammers és Mareš kvalitatív analitikai módszereit. A szerző e területen láthatóan nagy tapasztalattal rendelkezik és így a téma jelenlegi helyzetéről megbízható képet ad.

A textiolajok területén az ezt megelőző kiadás megjelenése óta nem nagy fejlődés volt tapasztalható. Így az ezzel foglalkozó fejezet tulajdonképpen a jelenlegi helyzet gyakorlati összefoglalását adja. A két utolsó fejezet ortodox vonalat követ.

A könyv előnyére szolgál, hogy az analitikai eljárások receptjei mellett ezek magyarázatára kellő figyelmet fordít.

A 4. kötet az előző kiadás két fejezetén alapul, amelyek közül az első — „színezékek” címmel — tekintélyesen kibővült, míg a második, amely a színméréssel foglalkozik, csak korlátozott érdeklődésre tarthat számot.

Az első fejezet magában foglalja a lényegesebb színezék elemzési és színtartóság vizsgálatokat. Különösen nagy figyelmet szentel a kromatográfiás analíziseknek. A leírt módszerek minden esetben a festőműhely gyakorlati eljárásaihoz alkalmazkodnak. A második fejezet behatóan tárgyalja az atmoszferikus viszonyok, hőmérséklet és házi mosószerek hatását a színállóságra. Kellő mélységgel foglalkozik a szín-összehasonlítás kérdésével is.

A kötetekben felsorolt eljárások nélkülözhetetlenné teszik az I. kötetben foglalt általános elemzési eljárások ismeretét.

Ezen irodalmi utalásokkal ellátott és a modern igényeknek megfelelő laboratóriumi kézikönyvek a textilkémikusok és laboratóriumi asszisztensek körében valószínűleg nagy érdeklődésnek fognak örvendeni.

*Raksányi Kund*

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat beérkezett: 1967. X. 5. — Példányszám: 550 — Terjedelem: 7 (A/5) ív

67-5753 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK

# KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám:  
43-790-057-181) útján eszközölhetők



Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként: 42,— Ft

INDEX: 26.491
---------------

## TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>Tompa Kálmán</i> : Réz mag mágneses rezonancia spektrumának vizsgálata.....	1
<i>Némedi István</i> : A klasszikus mechanika általános elvei a változó tömegű pontrendszerek körében	53
<i>de Chatel Péter</i> : Ötvözetek elektronszerkezete.....	61

## KÖNYVISMERTETÉS

<i>W. Garner</i> : Textile Laboratory Manual .....	80
--	----



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

2. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK

### FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóirattól évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 iv terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölgék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, síma fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak sedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.



# A BARIONOK TERMÉSZETRAJZA\*

NYÍRI JÚLIA

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

## I. Bevezetés

A ma ismert közel 200 elemi rész rendszerezésének, a köztük ható kölcsönhatások leírásának alapjául a különböző szimmetriatulajdonságok vizsgálata szolgál. A felvetett sokféle lehetséges szimmetriacsoport (lásd pl. [1]) közül mindeddig a legsikeresebbnek a *Gell-Mann* [2] és *Ne'eman* [3] által javasolt oktett-modell bizonyult. Eszerint az erős kölcsönhatások invariánsak az  $SU_3$ -csoport transzformációival szemben. Az  $SU_3$ -szimmetriát sértik a félerős kölcsönhatások úgy, hogy az izospin és a hipertöltés megőrződik. Az elektromágneses kölcsönhatások ezt az alacsonyabb szimmetriát is sértik, meghagyva az  $Y$  és  $I_z$  megmaradást.

Az erősen kölcsönható azonos spinű és paritású részecskéket az  $SU_3$ -csoport egyes irreducibilis ábrázolásai azonosítják. Az  $\frac{1}{2}^+$  spin-paritású nyolc barionról felteszik, hogy azok egy oktett-reprezentációhoz tartoznak: A degenerált szupermultipletet a félerős kölcsönhatások hasítják fel az ismert izotóp-multiplettekre. A tömegfelhasadást megadó Gell—Mann—Okubo-tömegformula

$$M = M_0 \{1 + aY + b(I(I+1) - \frac{1}{4}Y^2)\} \quad (1)$$

a barionoktett esetére a

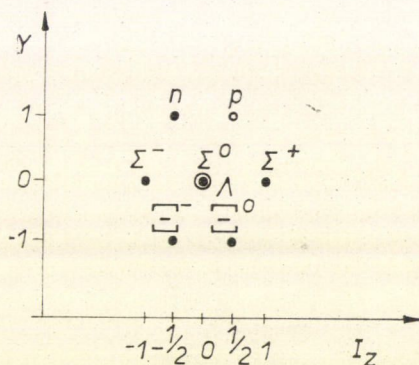
$$\frac{m(N) + m(\Xi)}{2} = \frac{3m(\Lambda) + m(\Sigma)}{4}$$

összefüggésre vezet, és jól egyezik a kísérleti eredményekkel:

$$\begin{array}{ll} m(N) = 936,5 \text{ MeV} & m(\Sigma) = 1193 \text{ MeV} \\ m(\Lambda) = 1115 \text{ MeV} & m(\Xi) = 1317,5 \text{ MeV} \\ \frac{m(N) + m(\Xi)}{2} = 1127 \text{ MeV} & \frac{3m(\Lambda) + m(\Sigma)}{4} = 1134 \text{ MeV} \end{array}$$

\* Érkezett 1966. nov. 2.

Frenkel Andor és Nyíri Júlia előadása alapján (V. Magyar Elméleti Nyári Iskola, Balatonkenese, 1966. január 3—14.)

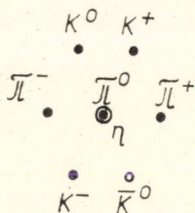


1. ábra



A pszeudoskalár mezonokat ugyancsak egy oktettel azonosítjuk (2. ábra).

Az  $\frac{1}{2}^+$  spin-paritású barionok és a  $0^-$  pszeudoskalár mezonok egy-egy oktettel való megfeleltetése után felmerül a kérdés: hogyan osztályozzuk az ismert mezon-barion-rezonanciákat, azaz azokat a barion-állapotokat, amelyek erősen bomlanak egy barionra és egy mezonra. Amennyiben  $SU_3$ -invarianciából indulunk ki, ezek a rezonanciák a két oktett direktszorzatának kiredukálásában szereplő reprezentációk valamelyikéhez kell, hogy tartozzanak.



$$8 \otimes 8 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \oplus 10^* \oplus 27$$

Az egyik legismertebb rezonancia a  $\pi + N$ -re bomló,  $\frac{3}{2}^+$  spin-paritású  $N_{\frac{3}{2}}^*(1236)$ . Izotópspinje  $\frac{3}{2}$ , hipertöltése 1. Ilyen kvantumszámokkal rendelkező multipliett csak a 10-es, illetve 27-es ábrázolásban fordul elő. Ezt a két lehetőséget taglalja *Glashow* és *Sakurai* [4]. Az 1962-es genfi konferencián a 27-es ábrázolást elvetik, mivel a kísérletek negatív választ adnak az ebben a reprezentációban előforduló  $I=1$ ,  $Y=2$ -es rezonancia-állapot léte. (Goldhaber-gap.)

Az egyetlen szóba jövő ábrázolás tehát, amely nem vezet nem létező rezonanciákra, a dekuplett. (Egészen más gondolatmenet alapján *Martin és Wali* [5] is a dekuplettel azonosítja a  $\frac{3}{2}^+$  barionrezonanciákat. Ők a relativisztikus Chew—Low elmélet kiterjesztésével, egy-barion-cserés kölcsönhatások vizsgálata alapján arra a következtetésre jutnak, hogy ebben az esetben valamennyi  $SU_3$ -reprezentáció közül a dekuplettben a legerősebb a vonzó kölcsönhatás.)

A dekuplett  $Y=1$ ,  $I=\frac{3}{2}$  kvartettjével,  $Y=0$ ,  $I=1$  triplettjével és  $Y=-1$ ,  $I=\frac{1}{2}$  dublettjével jól azonosítható az  $N_{\frac{3}{2}}^*(1236)$ , az  $Y_1^*(1385)$  és az 1962-ben felfedezett  $\Xi^*(1530)$ . Megjegyzendő, hogy ebben a reprezentációban a Gell—Mann—Okubo tömegformula  $I = \frac{1}{2}Y + 1$  miatt „equal-spacing”-szabályra vezet:

$$M = M_0(1 + a'Y) \quad (2)$$

vagyis

$$m(N_{\frac{3}{2}}^*) = m_0$$

$$m(Y_1^*) = m_0 + \Delta$$

$$m(\Xi^*) = m_0 + 2\Delta$$

$$m(\Omega^-) = m_0 + 3\Delta$$

A dekuplett tagjai meglepően jól, néhány MeV pontossággal kielégítik ezt a tömegképletet:

$$m(N_{\frac{3}{2}}^*) = 1236,0 \pm 0,4 \text{ MeV}$$

$$m(Y_1^*) = 1332,7 \pm 0,5 \text{ MeV}$$

$$\Delta = 147 \text{ MeV}$$

$$m(\Xi^*) = 1529,7 \pm 0,9 \text{ MeV}$$

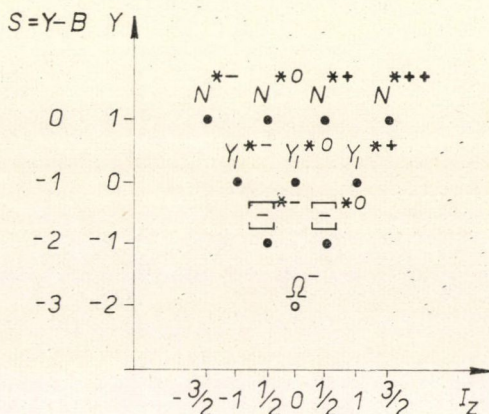
Az  $SU_3$ -elmélet nagy sikerét jelenti a hiányzó 1676 MeV tömegű,  $\frac{3}{2}^+$  spin-paritású,  $-3$  ritkaságú  $\Omega^-$  felfedezése 1964-ben.

A vektormezonokat Gell-Mann egy  $SU_3$ -oktettel azonosítja; erre és a többi mezonrezonanciára itt nem térünk ki, mivel feladatunk csupán a barionok áttekintése. Ami a további barion-állapotok szupermultiplettekbe való besorolását il-



leti, ez jelenleg elsősorban a kísérleti eredményektől függ. Feltételezik, hogy egy oktettbe tartozik a  $\frac{3}{2}^-$  spinparitású  $Y_0^*(1520)$ ,  $Y_1^*(1660)$ ,  $N_{1/2}^*(1518)$  és  $\Xi^*(1816)$  barion; ugyancsak egy oktettel azonosítják az  $\frac{3}{2}^+$  spinparitású  $Y_0^*(1815)$ ,  $N_{1/2}^*(1688)$  és  $\Xi^*(1933)$  részecskéket, az ide tartozó  $Y=0$ ,  $I=1$  triplettet azonban még nem sikerült megtalálni. A többi feltételezett szupermultiplettben legalább 2—2 állapotranya nincs még kísérleti evidencia (lásd a mellékelt táblázatot).

A továbbiakban az  $\frac{1}{2}^+$  barionoktett és a  $\frac{3}{2}^+$  dekuplett bomlásaival fogunk részletesen foglalkozni.



3. ábra

## II. A $\frac{3}{2}^+$ bariondekuplett bomlásai

A dekuplettbe tartozó mezon-barion rezonanciákat — mivel  $\frac{3}{2}$  spinű részecskék — a Rarita—Schwinger egyenlet írja le.

$$(\gamma_\nu \partial_\nu - im)D_\mu = 0$$

$$\gamma_\mu D_\mu = 0$$

$$\partial_\mu D_\mu = 0$$

A dekuplett, a barionoktett és a mezonoktett közötti lehetséges csatolásokból kettő ennek következtében zérussal egyenlő:

$$\bar{B}\gamma_\mu \gamma_5 D_\mu M = 0$$

$$\bar{B}\partial_\mu D_\mu M = 0$$

itt  $B$ ,  $D$  és  $M$  a megfelelő barion-, illetve mezonteroperátor.

A kölcsönhatás Lagrange-függvénye tehát csak  $D_\mu \bar{B}\partial_\mu M$  lehet. A továbbiakban a spinor- és vektorindexeket elhagyjuk.

Az  $N_{3/2}^*$ ,  $Y_1^*$  és  $\Xi_{1/2}^*$  megfigyelt bomlásai csak erők:

$$N_{3/2}^* \rightarrow \Pi N$$

$$Y_1^* \rightarrow \Pi \Lambda$$

$$Y_1^* \rightarrow \Pi \Sigma$$

$$\Xi_{1/2}^* \rightarrow \Pi \Xi$$

Ezzel szemben az  $\Omega^-$  kvázistabil. Erős bomlásra egyetlen lehetőség az  $\Omega^- \rightarrow \Xi \bar{K}$  lenne, ez azonban energetikailag nem megengedett. Az  $\Omega^-$  elektromágneses bomlásait a ritkaságörzés tiltja. A lehetséges gyenge bomlások közül megfigyelték az  $\Omega^- \rightarrow \Xi \Pi$  és  $\Omega^- \rightarrow \Lambda \bar{K}$  folyamatokat.



## 1. Erős bomlások

Vizsgáljuk először a bariondekuplett erős bomlásait. Tételezzünk fel exakt  $SU_3$ -szimmetriát, vagyis azt, hogy az erős kölcsönhatások Lagrangianja  $SU_3$ -invariáns. Ebben az esetben a  $D \rightarrow B + M$  folyamatot egyetlen  $G_0$  csatolási állandó jellemzi. A Lagrange-függvény megalkotása céljából a dekuplett és a két oktett direktszorzatából kell egy skalárt kicsatolnunk:

$$G_\sigma \sum_{v_1 v_2 v_3} \sum_v \begin{pmatrix} 8 & 8 & 10 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 10^* & 1 \\ v & v_3 & 0 \end{pmatrix} B_{v_1} M_{v_2} D_{v_3} + \text{H. c.} \quad (3)$$

$$\text{ahol } \begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} p_1 q_1 & p_2 q_2 & p q \\ I_1 I_{z1} Y_1 & I_2 I_{z2} Y_2 & I I_z Y \end{pmatrix}$$

egy  $SU_3$  Clebsch—Gordan-koefficiens;  $\mu$  a  $(p, q)$  ábrázolást,  $v$  az ábrázoláson belüli  $(I I_z Y)$  állapotot jelöli.

Figyelembe véve az izotópinvarianciát, az  $SU_3$  CG-koefficiensnek ismeretében (pl. [6]) a különböző folyamatok effektív csatolási állandói kifejezhetők  $G_0$  segítségével:

$$G(N^*, N\pi) = -G(N^*, \Sigma K) = -G_0/\sqrt{2}$$

$$G(Y_1^*, \Sigma\pi) = G(Y_1^*, \Xi K) = -G(Y_1^*, N\bar{K}) = G_0/\sqrt{6}$$

$$G(Y_1^*, \Lambda\pi) = -G(Y_1^*, \Sigma\eta) = -G_0/2$$

$$G(\Xi^*, \Xi\pi) = G(\Xi^*, \Xi\eta) = G(\Xi^*, \Sigma\bar{K}) = -G(\Xi^*, \Lambda\bar{K}) = G_0/2$$

$$G(\Omega^-, \Xi\bar{K}) = G_0$$

Mivel a  $D \rightarrow B + M$  bomlás végállapota mindig  $p$ -hullám, a szélességet általában a

$$\Gamma = |G|^2 p^3 \frac{m(B)}{m(D)} \quad (5)$$

illetve pontosabban a

$$\Gamma(D_{v_3}, B_{v_1} M_{v_2}) = |G(D_{v_3}, B_{v_1} M_{v_2})|^2 p^3 \frac{m(B_{v_1})}{m(D_{v_3})}$$

formula adja meg, ahol  $m(D)$  és  $m(B)$  a bomló rezonancia, illetve a keletkező barion tömege,  $p$  pedig a végállapot impulzusa tömegközépponti rendszerben. Láttuk, hogy exakt  $SU_3$ -szimmetria esetében  $G_0$  és a megfelelő CG-koefficiens segítségével valamennyi csatolási állandó kifejezhető, tehát

$$\frac{\Gamma}{\varrho} \sim (CG)^2, \quad \text{ahol } \varrho = p^3 \frac{m(B)}{m(D)}$$



A megfigyelt folyamatokra a mérési eredmények, illetve elméleti értékek a következők (az  $N_{3/2}^* \rightarrow \Pi N$  bomlás  $\Gamma_{\text{exp}}/\varrho$  értékét normáltuk a megfelelő  $(CG)^2$ -re):

	$\Gamma_{\text{exp}}$ (MeV)	$\Gamma_{\text{exp}}/\varrho$	$(CG)^2$
$N_{3/2}^* \rightarrow N\pi$	120	0,5	$1/2$
$Y_1^* \rightarrow \Lambda\pi$	44	0,35	$1/4$
$Y_1^* \rightarrow \Sigma\pi$	4,8	0,15	$1/6$
$\Xi^* \rightarrow \Xi\pi$	7,5	0,18	$1/4$

Az összes többi,  $SU_3$ -szempontból megengedett bomlást az energiamegmaradás tiltja. Összehasonlítva a kísérleti és elméleti értékeket, látható, hogy a

$$\frac{\Gamma(N_{3/2}^* \rightarrow N\pi)}{\Gamma(\Xi^* \rightarrow \Xi\pi)}$$

bomlási arányra az egyezés jó,

$$\frac{\Gamma(Y_1^* \rightarrow \Sigma\pi)}{\Gamma(Y_1^* \rightarrow \Lambda\pi)}$$

esetben azonban már lényeges az eltérés. Ugyancsak elég nagy különbség adódik az elméleti és kísérleti értékek között egyes szórási folyamatok esetében; például

$$\Pi^- + p \rightarrow N_{3/2}^{*-} + \Pi^+$$

$$K^- + p \rightarrow Y_1^{*-} + \Pi^+$$

$$\Pi^- + p \rightarrow Y_1^{*-} + K^+$$

$$K^- + p \rightarrow \Xi_1^{*-} + K^+$$

folyamatok matrixelem négyzeteire az  $SU_3$ -elmélet az

$$\frac{|\langle N_{3/2}^* \Pi^+ | \Pi^- p \rangle|^2}{3} = |\langle Y_1^{*-} \Pi^+ | K^- p \rangle|^2 = |\langle Y_1^{*-} K^+ | \Pi^- p \rangle|^2 = |\langle \Xi^{*-} K^+ | K^- p \rangle|^2$$

összefüggést adja, a kísérlet szerint viszont

$$|\langle Y_1^{*-} \Pi^+ | K^- p \rangle|^2 \approx |\langle \Xi^{*-} K^+ | K^- p \rangle|^2 \ll |\langle N_{3/2}^* \Pi^+ | \Pi^- p \rangle|^2 \approx |\langle Y_1^{*-} K^+ | \Pi^- p \rangle|^2$$

Az ilyen nagymértékű eltérés nyilvánvalóan az  $SU_3$ -szimmetria megsértésének tudható be.

Gupta és Singh [7], illetve Becchi, Eberle és Morpurgo [8] a félerős kölcsönhatások bevezetésével számol összegezési szabályokat és bomlási arányokat. A félerős kölcsönhatásról felteszik, hogy úgy transzformálódik, mint egy oktett  $v = |II_z Y\rangle = |000\rangle$  komponense — azaz sérül az  $SU_3$ , őrződik  $I$  és  $Y$ . Leírására célszerű egy  $S$  spurionoktett bevezetése.

Vizsgáljuk az  $S + D \rightarrow B + M$  folyamatot. A három oktett és a dekuplett direktorzatából kell először egy  $SU_3$ -skalárt alkotnunk.

$$S \otimes D = 8 \otimes 10 = 8 \oplus 10 \oplus 27 \oplus 35$$

$$B \otimes M = 8 \otimes 8 = 1 \oplus 8_F \oplus 8_D \oplus 10 \oplus 10^* \oplus 27$$



ahol  $8_D$  és  $8_F$  a két oktett teljesen szimmetrikus  $D$ , illetve teljesen antiszimmetrikus  $F$ -csatolásának felel meg.

Látható, hogy  $S \otimes D$  és  $B \otimes M$  direktorzatából négyféleképpen csatolható össze skalár:  $27 \otimes 27$ ,  $10 \otimes 10^*$ ,  $8 \otimes 8_F$  és  $8 \otimes 8_D$ , az  $SU_3$ -invariáns kölcsönhatás tehát a következő tagokból áll:

$$\begin{aligned} G_1 \sum_{\nu\nu'} \sum_{\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 27 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 27 \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 27 & 1 \\ \nu & \nu' & 0 \end{pmatrix} S_{\nu_1} D_{\nu_2} B_{\nu_3} M_{\nu_4} \\ G_2 \sum_{\nu\nu'} \sum_{\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 10 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 10^* \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 10^* & 1 \\ \nu & \nu' & 0 \end{pmatrix} S_{\nu_1} D_{\nu_2} B_{\nu_3} M_{\nu_4} \\ G_3 \sum_{\nu\nu'} \sum_{\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8_F & 1 \\ \nu & \nu' & 0 \end{pmatrix} S_{\nu_1} D_{\nu_2} B_{\nu_3} M_{\nu_4} \\ G_4 \sum_{\nu\nu'} \sum_{\nu_1 \nu_2 \nu_3 \nu_4} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8_D & 1 \\ \nu & \nu' & 0 \end{pmatrix} S_{\nu_1} D_{\nu_2} B_{\nu_3} M_{\nu_4} \end{aligned}$$

A fiktív spurionoktett komponensei közül most már csak azt hagyjuk meg, amely biztosítja a félerős kölcsönhatás megfelelő transzformációs tulajdonságait:

$$S_\nu = \begin{cases} 0 & \text{ha } \nu \neq |000\rangle \\ 1 & \nu = |000\rangle \end{cases}$$

A  $D \rightarrow B + M$  bomlás totális effektív csatolási állandója tehát a következő lesz:

$$\begin{aligned} G(D, BM) = G_0 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 10 \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 10^* & 1 \\ \nu & \nu_2 & 0 \end{pmatrix} + \\ + \sum_{i=1}^4 G_i \begin{pmatrix} 8 & 10 & \mu \\ \nu_1 & \nu_2 & \nu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & \mu' \\ \nu_3 & \nu_4 & \nu' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu & \mu' & 1 \\ \nu & \nu' & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Az adott 5 paraméter segítségével a 12 csatolási állandóból az alábbi összefüggéseket nyerjük:

$$-\sqrt{2} G(N^*, N\pi) = a + \frac{5}{4} p - s$$

$$\sqrt{2} G(N^*, \Sigma K) = a - \frac{5}{4} p - s$$

$$-\sqrt{6} G(Y_1^*, N\bar{K}) = a + p - 3q + r$$

$$-2 G(Y_1^*, \Lambda\Pi) = a + p + 2q$$

$$\sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma\Pi) = a - 2r$$

$$2 G(Y_1^*, \Sigma\eta) = a - p - 2q$$

$$\sqrt{6} G(Y_1^*, \Xi K) = a - p + 3q + r$$



$$-2 G(\Xi^*, \Lambda \bar{K}) = a + \frac{3}{4} p - q + r + s$$

$$2 G(\Xi^*, \Sigma \bar{K}) = a - \frac{1}{4} p - 3q - r + s$$

$$2 G(\Xi^*, \Xi \eta) = a - \frac{3}{4} p + q + r + s$$

$$2 G(\Xi^*, \Xi \Pi) = a + \frac{1}{4} p + 3q - r + s$$

$$G(\Omega^-, \Xi \bar{K}) = a + 2s$$

$$\text{ahol } a = G_o, \quad p = \frac{3}{5} G_1, \quad s = \frac{1}{4} \sqrt{2} G_2, \quad q = \frac{1}{5} G_3 \quad \text{és} \quad r = \frac{1}{\sqrt{5}} G_4$$

A paraméterek kiküszöbölésével 7 összegezési szabályt kapunk:

$$\frac{1}{2} [-\sqrt{2} G(N^*, \Sigma \Pi) + 2G(\Xi^*, \Xi \Pi)] = \frac{1}{4} [-6G(Y_1^*, \Lambda \Pi) + \sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma \Pi)]$$

$$\frac{1}{2} [\sqrt{2} G(N^*, \Sigma K) + 2G(\Xi^*, \Sigma \bar{K})] = \frac{1}{4} [6G(Y_1^*, \Sigma \eta) + \sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma \Pi)]$$

$$\frac{1}{2} [-\sqrt{6} G(Y_1^*, \Lambda \bar{K}) + G(\Omega^-, \Xi \bar{K})] = \frac{1}{4} [-6G(\Xi^*, \Lambda \bar{K}) + 2G(\Xi^*, \Sigma \bar{K})]$$

$$\frac{1}{2} [\sqrt{6} G(Y_1^*, \Xi K) + G(\Omega^-, \Xi \bar{K})] = \frac{1}{4} [6G(\Xi^*, \Xi \eta) + 2G(\Xi^*, \Xi \Pi)] \quad (7)$$

$$\sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma \Pi) + G(\Omega^-, \Xi \bar{K}) = 2G(\Xi^*, \Xi \Pi) + 2G(\Xi^*, \Sigma \bar{K})$$

$$-\sqrt{2} G(N^*, \Sigma \Pi) + 2G(\Xi^*, \Sigma \bar{K}) = -\sqrt{6} G(Y_1^*, \Lambda \bar{K}) + \sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma \Pi)$$

$$\sqrt{2} G(N^*, \Sigma K) + 2G(\Xi^*, \Xi \Pi) = \sqrt{6} G(Y_1^*, \Xi K) + \sqrt{6} G(Y_1^*, \Sigma \Pi)$$

Az első összefüggés reális folyamatok csatolási állandóit tartalmazza, itt tehát lehetőség nyílik a kísérleti ellenőrzésre. A szélességek kísérleti értékéből (5) alapján a csatolási állandókra

$$G(N^*, \Sigma \Pi) = 3,127 \pm 0,266 \text{ BeV}^{-1}$$

$$G(Y_1^*, \Lambda \Pi) = 2,269 \pm 0,204 \text{ BeV}^{-1}$$

$$G(Y_1^*, \Sigma \Pi) = -0,520 \pm 0,046 \text{ BeV}^{-1}$$

$$G(\Xi^*, \Xi \Pi) = -1,575 \pm 0,225 \text{ BeV}^{-1}$$



adódik, az előjeleket az exakt  $SU_3$  csatolási állandók előjeleinek megfelelően választottuk. Behelyettesítve ezeket az értékeket a

$$\sqrt{2} G(N^*, \Pi) - 2G(\Xi^*, \Xi\Pi) = 3G(Y_1^*, \Lambda\Pi) - \sqrt{\frac{3}{2}} G(Y_1^*, \Sigma\Pi)$$

összefüggésbe, a bal oldalon  $7,444 \pm 0,668 \text{ BeV}^{-1}$ , a jobb oldalon  $7,444 \pm 0,668 \text{ BeV}^{-1}$  az eredmény, a kísérlet tehát kitűnően összefér az elméleti egyenlőséggel.

## 2. Elektromágneses bomlások

Térjünk rá a dekuplett esetleges elektromágneses bomlásainak tárgyalására. Az elektromágneses kölcsönhatás sérti  $I$ -t, őrzi az  $U$ -spint és  $Q$ -t (tehát  $Y$ -t és  $I_z$ -t).

$$Q = I_z + \frac{1}{2} Y$$

$$U = \frac{3}{4} Y - \frac{1}{2} I_z$$

A dekupletten belüli elektromágneses bomlást ezek a megmaradási törvények tiltják; a dekupletthez tartozó barionrezonanciák elektromágneses bomlására egyetlen lehetőség a

$$D \rightarrow B + \gamma$$

folyamat. Az elektromágneses kölcsönhatás Lagrange-függvénye

$$\mathcal{L}_{e.m.} = e j_\mu(x) A^\mu(x)$$

A  $j_\mu(x)$  elektromos áram úgy transzformálódik, mint egy  $SU_3$ -oktett  $U$ -spin szerinti  $|000\rangle$  komponense, illetve —  $|I_z Y\rangle$ -ban kifejezve — mint

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 100 & 100 \end{vmatrix} - \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 8 & 8 \\ 000 & 000 \end{vmatrix}$$

Feltételezzük először, hogy az  $SU_3$ -invariáns erős kölcsönhatásokon kívül csak az elektromágneses kölcsönhatás van jelen. Hogy a  $D \rightarrow B + \gamma$  bomlást leírjuk, a barion-oktettből és a dekuplettből kell egy oktettet alkotnunk:

$$\sum_{v_1 v_2 v} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} B_{v_1} D_{v_2}$$

és ebből kell kiválasztanunk a megfelelő komponenseket:

$$\mathcal{L}_{e.m.} = e \left[ \sum_{v_1 v_2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & 000 \end{pmatrix} \right) B_{v_1} D_{v_2} \right]_\mu A^\mu + \text{H. c.} \quad (8)$$



A különböző bomlások  $\langle B\gamma|D\rangle$  matrixelemeire áttérve, a következő összefüggéseket nyerjük:

$$\begin{aligned}\langle p\gamma|N^{*+}\rangle &= \langle n\gamma|N^{*0}\rangle = -\langle \Sigma^+\gamma|Y_1^{*+}\rangle = \\ &= -2\langle \Sigma^0\gamma|Y_1^{*0}\rangle = \frac{2}{\sqrt{3}}\langle A\gamma|Y_1^{*0}\rangle = -\langle \Xi^0\gamma|\Xi^{*0}\rangle\end{aligned}$$

A  $\frac{3}{2}$ -es  $U$ -spinű részecskék elektromágneses bomlása tiltott.

$$\langle \Sigma^-\gamma|Y_1^{*-}\rangle = \langle \Xi^-\gamma|\Xi^{*-}\rangle = 0$$

Bár mindezekre a bomlásokra nincs még semmilyen kísérleti evidencia, érdemes megnézni, mi történik, ha figyelembe vesszük a félerős kölcsönhatásokat is. Nyilvánvaló, hogy ebben az esetben — mivel az  $U$ -spin sérül — megengedetté válnak a  $\frac{3}{2}$ -es  $U$ -spinű részecskék elektromágneses bomlásai. Az  $S + D \rightarrow B + \gamma$  folyamat Lagrange-függvényének megalkotása céljából a dekuplett és a két oktett direkt-szorzatából kell oktettet kicsatolnunk (ez négyféleképpen lehetséges) és meghagynunk a megfelelő komponenseket:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{e.m.} = e &\left[ \sum_{v_1 v_2 v} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ v & 000 & 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ v & 000 & 000 \end{pmatrix} \right) B_{v_1} D_{v_2} \right. \\ &\sum_{v_1 v_2 v} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ v & 000 & 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 8 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ v & 000 & 000 \end{pmatrix} \right) B_{v_1} D_{v_2} \\ &\sum_{v_1 v_2 v} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 10 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 8 & 8 \\ v & 000 & 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 10 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 10 & 8 & 8 \\ v & 000 & 000 \end{pmatrix} \right) B_{v_1} D_{v_2} \\ &\left. \sum_{v_1 v_2 v} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 27 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 8 & 8 \\ v & 000 & 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 10 & 27 \\ v_1 & v_2 & v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 27 & 8 & 8 \\ v & 000 & 000 \end{pmatrix} \right) B_{v_1} D_{v_2} \right] A^\mu\end{aligned}$$

B. Barrett és K. Tanaka [9] az  $SU_3$ -sértő félerős kölcsönhatás bevezetésével, annak legalacsonyabb rendjében számolva, az alábbi összefüggéseket nyeri:

$$\begin{aligned}\langle \Sigma^-\gamma|Y_1^{*-}\rangle &= \langle \Xi^-\gamma|\Xi^{*-}\rangle \\ \langle \Sigma^0\gamma|Y_1^{*0}\rangle + \langle p\gamma|N^{*+}\rangle &= \langle \Xi^0\gamma|\Xi^{*0}\rangle + \sqrt{3}\langle A\gamma|Y^{*0}\rangle\end{aligned}$$

Az  $SU_2$ -invariancia figyelembevétele további relációkat ad:

$$\begin{aligned}\langle p\gamma|N^{*+}\rangle &= \langle n\gamma|N^{*0}\rangle \\ \langle \Sigma^+\gamma|Y^{*+}\rangle + \langle \Sigma^-\gamma|Y^{*-}\rangle &= 2\langle \Sigma^0\gamma|Y^{*0}\rangle\end{aligned}$$

Valamennyi itt felsorolt folyamat energetikailag megengedett.

Az elektromágneses kölcsönhatások az  $SU_3$ -szupermultipletteket  $U$ -spin szerinti multiplettekre hasítják fel. Az így adódó elektromágneses tömegkorrekciók, valamint a mágneses momentumok kiszámítását itt nem fogjuk részletezni, annál



is inkább, mivel a rendelkezésre álló kísérleti információ elég csekély. Exakt  $SU_3$  alapon Rosen [10] a következő elektromágneses tömegképleteket kapja:

$$m(N^{*0}) - m(N^{*+}) = m(Y_1^{*0}) - m(Y_1^{*+})$$

$$m(N^{*-}) - m(N^{*0}) = m(Y_1^{*-}) - m(Y_1^{*0}) = m(\Xi^{*-}) - m(\Xi^{*0})$$

$$m(N^{*-}) - m(N^{*++}) = 3(m(N^{*0}) - m(N^{*+}))$$

A megfelelő kísérleti értékek:

$$m(N^{*-}) - m(N^{*++}) = 8,0 \pm 3,8 \text{ MeV}$$

$$m(N^{*0}) - m(N^{*++}) = 0,45 \pm 0,85 \text{ MeV}$$

$$m(Y_1^{*-}) - m(Y_1^{*+}) = \begin{cases} 4,4 \pm 2,2 \text{ MeV} \\ 17 \pm 7 \text{ MeV} \end{cases}$$

$$m(\Xi^{*-}) - m(\Xi^{*0}) = 5,7 \pm 3,0 \text{ MeV}$$

Az elmélet és a mérési eredmények tehát a nagy hibahatáron belül nem ellentmondók:

$$m(Y_1^{*-}) - m(Y_1^{*+}) = \frac{4}{3}(m(N^{*-}) - m(N^{*++})) - (m(N^{*0}) - m(N^{*+}))$$

$$\text{vagy } \left. \begin{array}{l} 4,4 \pm 2,2 \text{ MeV} \\ 17 \pm 7 \text{ MeV} \end{array} \right\} = 10,2 \pm 6 \text{ MeV}$$

és

$$m(\Xi^{*-}) - m(\Xi^{*+}) = (m(N^{*0}) - m(N^{*++})) + (m(N^{*++}) - m(N^{*0}))$$

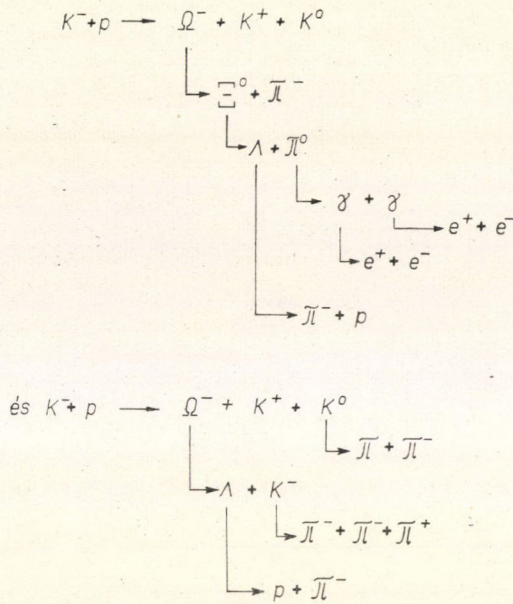
$$5,7 \pm 3 \text{ MeV} = 7,5 \pm 4,6 \text{ MeV}$$

### 3. Gyenge bomlások

Az  $\Omega^-$  hiperont, amely, mint láttuk, csak gyengén bomolhat, kaon-proton-szórásban fedezték fel [11], és az  $\Omega^- \rightarrow \Lambda + K^-$  illetve  $\Omega^- \rightarrow \Xi^0 + \pi^-$  bomlások alapján azonosították a 4. ábrán feltüntetett eseményekben.

Mivel az  $\Omega^-$ -ra vonatkozóan mindaddig összesen három eseményt sikerült megfigyelni, és az elvileg lehetséges számos leptonikus és nem leptonikus bomlás közül csak az említett két módot találták meg, az elmélettel való összehasonlításra egyelőre nincs kilátás. Mindenesetre érthető, hogy a megfigyelt bomlások nem leptonikusak, hiszen, mint azt látni fogjuk, a leptonikus és nem leptonikus bomlások aránya  $10^{-4}$  körül van. A gyenge kölcsönhatások részletes tárgyalására a következő fejezetben kerül sor, így itt csak megjegyezzük, hogy a nem leptonos bomlások őrzik az elektromos töltést, és sértik a ritkaságot és az izotópspint. Amplitúdójuk egy  $SU_3$ -oktett  $|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\rangle$  és  $|\frac{1}{2} - 1\rangle$  komponense szerint transzformálódik, célszerű





4. ábra

tehát egy fiktív spurionoktett bevezetése, és az  $S_v \otimes D_{v_1} \otimes B_{v_2} \otimes M_{v_3}$  direktszorzatból alkotott  $SU_3$ -skalárban a megfelelő tagok meghagyása:

$$S_v = \begin{cases} 1, & \text{ha } v = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1\rangle \text{ vagy } |\frac{1}{2} \frac{1}{2} - 1\rangle \\ 0 & \text{az összes többi esetben} \end{cases}$$

Glashow és Socolow [12] feltételezve, hogy  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  és  $|\Delta S| = 1$ , az  $\Omega^-$  lehetséges leptonos és nem leptonos bomlásaira a következő arányokat jósolja:

$\Xi^0 \pi^-$	39,5 %
$\Xi^- \pi^0$	19,1 %
$\Lambda K^-$	20,9 %
$\Xi^{*0} \pi^-$	8,4 %
$\Xi^{*-} \pi^0$	4,9 %
$\Xi^0 e^- \bar{\nu}$	4,0 %
$\Xi^0 \mu^- \bar{\nu}$	2,7 %
$\Xi^{*0} e^- \bar{\nu}$	0,4 %

valamint

Ezek helyességéről a jelenlegi kísérleti eredmények természetesen nem adnak felvilágosítást.



### III. Az $\frac{1}{2}^+$ barionoktett bomlásai

A barionoktett tagjai közül a proton stabil. A többi hét barion erős és elektromágneses bomlásait a  $\sum^0 \rightarrow \Lambda \gamma$  folyamat kivételével tiltja az energia, a barionszám és a ritkaság együttes megmaradása.

#### 1. Elektromágneses kölcsönhatások

Vizsgáljuk először a barionoktett elektromágneses kölcsönhatásait. Feltételezzük, hogy más  $SU_3$ -sértő kölcsönhatások nincsenek jelen. Az elektromágneses kölcsönhatások hadron-árama, mint az láttuk, egy  $SU_3$ -oktett  $\frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 \\ 100 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 \\ 000 \end{pmatrix}$  komponense szerint transzformálódik. A Wigner—Eckart teorema segítségével, figyelembe véve a lehetséges Lorentz-invariáns alakokat, az elektromos áram matrixelemeire a következő adódik:

$$\begin{aligned}
 \langle B_{\alpha_2} | j_\mu(0) | B_{\alpha_1} \rangle &= \langle B_{\alpha_2} | T_\alpha^8 | B_{\alpha_1} \rangle = \\
 &= \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} \langle 8 | T^8 | 8 \rangle_F + \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} \langle 8 | T^8 | 8 \rangle_D = \\
 &= \bar{B}_{\alpha_2} \left\{ F_1(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} + \right. \\
 &\quad \left. + F_3(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_4(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \alpha & \alpha_2 \end{pmatrix} \right\} B_{\alpha_1} \\
 &= \bar{B}_{\alpha_2} \left\{ F_1(q^2) \gamma_\mu \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 100 & \alpha_2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 000 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + F_2(q^2) \gamma_\mu \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 000 & \alpha_2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 000 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + F_3(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 100 & \alpha_2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 000 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + F_4(q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 100 & \alpha_2 \end{pmatrix} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 000 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] \right\} B_{\alpha_1}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Itt  $B_\alpha$  az oktett  $\alpha$ -komponensének megfelelő barion Dirac-spinorja,  $q_\mu$  pedig a négyes impulzusátadás. Az  $F_1(q^2)$  és  $F_2(q^2)$  az elektromos,  $F_3(q^2)$  és  $F_4(q^2)$  a mágneses formfaktor. Zérus impulzusátadás esetén

$$\frac{1}{\sqrt{6}} F_1(0) = 1 \quad F_2(0) = 0$$



és ez közelítőleg igaz kis  $q^2$  értékekre is. Mivel pedig az  $F$ -csatolásban  $\Sigma\Lambda$  átmenet nem szerepel, hiszen  $F_1(q^2)$  megfelelő együtthatója  $\frac{\sqrt{3}}{2} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ 100 & 100 & 000 \end{pmatrix} = 0$  nyilvánvaló, hogy a  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda\gamma$  bomlásért a mágneses tagok felelősek.

Coleman és Glashow [13], illetve Okubo [14] a konkrét állapotokra felírt matrixelemekből a  $\mu$  mágneses momentumokra a következő összefüggéseket nyeri:

$$\mu(\Sigma^+) = \mu(p)$$

$$\mu(\Lambda) = \frac{1}{2} \mu(n)$$

$$\mu(\Xi^0) = \mu(n)$$

$$\mu(\Xi^-) = \mu(\Sigma^-) = -[\mu(p) + \mu(n)]$$

$$\mu(\Sigma^0) = -\frac{1}{2} \mu(n)$$

A  $\Sigma^0$  bomlás matrixelemének együtthatójára

$$\mu(\Lambda\Sigma^0) = \frac{\sqrt{3}}{2} \mu(n) \quad \text{adódik.}$$

$SU_3$ -szimmetria nélkül, pusztán izotópinvarianciából következik a

$$\mu(\Sigma^0) = \frac{1}{2} [\mu(\Sigma^+) + \mu(\Sigma^-)]$$

összefüggés. Mivel  $\mu(p) = 2,78$  és  $\mu(n) = -1,91$ , exakt  $SU_3$ -szimmetria alapján  $\mu(\Lambda) = -0,96$  és  $\mu(\Sigma^+) = 2,78$  várható; a kísérleti érték  $\mu(\Lambda) = -0,73 \pm 0,17$  és  $\mu(\Sigma^+) = 2,8 \pm 1,2$ .

A barionoktettben az elektromágneses tömegfelhasadás az alábbi összefüggésekre vezet:

$$m(\Xi^-) - m(\Xi^0) = m(\Sigma^-) - m(\Sigma^+) + m(p) - m(n).$$

A kísérleti eredmények ezzel összhangban vannak:

$$m(n) - m(p) = -1,3 \text{ MeV}$$

$$m(\Sigma^0) - m(\Sigma^+) = 3,0 \pm 0,1 \text{ MeV}$$

$$m(\Sigma^-) - m(\Sigma^0) = 4,9 \pm 0,1 \text{ MeV}$$

$$m(\Xi^-) - m(\Xi^0) = 6,5 \pm 1,0 \text{ MeV}$$

és innen

$$m(\Xi^-) - m(\Xi^0) = 6,5 \pm 1,0 \text{ MeV}$$

$$m(\Sigma^-) - m(\Sigma^+) + m(p) - m(n) = 6,6 \pm 0,1 \text{ MeV.}$$

Mielőtt befejeznénk a barionoktett elektromágneses tulajdonságainak tárgyalását, szólnunk kell néhány szót azokról az összefüggésekről, amelyeket az  $SU_6$ -szimmet-



ria feltételezése ad. Ha tehát feltesszük, hogy a barionoktett és a bariondekuplett az  $SU_6$ -csoport 56-os ábrázolásához tartozik, és az elektromos áram  $SU_6$ -ban a 35-ös reprezentáció szerint transzformálódik,  $SU_3$ -ban pedig úgy, mint egy oktet  $U=Q=0$  komponense, akkor egyrészt megkapjuk az  $SU_3$ -elméletből ismert összefüggéseket, másrészt a  $\mu(p) = -1,46 \mu(n)$  kísérleti értékkel kiválóan egyező

$$\mu(p) = -\frac{3}{2}\mu(n)$$

relációt nyerjük.

## 2. Gyenge bomlások

A barionoktett megfigyelt gyenge bomlásai leptonikus

$$B \rightarrow B' l \nu_l \quad l = \mu^\pm, e^\pm$$

és nem leptonikus

$$B \rightarrow B' \Pi$$

jellegűek. A neutron nem leptonikus bomlását az energiamegmaradás tiltja. A többi barionnál mindkét bomlási módus előfordul. A nem leptonikus bomlások dominálnak,  $10^3 - 10^4$ -szer gyorsabbak a leptonikus folyamatoknál. Ezért az utóbbiakat nehéz mérni; a világstatisztika bariononként mindössze 10–100 esemény, sőt néhány esetben ( $\Xi^- \rightarrow \Lambda \mu \nu$ ,  $\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \nu$ ,  $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \nu$ ) még nincs megfigyelés. Az élettartamokat így a nem leptonos bomlásokból állapítják meg, és ezekhez viszonyítják a  $B \rightarrow B' l \nu_l$  módusok kis részarányát. A nem leptonikus bomlások domináló voltát az elmélet is jelzi, de a kísérleti arány 30–40-szer nagyobb a vártánál [15].

A  $\Sigma^0$  gyenge bomlásaira nincs kísérleti evidencia, a jóval gyakoribb elektromágneses bomlás ezeket elnyomja. Megfigyeltek viszont gyenge elektromágneses bomlásokat:

$$\Sigma^+ \rightarrow n \Pi^+ \gamma, \quad \Sigma^+ \rightarrow p \gamma, \quad \Sigma^- \rightarrow n \Pi^- \gamma;$$

ezek részletes tárgyalására azonban a továbbiakban nem fogunk kitérni [16].

### a) Leptonikus bomlások

A  $B \rightarrow B' l \nu_l$  leptonikus bomlások, minthogy  $l$  mindig töltött részecske, megváltoztatják a barionok elektromos töltését.

$$Q_l = \mp 1 \quad \Delta Q \equiv Q_{B'} - Q_B = \pm 1$$

A megfigyelt leptonikus folyamatok között vannak ritkaságőrzők és ritkaságsértők. Lássuk először a  $\Delta S=0$  bomlásokat:

	$\Delta Q$	$\frac{\Gamma(B \rightarrow B' l \nu_l)}{\Gamma(B \rightarrow \text{összes})}$	világstatisztika 1965-ben
$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$	1	100 %	$\sim 1000$ esemény
$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e$	-1	$\sim 0,2 \cdot 10^{-4}$	4 esemény
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$	1	$(0,75 \pm 0,28) \cdot 10^{-4}$	20 esemény



Elvben lehetségesek még a  $\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}_e$ ,  $\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}_e$  és  $\Xi^- \rightarrow \Xi^0 e^- \bar{\nu}_e$  ritkaság-őrző folyamatok is, ezeket azonban nem figyelték meg. A  $\Sigma^0$  leptonikus bomlását a  $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ , az utóbbi kettőt pedig a megfelelő nem leptonikus módusok nyomják el. A

$$Q = I_z + \frac{1}{2}Y = I_z + \frac{1}{2}(B + S)$$

formulából  $\Delta Q = \pm 1$  és  $\Delta S = 0$  következtében a barionoktett ritkaságőrző leptonikus bomlásaira  $\Delta I_z = \pm 1$  adódik.

A ritkaságsértő folyamatok a következők:

	$\Delta S$	$\Delta Q$	$\frac{\Gamma(B \rightarrow B' l \nu_l)}{\Gamma(B \rightarrow \text{összes})}$
$\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu}$	1	1	$(8,8 \pm 0,8) \cdot 10^{-4}$
$\Lambda \rightarrow p \mu^- \bar{\nu}$	1	1	$(1,5 \pm 1,2) \cdot 10^{-4}$
$\Sigma^+ \rightarrow n e^+ \nu$	1	-1	$\langle 0,5 \cdot 10^{-4}$
$\Sigma^+ \rightarrow n \mu^+ \nu$	1	-1	$\langle 1,1 \cdot 10^{-4}$
$\Sigma^0 \rightarrow p e^- \bar{\nu}$ $\Sigma^0 \rightarrow p \mu^- \bar{\nu}$	észrevehetetlen, mert $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma$ $10^{22}$ -szer gyorsabb		
$\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}$	1	1	$(12 \pm 2) \cdot 10^{-4}$
$\Sigma^- \rightarrow n \mu^- \bar{\nu}$	1	1	$(0,75 \pm 0,28) \cdot 10^{-4}$
$\Xi^0 \rightarrow p e^- \bar{\nu}$	2	1	$\langle 2,7 \%$
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \bar{\nu}$	1	1	$\langle 1,3 \%$
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^- e^+ \bar{\nu}$	1	-1	nem nézték
$\Xi^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}$	2	1	$\langle 50 \cdot 10^{-4}$
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \bar{\nu}$	1	1	nem nézték
$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}$	1	1	$60 \cdot 10^{-4}$

A táblázatból látszik, hogy mind a  $\Delta S = 2$  folyamatok, mind pedig a  $\Delta S = 1$ ,  $\Delta Q = -1$  bomlások aránya jóval kisebb a  $\Delta S = 1$ ,  $\Delta Q = 1$  bomlásokénál. Így ésszerű közelítés annak feltételezése, hogy a  $(BB'l\nu_l)$  kölcsönhatásokban, amelyeknek  $B \rightarrow B'l\nu_l$  speciális esete, csak  $\Delta S = 0$  és  $\Delta S = \pm 1$  fordulhat elő, és amennyiben a ritkaság sérül, úgy csak a  $\Delta S = \Delta Q = \pm 1$  eset realizálódhat.

A  $B \rightarrow B'l\nu_e$  bomlások átmeneti matrixelemét, az áram-áram feltevésből kiindulva, általában szólva a következőképpen írhatjuk fel:

$$\frac{g_\mu}{\sqrt{2}} [J_\mu(j_\mu)^+ + \text{H. c.}]$$

A  $j_\mu$  leptonáram

$$j_\mu = \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_\mu.$$

A hadronok gyenge árama,  $J_\mu$ , egy ritkaságőrző és egy ritkaságsértő tagból kell,



hogy álljon, Lorentz-invariancia szempontjából pedig egy vektor és egy axiálvektor-tagot tartalmaz.

$$J_\mu = \frac{1}{g_\mu} (g^{V(0)} J_\mu^{V(0)} + g^{V(1)} J_\mu^{V(1)} + g^{A(0)} J_\mu^{A(0)} + g^{A(1)} J_\mu^{A(1)})$$

Jelölésünkben  $J_\mu^{V(0)}$  és  $J_\mu^{V(1)}$  a vektoráram,  $J_\mu^{A(0)}$  és  $J_\mu^{A(1)}$  pedig az axiálvektoráram  $\Delta S=0$  illetve  $\Delta S=1$  komponense. Az erős kölcsönhatások az eredeti gyenge áramból további (pszeudoskalár, tenzor) tagokat indukálnak.

Az  $SU_3$ -elméletben felteszik [17], hogy a hadronok gyenge árama egy oktett megfelelő komponensei:  $\begin{vmatrix} 8 \\ 110 \end{vmatrix}$  illetve  $\begin{vmatrix} 8 \\ \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \end{vmatrix}$  szerint transzformálódik. A  $B \rightarrow B' l \nu_l$  bomlás matrixelemének hadronikus része tehát a következő alakban írható fel:

$$\begin{aligned} & \bar{B}_{\alpha_2} \left\{ \frac{g^{V(0)}}{g_\mu} \left[ F_1^V(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^V(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \right. \\ & + \frac{g^{V(1)}}{g_\mu} \left[ F_1^V(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_1^V(q^2) \gamma_\mu \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \\ & + \frac{g^{A(0)}}{g_\mu} \left[ F_1^A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_E \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \\ & \left. + \frac{g^{A(1)}}{g_\mu} \left[ F_1^A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^A(q^2) \gamma_\mu \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] \right\} B_{\alpha_1} \end{aligned}$$

Feltételezzük továbbá, hogy a gyenge áram vektorrésze és az elektromos áram ugyanahhoz az  $SU_3$ -oktetthez tartozik. Ez a Gell—Mann-féle megmaradó vektoráram-hipotézis kiterjesztése az  $SU_3$ -formalizmusra. Ezért  $F_{1,2}^V(q^2) = F_{1,2}(q^2)$  az elektromágneses kölcsönhatások tárgyalásakor bevezetett Hofstadter-féle elektromos formfaktor. Az  $F^M(q^2)$  és  $F^P(q^2)$  formfaktorokat tartalmazó tagokról felteszik, hogy azok elhanyagolhatóak.

A kísérletek azt bizonyítják, hogy a ritkaságsértő tagok csatolási állandója jóval kisebb a ritkaságórző rész csatolási állandójánál. Erre először a következő magyarázatot adták: feltették, hogy a gyenge kölcsönhatások univerzalitása értelmében

$$g_{\mu 0} = g_0^{V(0)} = g_0^{V(1)}$$

( $g_0$  a renormálatlan csatolási állandó), és ezeket a csatolási állandókat renormálják az erős kölcsönhatások úgy, hogy

$$g_\mu = g_{\mu 0}, \quad g^{V(0)} \approx g_0^{V(0)} = g_\mu$$

$$\text{és} \quad (g^{V(1)})^2 \ll (g^{V(0)})^2 \approx g_\mu^2.$$

Cabibbo észrevette [18], hogy a  $g_\mu \approx g^{V(0)}$  összefüggésnél jobban teljesül a

$$g_\mu^2 \approx (g^{V(0)})^2 + (g^{V(1)})^2$$



reláció. Ez jól magyarázható akkor, ha feltesszük, hogy a renormálatlan csatolási állandók közötti összefüggés

$$(g_{\mu 0})^2 = (g_0^{V(0)})^2 + (g_0^{V(1)})^2$$

$$(g_0^{V(1)})^2 \ll (g_{\mu 0})^2$$

és a renormálási effektusok csekélyek:

$$(g_{\mu 0})^2 = g_{\mu}^2 \approx (g^{V(0)})^2 + (g^{V(1)})^2$$

$$g^{V(0)} \approx g_0^{V(0)}, \quad g^{V(1)} \approx g_0^{V(1)}$$

Bevezetve a

$$\frac{g^{V(0)}}{g_{\mu}} = \cos \theta_V \quad \text{és} \quad \frac{g^{V(1)}}{g_{\mu}} = \sin \theta_V,$$

és hasonlóan az axiávektorrésze a

$$\frac{g^{A(0)}}{g_{\mu}} = \cos \theta_A, \quad \frac{g^{A(1)}}{g_{\mu}} = \sin \theta_A$$

jelöléseket, Cabibbo a következő alakban írja fel a hadronok gyenge áramát:

$$J_{\mu}^V = \cos \theta_V J_{\mu}^{V(0)} + \sin \theta_V J_{\mu}^{V(1)}$$

és

$$J_{\mu}^A = \cos \theta_A J_{\mu}^{A(0)} + \sin \theta_A J_{\mu}^{A(1)}$$

és feltételezi, hogy  $\theta_A = \theta_V$ . Ezt a feltevést a kísérletek igazolják.

Végeredményben a matrixelem hadronrésze a következő:

$$\begin{aligned} \bar{B}_{\alpha_2} \left\{ \cos \theta \left[ F_1^V(q^2) \gamma_{\mu} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^V(q^2) \gamma_{\mu} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 100 & \alpha_2 \end{pmatrix} + \right. \right. \\ \left. + F_1^A(q^2) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^A(q^2) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & 110 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] + \\ \left. + \sin \theta \left[ F_1^V(q^2) \gamma_{\mu} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^V(q^2) \gamma_{\mu} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} + \right. \right. \\ \left. + F_1^A(q^2) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} + F_2^A(q^2) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \alpha_1 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 & \alpha_2 \end{pmatrix} \right] \right\} B_{\alpha_1} \end{aligned}$$

Térjünk át a leptonikus bomlások kísérleti vizsgálatára. Feltesszük, hogy  $F^V(q^2) \approx F^V(0)$  és  $F^A(q^2) \approx F^A(0)$ . Mint azt már láttuk,  $F_2^V(0) = 0$ . Induljunk ki az  $n \rightarrow pe \nu$  bomlásból. A neutron a barionoktett  $|\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1\rangle$ , a proton az  $|\frac{1}{2} \frac{1}{2} 1\rangle$  komponense; a matrixelem hadronikus része így

$$\begin{aligned} \bar{B}_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1} \left\{ \cos \theta \left[ F_1^V(0) \gamma_{\mu} \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_F \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1 & 110 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \end{pmatrix} + \right. \right. \\ \left. + F_1^A(0) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1 & 110 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \end{pmatrix} + F_2^A(0) \gamma_{\mu} \gamma_5 \begin{pmatrix} 8 & 8 & 8_D \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1 & 110 & \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 \end{pmatrix} \right] \right\} B_{\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1} = \\ = \bar{p} \cos \theta \gamma_{\mu} \left\{ \frac{1}{\sqrt{6}} F_1^V(0) + \frac{1}{\sqrt{6}} \gamma_5 \left( F_1^A(0) + \frac{3}{\sqrt{5}} F_2^A(0) \right) \right\} n \end{aligned}$$



Hasonló módon a  $\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \nu_e$  bomlás matrixelemének hadronrésze

$$\bar{\Lambda} \cos \theta \gamma_\mu \left\{ -\frac{1}{\sqrt{5}} \gamma_5 F_2^A(0) \right\} \Sigma^-.$$

A  $\Lambda \rightarrow pe^- \nu$ ,  $\Sigma^- \rightarrow ne^- \nu$ ,  $\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$  ritkaságsértő bomlásokra a következő kifejezések adódnak:

$$\bar{p} \sin \theta \gamma_\mu \left\{ -\frac{1}{2} F_1^V(0) - \frac{1}{2} \gamma_5 \left( F_1^A(0) + \frac{1}{\sqrt{5}} F_2^A(0) \right) \right\} \Lambda$$

$$\bar{n} \sin \theta \gamma_\mu \left\{ -\frac{1}{\sqrt{6}} F_1^V(0) + \gamma_5 \left( -\frac{1}{\sqrt{6}} F_1^A(0) + \sqrt{\frac{3}{10}} F_2^A(0) \right) \right\} \Sigma^-$$

és

$$\bar{\Lambda} \sin \theta \gamma_\mu \left\{ -\frac{1}{2} F_1^A(0) - \frac{1}{2} \gamma_5 \left( F_1^A(0) - \frac{1}{\sqrt{5}} F_2^A(0) \right) \right\} \Xi^-$$

A kísérleti eredményekkel való összehasonlítás megkönnyítése céljából vezessük be az

$$\frac{1}{\sqrt{6}} F_1^V(0) \equiv F_F^V \quad \frac{1}{\sqrt{6}} F_1^A(0) \equiv F_F^A \quad \text{és} \quad \sqrt{\frac{3}{10}} F_2^A(0) \equiv F_D^A$$

jelöléseket. Ebben az esetben az egyes bomlási matrixelemek hadronrészében a vektor és axiálvektor tagok együttthatói a következőképpen írhatók:

Bomlás	V	A
$n \rightarrow pe^- \nu$	$F_F^A \cos \theta$	$(F_D^A + F_F^A) \cos \theta$
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$	0	$-\sqrt{\frac{2}{3}} F_D^A \cos \theta$
$\Lambda \rightarrow pe^- \nu$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} F_F^V \sin \theta$	$-\frac{1}{\sqrt{6}} (F_D^A + 3F_F^A) \sin \theta$
$\Sigma^- \rightarrow ne^- \nu$	$-F_F^V \sin \theta$	$(F_D^A - F_F^A) \sin \theta$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$	$-\sqrt{\frac{3}{2}} F_F^V \sin \theta$	$\frac{1}{\sqrt{6}} (-F_D^A + 3F_F^A) \sin \theta$

A továbbiakban Dalitz [19] gondolatmenetét fogjuk követni. Az elektromágneses kölcsönhatásokban a formfaktorokra kapott értékeknek megfelelően  $F_F^V = 1$ .

Feladatunk most már a  $\theta$  szög,  $F_D^A$  és  $F_F^A$  értékének megállapítása. A gyenge kölcsönhatások klasszikus elméletében a neutron-bomlás matrixeleme

$$M(n \rightarrow pe \nu_e) = \frac{f_\mu}{\sqrt{2}} \bar{p} \gamma_\mu (1 + \gamma_5 \lambda) n \cdot \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \quad (13)$$

ahol a csatolási állandó

$$f_\mu = 1,41 \cdot 10^{-49} \text{ erg cm}^3$$



a  $\lambda$  értéke pedig, polarizált neutronok  $\beta$ -bomlásából meghatározva (Wu [20]);

$$\lambda = 1,15 \pm 0,04$$

A neutron-bomlás matrixeleme nálunk

$$M(n \rightarrow p e \bar{\nu}_e) = \frac{g_\mu \cos \theta}{\sqrt{2}} \bar{p} \gamma_\mu \{1 + \gamma_5 (F_F^A + F_D^A)\} n \cdot \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e \quad (14)$$

tehát

$$g_\mu \cos \theta = 1,41 \cdot 10^{-49} \text{ erg cm}^3,$$

és

$$F_F^A + F_D^A = 1,15 \pm 0,04.$$

A  $\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu}$  és  $\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu}$  folyamatok bomlási arányainak kísérleti értéke

$$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})} = (8,8 \pm 1,0) \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu})}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})} = (12 \pm 2) \cdot 10^{-4}$$

A  $\Lambda$  élettartama ismert, ismert tehát  $\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes}) = \frac{1}{\tau_\Lambda}$  is. Valaha az univerzális Fermi-kölcsönhatás elméletének alapján kiszámolták a  $\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})$  átmeneti valószínűséget. A bomlási arányra így

$$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})_{\text{UFI}}}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})} = 1,5 \cdot 10^{-2}$$

adódott, ami láthatóan nem egyezik a kísérlettel. A Cabibbo-elméletre való áttérés-kor a  $\Lambda$ -bomlás fázisterét nem számolták újra, egyszerűen kicserélték a régi matrix-elemet a Cabibbo-félével:

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})} &= \frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})}{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})_{\text{UFI}}} \frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})_{\text{UFI}}}{\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})} = \\ &= \frac{\{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(F_D^A + 3F_F^A)^2\} \sin^2 \theta}{4} \cdot 1,5 \cdot 10^{-2} \end{aligned}$$

Hasonlóan

$$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu})}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \text{összes})} = \frac{\{1 + 3(-F_D^A + F_F^A)^2\} \sin^2 \theta}{4} \cdot 5,8 \cdot 10^{-2}$$

A két bomlási arány hányadosa nyilvánvalóan nem függ  $\sin \theta$ -tól:

$$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow pe^- \bar{\nu})/\Gamma(\Lambda \rightarrow \text{összes})}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow ne^- \bar{\nu})/\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \text{összes})} = \frac{\{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}(F_D^A + 3F_F^A)^2\} 1,5}{\{1 + 3(-F_D^A + F_F^A)^2\} 5,8} = \frac{8,8 \pm 1,0}{12 \pm 2}$$

Az  $F_F^A + F_D^A = 1,15$  összefüggést figyelembe véve, a felírt másodfokú egyenlet két megoldásra vezet:

$$\text{I. } F_D^A = 0,76 \pm 0,05 \quad F_F^A = 0,39 \pm 0,05$$

$$\text{II. } F_D^A = 0,23 \pm 0,05 \quad F_F^A = 0,92 \pm 0,05$$



$F_D^A$  és  $F_F^A$  ismeretében a  $\Gamma(A \rightarrow pe^- \nu)/\Gamma(A \rightarrow \text{összes})$  bomlási arányból meghatározható  $\sin \theta$ :

$$\theta_I = 0,26 \pm 0,02$$

$$\theta_{II} = 0,19 \pm 0,015$$

A két megoldás közül  $\theta_I$  értéke jól egyezik a  $K$  és  $\Pi$ -bomlásból kimért  $\theta$  szöggel, a  $\theta_{II}$  lényegesen kisebb a kísérleti értéknél.

A  $\Sigma^- \rightarrow Ae^- \nu$  folyamat vizsgálata is az I. megoldás elfogadását indokolja:

$$\frac{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow Ae^- \nu)}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \text{összes})} = \frac{3}{4} \left( \frac{2}{3} (F_D^A)^2 \cos^2 \theta \right) 2,4 \cdot 10^{-4}$$

Az  $F_{D_I}^A \Gamma(\Sigma^- \rightarrow Ae^- \nu)/\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \text{összes}) = (0,65 \pm 0,08) \cdot 10^{-4}$ , az  $F_{D_{II}}^A$  pedig  $\Gamma(\Sigma^- \rightarrow Ae^- \nu)/\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \text{összes}) = (0,06 \pm 0,03) \cdot 10^{-4}$  értékre vezet. A bomlási arány kísérletileg  $(0,75 \pm 0,28) \cdot 10^{-4}$ , ez egyértelműen az I. megoldás mellett dönt.

Végül

$$\begin{aligned} \frac{\Gamma(\Xi^- \rightarrow Ae^- \nu)}{\Gamma(\Xi^- \rightarrow \text{összes})} &= \frac{1}{4} \left\{ \frac{3}{2} + \frac{1}{2} (F_D^A - F_F^A)^2 \right\} \sin^2 \theta \cdot 2 \cdot 10^{-2} = \\ &= \begin{cases} (5,1 \pm 0,7) \cdot 10^{-4} & \text{az I,} \\ (8,5 \pm 1,1) \cdot 10^{-4} & \text{a II megoldáspár választása esetén.} \end{cases} \end{aligned}$$

A  $\frac{\Gamma(\Xi^- \rightarrow Ae^- \nu)}{\Gamma(\Xi^- \rightarrow \text{összes})} = 6 \cdot 10^{-3}$  kísérleti érték bizonytalan, mivel mindössze 3 megfigyelt eseményre alapozzák. A további mérések tehát igen érdekesek lehetnek az oktetthipotézis igazolása szempontjából.

Az  $F_D^A, F_F^A$  formfaktorok és  $\theta$  ismeretében most már felírhatjuk a különböző folyamatok

$$\bar{B}' \gamma_\mu (1 + \gamma_5 \lambda_{BB'}) B$$

matriceleméből a  $\lambda_{BB'}$  értékeit. Definíció szerint mindkét megoldáspár esetén

$$\lambda_{np} = 1,15 \pm 0,04$$

A többi bomlásra

$\lambda_{Ap}$	$\lambda_{\Sigma^- n}$	$\lambda_{\Xi^- A}$	
$0,64 \pm 0,05$	$-0,37 \pm 0,1$	$0,14 \pm 0,07$	I
$1 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,1$	$0,84 \pm 0,05$	II

Kísérletileg csak a  $\lambda_{Ap}$  értékét állapították meg polarizált  $A$ -bomlásban az elektronimpulzus fel-le aszimmetriájából [21]. Eszerint  $\lambda_{Ap} = 0,83 \pm 0,3$ , ami mindkét elméleti értékkel összhangban van. Érdekes, hogy a favorizált I. megoldás negatív  $\lambda_{\Sigma^- n}$ -t és igen kis  $\lambda_{\Xi^- A}$ -t jósol; ezek kísérleti verifikálása fontos bizonyítéka lenne a Cabibbo-elmélet helyességének.

Ha az I. megoldást választjuk,

$$\frac{F_F^A}{F_D^A + F_F^A} = 0,34 \pm 0,05 \quad (15)$$

tehát a  $D$ -csatolás dominál. Ugyanez a helyzet az erős kölcsönhatások  $SU_3$ -elméletében is. Ebben az esetben a  $D$ -csatolást  $G(1-f)$ , az  $F$ -csatolást  $Gf$  jelöli. ( $G$  a



$\Pi - N$  kölcsönhatás csatolási állandója.) Az  $f$  paraméterről jelenleg még nem tudunk sokat, mindenesetre különböző érvek valószínűvé teszik azt a feltevést, hogy értéke összemérhető az  $\frac{F_F^A}{F_D^A + F_F^A}$  értékével. Többek között *Martin* és *Wali* [5] bebizonyítja, hogy a dekuplettben  $f = \frac{1}{4}$  biztosítja a legerősebb vonzó kölcsönhatást. Az erős és gyenge kölcsönhatások közötti ilyen kapcsolat feltehetően megmagyarázható a *Goldberger—Treiman*-reláció alapján [19].

Visszatérve a leptonikus bomlásokra, látható, hogy a Cabibbo-féle oktetthipotézis kitűnően megfelel a mérési eredményeknek. Igaz azonban, hogy a vázolt kísérleti analízis nem egészen precíz, hiszen a hadronok gyenge áramában elhanyagoltuk az indukált kölcsönhatásokat (a gyenge mágnesességet és a pszeudoskalár tagot). Az ezek figyelembevételével végzett számolások [22] azonban csaknem ugyanazt az eredményt adják, mint az általunk használt közelítés.

#### b) Nem leptonikus bomlások

Az áram-áram feltevésnél maradv, a nem leptonikus gyenge folyamatokat leíró kölcsönhatási Lagrange-függvény  $J_\mu^+ J_\mu^-$ -vel kell, hogy arányos legyen. Mivel  $J_\mu$  és  $J_\mu^+$  elemei ugyanannak az oktettnak a tagjai, a Lagrangian két azonos oktettdirektszorzatában szereplő reprezentációk — 1,  $8_D$  és 27 — szerint transzformálódhat. Ezek közül a szingulett nem felel meg a megfigyelt nem leptonikus bomlásoknak. Az oktettt  $\Delta Y = \pm 1$  mellett csak  $\Delta I = \frac{1}{2}$  folyamatokat enged meg. A 27-es ábrázolásban  $\Delta Y = \pm 1$  ad  $\Delta I = \frac{1}{2}$  és  $\Delta I = \frac{3}{2}$  átmeneteket egyaránt, és lehetségesek a  $\Delta Y = \pm 2$ ,  $\Delta I = 1$  folyamatok is.

A felsorolt átmenetek között vannak olyanok, amelyek nem felelnek meg megfigyelt folyamatoknak. Ha az áram-áram hipotézisnél maradunk, úgy ez csak dinamikai okokkal magyarázható.

Térjünk át a barionoktettt megfigyelt  $B \rightarrow B'\Pi$  bomlásainak vizsgálatára.

	$\Delta S$	$\tau = \frac{1}{\Gamma}$	arány
$\Lambda \rightarrow p\Pi^-$	1	$(2,61 \pm 0,02) \cdot 10^{-10}$	$(66,3 \pm 1,0) \%$
$\Lambda \rightarrow n\Pi^0$	1		$(33,6 \pm 1,0) \%$
$\Sigma^+ \rightarrow p\Pi^0$	1	$(0,794 \pm 0,026) \cdot 10^{-10}$	$(51,0 \pm 2,4) \%$
$\Sigma^+ \rightarrow n\Pi^+$	1		$(49,0 \pm 2,4) \%$
$\Sigma^- \rightarrow n\Pi^-$	1	$(1,58 \pm 0,05) \cdot 10^{-10}$	100 %
$\Xi^0 \rightarrow \Lambda\Pi^0$	1	$(3,05 \pm 0,38) \cdot 10^{-10}$	$\sim 100 \%$
$\Xi^0 \rightarrow p\Pi^-$	2		$< 2,7 \%$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda\Pi^-$	1	$(1,75 \pm 0,05) \cdot 10^{-10}$	100 %
$\Xi^- \rightarrow n\Pi^-$	2		$< 5 \cdot 10^{-3}$



A kísérleti eredmények azt mutatják, hogy  $\Delta S=2$  folyamatok aránya igen csekély. A  $\Delta S=1$  bomlásokra  $\Delta Q=0$  miatt

$$Q = I_z + \frac{1}{2}(B + S)\text{-ből}$$

$\Delta I_z = -\frac{1}{2}$  következik. Ez azt jelenti, hogy az izospin félegész értékekkel változik. Felteszik, hogy a  $B \rightarrow B'\Pi$  bomlásokban csak a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  eset valósul meg. Ezt a szabályt az oktett-dominancia hipotézisével magyarázzák, vagyis feltételezik, hogy a  $J_\mu^+ J_\mu$ -ban az oktettkomponensek elnyomják a 27-es ábrázolás elemeit. Coleman és Glashow [23] az oktett-dominanciát az ún. „tadpole-mechanizmus” bevezetésével kapja meg; elméletük szerint a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  csak közelítő szabály, és  $|\Delta I| = \frac{3}{2}$  átmenetek is előfordulnak, de jóval kisebb amplitúdóval.

A jelenlegi kísérleti eredmények magyarázata azonban nem követeli meg az áram-áram hipotézis és az oktett-dominancia feltételezését. Mint láttuk,  $\Delta S=2$  folyamatokat nem figyeltek meg, és empirikusan csak  $\Delta Y = \pm 1$  nem leptonos átmenetek ismertek. Gyakorlatilag semmit sem tudunk ritkaságörző nem leptonikus kölcsönhatásokról, azaz a  $J_\mu^+ J_\mu \Delta Y=0$  elemeiről. Így csupán azt kell megkövetelnünk, hogy a kölcsönhatás egy  $SU_3$ -oktett  $|\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1\rangle$  és  $|\frac{1}{2} \frac{1}{2} - 1\rangle$  komponense szerint transzformálódjék, azaz, hogy a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály teljesüljön. A továbbiakban Dalitz [19] munkáját alapul véve, a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  fenomenológiai szabály következményeit fogjuk vizsgálni.

Írjuk fel először a  $B \rightarrow B'\Pi$  bomlások amplitúdójának általános alakját:

$$\langle B'\Pi | T | B \rangle = \bar{B}'(\vec{p}') (A - iC\gamma_5) B(\vec{p})$$

ahol  $B(\vec{p})$  a barion Dirac-spinora,

$$B(\vec{p}) = N_B \begin{pmatrix} I \\ \vec{\sigma}\vec{p} \\ p^0 + M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_B \quad \begin{matrix} |a|^2 + |b|^2 = 1 \\ N_B - \text{normálási faktor.} \end{matrix}$$

A  $B$  és  $B'$  barion tömegét  $M$  illetve  $m$ , a  $\Pi$ -mezonét  $\mu$  fogja jelölni.

$$\begin{aligned} \langle B'\Pi | T | B \rangle &= N_{B'} N_B (c^* d^*)_{B'} \begin{pmatrix} I, \frac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{p^{0'} + m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A - C \\ -C & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ \vec{\sigma}\vec{p} \\ p^0 + M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}_B = \\ &= N_{B'} N_B \chi_{B'}^+ \left[ A - C \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p^0 + M} + C \frac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{p^{0'} + m} - A \frac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{p^{0'} + m} \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p^0 + M} \right] \chi_B \end{aligned}$$

Feltéve, hogy  $\vec{p}=0$ :

$$\langle B'\Pi | T | B \rangle = N_B N_{B'} \chi_{B'}^+ \left[ A + C \frac{\vec{\sigma}\vec{p}'}{p^{0'} + m} \right] \chi_B = \chi_{B'}^+ [s + p\vec{\sigma}\vec{q}] \chi_B \quad (16)$$

ahol, áttérve Dalitz jelölésére

$$s = N_{B'} N_B A, \quad p = N_{B'} N_B C \frac{|\vec{p}'|}{p^{0'} + m}, \quad \vec{q} = \frac{\vec{p}'}{|\vec{p}'|}$$



Lássuk először a  $\Lambda$  nem leptonikus bomlásait. A  $\Lambda$  nyugalmi rendszerében

$$\langle N\Pi | T | \Lambda \rangle = N^+ (s + p \vec{\sigma} \vec{q}) \Lambda$$

ahol  $N$  és  $\Lambda$  Pauli-spinorok.

$$\begin{aligned} |\langle N\Pi | T | \Lambda \rangle|^2 &= \{|s|^2 + |p|^2 + 2\text{Re}(s^* p) \langle \vec{\sigma}_\Lambda \rangle \vec{q}\} = \\ &= (|s| + |p|^2) \{1 + \alpha_\Lambda \langle \vec{\sigma}_\Lambda \rangle \vec{q}\} \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{itt } \langle \vec{\sigma}_\Lambda \rangle = (\Lambda^+ \vec{\sigma} \Lambda) \text{ és } \alpha_\Lambda = \frac{2\text{Re}(s^* p)}{|s|^2 + |p|^2}$$

A  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály leírására legegyszerűbb egy  $I = \frac{1}{2}$ -es  $S$  spuriont bevezetni, majd a vizsgált folyamatokban az izotópinvarianciát megkövetelni. A  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabályból következik, hogy

$$\langle p\Pi^- | T | \Lambda s \rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left\langle \frac{1}{2} \left| T \right| \frac{1}{2} \right\rangle$$

$$\langle n\Pi^0 | T | \Lambda s \rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}} \left\langle \frac{1}{2} \left| T \right| \frac{1}{2} \right\rangle;$$

innen

$$\frac{\langle n\Pi^0 | T | \Lambda \rangle}{\langle p\Pi^- | T | \Lambda \rangle} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \frac{s_0}{s_-} = \frac{p_0}{p_-} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

és

$$\frac{|s_0|^2 + |p_0|^2}{|s_-|^2 + |p_-|^2} = \frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow n\Pi^0)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow p\Pi^-)} = \frac{1}{2}$$

(a fázistérkülönbséget elhanyagoltuk). A bomlási arányra kapott eredmény jól egyezik a

$$\frac{\Gamma(\Lambda \rightarrow n\Pi^0)}{\Gamma(\Lambda \rightarrow p\Pi^-)} = \frac{33,6 \pm 1,0}{66,3 \pm 1,0}$$

kísérleti értékkel. Az aszimmetria-koefficiensek aránya kísérletileg

$$\frac{\alpha_{\Lambda_0}}{\alpha_{\Lambda^-}} = 1,10 \pm 0,27$$

ami jól összefér az elméleti  $\alpha_0 = \alpha_-$  összefüggéssel.

Polarizációs kísérletekből megállapították, hogy a  $\Lambda \rightarrow p\Pi^-$  bomlásban az  $s$ -hullám dominál:

$$\frac{p_-}{s_-} = 0,35 \pm 0,03$$

A  $\Lambda \rightarrow n\Pi^0$  bomlás vizsgálata a

$$\frac{p_0}{s_0} = 0,39^{+0,2}_{-0,12}$$



eredményt adja, így a mérési eredmények alátámasztják a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabályt, amely szerint

$$\frac{s_0}{s_-} = \frac{p_0}{p_-} = -\frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \text{tehát} \quad \frac{p_0}{s_0} = \frac{p_-}{s_-}$$

Térjünk át a  $\Xi \rightarrow \Lambda \Pi$  bomlásra.

$$\langle \Lambda \Pi^- | T | \Xi^- s \rangle = \langle 1 | T | 1 \rangle$$

$$\langle \Lambda \Pi^0 | T | \Xi^0 s \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \langle 1 | T | 1 \rangle.$$

A  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály tehát a következő bomlási arányra vezet:

$$\frac{\Gamma(\Xi^- \rightarrow \Lambda \Pi^-)}{\Gamma(\Xi^0 \rightarrow \Lambda \Pi^0)} = 2$$

A kísérleti eredmény

$$\frac{\Gamma(\Xi^- \rightarrow \Lambda \Pi^-)}{\Gamma(\Xi^0 \rightarrow \Lambda \Pi^0)} = \frac{3,05 \pm 0,38}{1,75 \pm 0,05}$$

A mért és az elméleti érték közötti különbség magyarázható úgy, hogy feltesszük: a  $\Xi \rightarrow \Lambda \Pi$  folyamatban az amplitúdó mintegy 10%-a  $|\Delta I| = \frac{3}{2}$ -es átmenetből származik.

Lássuk most a  $\Sigma \rightarrow N \Pi$  bomlásokat. A megfigyelt 3 folyamat matrixelemeire a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály a következő összefüggéseket adja:

$$\Sigma^+ \rightarrow n \Pi^+ \quad \langle n \Pi^+ | T | \Sigma^+ s \rangle = \frac{2}{3} T_1 + \frac{1}{3} T_3$$

$$\Sigma^+ \rightarrow p \Pi^0 \quad \langle p \Pi^0 | T | \Sigma^+ s \rangle = \frac{\sqrt{2}}{3} T_1 - \frac{\sqrt{2}}{3} T_3 \quad (18)$$

$$\Sigma^- \rightarrow n \Pi^- \quad \langle n \Pi^- | T | \Sigma^- s \rangle = T_3$$

ahol  $T_i = \langle \frac{1}{2} | T | \frac{1}{2} \rangle$ , vagyis  $T_1$  az  $I = \frac{1}{2}$ ,  $T_3$  az  $I = \frac{3}{2}$  végállapothoz tartozó redukált matrixelem. Vezessük be a továbbiakban a

$$\Sigma_+^+ = \langle n \Pi^+ | T | \Sigma^+ s \rangle$$

$$\Sigma_0^+ = \langle p \Pi^0 | T | \Sigma^+ s \rangle$$

$$\text{és } \Sigma_-^- = \langle n \Pi^- | T | \Sigma^- s \rangle$$

jelöléseket. A (18) összefüggésekből következik, hogy

$$\sqrt{2} \Sigma_0^+ = -\Sigma_-^- + \Sigma_+^+ \quad (19)$$

Mint tudjuk, mindegyik amplitúdó  $(S + p \vec{\sigma} \vec{q})$  alakú, tehát

$$\sqrt{2} (s_0^+ + p_0^+ \vec{\sigma} \vec{q}) = -(s_-^- + p_-^- \vec{\sigma} \vec{q}) + (s_+^+ + p_+^+ \vec{\sigma} \vec{q}). \quad (20)$$



(20)-ból a következő két összefüggés származtatható:

$$\sqrt{2} s_0^+ = -s_-^+ + s_+^+, \quad \sqrt{2} p_0^+ = -p_-^+ + p_+^+$$

$T$ -invariancia esetén, eltekintve a végállapot-kölcsönhatás fázisaitól, az amplitúdók valóságok. Mivel azonban ezek a fázisok kicsik (a legnagyobb  $12^\circ$  körül van), jó közelítéssel valósnak tekinthetjük az  $s$  és  $p$  amplitúdókat. Így lehetőség nyílik arra, hogy a  $\Sigma$ -bomlások amplitúdóit  $\vec{N}$  vektorokkal ábrázoljuk az  $(s, p)$  síkon [24].

$$\begin{aligned} N_x &= s & N_y &= p \\ \sqrt{2} \vec{N}_0^+ &= -\vec{N}_-^+ + \vec{N}_+^+ \end{aligned} \quad (21)$$

Az  $\vec{N}$  vektorok relatív hosszát a megfelelő átmeneti valószínűségek adják, például:

$$\begin{aligned} \Gamma(\Sigma_0^+) &= \int c (|s_0^+|^2 + |p_0^+|^2) \{1 + \alpha_\Sigma |\langle \vec{\sigma}_\Sigma \rangle| \cos \vartheta\} d \cos \vartheta d\varphi = \\ &= 4\pi c \{|s_0^+|^2 + |p_0^+|^2\} = 4\pi c |\vec{N}_0^+|^2 \end{aligned}$$

A parciális élettartamok kísérleti értéke

$$\begin{aligned} \Gamma(\Sigma_+^+) &= (0,63 \pm 0,04) \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \\ \Gamma(\Sigma_0^+) &= (0,63 \pm 0,04) \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \\ \Gamma(\Sigma_-) &= (0,63 \pm 0,025) \cdot 10^{10} \text{ sec}^{-1} \end{aligned} \quad (22)$$

tehát jó közelítéssel

$$\Gamma(\Sigma_+^+) = \Gamma(\Sigma_0^+) = \Gamma(\Sigma_-)$$

azaz

$$|\vec{N}_+^+|^2 = |\vec{N}_0^+|^2 = |\vec{N}_-|^2 \quad (23)$$

A vektorok irányát a megfelelő  $\alpha = \frac{2sp}{(s^2 + p^2)}$  aszimmetriaparaméterek értéke szabja meg:

$$\begin{aligned} \alpha(\Sigma_+^+) &= -0,05 \pm 0,08 \\ \alpha(\Sigma_0^+) &= -0,79 \pm 0,09 \\ \alpha(\Sigma_-) &= -0,16 \pm 0,21 \end{aligned}$$

Ha  $\alpha(\Sigma_+^+) \approx 0$ , nyilvánvaló, hogy vagy  $s \approx 0$ , vagy  $p \approx 0$ , tehát a  $\Sigma_+^+$  amplitúdó lényegében vagy tiszta  $p$ , vagy tiszta  $s$ -hullám. Hasonlóan, a  $\Sigma_-$  amplitúdóban is dominál a  $p$ , illetőleg  $s$ -hullám. A  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabályból kapott (21) összefüggés értelmében a  $\sqrt{2} \vec{N}_0^+$ ,  $\vec{N}_+^+$  és  $\vec{N}_-^+$  vektorok háromszöget zárnak be; a vektorok hosszának egyenlő voltából (23) viszont az következik, hogy a háromszög derékszögű és egyenlőszárú. Ha  $\vec{N}_+^+$  a  $p$ -tengely mentén fekszik,  $\vec{N}_-^+$  az  $s$ -tengely mentén kell, hogy feküdjék, és fordítva. Hogy a valóságban melyik eset realizálódik, azt csak

$$\gamma = \frac{s^2 - p^2}{s^2 + p^2}$$



BARIONOK

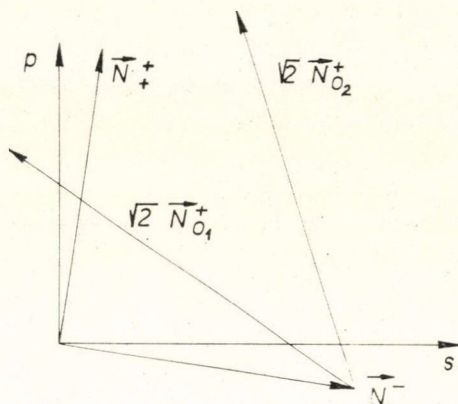
	Szimbólum	$J^P$	$I, Y, S,$	Szupermultiplett	Tömeg [MeV]	$\Gamma$ [MeV]	Bomlások	
							módus	arány
$n, p$	$N_\alpha$	$1/2^+$	$1/2, 1, 0$	$8_\alpha$	(+) 938,256 (0) 939,550	$\tau$ (sec) stabil $(1,01 \pm 0,03) \cdot 10^8$	$pe^- \nu$	100%
$\Lambda$	$\Lambda_\alpha$	$1/2^+$	$0, 0, -1$		$1115,44 \pm 0,12$	$(2,61 \pm 0,02) \cdot 10^{-10}$	$p\Pi^-$ $n\Pi^0$	$(66,3 \pm 1,0)\%$ $(33,6 \pm 1,0)\%$
$\Sigma$	$\Sigma_\alpha$	$1/2^+$	$1, 0, -1$		(+) 1189,39 $\pm$ 0,14 (0) 1192,3 $\pm$ 0,2	$(0,794 \pm 0,26) \cdot 10^{-10}$ $1,0 \cdot 10^{-14}$	$p\Pi^0$ $n\Pi^+$ $\Lambda\gamma$	$(51,0 \pm 2,4)\%$ $(49,0 \pm 2,4)\%$ 100%
$\Xi$	$\Xi_\alpha$	$1/2^+$	$1/2, -1, -2$		(-) 1197,20 $\pm$ 0,14 (0) 1314,3 $\pm$ 1,0 (-) 1320,8 $\pm$ 0,2	$(1,58 \pm 0,05) \cdot 10^{-10}$ $(3,05 \pm 0,38) \cdot 10^{-10}$ $(1,75 \pm 0,05) \cdot 10^{-10}$	$n\Pi^-$ $\Lambda\Pi^0$ $\Lambda\Pi^-$ $\Lambda e^- \nu$	100% 100% 100% $1,7 \cdot 10^{-3}$
$N_{3/2}^*$ (1236)	$\Delta_\delta$	$3/2^+$	$3/2, 1, 0$	$10_\delta$	$1236,0 \pm 0,4$	$120,0 \pm 1,5$	$\Pi N$	100%
$Y_1^*$ (1385)	$\Sigma_\delta$	$3/2^+$	$1, 0, -1$		$1382,7 \pm 0,5$	$44 \pm 2$	$\Lambda\Pi$ $\Sigma\Pi$	$(90 \pm 2)\%$ $(10 \pm 2)\%$
$\Xi^*$ (1530)	$\Xi_\delta$	$3/2^+$	$1/2, -1, -2$		$1529,7 \pm 0,9$	$7,5 \pm 1,7$	$\Xi\Pi$	$\approx 100\%$
$\Omega^-$	$\Omega_\delta$	$3/2^+$	$0, -2, -3$		$1675 \pm 3$	$\tau(1,3 \pm 0,7) \cdot 10^{-10}$	$\Xi\Pi$ $\Lambda\bar{K}$	
$N_{1/2}^*$ (1688)	$N''_\alpha$	$5/2^+$	$1/2, 1, 0$	$8''_\alpha$	1688	100	$\Pi N$ $\eta N$	$\approx 85\%$ $> 2\%$
$Y_0^*$ (1815)	$\Lambda''_\alpha$	$5/2^+$	$0, 0, -1$		$1815 \pm 5$	50	$\bar{K}N$ $\Sigma\Pi$	$\approx 75\%$ $\approx 9\%$
$\Xi^*$ (1933)	$\Sigma''_\alpha$	$5/2^+$	$1, 0, -1$		$1933 \pm 16$	$140 \pm 35$	$\Lambda\Pi\Pi$ $\Lambda\eta$	$\approx 15\%$ $\approx 1\%$
	$\Xi''_\alpha$	$5/2^+$	$1/2, -1, -2$				$\Xi\Pi$	
$N_{3/2}^*$ (1924)	$\Delta''_\delta$	$7/2^+$	$3/2, 1, 0$	$10''_\delta$	1924	200	$\Pi N$	60%
$Y_1^*$ (2065)	$\Sigma''_\delta$	$7/2^+$	$1, 0, -1$		2065	160	$\Sigma K$ $\bar{K}N$	$\approx 0,35\%$
	$\Xi''_\delta$	$7/2^+$	$1/2, -1, -2$				$\Lambda\Pi$	
	$\Omega''_\delta$	$7/2^+$	$0, -2, -3$					



$N_{1/2}^*$ (2650)	$N_\alpha'''$ $\Lambda_\alpha'''$ $\Sigma_\alpha'''$ $\Xi_\alpha'''$	$9/2^+$ $9/2^+$ $9/2^+$ $9/2^+$	$1/2, 1, 0$ $0, 0, -1$ $1, 0, -1$ $1/2, -1, -2$	$8_\alpha'''$	$2645 \pm 10$	200	$\Pi N$ $\eta N$	
$N_{3/2}^*$ (2825)	$\Delta_\sigma'''$ $\Sigma_\sigma'''$ $\Xi_\sigma'''$ $\Omega_\sigma'''$	$11/2^+$ $11/2^+$ $11/2^+$ $11/2^+$	$3/2, 1, 0$ $1, 0, -1$ $1/2, -1, -2$ $0, -2, -3$	$10_\sigma'''$	2825	260	$\Pi N$	
$Y_0^*$ (1405)	$\Lambda_\beta$	$1/1^-$	0		1405	$35 \pm 5$	$\Sigma \Pi$ $\Lambda \Pi \Pi$	100% < 1%
$N_{1/2}^*$ (1518)	$N_\gamma$	$3/2^-$	$1/2, 1, 0$	$8_\gamma$	$1518 \pm 10$	120	$\Pi N$ $N \Pi \Pi$	75%
$Y_0^*$ (1520)	$\Lambda_\gamma$	$3/2^-$	0, 0, -1		$1518,9 \pm 1,5$	$16 \pm 2$	$\Sigma \Pi$ $\bar{K} \Pi$ $\Lambda \Pi \Pi$	$(55 \pm 7)\%$ $(29 \pm 4)\%$ $(16 \pm 2)\%$
$Y_1^*$ (1660)	$\Sigma_\gamma$	$3/2^-$	1, 0, -1		$1660 \pm 10$	$44 \pm 5$	$\bar{K} N$ $\Sigma \Pi$ $\Lambda \Pi$	$\approx 15\%$ $\approx 30\%$ $\approx 5\%$
$\Xi^*$ (1816)	$\Xi_\gamma$	$3/2^-$	$1/2, -1, -2$		$1816 \pm 3$	$16 \pm 4$	$\Sigma \Pi \Pi$ $\Lambda \Pi \Pi$ $\Xi'' \Pi$ $\Lambda \bar{K}$ $\Xi \Pi$	$\approx 30\%$ $\approx 20\%$ $\approx 25\%$ $\approx 65\%$ $\approx 5\%$
$Y_1^*$ (1765)	$\Sigma_\beta$	$5/2^-$			$1762 \pm 17$	$75 \pm 7$	$\bar{K} N$ $\Lambda \Pi$ $\Sigma \Pi$ $Y_1^* (1385)$ $Y_0 (1520)$	$\approx 60\%$ $\approx 16\%$ $\approx 3\%$ $\approx 10\%$ $\approx 10\%$
$N_{1/2}^*$ (2190)	$\Delta_\beta'''$	$7/2^-$	$1/2$		2190	$\approx 200$	$\Pi N$ $\Lambda K$	$\approx 40\%$
$N_{3/2}^*$ (2360)		$9/2^-$	$3/2$		2360	$\approx 200$	$\Pi N$	$\approx 15\%$
$N_{1/2}^*$ (1480)		$1/2^+$	$1/2$					



előjele dönthetné el. Erre vonatkozóan eddig egy mérési eredmény ismeretes: [16] szerint a  $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$  bomlásban  $p \approx 0$ ,  $\Sigma^+ \rightarrow n\pi^+$ -ban pedig  $s \approx 0$ . Azonban akár ez az eset teljesül, akár  $\Sigma^+ p \approx 0$  és  $\Sigma^- s \approx 0$ , (21)-ből mindenképpen következik, hogy  $\vec{N}_0^+$  45°-os szöget zár be az  $s$ -tengellyel, vagyis a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály  $\alpha(\Sigma_0^+) \approx -1$  értéket jósol.



5. ábra

A kísérleti  $\alpha(\Sigma_0^+)$  értékkel a háromszög nem zárul jól [25]. Mivel két  $P/s$  érték van,  $\vec{N}_0^+$  két lehetséges irányt vehet fel:

Ahhoz, hogy a háromszög záruljon, a kísérleti értéknél jóval nagyobb

$$\alpha(\Sigma_0^+) = -0,95$$

érték lenne optimális. Mindenesetre, ha az egyezés nem is tökéletes, a kísérletek nem mondanak ellent a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabálynak.

Lássuk végül, hogyan kaphatjuk meg a fenomenológikus  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabályt az oktett-modellből. Célszerű az  $\Omega^-$  nem

leptonikus bomlásainak tárgyalásakor bevezetett  $S$  spurionoktett alkalmazása.

$$S_\alpha = \begin{cases} 1 & \text{ha } \alpha = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2} 1\rangle \text{ vagy } |\frac{1}{2} \frac{1}{2} - 1\rangle \\ 0 & \text{az összes többi esetben} \end{cases}$$

A barionoktett nem leptonikus bomlásai így általánosan a következő alakban írhatók fel:

$$B \rightarrow B' + M + S$$

A kölcsönhatás Lagrange-függvénye a  $B_{\alpha_1} \otimes B_{\alpha_2} \otimes M_{\alpha_3} \otimes S_\alpha$  direktszorzatból megalkotható  $SU_3$ -skalárokból tevődik össze. Az egyes, fizikailag érdekes matrixelemekre kapott összefüggések természetesen ugyanazok lesznek, mint amelyeket a  $|\Delta I| = \frac{1}{2}$  szabály alkalmazásával nyertünk.

Ha  $SU_3$ -invariancián kívül feltesszük a  $CP$ -invarianciát is, a

$$\bar{B}'(A - iC\gamma_5)BM$$

bomlási amplitúdókban az  $s$ -hullámra további megkötéseket kapunk, amelyekből

$$2A(\Xi^-) - A(\Lambda^0) = -\sqrt{3}A(\Sigma^+)$$

adódik. A  $C$ -amplitúdókra ( $p$ -hullám) a  $CP$ -invariancia nem ad új összefüggéseket.

Sugawara [26] további relációkat nyer a bomlási amplitúdókra az  $R$ -invariancia feltételezésével ( $R$  a hipertöltéskonjugáció):

$$2C(\Sigma^-) - C(\Lambda^0) = -\sqrt{3}C(\Sigma^+)$$

A felsorolt elméleti összefüggések nem mondanak ellent az eddigi kísérleti adatoknak. Jobb egyezést nem is várunk, mivel ismeretes, hogy az  $R$ -invariancia az erős kölcsönhatásokban nem teljesül pontosan: az exakt  $R$ -invariancia ugyanis vagy



tiszta  $F$ , vagy tiszta  $D$  csatolást követel. Hasonló módon a kísérleti eredményektől való lényeges eltérésre vezet a kombinált  $RP$ -invariancia feltételezése [27]. Érdekes azonban, hogy a  $|AI| = \frac{1}{2}$  szabálytól kapott  $\Sigma$ -háromszög lezárásához optimális  $\alpha(\Sigma_0^+) \approx -1$  érték kielégítené a most kapott relációkat is.\*

Látható, hogy a szimmetriaelvek felhasználása az elemi részek rendszerezésében és tulajdonságaik megjósolásában vitathatatlan sikerekre vezetett. Az elmélet azonban további kísérleti igazolást igényel.

Végezetül szeretnék köszönetet mondani *Frenkel Andornak*, *Sebestyén Ákosnak* és *Surányi Péternek* értékes segítségükért.

## IRODALOM

1. R. E. Behrends, J. Dreitlein, C. Fronsda, B. W. Lee, Rev. Mod. Phys. 34, 1. 1962.
2. M. Gell-Mann, Phys. Rev. 125, 1067, 1962.
3. Y. Ne'eman, Nucl. Phys. 26, 222, 1961.
4. S. L. Glashow, J. J. Sakurai, Nuovo Cimento 25, 337, 1962.
5. A. W. Martin, K. C. Wali, Phys. Rev. 130, 2455, 1963.
6. J. J. de Swart, Rev. Mod. Phys. 35, 916, 1963.
7. V. Gupta, V. Singh, Phys. Rev. 135, B1442, 1964.
8. C. Becchi, E. Eberle, G. Morpurgo, Phys. Rev. 136, B808, 1964.
9. B. Barret, K. Tanaka, Nuovo Cimento 36, 965, 1965.
10. S. P. Rosen, Phys. Rev. Lett. 132, 1234, 1963.
11. V. E. Barnes et al, Phys. Rev. Lett. 12, 204, 1964.
12. S. L. Glashow, R. Socolow, Phys. Lett. 10, 143, 1964.
13. S. Coleman, S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 6, 423, 1961.
14. S. Okubo, Progr. Theor. Phys. 27, 949, 1962.
15. S. Oneda, J. C. Pati, Phys. Rev. 140, B1351, 1965.
16. M. Bazin et al, Phys. Rev. 140, B1358, 1965.
17. M. Gell-Mann, Proc. of the 1960. Ann. International Conference on High Energy Physics at Rochester
18. N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10, 531, 1963.
19. R. H. Dalitz, Properties of the Weak Interactions
- (Полупростые группы и систематика элементарных частиц, Сборник статей, Дубна 1965.)
20. C. S. Wu, Classical Beta-decay Experiments (Lectures at the International School of Physics „Enrico Fermi” on Weak Interactions and High-Energy Neutrino Physics, Bologna 1964.)
21. C. Rubbia, Report at the Varenna School on Weak Interactions 1964.
22. N. Brene, N. Hellesen, M. Roos, Phys. Lett. 11, 334, 1964.
23. S. Coleman, S. L. Glashow, Phys. Rev. 134, B671, 1964.
24. M. Geel-Mann, A. H. Rosenfeld, Ann. Revs. Nucl. Sci. I., 407, 1959.
25. P. Franzini, Phys. Lett. 5, 254, 1964.
26. H. Sugawara, Progr. Theor. Phys. 31, 213, 1964.
27. B. W. Lee, Phys. Rev. Lett. 12, 83, 1964.
28. N. Cabibbo, Weak Interactions (Rapporteur's Talk at the XIII. International Conference on High Energy Physics, Berkeley, 1966.)

\* Az 1966. szeptemberében Berkeley-ben megtartott XIII. Nemzetközi Nagyenergiájú Fizikai Konferencián — egyéb, az általános képet lényegesen nem befolyásoló új és pontosabb adatok mellett — a következő eredményeket hozták nyilvánosságra [28]:

$$\begin{aligned}\alpha(\Sigma_+^+) &= -0,008 \pm 0,037 & \alpha(A_-^0) &= 0,663 \pm 0,022 \\ \alpha(\Sigma_-^-) &= -0,017 \pm 0,043 & \alpha(\Xi_-^-) &= -0,391 \pm 0,032 \\ \alpha(\Sigma_0^+) &= -0,960 \pm 0,067\end{aligned}$$

Ezekkel az értékekkel kitűnően zárul a  $\Sigma$ -háromszög, valamint a  $\Xi_-^-$ ,  $A_-^0$  és  $\Sigma_0^+$  amplitúdók által alkotott háromszög is.







# NEM-EGYENSÚLYI TÖLTÉSHORDOZÓK VIZSGÁLATA FÉLVEZETŐKBEN ALACSONY HŐMÉRSÉKLETEN\*

KIRSCHNER ISTVÁN és PORJESZ TAMÁS

ELTE, Atomfizikai Tanszék, Budapest

Nagy elektromos tér alacsony hőmérsékleteken erősen befolyásolja a félvezető anyagok vezetési tulajdonságait. A létrejövő jelenségek  $60^\circ\text{K}$  felett intenzív fonon-fonon, és elektron-fonon kölcsönhatás következtében telítési drift-sebességet eredményeznek. Hélium-hőmérsékleteken a vezetőképesség elsősorban az ionizáció következtében változik meg. Néhány kísérleti eredményünk kapcsán megvizsgáljuk a töltéshordozók transzportját leíró törvényszerűségeket.

## 1. Bevezetés

Szilárd testek vezetési elektronjai elég nagy elektromos tér hatására a kristályrács atomjaiénál lényegesen nagyobb energiára tehetnek szert. Feltételezve, hogy az elektronok energiája Maxwell-eloszlást követ, átlagértékéhez az ekvipartíció tétele alapján hozzárendelhetünk egy hőmérsékletet. Az elektronhőmérséklet nagyságrendekkel is felülmúlhatja a kristályrács hőmérsékletét. Ezt az ún. „hot electron” (forró elektron, garjác-sij elektron) koncepciót Fröhlich [1] vetette fel először 1947-ben. Az első eredményes mérésekről Ryder és Shockley számolt be 1951-ben [2]. Vizsgálataik sikere elsősorban azzal magyarázható, hogy méréseiket félvezető kristályokon végezték. Fémekben ugyanis a vezetési elektronok átlagos energiája néhány elektronvolt (pl.: rézben  $6\text{ eV}$ , amely  $80\,000^\circ\text{K}$ -os termikus energiának felel meg). Ennek megkétszerezése azt jelentené, hogy minden elektronnal annyi energiát közlünk, mint a kristály atomjainak kohéziós energiája. Mivel fémekben atomonként átlag egy vezetési elektronnal számolhatunk, a hot elektronok energiája elég lenne azt elgőzöltögtetni. Félvezetőkben ezzel szemben könnyen elérhető, hogy például minden  $10^7$  atomra jusson egy vezetési elektron. Ekkor az elektronhőmérséklet  $10\,000^\circ\text{K}$ -kal való növelése alig  $0,01^\circ\text{K}$ -kal melegíti fel a kristályt.

Még kedvezőbbek a kísérleti körülmények félvezetőknél igen alacsony hőmérsékleten.  $20^\circ\text{K}$  alatt általában a szennyező atomok még nem ionizálódtak, a kristályban nagyon kicsi a töltéshordozók száma, ezért azt még kevésbé melegítik fel. Az átlagos szabad úthossz is lényegesen nagyobb, aminek következtében viszonylag kis tér hatására is nagy energiát nyerhetnek a töltéshordozók. Folyékony hélium hőmérsékleten —  $4,2^\circ\text{K}$ -on — már  $\text{V/cm}$  nagyságrendű terekben megfigyelhetők hot elektronokkal kapcsolatos effektusok, míg nitrogén hőmérsékleten —  $77^\circ\text{K}$ -on — ehhez többszáz  $\text{V/cm}$ -es télerősség szükséges [3].

Fémekben alacsony hőmérsékleten sem javulnak a kísérleti körülmények. A töltéshordozó-koncentráció változatlan marad, sőt az elektronfajhő a rácséhoz képest jelentősen megnő, és ezzel a kristály káros melegezése is.

\* Érkezett 1967. V. 7.



## 2. A nem-egyensúlyi töltéshordozók kimutatása

Fémekben a vezetési elektronok energia-eloszlására legközvetlenebbül az elektron-fajhő méréséből lehet következtetni. Félvezetőknel ez a módszer ritkán vezet eredményre. Itt ugyanis az elektronfajhő mérését nagyon megnehezíti, hogy a vizsgálatához szükséges széles hőmérsékleti tartományban az elektron-koncentráció is változik, amit nehéz korrekcióba venni; továbbá a fajhőméréshez viszonylag hosszú idő szükséges, amely elég ahhoz, hogy a kristály is tekintélyes hőt vegyen fel az elektronoktól és így hőmérséklete a mérés folyamán nem maradna állandó.

A hőmérsékleti stabilitás miatt megkövetelt rövid mérési idők és a viszonylag egyszerű, jól kidolgozott mérési technika az elektromos vezetési paraméterek mérésére irányították a figyelmet. Legegyszerűbb ezek közül az Ohm-törvényben szereplő mennyiségek vizsgálata. Mi is elsősorban ezt fogjuk tárgyalni.

A félvezetőkben létrejövő elektronvezetésre vonatkozó Ohm-törvénytől való eltérések inkább tekinthetők szabályszerűnek, mint kivételesnek, de a legtöbb esetben másodlagos jelenségeknek köszönhetőek. A következőkben tekintsük át, hogy szempontjainkból mi számít másodlagos jelenségnek.

Egy  $n$ -típusú félvezetőre az Ohm-törvényt a következő formában írhatjuk:

$$j = ne \mu E \quad (1)$$

mely szerint a  $j$  áramsűrűség egyenesen arányos az  $E$  térerősséggel. A lineáris összefüggés megsértése azt jelenti, hogy megszűnik a  $\mu$  mozgékonyosság ill.  $n$  elektron-koncentráció térerősség függetlensége.\*\* (Csak  $n$ -típusú félvezetőről beszélünk, de ugyanez fennáll  $p$ -típusúakra is.)

A hot elektronok kimutatásának lehetősége az Ohm-törvénytől való eltérés alapján, három tényezőn alapul:

1. az alkalmazott minták nagy ellenállása (kis töltéshordozó-koncentráció);
2. az elektronok nagy mozgékonyága az alkalmazott mintákban (Ge, Si, InSb);
3. impulzustechnika alkalmazása.

A továbbiakban két esetet tárgyalunk. Az egyik esetben a félvezetőkben levő atomok mind ionizáltak. Ekkor a harmadik feltétel következtében, a rövid impulzusok tartama alatt a mintának átadott hő kicsi lévén, az elektronkoncentráció állandónak tekinthető. Ez a 60—300 °K hőmérsékleti tartományban teljesül a felsorolt félvezetőkre.

A második esetben — 60 °K alatt — az elektromos tér hatására felgyorsult elektronok a szennyező atomok ionizációja révén növelik az elektronkoncentrációt. Ebben az esetben az Ohm-törvénytől való eltérést nemcsak a mozgékonyság, hanem a töltéshordozók számának térfüggése is okozhatja.

\*\* A termisztorban lejátszódó folyamat tipikus példája az Ohm-törvénytől való másodlagos eltérésnek. A termisztor olyan kétpólus, amelyben pl. egy  $n$ -típusú félvezetőben áram folyik. A félvezetők tulajdonsága, hogy ellenállásuk hirtelen csökken a hőmérséklet növekedtével. Ennek fizikai alapja, hogy a vezető elektronok — vagy lyukak, vagy mindkettőjük — száma nő az emelkedő hőmérséklettel. Az áram áthaladása melegíti a termiszort és így változik az ellenállása; következtésképpen az áram és feszültség közötti lineáris kapcsolat megbomlik és a növekvő áram csökkenő feszültséget eredményez úgy, hogy negatív differenciális ellenállást figyelhetünk meg. Az elektromos térerő azonban olyan kicsi, hogy az (1) összefüggésünk igaz, feltéve, hogy figyelembe vettük  $n$ -nek és  $\mu$ -nek a hőmérséklettől való függését.



A 2. feltétel fennállásából mindkét esetben következik, hogy az elektromos tér viszonylag nagy energiát képes átadni a töltéshordozónak. Ennek következménye az a hatás, amely „felmelegíti” az elektronokat a kristályénál magasabb hőmérsékletre. Emiatt változik meg a mozgékonyaság is.

Az elmondottak alapján, a  $v_d$  elektron drift-sebesség bevezetésével általánosíthatjuk az (1) összefüggést:

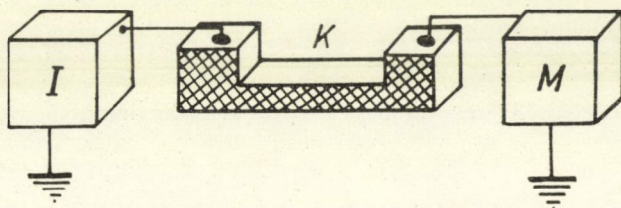
$$v_d = \mu(E, T)E \quad (2)$$

ahol az a tény, hogy  $\mu$  az elektromos tér függvénye, reprezentálja a nonlinearitást. A következőkben, először az első esetre (60—300 °K között) vonatkoztatva megmutatjuk, hogy az elektronok „hőmérsékletét” a kristály hőmérsékletének mintegy harmincszorosára, azaz 4000 °K fölé tudjuk növelni. Egyúttal az ellenállás nagy lévén, a kis ismétlődési frekvenciával a mintára adott rövid impulzusok a kristályrács hőmérsékletét nem változtatják.

Meg kell itt jegyeznünk, hogy igen nagy terekben szekunder keltésen alapuló elektronsokszorozódás is létrejöhet. Ez azt jelenti, hogy elegendően nagy energiával rendelkező elektron képes a kötési sávból újabbakat kiszakítani és ezen folyamat ismétlődése láncreakcióhoz vezet. (Ez azonban pl. a germániumnál kb. 200 000 V/cm télerősségnél következik be, amit egyébként is nehéz lenne előállítani.)

Az elektronok úgy viselkednek a vezetési sávban, mint ha egy sokszorososan törő közegben lennének, melyben többféle terjedési sebességük lehet irányuktól és frekvenciájuktól függően.

A mérést az 1. ábra szerinti elvi elrendezésben lehet a legegyszerűbben végrehajtani. Ennek részletes leírását és magyarázatát először *Ryder* és *Shockley* adták [4]. Az ábrán az  $I$  jel nagy feszültségű impulzusgenerátorra,  $M$  egy mérőberendezésre utal, amely kis ellenállásból és vele párhuzamosan kapcsolt oszcilloszkópból áll.  $K$  a mérendő félvezető kristályt jelenti. Az oszcilloszkóp vízszintes eltérítése a mintára adott feszültséggel, függőleges eltérítése pedig az ellenállásról levett jellel történik, amely a mintán átfolyó árammal arányos. Így felvehetjük a feszültség-áram



1. ábra

grafikont, amelynek egyenestől való eltérése hot elektronok jelenlétére utal. A töltéshordozók driftsebessége is megállapítható a grafikonból. A driftsebességet szoba-hőmérsékleten elektronokra a

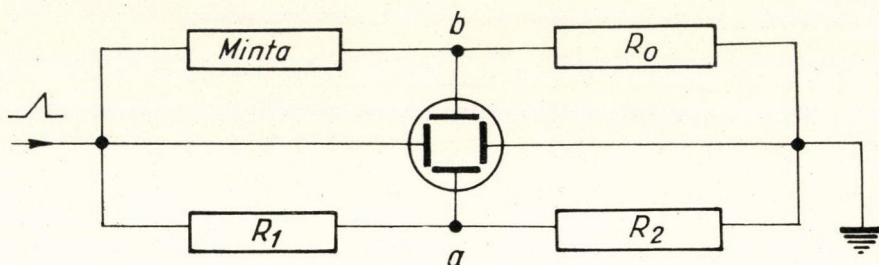
$$v_d = 3600 E [\text{cm/sec}] \quad (3)$$

összefüggés írja le, ahol  $E$  V/cm-ben van megadva. Mivel a 60—300 °K hőmérsékleti tartományban a vezetési elektronok száma nem változik lényegesen, a driftsebesség ebben a hőmérsékleti intervallumban egyenesen arányos a mintán átfolyó



árammal. Az áram-tengely átkalibrálásával tehát az oszcilloszkóp közvetlenül a driftsebesség térerősség-függését mutatja. Ez, az egyébként egyszerű módszer csak akkor ad jól kiértékelhető eredményt, ha az Ohm-törvénytől való eltérés nagy.

Később a mérések érzékenyebbé tételére több eljárást dolgoztak ki. Közülük leginkább a 2. ábrán szemléltetett elven működő hídkapcsolás [5] került alkalmazásra a vizsgálatokban. Ennek működése a következő: a hídra olyan kis feszültséget kapcsolunk, amelyre még a lineáris Ohm-törvény érvényes. Ekkor  $R_1$  ill.  $R_2$



2. ábra

megválasztásával elérhető, hogy a lineáris tartományban, egy adott hőmérsékleten az  $a$  és  $b$  pontok között nincs feszültségkülönbség. Ez azt eredményezi, hogy az oszcilloszkóp ernyőjén csak a kritikus feszültség felett kapunk függőleges eltérítést.

A különböző szerzők által leírt berendezések annyiban különböznek egymástól, hogy az ilyen nagy feszültségnél jelentkező szigetelési és földelési problémákat más-ként oldották meg.

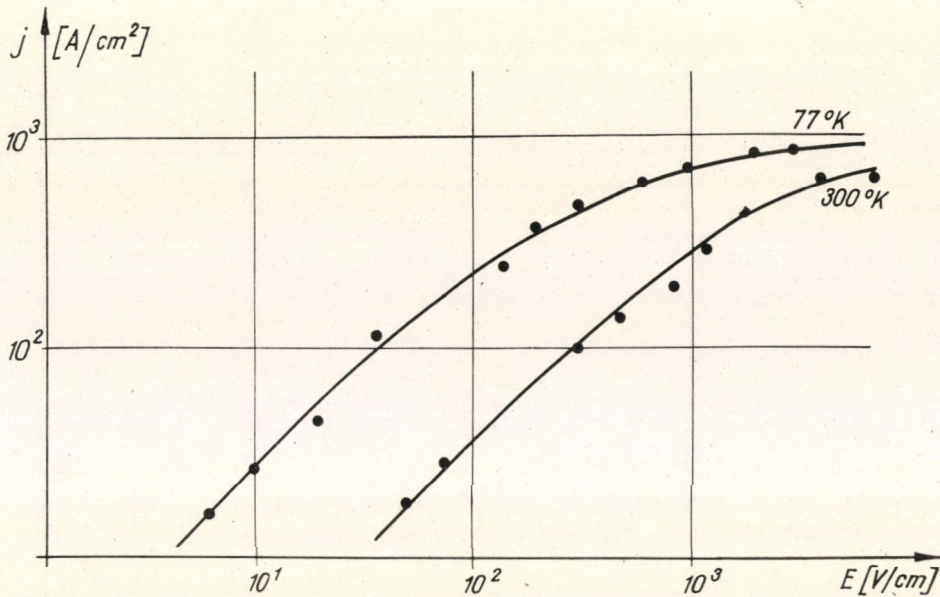
Ettől lényegesen eltérő módszert dolgoztak ki *Repsasz* és munkatársai [6]. Eljárásuk lényege az, hogy a nagy térerősséget mikrohullámú magnetronnal állítják elő, ami lehetővé teszi, hogy a hot elektronokat gerjesztő tér és a vezetési paraméterek méréséhez szükséges feszültség egymáshoz való iránya tetszőlegesen beállítható. Feltételezhető, hogy ennek a módszernek továbbfejlesztése sok új információt fog még nyújtani.

### 3. Méréseink 60—300 °K tartományban

Méréseinket mi is a hídkapcsolás elvén alapuló technikával végeztük. Igen nagy gondosságot kívánt a méréshez szükséges minták készítése. Itt többféle zavaró effektussal kellett számolni. Mint ismeretes, egy fém-félvezető kontaktus a rajta levő áramsűrűséggel arányosan töltéshordozókat injektálhat. Ennek eliminálására egy az 1. ábrán szemléltetett mintához hasonlóval kezdtük mi is méréseinket. Ily módon, a kontaktusok nagy felülete következtében rajtuk kis áramsűrűség érhető el. Továbbá az impulzus rövid ideje alatt (2  $\mu$ sec) fellépő tér még nem képes az egész kristályon átmenő áram injektálására. Germanium mintáinkban az inhomogenitás és a különböző kristályhibák nem okoztak mérhető zavaró effektusokat.

Mérési eredményeinket a 3. ábra szemlélteti. Az ábra adatait oszcilloszkóp jelek kiértékelése során nyertük. A következőkben az ábrán feltüntetett mérési eredményeknek egy közelítő, és szemléletes elméleti leírását nyújtjuk.



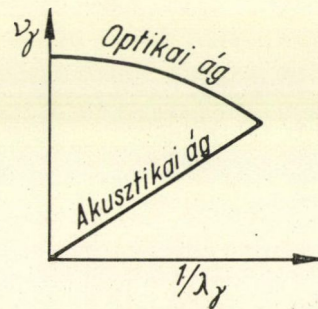


3. ábra

#### 4. Az elektronok mozgékonyága nagy elektromos térben

Termikus egyensúlyban az elektronokat olyan gáznak fogjuk tekinteni, amelyben a részecskék mint hullám-csomagok különböző sebességekkel és irányokban  $\frac{3}{2}kT$  átlagos mozgási energiával mozognak. Az elektronok és az ionizált szennyező-atomok közötti kölcsönhatást nem vesszük figyelembe, mert ez a folyékony nitrogén-hőmérsékletig elhanyagolható az atomok termikus rezgéseinek hatása mellett.

A 4. ábrán felrajzoltuk a longitudinális fonon-rezgések lehetséges frekvenciáit a hullámszám-vektor függvényében. A feltüntetett fonon-hullámszámfüggés csak a kristály [100] irányítása esetén áll fenn. Más irányban az akusztikai és az optikai fonon ág nem érintkezik.



4. ábra

##### a) Megmaradási tételek

Két olyan törvény van, amely analóg a rugalmas ütközéseknél fennálló energia- és impulzusmegmaradással. Az impulzusnak megfelelő mennyiség fononoknál az olyan  $P_\gamma$ -vektor, amely a terjedés irányába mutat és nagysága

$$P_\gamma = \frac{h}{\lambda_\gamma} \quad (4)$$



ahol  $h$  a Planck-állandó,  $\lambda_\gamma$  a hullámhossz. A normál fonon-módust úgy kell kezelni, mint egy

$$(n_\gamma + \frac{1}{2})h\nu_\gamma$$

energia-szint rendszert létrehozó oszcillátort, ahol  $n_\gamma$  pozitív egész szám. Átmenetnél, amikor egy elektron energiát cserél egy fononnal, és impulzusa  $P_1$ -ről  $P_2$ -re változik:

$$P_2 - (P_1 \pm P_\gamma dn_\gamma) = 0 \quad (5)$$

Ez az impulzusmegmaradás megfelelője. Az energiamegmaradás viszont az

$$\varepsilon_2 - (\varepsilon_1 \pm h\nu_\gamma dn_\gamma) = 0 \quad (6)$$

alakban írható, ahol

$$\varepsilon_1 = \frac{P_1^2}{2m}, \quad \varepsilon_2 = \frac{P_2^2}{2m} \quad (7)$$

az elektronok energiája ütközés előtt és után. A formulákban szereplő  $m$  nem a szabad elektron tömege, hanem olyan, tömegdimenziójú mennyiség, amelyben figyelembe van véve a kristály periodikus potenciáljának hatása is az elektronokra. Ez az ún. effektív tömeg olyan egyszerűsítés, amely csak első közelítésben fogadható el.

Az elektron-fonon kölcsönhatásnál a fononok abszorpciója, ill. emissziója kiválasztási szabályok szerint történik:

1. csak  $dn_\gamma = \pm 1$  átmenet a megengedett;

2. feltétel, hogy az akusztikai ágnek csak a longitudinális módusa hat az elektronokra.

#### b) Impulzus és energia csere

Maximális energia átadáskor, amikor az elektron mozgásiránya ellenkezőre fordul, (5) alapján:

$$P_2 + P_1 = P_\gamma \quad (8)$$

és (4) felhasználásával az energia változás

$$\frac{P_2^2 - P_1^2}{2m} = cP_\gamma, \quad (9)$$

ahol  $c$  a „fonon-csoportsebesség”, vagy hangsebesség. Ennek alapján megkapható az impulzus változás:

$$P_2 - P_1 = 2mc \quad (10)$$

Egy elektronra, amelynek  $kT$  energiája, és

$$v_T = \left( \frac{2kT}{m} \right)^{1/2} \quad (11)$$

termikus sebessége van, az impulzus változás aránya  $T \approx 300^\circ\text{K}$ -nél

$$\frac{P_2 - P_1}{P_1} = \frac{2c}{v_T} \approx 0,11,$$

ami azt jelenti, hogy az elektron impulzusának 11%-át veszti el az ütközésnél.



Az egységnyi idő alatt történő ütközés valószínűsége

$$\frac{1}{\tau} = \frac{v}{l}, \quad (12)$$

ahol  $v$  a sebesség,  $l$  az átlagos szabad úthossz, amely függ a hőmérséklettől,  $\tau$  az ütközések közötti átlag-idő.

Az energia-veszteség átlagos értéke [7] nagy energiájú elektron esetén

$$\langle \delta \varepsilon \rangle = -\frac{c^2 P_\gamma^2}{2kT}, \quad (13)$$

ahol  $P_\gamma$  az ütközéskor fellépő impulzus csere. Ez a formula analóg azzal az energia-veszteséggel, ami egy kis,  $m$  tömegnek egy nagy,  $M$  tömeghez való ütközésekor átadódik, ha az impulzusváltozás  $P_2 - P_1 = P_\gamma$ . Az energiaátadás ekkor (13) szerint, ha

$$M = \frac{kT}{c^2} \quad (14)$$

és egyúttal a nagy tömeg mozgási energiája

$$\frac{P_\gamma^2}{2M} = \frac{c^2 P_\gamma^2}{2kT} \quad (13')$$

A nagy tömeg értékére  $v_T$  és  $c$  előbbi értékeivel a következő becslést adhatjuk:

$$M = \frac{kT}{c^2} = \frac{mv_T^2}{2c^2} = 170m, \quad (15)$$

amely az elektron tömegéhez képest elég nagy.

Pontosabb számításoknál az átlagos energiacserével kell számolni, azaz minden irányra átlagolni kell. Ekkor

$$\langle \delta \varepsilon \rangle = 4mc^2 \left( 1 - \frac{P_1^2}{4mkT} \right) = \frac{4mkT}{M} - \frac{P_1^2}{M} \quad (16)$$

Ez a korrekt kifejezés, ha egy könnyű  $m$  tömeg szóródik egy olyan nehéz  $M$  tömegen, amely

$$v_{TM} = \left( \frac{2kT}{M} \right)^{1/2} = \sqrt{2} c \quad (17)$$

termikus sebességgel mozog.

### c) Az elektromos tér hatása

A következőkben közelítő eljárást írunk le a mozgékonyág meghatározására kis és nagy terekben.

Az Ohm-törvényt követő tartományban a tér olyan kicsi, hogy az elektronok és a rács hőmérséklete azonos. Az elektronok sebességét közelítőleg a (11) formula, az átlagos szabad időt a (12) formula jellemzi.



Az elektromos tér

$$a = \frac{eE}{m} \quad (18)$$

gyorsulással mozgatja az elektronokat, ahol  $e$  az elektromos töltés,  $E$  a térerősség. A tér hatása minden ütközéskor megsemmisül. A driftsebesség így közelítőleg

$$v_d = a\tau = \frac{el}{mv_T} E \quad (19)$$

A pontosabb eljárás [8], amely figyelembe veszi a Maxwell sebesség-eloszlást, kisebb értékre vezet és mozgékonyagra a

$$\mu_0 = \frac{4el}{3\sqrt{\pi}mv_T} \quad (20)$$

összefüggést adja.

Nagy terek hatására a  $v_d$  sebességgel mozgó elektron időegységenként átlag

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_E = v_d e E \quad (21)$$

energiát vesz fel a tértől. Ha a térerősség elég nagy, akkor az elektronok képtelenek lesznek a nyert energiát elég gyorsan átadni a fononoknak, úgy hogy az elektron-hőmérséklet megnövekszik. Átlag energiájuk növekedésével az akusztikai fononoknak is egyre több energiát képesek átadni, mígnem beáll egy stacionárius állapot. Ekkor

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_E - \left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_\gamma = 0. \quad (22)$$

Ha a tér elég nagy, akkor nem lesz stabil állapotú megoldás. Ez akkor történhet meg, ha a fononok energia átvevő képessége csökken az energia növekedtével. A mi esetünkben az elmélet jelzi, hogy az energiavesztés hirtelen emelkedik az elektron energiájával, s egyúttal az energia betáplálás csökken, mert csökken a mozgékonyág, így egy stabil állapot keletkezik.

A stabil állapotbeli drift sebesség meghatározására a kétféle energiacserét ki kell számítanunk. Ezért tegyük fel, hogy minden elektronnak van egy  $v_a$  átlagos sebessége, és a fononnak átadott energiát úgy számítjuk, mint az ilyen sebességgel történő ütközésenkénti átlagos energiavesztésnek és az időegységre eső ütközések számának szorzatát. Mivel  $v_a$  sokkal nagyobb  $v_T$ -nél, az  $M$ -ek mozgásának hatását elhanyagolhatjuk, s így (16)-ból adódik, hogy a fononoknak átadott energia:

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_\gamma = \frac{v_a}{I} \frac{m^2 v_a^2}{M} \quad (23)$$

A mozgékonyág a nagyobb ütközési arány miatt kisebb lesz, a drift sebességre pedig a

$$v_d = \frac{el}{mv_a} E \quad (24)$$



kifejezést kapjuk. A tér által szolgáltatott energia

$$\left. \frac{d\varepsilon}{dt} \right|_E = \frac{e^2 l}{mv_a} E^2. \quad (25)$$

A stabil állapot megköveteli, hogy

$$v_a = \left( \frac{e l E}{m} \right)^{1/3} \left( \frac{M}{m} \right)^{1/4} \quad (26)$$

legyen, és így

$$v_a = (e l E)^{1/2} (m M)^{-1/4} = \left( \frac{\sqrt{2} c e l E}{m v_T} \right)^{1/2} \approx (c \mu_0 E)^{1/2} \quad (27)$$

A nagy és kis terek közti átmenet olyan  $E_{\text{krit}}$  térnél következik be, amelyre a  $v_a$  sebesség formulái határesetként egybeesnek. Ekkor

$$v_a = \mu_0 E_{\text{krit}} = 1,23 (c \mu_0 E_{\text{krit}})^{1/2} \quad (28)$$

azaz

$$E_{\text{krit}} = 1,51 \frac{c}{\mu_0}, \quad (29)$$

és a kritikus térnél a drift-sebesség:

$$v_{d \text{ krit}} = 1,51 c \quad (30)$$

amennyiben az Ohm-törvény érvényes a kritikus térig.

#### d) Az optikai fonon módus hatása

Mint fentebb tárgyaltuk, az optikai módus csak  $\varepsilon_1 > h\nu_{\text{opt}}$  esetén hat. E tartományban viszont hatásosabb, mint az akusztikai módus. Belátható [9], hogy  $v_a$  egy telítési értékhez tart, amely nem nő az  $E$  növelésekor. Abból a célból, hogy illusztráljuk a jelenséget, képzeljük el, hogy akkora teret kapcsoltunk be, amely egy elektront  $P_1=0$ -ról  $P_2=(2m h \nu_{\text{opt}})^{1/2}$ -re gyorsított, amelynél  $\varepsilon = h\nu_{\text{opt}}$ , és olyan gyorsan, hogy nem szóródott az akusztikai móduson. Amint elérte  $\varepsilon_1$  értéket, tegyük fel, hogy ütközik egy optikai módussal, és elveszti összes energiáját. Ez a folyamat ismétlődik  $P_2/eE$  periódussal, s egyúttal  $dP_2/dt = eE$ . Az átlagos impulzus triviálisan  $P_2/2$ , és az átlagsebesség:

$$v_a = \frac{P_2}{2m} = \left( \frac{h \nu_{\text{opt}}}{2m} \right)^{1/2}, \quad (31)$$

amely független  $E$ -től. Az optikai módus kb. 520 °K-es hőmérsékletnek felel meg, és

$$v_a = 6,3 \cdot 10^6 \text{ cm/sec}$$

drift sebességet eredményez, amely jól egyezik a kísérleti eredményekkel.

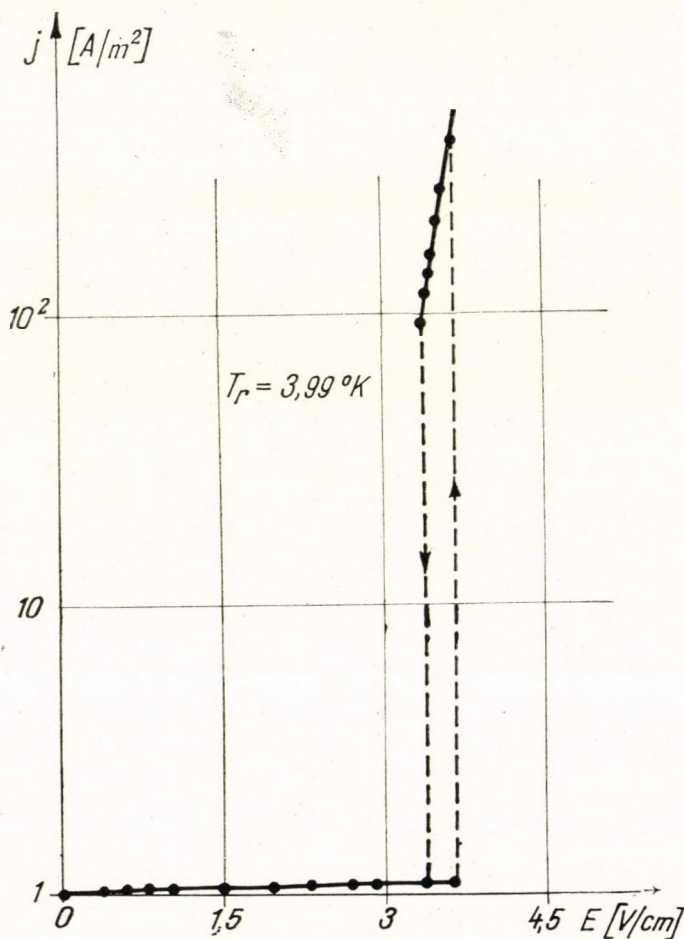


### 5. Vizsgálatok hélium hőmérsékleteken

A korábbiakban kihasznált feltevéseink — amelyek szerint egyrészt a töltéshordozó koncentráció konstans, másrészt a fononok energia-eloszlása független a tértől ill. az elektronok energiájától —, hélium hőmérsékleteken nem teljesülnek. Közülük az előbbi megsértése nagyon szembetűnő.  $4,2^\circ\text{K}$  környezetében ugyanis már néhány  $\text{V/cm}$ -es térerősség hatására elegendő energiára tehetnek szert a töltéshordozók ahhoz, hogy a semleges állapotban jelenlevő szennyezőatomokat ionizálják.

#### a) Méréseink $4,2^\circ\text{K}$ környezetében

Hélium hőmérsékleteken elvégzett méréseink eredményeit az 5. ábra szemlélteti, amelyek  $n$ -típusú Ge-ra vonatkoznak. Látható, hogy a kritikus tér elérésekor



5. ábra



hirtelen megnő az áramerősség. Ez az ionizáció következménye, amely a továbbiakban az ütközési mechanizmus változásához is vezet, mivel egyre inkább az ionizált szennyezéseken való szóródás kezd dominálni.

Korábbi második feltevésünk annyiban módosul, hogy bár jó hőcsere esetén a fononok átlagos energiája állandó, de kevés számú fonon energiája jelentősen megnőhet. Ez annak a következménye, hogy a fonon-fonon kölcsönhatás alacsony hőmérsékleten gyenge. Tovább bonyolítja a jelenség tárgyalását, hogy a szabad úthossz annyira megnő, hogy a különböző effektusok a minta méreteitől erős függést mutatnak.

#### b) Elméleti eredmények

A már említett nehézségek miatt, a töltéshordozók alacsony hőmérsékleten való viselkedésének egzakt elméleti leírása még nem sikerült. *Stratton* [10] és mások számítása szerint, amíg az ionizált szennyezéseken való szóródás és a gerjesztett fononok hatása elhanyagolható, a mozgékonyság egy  $T_r$  rácshőmérsékleten a

$$\mu(T_r, E) = A(T_r)E^{-4/5} \quad (32)$$

összefüggéssel írható le, ahol  $A(T_r)$  a kristály hőmérsékletétől függő konstans.

Amikor a gerjesztett fononok hatása lesz domináns, az ütközési mechanizmus változásának következtében a mozgékonytságot [11]

$$\mu(T_r, E) = B(T_r) \cdot n^{-1} \quad (33)$$

formulával írhatjuk le, ahol  $B(T_r)$  szintén a minta hőmérsékletétől függő állandó. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor a mozgékonytságot elsősorban az elektronkoncentráció befolyásolja.

#### IRODALOM

- [1] *H. Fröhlich*, Proc. Roy. Soc. A 188, 521, 1947.
- [2] *E. J. Ryder* and *W. Shockley*, Phys. Rev. 81, 139, 1951.
- [3] *E. I. Abaulina—Zavarickája*, Zs. E. T. F. 36, 1342, 1959.
- [4] *W. Shockley*, Bell Syst. Techn. J. 30, 990, 1951.
- [5] *J. B. Arthur*, *A. F. Gibson*, *J. W. Granville*, Journ. Elect. 2, 145, 1956.
- [6] *K. Repszas*, *R. Vaskevicsusz*, *V. Denisz*, *J. Pozsela*, FTT, 7, 927, 1965; Lietuvos Fizikos Rinkinys, 5, 3, 369, 1965.
- [7] *W. Shockley*: Electrons and Holes in Semiconductors. D. van Nostrand. New-York, 1950,
- [8] *E. J. Ryder* and *W. Shockley*, Phys. Rev. 82, 330, 1951.
- [9] *V. V. Paranjape*, Rep. Brit. E. A. I. Res. Assoc. L. T. 307, 1954; Proc. Phys. Soc. B 70, 628, 1957.
- [10] *R. Stratton*, Proc. Roy. Soc. A 242, 335, 1957.
- [11] *V. V. Paranjape*, Proc. Phys. Soc. 80, 971, 1962.







# MAGREAKCIÓK VIZSGÁLATA 14 MeV KÖRÜLI NEUTRONOKKAL\*

CSIKAI GYULA

MTA Atommag Kutató Intézete, Debrecen

- I. Bevezetés
- II. Magreakció elméletek
  - II.1. A magreakciók statisztikus elmélete
  - II.2. Direkt reakciók
  - II.3. Közbenső reakció mechanizmusok
- III. Az alkalmazott kísérleti módszerek és körülmények
  - III.1. Neutronforrás
  - III.2. Mérési módszerek
- IV. Hatáskeresztmetszet és hatáskeresztmetszet viszony mérések
  - IV.1.  $(n, p)$  hatáskeresztmetszetek
  - IV.2.  $(n, \alpha)$  hatáskeresztmetszetek
  - IV.3.  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$  hatáskeresztmetszet viszonyok
  - IV.4.  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetek
  - IV.5.  $(n, \text{He}^3)$ ,  $(n, \text{H}^3)$  hatáskeresztmetszetek
  - IV.6.  $(n, \text{gamma})$  hatáskeresztmetszetek
- V. A hatáskeresztmetszet fluktuációjának vizsgálata
- VI. Energiaspektrum és szögeloszlás mérések
  - VI.1.  $^{14}\text{N}(n, \alpha)^{11}\text{B}$  reakció vizsgálata
  - VI.2.  $\text{Zr}(n, \alpha)\text{Sr}$  reakció vizsgálata
  - VI.3. A visszalökött magok előre-hátra aszimmetriájának vizsgálata
  - VI.4. Az  $^{238}\text{U}$  hasadásának vizsgálata
- VII. Függelék
- VIII. Köszönetnyilvánítás
- Irodalom

## I. Bevezetés

A magszerkezet tanulmányozásában és a magreakciók mechanizmusának tisztázásában igen fontos szerepet játszik a gyors neutronokkal létrehozott magreakciók vizsgálata. A gyors neutronok viszonylag széles energiatartományát tekintve a vizsgálatok zömét egy szűk intervallumban a  $^3\text{H}(d, n)^4\text{He}$  reakcióban keletkező 14 MeV körüli neutronokkal végezték el. Ennek oka a nagyintenzitású monokromatikus neutronforrások előállításának nehézségeiben rejlik. A vizsgálatok kezdetben a neutronreakciók teljes hatáskeresztmetszetének aktivációs módszerrel történő meghatározására irányultak. A kísérleti technika- és mérési módszerek fejlődésével  $\left(\frac{dE}{dx} - E\right)$  detektorok, jelalak diszkrimináció, többdimenziós analizátorok, gyors koincidenca körök, stb.) lehetővé vált a kilépő részek energiaspektrumá-

\* Érkezett 1967. jún. 17.-én.

1966. jún. 14-én megvédett doktori értekezés alapján. A témakörrel kapcsolatos irodalom részletes áttekintése a szerző disszertációjában megtalálható.



nak és szögeloszlásának mérése is. A hatáskeresztmetszet-, az energiaspektrum és szögeloszlás kísérleti meghatározása lehetővé teszi a magreakció elméletek alkalmazhatóságának ellenőrzését, valamint az elméleti összefüggésekben szereplő szabad paraméterek értéktartományának megállapítását. A 14 MeV körüli neutronokkal végzett korábbi vizsgálatok nagyrészt a magreakciók közbenső mag elmélete alapján sikerült értelmezni. Az újabb eredmények — a közbenső magfolyamatok mellett — sok esetben a direkt kölcsönhatások felléptére, továbbá nukleon csoportoknak a magfelületen történő kialakulására utalnak. A mért és a statisztikus modell alapján számított értékek között különösen nagy az eltérés az  $(n, \alpha)$  reakciók energiaspektrumában az  $A > 100$  magok esetén, a könnyű magoknál az  $(n, d)$ ;  $(n, t)$  reakciók szögeloszlásában, továbbá az  $(n, \text{töltött részecske})$  reakciók hatáskeresztmetszéteiben a nehezebb magoknál.

A gyors neutron reakciók mechanizmusának tisztázását megnehezíti a kísérleti adatokban tapasztalható nagy szórás, az egymásnak ellentmondó eredmények, továbbá az, hogy számos mag esetén semmilyen adat nem áll rendelkezésre.

A legtöbb kísérleti adat 14 MeV körüli neutronenergiánál az  $(n, \alpha)$ ;  $(n, p)$  és  $(n, 2n)$  reakciók hatáskeresztmetszetére található. Ezen reakcióknál a hatáskeresztmetszet  $N$ ,  $Z$  vagy  $A$  függésében megfigyelt tendenciákat illetően is ellentmondóak az eredmények, nem tisztázott többek között, hogy a domináns  $Q$  effektus eliminálásával milyen szabályosságok jelentkeznek.

A viszonylag nagy hatáskeresztmetszetű  $(n, 2n)$ ;  $(n, \alpha)$ ;  $(n, p)$  folyamatok mellett kevés vizsgálat történt az  $(n, 2p)$ ;  $(n, {}^3\text{He})$ ;  $(n, t)$ ;  $(n, \gamma)$ ; stb. úgynevezett „ritka” reakciókra vonatkozóan, amelyek mind a reakciómechanizmusról, mind a magszerkezetről igen fontos információkat nyújthatnak.

A gyors neutron reakcióknál a hatáskeresztmetszet értékek meghatározásának az elvi érdekességen túlmenően gyakorlati jelentősége is van, különösen a reaktorfizika, az aktivációs analízis, és az izotóptermelés területén.

A dolgozat célja, hogy ismertesse azokat a kísérleti munkákat, amelyeket a szerző önállóan és munkatársakkal közösen végzett 14 MeV körüli neutronokkal az  $(n, \alpha)$ ;  $(n, p)$ ;  $(n, 2n)$ ;  $(n, f)$  és a „ritka” reakciók területén a fent vázolt problémák tisztázására.

A saját vizsgálatok ismertetése előtt a dolgozat első részében röviden áttekintjük a kísérleti eredmények kiértékelésénél alkalmazásra került magreakció elméleteket.

## II. Magreakció elméletek

### II.1. A magreakciók statisztikus elmélete

A nukleonok között ható erők egzakt ismerete híján a magszerkezetről és a magreakciók mechanizmusáról — a magerők ismert tulajdonságaival összeegyeztethető — modellszerű elképzeléseket kell alkotnunk. A modellek útján nyert információkat a tapasztalati tényekkel összehasonlítva ellenőrizhetjük az elméletek alkalmazhatóságát és meghatározhatjuk a szabad paraméterek értéktartományát.

A magreakciók különböző jelenségeinek értelmezésére számos modellt használnak. Ilyenek pl. a független részecske-, az optikai-, a kollektív-, a statisztikus modell. Az abszorpció mechanizmusának megértéséhez végig kell követni, hogy



milyen lehetőségek valósulhatnak meg, ha egy részecske behatol a magba és ott valamelyik nukleonnal ütközik. A sok lehetőség közül néhány:

a) Direkt rugalmatlan szórás. Ebben az esetben a bombázó részecske a mag egyetlen nukleonjának ad át energiát.

b) Kollektív gerjesztés. A bombázó részecske a mag egészének adhat át energiát anélkül, hogy abszorbeálódna.

c) Cserereakció. A bombázó részecske a mag egy nukleonjának a kilépéshez elegendő energiát ad át.

d) A beeső részecske olyan sok energiát veszít, hogy kötve marad a magban. Az átadott energiát egy alacsonyban fekvő nukleon kapja, amely nem tudja elhagyni a magot. Az így előállt gerjesztett rendszerben további belső ütközések révén az energia sok nukleonra oszlik szét, ami a leggyakoribb esetben meggátolja a nukleonemissiót. Ily módon a magnak egy igen hosszú élettartamú gerjesztett állapota alakul ki, amely csak akkor tud elbomlani, ha a belső ütközések révén egy nukleonra a kilépéshez elegendő energia koncentrálódik. Ha az energia az összes nukleon között oszlik el, egy termodinamikai egyensúlyban levő gerjesztett rendszer jön létre.

Az első három eset (beleértve a knock-out, stripping, pick-up, stb. reakciókat), közös jellemzője, hogy kevés szabadsági fok vesz részt a folyamatban és így lehetővé válik ezek részletes elméleti tárgyalása.

A negyedik, a közbenső mag képződésének esete. A közbenső mag metastabil rendszer, elbomlása bármely lépés után bekövetkezhet. Sok tapasztalati tény leírható azzal, ha feltesszük, hogy az első lépés után kialakuló állapotok (az alapállapothoz képest két részecske és egy lyuk-állapotok) igen nagy súllyal szerepelnek a kialakult közbenső állapotban és a többi állapot ezek mellett nem játszik fontos szerepet (néhány kvázirészecskés modell).

Ha a mag elbomlása csak a termodinamikai egyensúly elérése után következik be, vagyis sok részecske vesz részt a folyamatban, akkor a rendszer leírására a fizikai statisztika módszereit alkalmazhatjuk.

A magreakciók két extrém esetének (direkt és compound folyamatok) létrejöttét számos kísérlet igazolja. Azonban kevés olyan kísérleti és elméleti munka található, amely a gyors és lassú reakciók közé eső ún. intermediér folyamatokkal foglalkozna.

Tekintettel arra, hogy vizsgálataink túlnyomó része a statisztikus modellel kapcsolatos, ezért a magreakció elméletek tárgyalásánál is erre térünk ki részletesebben.

#### a) Közbenső mag képződésének hatáskeresztmetszete

Bohr függetlenségi hipotéziséből következik, hogy egy  $X(a, b)Y$  reakció két egymástól független lépésben megy végbe, ezért a hatáskeresztmetszet meghatározása is két részből áll: 1. a közbenső mag  $\sigma_c(a)$  képződési hatáskeresztmetszetének meghatározása, 2. a közbenső mag  $P_c(b)$  elbomlási valószínűségének kiszámítása. A feltevés szerint minden abszorbeálódott részecske közbenső mag kialakulásához vezet. Ilyen módon a képződési hatáskeresztmetszet kiszámítása egy kvantummechanikai probléma, meg kell határozni a hullámfüggvény ismeretében a magfelületen áthatolt és a beeső részecskék áramsűrűségének arányát. A hullámfüggvény és ezen keresztül a  $\sigma_c(a)$  meghatározásánál a céltárgy mag hatását figyelembe



vevő potenciál igen fontos szerepet játszik. Általában vagy egy teljesen abszorbeáló derékszögű potenciált vagy egy Saxon—Woods [26] optikai-modell potenciált terfogati ill. felületi abszorpcióval választanak és az  $\varepsilon$  energiájú,  $l$  impulzusmomentumú részecskére a  $T_l(\varepsilon)$  transzmissziós koeficienseket számítják ki. A reakció teljes hatáskeresztmetszete [2]:

$$\sigma_c(\varepsilon) = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(\varepsilon) \quad (1)$$

ahol  $\lambda$  a részecske redukált de Broglie hullámhossza. Az I. táblázatban foglaltuk össze azokat a munkákat, amelyekben a közbenső mag keletkezési hatáskeresztmetszetére vonatkozó adatok megtalálhatók.

#### b) A közbenső mag elbomlási valószínűsége

Mint említettük a közbenső magot bizonyos feltételek mellett mintegy statisztikus rendszert tekinthetjük, melynek átlagos viselkedését mozgásállandói nagysága és alakja teljesen meghatározzák. Az átlagos viselkedéstől eltérés várható pl. olyan

I. TÁBLÁZAT

Bombázó részecske	Feltételezett potenciál	Táblázott mennyiségek	Irodalom
$p, d, \alpha$	derékszögű	$\sigma(\varepsilon)$	[1]
$p, \alpha$	derékszögű	$\sigma(\varepsilon)$	[2]
$p, d, \alpha$	derékszögű	$4 T_l(\varepsilon)$	[3]
$\alpha$	Saxon—Woods	$\sigma(\varepsilon), T_l(\varepsilon)$	[4]
$n$	Saxon—Woods	$\sigma(\varepsilon), \sigma_l(\varepsilon)$	[5]
Nehéz ion	derékszögű	$\sigma(\varepsilon)$	[6]
$n$	diffúz, felületi absz.	$T_l(\varepsilon)$	[7]
$n$	derékszögű	$T_l(\varepsilon)$	[8]
$p$	diffúz, felületi absz.	$T_l(\varepsilon)$	[9]
$n$	diffúz, felületi absz.	$T_l(\varepsilon)$	[9]
$p$	Perey	$T_l(\varepsilon), \sigma_c$	[10]
$n$	Perey-Buck	$T_l(\varepsilon), \sigma_c$	[10]

esetben, ha a bombázó nyaláb energiaszórása nagyon kicsi és így az általa lefedett intervallumban az átfedő nívók interferenciája nem átlagolódik ki. Ez fluktuációt eredményezhet a hatáskeresztmetszet- és a szögeloszlás energia függésében. Nyilvánvaló, hogy a gerjesztési függvényben elvileg felléphető legfinomabb szerkezet szélessége éppen a közbenső mag  $\tau$  átlagos élettartamához tartozó  $\Gamma$  energia bizonytalanság. Ez könnyen belátható, ha meggondoljuk, hogy a közbenső mag valamely  $\Gamma$  szélességű nívóját gerjesztve monokromatikus részecskékkel, a hatáskeresztmetszet kialakításában a  $\Gamma$ -szélességbe benyúló összes szomszédos nívó részt vesz interferencia révén. Az így nyert hatáskeresztmetszet értéktől lényeges eltérés csak akkor várható, ha azt teljesen más nívók alakítják ki. Ez pedig az eredeti értéktől legközelebb  $\sim \Gamma$  távolságra következik be. A  $\Gamma$  átlagos szélességű fluktuáció kiméréséhez tehát  $\Delta E \ll \Gamma$  energiafelbontásra van szükség. A  $\Delta E \gg \Gamma$  energiafelbontásnál a közbenső mag átlagos viselkedését határozhatjuk meg.



A statisztikus modell szerint annak a valószínűsége, hogy az  $E^*$  gerjesztési energiával rendelkező közbenső mag az időegység alatt egy  $\nu$  részecskét emittáljon, melynek kinetikus energiája az  $\varepsilon$  és  $\varepsilon + d\varepsilon$  intervallumba esik, az alábbi formába írható [16]:

$$P(\varepsilon, E^*) d\varepsilon = \frac{(2s_\nu + 1) M_\nu \varepsilon \sigma_\nu(\varepsilon, U) \omega_\nu(U) d\varepsilon}{\pi^2 \hbar^2 \omega_c(E^*)} \quad (2)$$

ahol  $M_\nu$  és  $s_\nu$  a  $\nu$  részecske tömege és spinje,  $\omega_c(E^*)$  a közbenső mag nívósűrűsége  $E^*$  gerjesztési energiánál;  $\omega_\nu(U)$  a végmag nívósűrűsége  $U$  gerjesztési energiánál;  $\sigma_\nu(\varepsilon, U)$  az ún. inverz reakció hatáskeresztmetszete (amikor a  $\nu$  részecske ütközik a gerjesztett végmaggal). A közbenső mag teljes bomlási valószínűsége (vagyis hogy bármilyen típusú és energiájú részecskével elbomoljon):

$$P = \sum_\nu \int_0^{\varepsilon_{\max}} P(\varepsilon, E^*) d\varepsilon = \sum_\nu \Gamma_\nu \quad (3)$$

Az (2) egyenlet a  $\nu$  típusú részecske emissziós spektrumát-, míg a  $\Gamma_\nu / \sum_\nu \Gamma_\nu$  viszony a különböző részecskék relatív hozamát adja. A fentiek szerint egy  $X(a, b) Y$  reakció teljes hatáskeresztmetszete:

$$\sigma(a, b) = \sigma_c(a) \frac{\Gamma_b}{\sum_\nu \Gamma_\nu} \quad (4)$$

A (2) kifejezésben szereplő  $\sigma_\nu(\varepsilon, U)$  inverz hatáskeresztmetszet kísérleti és elméleti ismeretének hiányában feltesszük, hogy az egyenlő az alapállapothoz tartozó  $\sigma_c(\varepsilon)$  teljes reakció hatáskeresztmetszettel. A gerjesztett mag hatásának figyelembevétele az inverz hatáskeresztmetszetben jelenleg teljesen bizonytalan, mivel alap ill. gerjesztett állapotban levő magnál különbség lehet a mag alakjában, méretében, impulzusmomentumában, a potenciál-gáton történő áthatolás valószínűségében. A  $\sigma_c(\varepsilon, U) / \sigma_c(\varepsilon)$  viszony tisztázásával több kísérleti és elméleti munka foglalkozik [11–16].

Az inverz hatáskeresztmetszetre egy közelítő analitikus kifejezést szoktak használni:

$$\begin{aligned} \sigma(\varepsilon) &= \gamma \pi R^2 (1 - V'/\varepsilon) & \varepsilon > V' \\ \sigma(\varepsilon) &= 0 & \varepsilon < V' \end{aligned} \quad (5)$$

ahol  $R$  a kölcsönhatási sugár,  $\gamma \approx 1,10$  alfa részecskékre és 1,75 protonokra [17],  $V'$  az effektív gátmagasság. Alfa részecskékre a Coulomb gát magassága:

$$V = \frac{2,88}{r_0} \cdot \frac{(Z-2)}{(A-3)^{1/3} + 4^{1/3}} \text{ MeV}. \quad (6)$$

A megfelelő diffuzitásából eredő korrekciót Gove és Nakasima [18] munkája alapján figyelembe véve, az effektív gátmagasság:

$$V' = V \left( 1 - \frac{1,7}{r_0 A^{1/3}} \right) \quad (7)$$

A (2) kifejezésben szerepel még a közbenső mag és a végmag nívósűrűsége. A tapasztalat szerint a nívósűrűsége a következőket lehet mondani: a nívósűrűség



rohamosan növekszik a gerjesztési energiával; különösen alacsony gerjesztési energiánál függ a héjszerkezettől; páros-páros, páratlan-páros és páratlan-páratlan magoknál a nívósűrűség különböző; a nívósűrűség függ a gerjesztett mag spineloszlásától. Magas gerjesztési energiánál a mag nívósűrűségére a legtöbb megfontolás a Fermi-gáz modellen alapszik. A nívósűrűség tényleges formája nem ismert, ennek meghatározása a statisztikus modell egyik fő problémája. Az első ilyen irányú számítást *Bethe* végezte el [19], feltételezve, hogy a mag szabad protonokból és neutronokból álló gáz, amelynek mozgása a mag térfogatra van korlátozva. *Newton* [20] számításában azt tételezte fel, hogy a mag héjmodell potenciálban mozgó nukleon gáz, míg *Ericson* [21] szerint a mag deformált héjmodell potenciálban mozgó nukleonokból áll, amelyek között hatnak a maradék párerők. A nívósűrűség energia-függésének leggyakrabban használt formái a következők:

$$\omega(U) = C \cdot U^{-n} \exp[2\sqrt{aU}] \quad (8)$$

ahol  $n=0$  vagy 2.

$$\omega(U) = C \frac{\exp[2(aU)^{1/2}]}{A^{5/3} (2\bar{j}_p + 1)^{1/2} (2\bar{j}_n + 1)^{1/2} [2U + 3(U/A)^{1/2}]^2} \quad (9)$$

ahol  $A$  a tömegszám,  $\bar{j}_p$  és  $\bar{j}_n$  az effektív spin érték  $Z$  proton ill.  $N$  neutronra,  $a = 0,062(\bar{j}_p + \bar{j}_n + 1)A^{2/3}$ .

$$\omega(U) = C \cdot U^{-5/4} \exp[2\sqrt{aU}] \quad (10)$$

ahol

$$a = 2 \left( \frac{\pi}{3} \right)^{4/3} \frac{mr_0^2}{\hbar^2} \cdot A$$

A 14 MeV energiájú neutronok totális hatáskeresztmetszetének analiziséből  $r_0 = 1,5f$  értéket kaptak és így  $a = A/8,7 \text{ MeV}^{-1}$ . Az effektív spin értékeket [20] a II. táblázat tartalmazza.

Az energiaspektrumok összehasonlítása szempontjából hasznos definiálni a maghőmérsékletet, az alábbi összefüggés szerint:

$$\frac{1}{T} = \frac{d}{dU} \ln \omega(U) \quad (11)$$

A maghőmérséklet kapcsolatba hozható a nívósűrűség paraméterekkel. A (8) és (11) egyenletek felhasználásával

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{n}{U} \quad (12)$$

Gyakran felteszik, hogy az exponenciális tag egyedül szabályozza az  $\omega(U)$  energia-függését ( $n=0$ ) és így az általánosan használt  $a = \frac{U}{T^2}$  összefüggéshez jutunk. A konstans hőmérsékletnek megfelelő nívósűrűség:

$$\omega(U) = C \cdot e^{U/T} \quad (12a)$$

A neutron-rezonancia nívók távolságának és a konkurrens reakciók relatív hozamának tanulmányozása azt mutatta, hogy a mag nívósűrűsége egy adott gerjesztési energiánál a következőképpen függ a párosságtól:

$$\omega(U)_{pn-pn} > \omega(U)_{pn-ps} = \omega(U)_{ps-pn} > \omega(U)_{ps-ps}$$



Ezt az effektust figyelembe vehetjük a gerjesztési energiában egy  $\delta$  korrekcióval:

ahol

$$U = E_a + Q - \delta - \varepsilon_v$$

$$\delta = \begin{cases} \delta_p + \delta_n & Z_{ps} N_{ps} \\ \delta_p & Z_{ps} N_{pn} \\ \delta_n & Z_{pn} N_{ps} \\ 0 & Z_{pn} N_{pn} \end{cases}$$

A párenergiára jó közelítés a

$$\delta_p = \delta_n = 11 \sqrt{A} \text{ MeV} \quad (13)$$

érték [20], ennél pontosabbat a Nemirovski et al. [22] által adott formula szolgáltat.

## II. TÁBLÁZAT

Átlag spin értékek neutronokra és protonokra

a) $Z$ vagy $N \leq 48$									
$Z$ vagy $N$	$2\bar{j} + 1$	$N$ vagy $Z$	$2\bar{j} + 1$	$N$ vagy $Z$	$2\bar{j} + 1$	$N$ vagy $Z$	$2\bar{j} + 1$	$N$ vagy $Z$	$2\bar{j} + 1$
1	2	8	$3^{1/3}$	17	$3^{1/3}$	29	$5^{1/3}$	39	$3^{1/3}$
2	$2^{2/3}$	9	$4^{2/3}$	18—19	4	30—31	4	40	$4^{2/3}$
3	$3^{1/3}$	10—13	6	20	$5^{1/3}$	32	$4^{2/3}$	41	$7^{1/3}$
4—5	4	14	$4^{2/3}$	21	$6^{2/3}$	33	$5^{1/3}$	42—48	10
6	$3^{1/3}$	15	$3^{1/3}$	22—27	8	34—37	6		
7	$2^{2/3}$	16	$2^{2/3}$	28	$6^{2/3}$	38	$4^{2/3}$		
b) $Z > 48$									
$Z$	$2\bar{j}_z + 1$	$Z$	$2\bar{j}_z + 1$	$Z$	$2\bar{j}_z + 1$	$Z$	$2\bar{j}_z + 1$	$Z$	$2\bar{j}_z + 1$
49	9,6	58	8,4	76	7	82	5,6	93	9,6
50	9,2	59	8,6	77	6	83	6,8	94	9,5
51	8,8	60	8,8	78	5	84	8,4	95—98	$9^{1/3}$
52	8,4	61—64	9	79	3,6	85—90	10		
53—56	8	65—74	9	80	3,2	91	9,9		
57	8,2	75	8	81	4,4	92	9,7		
c) $N > 48$									
$N$	$2\bar{j}_N + 1$	$N$	$2\bar{j}_N + 1$	$N$	$2\bar{j}_N + 1$	$N$	$2\bar{j}_N + 1$	$N$	$2\bar{j}_N + 1$
49	9,2	59—64	10	82	4,8	101—106	10	126	5,6
50	8,4	65—74	10	83	5,6	107—118	10	127	6,8
51	7,6	75	8,8	84	6,8	119	8,8	128	8,4
52	6,8	76	7,6	85—88	8	120	7,6	129—134	10
53—54	6	77	6,4	89	8,4	121	6,4	135	10,4
55	6,8	78	5,2	90	8,8	122	5,2	136	10,8
56	7,6	79	3,6	91	9,2	123	3,6	137	11,2
57	8,4	80	3,2	92	9,6	124	3,2	138	11,6
58	9,2	81	4	93—100	10	125	4,4	139—148	12,0



A (2) kifejezés adott bombázó energiánál az alábbi formába írható:

$$N(\varepsilon)d\varepsilon = \text{konst} \cdot \varepsilon \sigma(\varepsilon) \omega(U) d\varepsilon \quad (14)$$

A nívósűrűséget a (8) szerint véve a

$$\ln \frac{N(\varepsilon) U^n}{\varepsilon \cdot \sigma(\varepsilon)} = 2 \sqrt{aU} \quad (15)$$

összefüggést kapjuk. Az  $N(\varepsilon)$  helyére a mért spektrumot téve, a  $\sqrt{U}$  függvényében egyenest kell kapni.

Felhasználva a (12), (15) összefüggéseket és első közelítésben eltekintve  $T$  energia függésétől (vagyis konstans hőmérsékleten történő párolgásnál):

$$\frac{N(\varepsilon)}{\varepsilon \cdot \sigma(\varepsilon)} = \text{konst.} \cdot e^{U/T} \quad (16)$$

Így a spektrum mérésével a nívósűrűség a paramétere és a  $T$  maghőmérséklet meghatározható.

A hatáskeresztmetszet viszonyok számítása a (4) szerint, relatív csatornaszélességek meghatározására redukálódik. A csatornaszélességek viszonyának számítására egy közelítő kifejezést ad meg Bodansky [24]; amely pl. alfa és proton emisszió esetén a következő:

$$\frac{\Gamma_\alpha}{\Gamma_p} = \frac{(2s_\alpha + 1) M_\alpha \gamma_\alpha R_\alpha^2}{(2s_p + 1) M_p \gamma_p R_p^2} \exp [(S_p - S_\alpha) + (V'_p + V'_\alpha)]/T \quad (17)$$

ahol  $s_\alpha, s_p, M_\alpha, M_p$  az alfa-részecske és a proton spinje ill. tömege,  $S_\alpha, S_p$  a szeparációs energiák,  $V'_\alpha, V'_p$  az effektív gátmagasságok,  $T$  a maghőmérséklet.

Ha a közbenső mag gerjesztési energiája magas, lehetővé válik két nukleon emissziója is. Neutron reakcióknál feltételezik, hogy ha az első neutron emissziója után az  $A$  targetmag  $U$  gerjesztési energiája meghaladja az  $E_t = B_n \frac{A+1}{A}$  neutron küszöböt, akkor a legerjesztődés neutron emisszióval történik. A bomlási sémát az 1. ábra mutatja. Az  $(n, 2n)$  reakció hatáskeresztmetszete a statisztikus elmélet szerint [23]:

$$\sigma_{n, 2n} = \sigma_{n, M} \frac{\int_0^{E_n - E_t} \varepsilon \cdot \sigma(\varepsilon) \omega(U) d\varepsilon}{\int_0^{E_n} \varepsilon \cdot \sigma(\varepsilon) \omega(U) d\varepsilon} \quad (18)$$

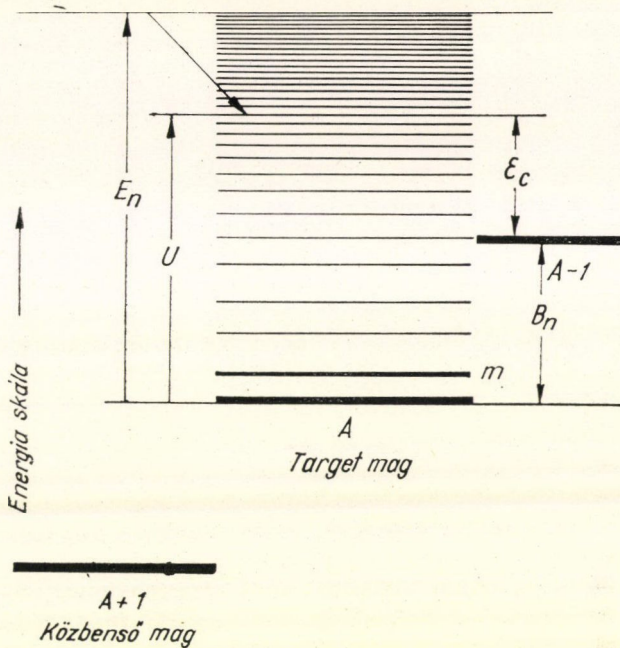
ahol  $E_n$  a bombázó neutron energia,  $\sigma_{n, M}$  annak a hatáskeresztmetszetét adja, hogy a közbenső mag neutronot emittáljon. Ilyen módon, ha a teljes nonelasztikus hatáskeresztmetszetről levonjuk a töltött részecske emisszióhoz tartozó hatáskeresztmetszeteket definiíciószerűen a  $\sigma_{n, M}$  értéket kapjuk. A formula megegyezik a „Weisskopf becsléssel” [2]:

$$\sigma_{n, 2n} = \sigma_{n, M} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{\varepsilon_c}{T} \right) e^{-\frac{\varepsilon_c}{T}} \right] \quad (19)$$



ahol  $\varepsilon_c = E_n - E_t$  a küszöb fölötti többlet energia,  $T$  az intermedier maradék mag hőmérséklete.

Az  $\omega(U)$  nivósűrűség megadja az  $U$  gerjesztési energiához tartozó állapot-sűrűséget, szummázva a gerjesztett mag  $I$  impulzusmomentumának minden értékére.



1. ábra

A közbenső mag bomlásának bizonyos tulajdonságai, mint pl. az emittált részek szögeloszlása, függ a kezdeti és a végállapotok impulzusmomentumától, ezért meg kell határozni egy adott  $U$  gerjesztési energiánál az  $I$  impulzusmomentumú állapotok sűrűségét, az  $\omega(U, I)$  mennyiséget. A Fermi gáz modell szerint [25]:

$$\omega(U, I) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{(2I+1)}{(2\sigma^2)^{3/2}} \exp \left[ -\frac{(I+1/2)^2}{2\sigma^2} \right] (U+t)^{-5/4} \exp [2(aU)^{1/2}] \quad (20)$$

ahol  $t$  a termodinamikai hőmérséklet, amely a következő kapcsolatban van a nivósűrűség paraméterrel  $U = at^2 - t$ ,  $\sigma^2$  az impulzusmomentum eloszlást jellemzi, gyakran spin-cutoff vagy spinsűrűség paraméternek nevezik. Szabad Fermi-gáz modell esetén a  $\sigma$  kapcsolata a merevtestnek tekintett mag tehetetlenségi nyomatékával a következő:

$$\sigma^2 = \frac{Q_0 T}{\hbar^2}, \quad \text{ahol} \quad Q_0 = \frac{2}{5} MR^2.$$



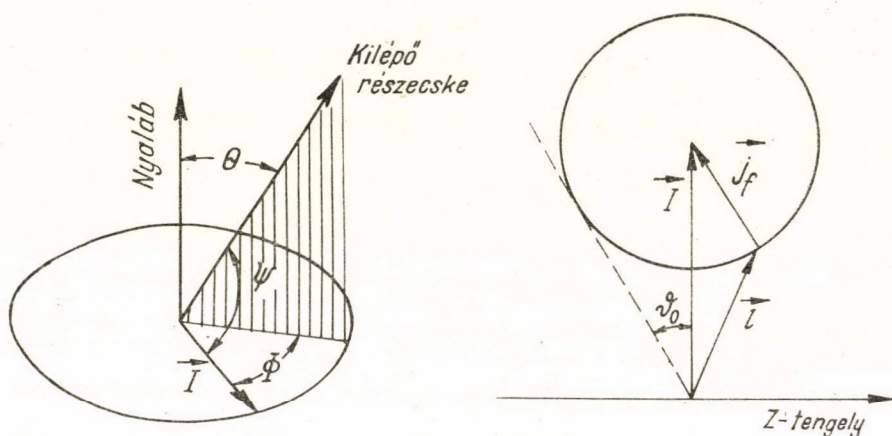
$T, M, R$  a mag hőmérséklete, tömege és rádiusa. Mivel a  $T$  úgy változik, mint  $U^{1/2}$ , ha  $U$  nagy, ezért a (20) kifejezés nagyenergiánál:

$$\omega(I, U) \propto U^{-2} \exp [2(aU)^{1/2}] \quad (21)$$

Az  $I$  fölötti integrálással a teljes nívósűrűség:

$$\omega(U) \propto U^{-3/2} \exp [2(aU)^{1/2}] \quad (22)$$

A statisztikus modell feltevése szerint a reakcióban résztvevő nagyszámú nívónál az interferencia tagok fázisai véletlenszerűen oszlanak el és az átlaguk elhanyagolható hozzájárulást ad a teljes átmeneti valószínűséghez. Ilyen esetben a gerjesztési görbe egy sima függvénye az energiának és a szögeloszlás  $90^\circ$ -ra szimmetrikus. A  $90^\circ$  körüli szimmetriától való eltérés cáfolja a reakció statisztikus természetét, de nem szükségképpen a közbenső mag természetét, mivel az interferencia hozzájárulás nem hanyagolható el, ha az interferáló csatornák csak korlátozott számban vannak jelen. Amennyiben  $90^\circ$  körül szimmetriát észlelünk, a szögeloszlás alakja felhasználható annak a megvizsgálására, hogy a gerjesztett közbenső mag milyen módon veszíti el impulzusmomentumát. Pontosabban, lehetővé válik a  $\sigma$  spin-cutoff faktor meghatározása. A szögeloszlásnak a közbenső mag spinjével és a  $\sigma$ -val való kvantitatív kapcsolatát félklasszikus számítással *Ericson és Struntinsky* [14], kvantummechanikai számítással *Douglas és MacDonald* [15], valamint *Ericson és Struntinsky* [14], teljesen klasszikus számítással *Halpern* [27] határozta meg.



2. ábra

Vizsgáljuk meg az  $\vec{I}$  impulzusmomentummal képződött közbenső mag elbomlását. Legyen az emittált részecske pálya-impulzusmomentuma  $\vec{l}$  és a végmag spinje  $\vec{j}$ . Az impulzusmomentum megmaradás szerint:  $\vec{I} = \vec{j} + \vec{l}$ . A szögeloszlás meghatározásához tekintsük azt az extrém esetet, amikor a végmag  $\vec{j}$  spinje elhanyagolhatóan kicsi és így az  $\vec{l}$  pontosan  $\vec{I}$  irányába mutat. A pálya-impulzusmomentum mindig merőleges a részecske mozgásirányára és így a kibocsátott részecske  $\vec{n}$  iránya az  $\vec{I}$ -re merőleges síkban ( $\psi = 90^\circ$ ) fekszik, (2a, 2b ábra). Ilyen esetben az emittált



részecskék szögeloszlását a  $\delta(\vec{n}, \vec{l}) = \delta(\vec{n} \cdot \vec{l})$  Dirac függvénnyel írhatjuk le. Ha a targetmag spinje 0 vagy kicsiny, akkor a közbelső mag impulzusmomentumát a bombázó részecske pályamomentuma hozza létre, és így  $\vec{l}$  a beeső nyaláb irányára merőlegesen minden irányt felvehet. Az adott  $\vec{l}$  irányhoz tartozó  $\delta(\vec{n} \cdot \vec{l})$  függvényt minden irányra átlagolnunk kell, ami egyenértékű a beeső nyaláb körüli  $\Phi$  azimut-szögre történő átlagolással. Ilyen módon a szögeloszlás:

$$W(\Theta) \propto \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta(\vec{n} \cdot \vec{l}) d\Phi = \frac{1}{\pi I \sin \Theta} \quad (23)$$

ahol  $\Theta$  a bombázó nyaláb és az emisszió iránya által bezárt szög. Mint a (23) összefüggésből látható a szögeloszlás  $90^\circ$ -ra szimmetrikus, továbbá a bombázó nyalábhoz képest erősen előre és hátra irányban emittálódnak a részecskék. Vagyis  $\vec{l}$  és  $\vec{l}$  teljes csatolása esetén a  $0^\circ$  és  $180^\circ$  irányoknak kitüntetett szerepe van a szögeloszlásban. Ez az éles kitüntetettség azonban elmosódik, ha  $\vec{l}$  valamelyest is lekapcsolódik  $\vec{l}$ -ről. Ha a végmag  $j_f$  spinnel rendelkezik, akkor amint az a 2b ábrából jól látható  $\vec{l}$  maximálisan  $\vartheta_0$  szöggel lekapcsolódhat  $\vec{l}$ -ről. A  $\vartheta_0$  szöget az alábbi összefüggés határozza meg:

$$\sin \vartheta_0 = \frac{j_f}{I} \quad (24)$$

A lekapcsolódás miatt a szögeloszlás a nyaláb irányában a lekapcsolódási szög tartományán belül elkenődik. A szögeloszlás  $90^\circ$ -ra szimmetrikus marad és a nyaláb irányától távolabb a  $j_f/I$ -nek megfelelő szög után közelítően megtartja az  $1/\sin \Theta$  függést. A lekapcsolódás növekedésével a szögeloszlás az izotróphoz tart. Ericson megmutatta [28], hogy konstans áteresztés mellett a szögeloszlás az alábbi explicit formába írható:

$$W(\Theta) \propto \begin{cases} 1 & \text{ha } \sin \Theta < \sin \vartheta_0 = \frac{j_f}{I} \\ \frac{2}{\pi} \arcsin \frac{j_f}{I \sin \Theta} & \text{ha } \sin \Theta > \sin \vartheta_0 = \frac{j_f}{I} \end{cases} \quad (25)$$

Látható, hogy a szögeloszlás  $\sin \Theta < \sin \vartheta_0$  tartományban konstans, és  $90^\circ$ -nál minimum van.  $\frac{j_f}{I} > 1$ -nél a szögeloszlás izotróp, de ilyen esetekben a dinamikus effektusok, amelyek hatással vannak a kilépő részecske áteresztésére, fontossá válnak és  $90^\circ$ -nál maximumot is eredményezhetnek.

A végmag sok nivójára történő átmenet esetén adott  $\vec{l}$  és  $\vec{l}$  mellett, feltéve, hogy a  $j$  spinű állapotok elérésének valószínűsége az  $\exp(-j^2/2\sigma^2)$  mennyiséggel arányos, Ericson [28] a  $\vartheta_0$  szögre az alábbi összefüggést kapta:

$$\vartheta_0 \cong \left( \frac{2\sigma^2}{I \cdot I} \right)^{1/2} \quad (26)$$

Hasonlóan az előzőhöz a szögeloszlás a nyaláb irányához képest  $\vartheta_0$  tartományban elkenet és megtartja az  $1/\sin \Theta$  karakterét a  $\sin \Theta > \sin \vartheta_0$  szögeknél. A  $\sin \vartheta_0 > 1$  esetén a szögeloszlás közel izotróp, gyenge iránykorreláció van az  $\vec{l}$  és  $\vec{l}$  között,



ezért ezt gyenge csatolásnak nevezhetjük. A közbenső mag  $\bar{I}$  spinje és az emittált részecske  $\bar{l}$  pálya-impulzusmomentuma között gyenge csatolást feltételezve, Ericson [28] a szögeloszlást első közelítésben az alábbi összefüggéssel adja meg:

$$W(\Theta) = 1 + \frac{\bar{I}^2 \cdot \bar{l}^2}{12\sigma^4} P_2(\cos \Theta) \quad (27)$$

ahol  $W(\Theta)$  a relatív szögeloszlás,  $P_2(\cos \Theta)$  a másodrendű Legendre polinom,  $\sigma$  a végmag spinsűrűség paramétere. Az  $\bar{I}^2$  és  $\bar{l}^2$  kiszámításához a

$$\frac{2IT_I(\epsilon_a)}{\int_0^\infty 2IT_I(\epsilon_a)} \quad \text{illetve} \quad \frac{2IT_l(\epsilon_b)}{\int_0^\infty 2IT_l(\epsilon_b)} \quad (28)$$

súlyfaktorokat használhatjuk, ahol  $T_I(\epsilon_a)$  és  $T_l(\epsilon_b)$  a bombázó ill. emittált részecske transzmissziós koefficiense. Itt jegyezzük meg, hogy a  $\sigma$ -spinsűrűség paraméter meghatározásának egy másik módja az izomerhatáskeresztmetszet-viszony számított és mért értékeinek az összehasonlítása. Ilyen vizsgálatokból  $\sigma \sim 3$  értéket kapunk ( $n, \gamma$ ) reakcióknál [62], [63].

#### c) Fluktuációk a hatáskeresztmetszetben és a szögeloszlásban

A finom energiafelbontásnál ( $\Delta E \ll \Gamma$ ) fellépő fluktuációk szemléletes elképzelés szerint a koherens nívók ki nem átlagolt interferenciájának következményei. A hatáskeresztmetszetek és szögeloszlás fluktuációjára az Ericson [29] és Brink et al. [30], [31] által gondosan kidolgozott elméletek kísérletileg ellenőrizhető konkrét megállapításokat tettek. A kísérleti és elméleti eredmények összehasonlítása előtt röviden összefoglaljuk az elméletileg kapott eredményeket. Egy  $\alpha$  állapotból  $\alpha'$  állapotba történő átmenet hatáskeresztmetszetét az  $S$  szórás-matrix segítségével a következő formában adhatjuk meg:

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \pi\lambda^2 |S_{\alpha\alpha'}(E)|^2 \quad (29)$$

Közbenső mag reakcióknál, átfedő nívó tartományában vagyis  $\Gamma \gg D$  esetén:

$$S_{\alpha\alpha'}(E) = -i \sum_{\lambda} \frac{a_{\lambda}}{E - E_{\lambda} + \frac{1}{2} \Gamma_{\lambda}} \quad (30)$$

Minden  $a_{\lambda}$  mennyiség felbomlik egy csak a bemenő állapottól függő és egy csak a kimenő állapottól függő tényező szorzatára  $a_{\lambda} = \gamma_{\lambda\alpha} \cdot \gamma_{\lambda\alpha'}$ . Az összegezés a koherens nívókra történik. Az  $a_{\lambda}$ -ra egy véletlen eloszlást teszünk fel a következőképpen definiálva:

$$\begin{aligned} \overline{a_{\lambda}} &= \overline{a_{\lambda}^*} = 0 \\ \overline{a_{\lambda} \cdot a_{\mu}^*} &= |\overline{a}|^2 \delta_{\lambda\mu} \end{aligned} \quad (31)$$



A (29), (30) és (31) alapján a főbb következtetések az alábbiak:

1. A  $\Gamma$ -nál kisebb energiatarományban észlelt hatáskeresztmetszetek erősen korrelált mennyiségek, mivel a (30) szummák nem nagyon különböznek. Ha az energiakülönbség növekszik, a korreláltság gyorsan lecsökken. A  $\Gamma$ -nál sokkal nagyobb energiakülönbségek esetén mért hatáskeresztmetszet értékek statisztikusan korrelálatlan mennyiségek, mivel a (30) szummák most az  $a_i$  véletlen számainak független sorozataiból állnak. A bombázó energia szórásáról felteszik, hogy az sokkal kisebb mint  $\Gamma$ .

2. A szögeloszlások  $90^\circ$ -ra nem szimmetrikusak. (Közbenső mag mechanizmus esetén a végmag sok nívójára történő átlagolással a szögeloszlás  $90^\circ$ -ra szimmetrikus lesz.)

3. A különböző végállapotokhoz tartozó gerjesztési függvények és szögeloszlások korrelálatlan fluktuációt mutatnak.

4. A fellépő fluktuációk nagysága fordítva arányos a járulékot adó csatornák számával.

Nagyon fontos annak a szem előtt tartása, hogy a fluktuáció elmélet a (29), (30) és (31) feltevésekre van alapozva, amelyek nagyon speciális körülmények közötti tiszta közbenső mag reakciókra vonatkoznak. A valóságban figyelembe kell venni néhány hozzájáruló effektust is. Először a direkt kölcsönhatást kell hozzáadni. Az itt tekintetbe vett energiaintervallumban a direkt effektus egy nem fluktuáló hozzájárulást ad a hatáskeresztmetszethez. A gerjesztési függvényben más szerkezetek is jelen lehetnek, amelyek erősen változnak az energiával, pl. az óriás rezonanciák, az intermedier szerkezetek, vagy az izobár analóg állapotok. Jelenleg nagyon nehéz feladatnak látszik kísérletileg különbséget tenni a fluktuációk és az intermedier szerkezetek között. Ennek fő oka, hogy az intermedier szerkezetek várható tulajdonságai nem ismertek eléggé.

Kérdés, milyen információk szerezhetők a fluktuáció mérés útján? Induljunk ki az egyszerű gerjesztési függvényből. Az első fontos mennyiség az átlag hatáskeresztmetszet  $\bar{\sigma}$ . A második a fluktuáció szélessége, ez adja a közbenső mag  $\Gamma$  koherencia energiáját, azaz azt az energia intervallumot, amelyek fölött a (30) egyenletben a szummázást végezni kell. A  $\Gamma$  szélességen belüli nívók koherensen járulnak a hatáskeresztmetszethez. Nyilvánvalóan  $\Gamma$  egyenlő az átlagos nívószélességgel.

A  $\Gamma$ -nak a gerjesztési függvényből történő meghatározásához definiálják a hatáskeresztmetszet  $F(\varepsilon)$  autokorrelációs függvényét:

$$F(\varepsilon) = \langle [\sigma(E+\varepsilon) - \langle \sigma \rangle] [\sigma(E) - \langle \sigma \rangle] \rangle = \langle \sigma(E+\varepsilon) \delta(E) \rangle - \langle \sigma \rangle^2 \quad (32)$$

$\varepsilon=0$  esetén a „standard deviatio”-t kapjuk.  $\varepsilon \neq 0$  esetén  $F(\varepsilon)$  annak a mértékéül szolgál, hogy a  $\sigma(E)$  függvény  $E$  helyen felvett értéke az  $E+\varepsilon$  helyhez tartozó értéket mennyire határozza meg, a két érték között szisztematikus kapcsolat áll-e fenn, vagy teljesen függetlenek egymástól. A hatáskeresztmetszetben korrelációt  $\Gamma$  szélességen belül várunk, ezért ha  $\varepsilon$  nagy, a korrelációnak el kell tűnni, vagyis

$$F(0) = \langle (\sigma - \langle \sigma \rangle)^2 \rangle; \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} F(\varepsilon) = 0 \quad (33)$$

Célszerűségi okokból bevezetik a  $C(\varepsilon)$  redukált autokorrelációs függvényt a következő formában

$$C(\varepsilon) = F(\varepsilon) / \langle \sigma \rangle^2 \quad (33a)$$



Az autokorrelációs függvény kapcsolatban van a függvényelmélettel [32] az alábbi összefüggés szerint

$$C(\varepsilon) = \frac{1}{N} (1 - Y_D^2) \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \quad (34)$$

ahol  $N$  a független reakció-csatornák száma,  $Y_D$  a direkt reakciók relatív hozzájárulása  $Y_D = \sigma_D / \langle \sigma \rangle$ . A kísérletileg meghatározott korrelációs függvények a (34) által megjósolt Lorentz formával történő összehasonlításából a  $\Gamma$  értéke megállapítható. A (34) szerint a korreláció  $\varepsilon = \Gamma$ -nál a kiinduló értékének felére csökken. A kísérletileg mért korrelációs függvénynek szintén (34) alakúnak kell lenni és a görbe félértékszélessége a  $\Gamma$  átlagos nívószélesség kísérleti értéke. Mind a differenciális, mind az integrális hatáskeresztmetszetek korrelációs függvényének  $\varepsilon$  függése  $\Gamma^2 / (\Gamma^2 + \varepsilon^2)$  alakú. Ha a gerjesztési függvényből csak a  $\Gamma$ -t akarjuk meghatározni, akkor a mért  $C(\varepsilon)$  autokorrelációs függvény illesztéséhez a (34) egyenletet a következő formába írjuk

$$C(\varepsilon) = \text{konst.} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2 + \varepsilon^2} \quad (35)$$

Ebben a kifejezésben a  $\Gamma$  impulzusmomentum függése el van hanyagolva, ami valószínűleg jó közelítés a közepes és nehéz magok esetén. A hatáskeresztmetszet átlagát csak véges intervallumra tudjuk kiszámítani, ezért a korrelációs függvény tiszta Lorentz alakjától eltérés várható. A vizsgálatok szerint az eltérésnek két jellegzetes vonása van [33]: a) A kísérleti korrelációs függvény az elméletileg megjósolt alá húzódik, b) a kísérleti függvény  $\varepsilon$  nagy értékeinél erősen oszcillál. A  $\Gamma$  meghatározásában elkövetett hiba döntően az autokorrelációs függvény véges intervallumra történő átlagolásából ered [33]. Ezért a  $\Gamma$  gyors megbecsülésére igen alkalmas a *Brink* és *Stephen* [30] által adott formula

$$\Gamma = b_n \cdot 0,587 / v_n \quad (36)$$

ahol  $v_n$  a maximumok száma a gerjesztési függvényben az egységnyi energiaintervallumban,  $n$  az effektív reakciócsatornák száma, a  $b_n$  koefficiens  $n$  növekedésével lassan csökken:

$n$	1	2	3	4	5
$b_n$	1	0,78	0,75	0,74	0,70

A  $\Gamma$  szélesség a  $\tau$  élettartam és a  $P$  bomlási valószínűség kapcsolata:

$$\Gamma = \frac{\hbar}{\tau} = \hbar P \quad (37)$$

A bomlási valószínűség és ez által a  $\Gamma$  elvben kiszámolható a közbenső mag reakció elméletből, és így az összehasonlítás útján lehetővé válik az elméletben szereplő paraméterek vagy a nívósűrűség helyes formájának ellenőrzése.

## II.2. Direkt reakciók

A magreakciók másik extrém esete az igen gyors reakciók, amelyeket általánosan direkt reakcióknak neveznek. A direkt reakciók leírásánál a mag sok szabadsági foka közül csak néhányat kell tekintetbe venni. A bemenő hullámfüggvénynek



csak egy részét foglalja le a direkt folyamat, a maradék a sok szabadsági fok komplikált gerjesztésével van kapcsolatban és a közbenső mag képződéséhez vezet. Jelenleg nincs olyan alkalmas módszer, amellyel a direkt és közbenső mag folyamatokat szét lehetne választani. A folyamatban levő munkák célja annak a megállapítása, hogy milyen reakció és végállapot típusok azok, amelyekben a direkt effektusok domináns szerepet játszanak. Meg kell jegyeznünk, hogy a kísérletek lényeges eltéréseket engednek meg a direkt folyamatból eredő részecskék meghatározásában (a spektrumalak eltérése a Maxwell formától, a szögeloszlás előre irányú aszimmetriája), ezért a direkt kölcsönhatások szerepének megbecslése bizonytalan. Határozottan lehet mondani azonban azt, hogy a direkt folyamatok felléptekor a hatáskeresztmetszet nagy.

Szeváratlan éles nívók esetén a direkt reakciók bizonyítása a különböző típusú és energiájú részecskék relatív hozamával van kapcsolatban. Több nagyobb energiájú részecske van, mint amit a statisztikus elmélet alapján lehetne várni, továbbá a szögeloszlásban következetesen előre irányú csúcs észlelhető. Az emittált részecske típusa szintén fontos szerepet játszik a direkt reakció bizonyításánál. A közbenső mag egyensúlyi állapotból történő bomlásánál azok a csatornák dominálnak, amelyeknél a gátmagasság a legkisebb és a végmag állapotúrsúfűse a legnagyobb. A direkt reakcióknál a bomlásmódok közötti versengés nem játszik szerepet és így a gátmagasság jelentősége sokkal kisebb. Könnyen megérthető ezáltal az is, hogy a nehéz magoknál a töltött részecske emisszió közel  $10^4$ -szer valószínűbb a statisztikus modell alapján vártnál. Az is könnyen belátható, hogy a bemenő részecske újra emissziója a direkt reakcióknál valószínű, amit a kísérletek is megerősítenek pl. a  $(p, 2n)$  folyamat nem nyomja el a  $(p, pn)$  bomlásmódot, sőt gyakran az utóbbi reakció valószínűbb [34, 35]. Korábban a töltött részecske emisszió nagy valószínűségének értelmezésére feltételezték, hogy a felületi oszcillációk miatt a gerjesztett magnál a Coulomb-gát magassága jelentősen lecsökken. A hozamgörbék gondosabb mérései a küszöb környékén, továbbá a spektrumalakok gerjesztési energiafüggésének vizsgálatai a közelítően normál méretű gát létezését [11, 36] támasztották alá.

A szögeloszlásban jelentkező csúcs előre irányban nem minden esetben bizonyítéka a direkt reakcióknak. A  $90^\circ$ -ra szimmetrikus szögeloszlás a közbenső mag reakcióknál is csak az izolált éles rezonanciák és a statisztikus elmélet érvényességi tartományában áll fenn. Ezen két határ között megjelenhet erőteljes aszimmetria a néhány ellentétes paritású nívó interferenciája miatt. Ez azonban hátra irányban ugyanolyan gyakran eredményez csúcsot, mint előre.

Szevárált éles nívók esetén a szögeloszlásban még jelentkezhet az előre irányú csúcs, de az impulzusmomentum megmaradás erős feltétele előidézhet null irányban (vagy más helyen) minimumot és a differenciális hatáskeresztmetszet gyakran diffrakcióhoz hasonló oszcillációt mutat. A hátra irányú csúcs sem ritka. A reakciómechanizmus meghatározásának hatásos módszere az emittált részecskék polarizációjának és szöghkorrelációjának mérése.

A már korábban is alkalmazott [37] direkt kölcsönhatás elgondolást az alacsony energiájú magreakciók területén Butler [38] vezette be a deuteron stripping leírására. Azóta a direkt kölcsönhatás mechanizmus más típusú reakcióknál is alkalmazást nyert [39]. A sok egyszerűsítő feltételt tartalmazó Butler [40], vagy a számítástechnikai szempontból igen kedvező tulajdonságú ún. diffrakciós elmélet [41, 42], mellett a „distorted wave Born approximation” módszer (DWBA) a legáltalánosabban elfogadott a direkt reakciók kiértékelésénél [43].



A direkt kölcsönhatási folyamat hatáskeresztmetszetét az alábbi típusú formula írja le:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K \cdot S_i f_i(\Theta) \quad (38)$$

A szögeloszlás szerkezetét kifejező  $f_i(\Theta)$  függvényt a reakció dinamikája — az átadott  $l$  impulzusmomentum, az optikai paraméterek, a reakció  $Q$  értéke — teljesen meghatározzák. Az  $S_i$  a redukált szélesség, amely a kezdeti és a végállapotot leíró hullámfüggvény alakjától függ.

A torzított hullámú számítások konkrét végrehajtásáról és a rendelkezésre álló fontosabb számológépi programokról egy jó áttekintést adott *Delaunay* [44].

A gyors neutron reakciók megfigyelt jelenségeinek a direkt kölcsönhatásokkal való értelmezésénél a pick-up és nukleoncsere reakciók mellett a knock-out folyamatok feltételezése igen biztatónak látszik, és ezek vizsgálata igen hasznos megszerkezeti információkat adhat [45, 46, 47]. A magban a nukleonok közötti állandó kölcsönhatás nukleoncsoportok (clusters) kialakulásához vezethet, amelyek csak igen rövid ideig maradnak meg, míg a további kölcsönhatásokban fel nem bomlanak. Ilyen csoportok valószínűsége döntően a kötési energiájuktól és az ütközési hatáskeresztmetszetüktől függ. Az várható, hogy a legnagyobb valószínűséggel az  $\alpha$ -csoportok fordulnak elő viszonyítva  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ , stb. nukleon clusterekhez. Nyilvánvaló, hogy a cluster tulajdonságaiban jelentős különbség lehet aszerint, hogy a magon belül vagy szabad állapotban vannak. A cluster élettartama függ a magban elfoglalt helyzetétől. Ha a felületi tartományban van, akkor a többi nukleonokkal a kölcsönhatás nem olyan erős, mint a mag belsejében és ez hosszabb élettartamot eredményezhet. Alfa cluster esetén a becsült élettartam  $1 - 4 \cdot 10^{-23}$  sec [48].

A nehéz magok felületén alfa clusterok létezésének bizonyítékait *Wilkinson* foglalta össze [46]. A bizonyítékok főbb forrásai: 1. Nukleon-alfa reakciók. ( $n, \alpha$ ) reakciók [49], nagy energiájú ( $p, \alpha$ ) reakciók [45, 50],  $\alpha - \alpha$  korrelációk az ( $\alpha, 2\alpha$ ) reakciókban [51], 2. Alfa-bomlás. Nehéz magoknál ( $^{210}\text{Po}$ ,  $^{212}\text{Po}$ ) az alfabomlás redukált szélességére a héjmodell alapján kapott érték sima magfelületet feltételezve [46] négy nagyságrenddel kisebb, mint a kísérleti úton megállapított. 3.  $K^-$  mezon abszorpció. A  $K^-$  mezon abszorpciónál

$$K^- + p \rightarrow \Sigma^+ + \pi^- \quad \text{ill.} \quad K^- + np \rightarrow \Sigma^- + p$$

a mezon/nukleon emisszió aránya függ attól, hogy a kölcsönhatás egy vagy több nukleonnal történt egyidejűleg. Az abszorpcióban a nukleon frakció  $\sim 20\%$  végig a periódusos rendszeren, míg független nukleonok esetén a számított érték  $\sim 1\%$ , ami a felületi nukleonok közötti erős korrelációt bizonyítja. Az a tény, hogy a  $K^-$  nem mezonos abszorpciója He jelenlétében  $17\%$ -a a teljes abszorpciónak azt mutatja, hogy a komplex szerkezet, amely felelős az abszorpcióért feltehetően alfa-részecske. Míg az 1. és 2. folyamatok szerint annak a valószínűsége, hogy egy nukleont a  $\varrho(r) \leq \varrho(0)/2$  tartományban ( $\varrho$  a mag sűrűsége)  $\alpha$ -clusterben találjunk  $0,3 - 0,5$ , addig a  $K^-$  mezon abszorpciója azt mutatja, hogy a mag külső tartományában levő nukleonok csaknem teljesen cluster formában vannak. Más típusú clusterok is előfordulhatnak a magfelületen, mint pl.  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^3\text{He}$ , de ezek energetikailag kedvezőtlenebbek, mint az alfa és így hamarabb elbomolhatnak. Az alfa cluster való-



színüség a magfelületen az  $(n, \alpha)$  reakció teljes hatáskeresztmetszetének és az alfa spektrum mérése útján is meghatározható. A részletes számításokat és megfontolásokat illetően utalunk *Hodgson, Osakiewicz és Kulisic* munkájára [45, 49, 52].

### II.3. Közbenső reakció mechanizmusok

A reakció mechanizmusok két extrém (direkt és compound) esete között lehetnek olyan folyamatok, amelyeknél a nukleonoknak csak egy része gerjesztődik. Ez a gondolat Bethe-től ered, aki feltételezte, hogy a kölcsönhatás a magnak egy meglehetősen kis tartományában játszódik le, igen nagy helyi felmelegedést eredményezve (spot heating). Ezen problémának egy újabb megközelítését *Izumo* [53, 54] adta, aki szintén a mag részleges gerjesztését fogadja el, de feltevése szerint a kölcsönhatásban részt vevő nukleonokat nem szükséges lokalizálni, azok a mag egész felületén szétoszolva lehetnek. A magreakció egy részleges egyensúlyi állapoton keresztül történik, amelyben csak kevés számú nukleon vesz részt. Más szóval egy meghatározott végállapothoz tartozó gerjesztési függvényben észlelt eléggé széles ( $\sim 100$  keV) rezonanciák „intermedier rezonanciák” értelmezésére *Izumo* feltételezi, hogy egy  $\tau_\mu$  idő után részleges egyensúlyi állapot jön létre. A  $\tau_\mu$  néhány nagyságrenddel rövidebb a teljes egyensúly kialakulásához szükséges időnél, de sokkal hosszabb, mint a direkt kölcsönhatás időtartama. A teljes egyensúly elérésének ideje  $\tau_{CN} = \frac{\hbar}{\Gamma} \sim 10^{-16}$  sec, a nukleon áthaladási ideje  $\tau_{DI} = \frac{R}{V} \sim 10^{-22}$  sec, míg a közbenső részleges egyensúly ideje  $\tau_\mu = \frac{\hbar}{\Gamma_\mu} \sim 10^{-20}$  sec.

*Izumo* feltevése szerint a nukleonokat két csoportra lehet osztani: a passzív törzs nukleonok és a külső nukleonok. A beeső részecskével csak a külső nukleonok lépnek erős kölcsönhatásba, míg a passzív törzs alapállapotban marad, és létrehoz egy átlag potenciált a bombázó részecskék számára. A beeső részecskének és a külső nukleonoknak egy közbenső állapota jön létre. A számítás két feltevésen alapszik: a részleges egyensúly és a közbenső állapot létrejöttén. *Izumo* a külső nukleonok száma alatt a  $N+n$  mennyiséget érti, ahol  $N$  a targetmag külső nukleonjainak száma,  $n$  a nukleonok száma a bombázó részecskében. Kimutatta [55], hogy közel  $N+n = 6$  külső nukleon gerjesztődik minden közbenső magban közepes gerjesztési energiánál (3–26 MeV) széles tömegszám tartományban (20–180). Ebben a modellben a gerjesztési energia csak a külső nukleonok között oszlik szét, ezért az egy nukleonra eső energia közel tízszer nagyobb, mint a szokásos közepes tömegszámú közbenső magok esetén. A külső nukleonok úgy kezelhetők, mint egy Fermi-gáz, gyenge  $\delta$  típusú nukleon-nukleon kölcsönhatással. *Izumo* elmélete szerint az intermedier rezonanciák a durva rezonanciáknak egy fajtája, meghatározott spinnel, paritással, szélességgel és más, a rezonanciára jellemző mennyiséggel rendelkeznek. A lényeges különbség az Ericson-fluktuációk és ezen modell között az, hogy a gerjesztési függvény durva szerkezetét meghatározott rezonancia mennyiségekkel rendelkező intermedier rezonanciákkal azonosítja. Ha a durva szerkezetnek tiszta rezonancia sajátosságai vannak, akkor ezeket nehéz értelmezni a compound mag rezonanciák véletlen fluktuációjával. A közbenső mag rezonanciáknak ebben az esetben korrelálnak kellene lenniük.

Az utóbbi években a neutron szórási- és totális hatáskeresztmetszetben finom energiafelbontásnál megfigyelt intermedier rezonanciák értelmezésére igen alkalmas-



nak látszik a „három-kvázi-részecskés” modell [56, 57, 58]. A modell döntő fontosságát tulajdonít az első ütközésben keletkező három-kvázirészecskés állapotnak, amely a targetmag alapállapotához viszonyítva egy nukleonlyukat és két fölös nukleont tartalmaz. Ezt az állapotot „doorway” állapotnak nevezték el [59]. A modell jól alkalmazható a neutron „erőfüggvényben” észlelhető fluktuáció értelmezésére is, továbbá a neutron szórási hatáskeresztmetszet szerkezetének elemzésére [60, 61]. A modell 10–100 keV szélességet jósol [58] a közepes és nehéz magoknál, amely azonos nagyságrendű a kísérletileg nyert fluktuáció szélességgel. Az intermedier rezonanciák távolságára néhány 100 keV értéket ad végig a periódusos rendszeren. A rezonancia távolság a zárt héjak közelében növekszik. A különböző reakciócsatornákhöz tartozó rezonanciákban korreláció van úgy szintén az azonos csatornában a különböző szögeknél a bemenő energia függvényében.

A részleges egyensúly modell és a „doorway state” elmélet hasonló eredményre vezet. Mind a két elméletben meghatározott kis számú részecske vagy kvázirészecske felelős az intermedier rezonanciáért. A lényeges különbség a két elméletnél, a gerjesztett részecskék vagy kvázirészecskék számában van.

### III. Az alkalmazott kísérleti módszerek és körülmények

#### III.1. Neutronforrás

A 14 MeV körüli neutronokat a  ${}^3\text{H}(d, n){}^4\text{He}$  reakcióban állítottuk elő az ATOMKI 100 és 300 kV-os neutron generátorával [64, 65]. A reakció magas  $Q$  értéke (+17,586 MeV) lehetővé teszi viszonylag alacsony bombázó energiánál a nagyenergiájú neutronok létrehozását. A  ${}^3\text{He}$  mag  $I=3/2^+$  rezonanciája 110 keV deuteron energiánál egy  $\sim 5$  barn értékű csúcsot eredményez a gerjesztési függvényben, ami mind az energiafelbontás, mind a neutronhozam szempontjából igen kedvező. A neutronok energiája a deuteronenergiával és a kilépés iránya szerint változtatható. A gyors neutron reakciók gerjesztési függvényében jelentkező fluktuációk tanulmányozására finom energiafelbontásra és viszonylag nagy hozamra van szükség. Alacsony deuteronenergiánál a neutronok energiája a kilépési iránnyal lassan változik, ezért a geometriai felbontás igen jó, viszont a TiT targetekben a deuteron fékeződése és szóródása lerontja az energiafelbontást [65, 66].  $E_d=80$  keV esetén a neutronok átlagos energiafelbontása  $\sim 50$  keV ( $90^\circ$  környékén néhány keV) és az átfogható energia intervallum  $13,50 \leq E_n \leq 14,70$  MeV. A leggyakrabban használt 200–300 kV feszültségű gyorsító berendezésekkel 13,0–15,3 MeV energia intervallumban kaphatunk monokromatikus neutronokat. A neutron hozam függését a kilépés szögétől, kísérletileg határoztuk meg az  ${}^{197}\text{Au}(n, 2n){}^{196}\text{Au}$  reakció gerjesztési függvényének mérésével, amelyre a hatáskeresztmetszet jól ismert [67]. A deuteron szennyeződésen létrejövő  $D+D$  reakció kisebb energiájú neutronjai alacsony deuteron energiánál a nagy hatáskeresztmetszet különbség miatt nem zavarhatnak.

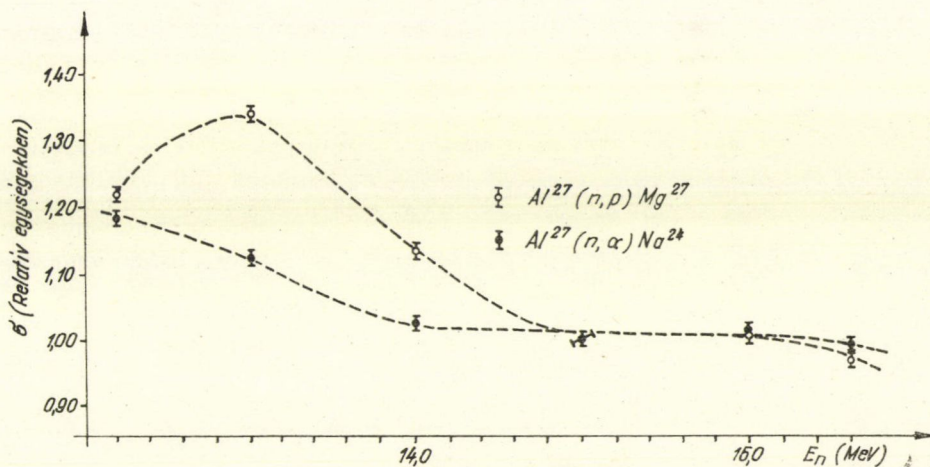
A neutron fluxus monitorizálása a reakcióban keletkező alfa-részekkel és standard neutronforrással hitelesített „long-counter” segítségével történt. Ez a módszer lehetővé tette a  $D+D$  és  $D+T$  folyamatokból származó neutronok arányának meghatározását is. Méréseink során ez a viszony  $5 \cdot 10^{-3}$  volt. A targetet szórámentes környezetben helyeztük el, 3 méter átlagos távolságra a falaktól. A ter-



mikus és epitermikus neutronok intenzitását a target körül kísérletileg határoztuk meg Rh és In fóliákkal. Egyezésben mások mérésével [68], az említett geometriánál a lassú neutronok okozta aktivitás elhanyagolható. Ez különösen a gyors neutronok radiációs befogásának vizsgálatánál fontos. A  $D+T$  neutronok rugalmatlan szóródásának elkerülésére a target környezetében kevés anyagot helyeztünk el, és a hűtést cseppfolyós levegővel, vagy vékony víréteggel oldottuk meg.

### III.2. Mérési módszerek

A különböző reakciók teljes hatáskeresztmetszetének meghatározását — a  ${}^7\text{Li}$  és  ${}^{14}\text{N}$  magok kivételével — aktivációs módszerrel végeztük. A besugárzott minták aktivitását véglablakos GM számlálóval, NaJ(Tl) szcintillációs gamma-spektrométerrel és Ge(Li) detektorral mértük. A gamma-spektrométer jeleit sokcsatornás amplitúdó analízátorra vittük (Raduga-100, TMC-400, KFKI-256-512). A GM számlálót  ${}^{14}\text{C}$ ,  ${}^{210}\text{Pb}$ ,  ${}^{60}\text{Co}$ ,  ${}^{90}\text{Sr} + {}^{90}\text{Y}$ ,  ${}^{204}\text{Tl}$ ,  ${}^{137}\text{Cs}$  és  $\text{UO}_2\text{SO}_4$  abszolút béta-forrásokkal hitelesítettük, a mérésével azonos geometriai és visszaszórási körülményeket biztosítva. Béta-aktivitás méréshez általában vékony ( $5\text{--}20\text{ mg/cm}^2$ ) fóliákat használtunk, az ön- és ablakabszorpció korrekcióba vételénél a  $\mu = 0,01411\text{ E}_{\text{max}}^{-1,3}$  [ $\text{cm}^2/\text{mg}$ ] tömegabszorpciókoefficiens alkalmaztuk [69]. A gamma-spektrométer hitelesítésére  ${}^{241}\text{Am}$ ,  ${}^{203}\text{Hg}$ ,  ${}^{22}\text{Na}$ ,  ${}^{60}\text{Co}$ ,  ${}^{137}\text{Cs}$ ,  ${}^{54}\text{Mn}$ ,  ${}^{57}\text{Co}$ ,  ${}^{88}\text{Y}$  (IAEA-Vienna) abszolút gamma-forrásokat használtunk. A béta standardok pontossága  $\pm 5\%$  volt, míg a gamma standardoké  $1\text{--}3\%$  között változott. Relatív méréseknél túlnyomó részt monitorként az  ${}^{27}\text{Al}(n, \alpha)$ ,  ${}^{27}\text{Al}(n, p)$  és  ${}^{63}\text{Cu}(n, 2n)$  reakciókat használtuk, azonos besugárzási és mérési körülményeket biztosítva. Ilyen esetben a neutron fluxus abszolút értékének és a detektor hatásfokának pontos ismerete eliminálható.



3. ábra

A mérési pontosságot döntően a monitor reakció hatáskeresztmetszetének hibája határozza meg. A 14 MeV körüli energiáknál mért adatok analízisének feltételezik, hogy ebben a tartományban a hatáskeresztmetszet energiafüggése elhanyagolható. Ennek ellenőrzése elsősorban a monitor reakciónál fontos, ezért megvizsgáltuk



Al esetén a  $\sigma(n, \alpha)$ ,  $\sigma(n, p)$  értékeket  $13,0 \leq E_n \leq 15,3$  MeV intervallumban. Mint a 3. ábrán látható a hatáskeresztmetszet változása a vizsgált tartományban számottevő.

Vizsgálataink szerint aktivációs hatáskeresztmetszet méréseknél [70] fontos hibaforrás lehet az, hogy a magvisszalökődés miatt, az aktív magok egy része kiszakad a fóliából. Számos korábbi vizsgálatnál a különböző béta-korrekciók elkerülésére vékony fóliákat használtak [71, 72, 73, 74]. Ezeknél a kiszakadt magok aktivitása a fóliában maradthoz viszonyítva igen jelentős lehet. A fóliában maradt ( $A_f$ ) és a kiszakadt ( $A_c$ ) magok aktivitásának aránya függ a fólia  $x$  vastagságától. Ha a fólia vastagabb, mint a maximális energiájú visszalökött magok hatótávolsága, vagyis  $x > x_0$ , akkor az  $A_c$  telítésbe jut és így egy egyszerű összefüggés adható meg az  $A_c/A_f$  viszonyra:

$$\frac{A_c}{A_f} = \frac{C}{x - C} \quad (39)$$

Egy adott  $x$  telítési vastagságnál mérve az  $A_c/A_f$  viszonyt, a  $C$  értéke megadható. A fólia ( $A_f$ ) aktivitásának mérésével, ha ismerjük a  $C$  értékét, a hatáskeresztmetszet meghatározásához szükséges teljes aktivitás ( $A = A_c + A_f$ ) kiszámítható az

$$A = A_f \frac{x}{x - C} \quad (40)$$

összefüggés alapján. A III. táblázatban néhány fontos reakcióra megadjuk a  $C$  értékeket. A (40) összefüggésben  $x$  mg/cm<sup>2</sup>-ben helyettesítendő. Megvizsgáltuk a kiszakadt ( $A_c$ ) és a teljes  $A$  aktivitás arányát a monitorként használt  $^{27}\text{Al}(n, \alpha)$ , és  $^{27}\text{Al}(n, p)$  reakciók esetén a vastagság függvényében. Mint a 4. ábrán látható a mérésekhez általánosan használt 2–3 mg/cm<sup>2</sup> vastag fóliák esetén az aktivitás 8–10%-a kiszakad a fóliából.

III. TÁBLÁZAT

Reakció	Maximális visszalökési energia (MeV)	C
$^{27}\text{Al}(n, \alpha) ^{24}\text{Na}$	3,814	0,245
$^{27}\text{Al}(n, p) ^{27}\text{Mg}$	1,951	0,197
$^{63}\text{Cu}(n, 2n) ^{62}\text{Cu}$	0,687	0,040
$^{65}\text{Cu}(n, 2n) ^{64}\text{Cu}$	0,728	0,040
$^{65}\text{Cu}(n, p) ^{65}\text{Ni}$	0,853	0,050
$^{107}\text{Ag}(n, 2n) ^{106}\text{Ag}$	0,471	0,014
$^{109}\text{Ag}(n, 2n) ^{108}\text{Ag}$	0,476	0,012

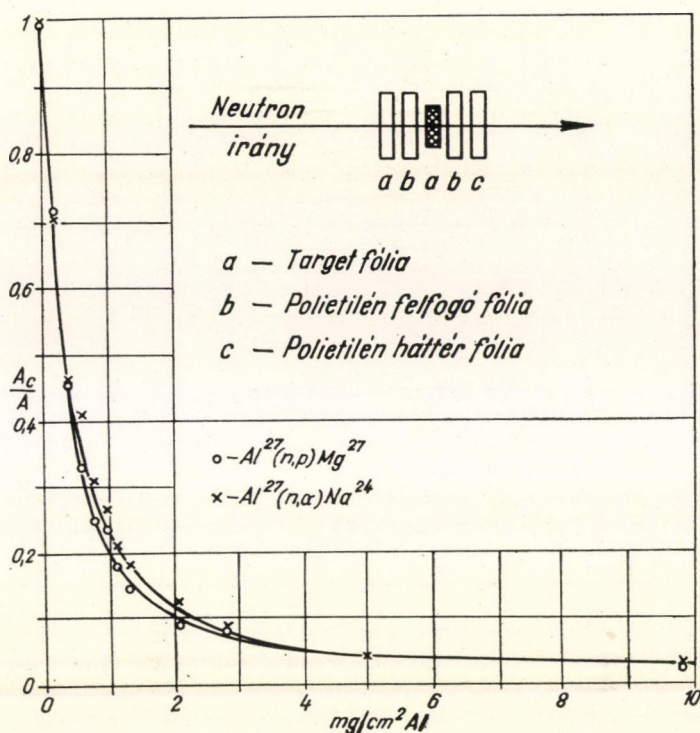
A magvisszalökés a kis hatáskeresztmetszetű folyamatok ( $n, ^3\text{He}$ ), ( $n, t$ ), ( $n, \gamma$ ) vizsgálatánál igen jelentős szennyeződést eredményezhet, ezért ilyen esetben a targettartó vagy a monitordetektor anyagának helyes megválasztása rendkívül fontos. Az említett körülményeket figyelembe véve végeztük vizsgálatainkat a hatáskeresztmetszet és hatáskeresztmetszet viszony értékek meghatározására 14 MeV körüli neutron-energiánál.

Rövid felezési idők esetén a mintát pneumatikusan mozgattuk a besugárzó és a mérőhely között. A minta továbbítása  $\sim 0,3$  sec alatt megtörtént.

A komplex bomlásgörbék kiértékelését, bonyolultságuktól függően grafikus-, súlyozott legkisebb négyzetek-, vagy maximum likelihood [75] módszerrel végeztük el. A bomlássémára a Nuclear Data Sheets adatait használtuk. Konstans, vagy időben változó fluxussal történő aktivitáslátnál a hatáskeresztmetszet és az aktivitás kapcsolatát különböző bomlásmódokra részletesen kiszámoltuk [8, 76, 77].

Az  $^{14}\text{N}(n, \alpha)$ ,  $^{14}\text{N}(n, p)$  és  $^7\text{Li}(n, \alpha)$  reakcióknál a hatáskeresztmetszet meg-





4. ábra

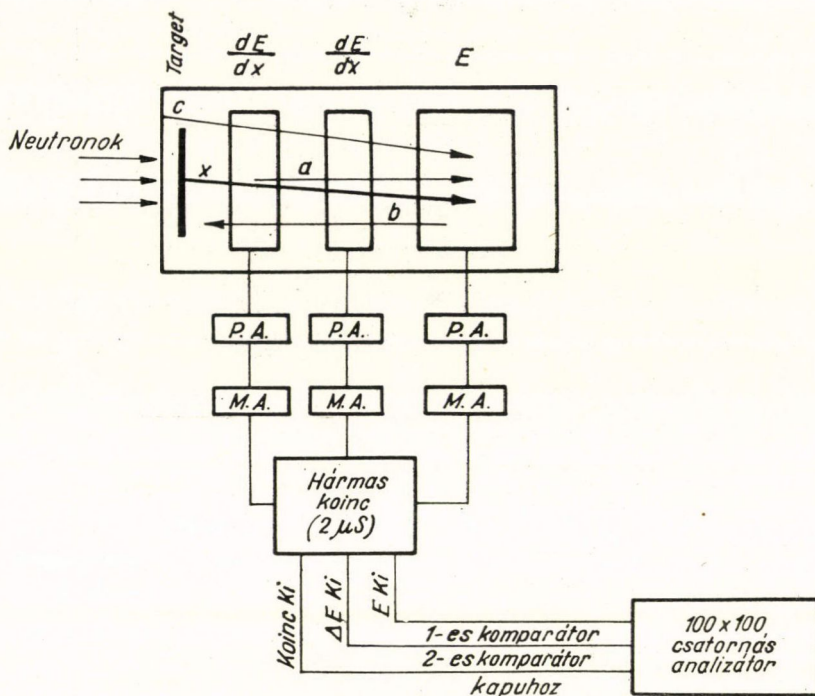
határozása — a stabil végmagok miatt — a teljes térszögbe kilépő részecskék megszámlálása útján történt. A vizsgálatot ködkamrával végeztük.

Az emittált részecskék energiaspektrumának és szögeloszlásának mérésére számláló teleszkópot, ködkamrát, magvisszalökési technikát és szilárdtest nyomdetektort használtunk.

A teleszkóp elvi felépítését az 5. ábrán tüntettük fel. A targetból kiinduló  $x$  részecske két  $dE/dx$  detektoron keresztül (amelyek a részecske diszkriminációt és háttércsökkentést végzik) jut az  $E$  detektorba. Mint az 5. ábrán látható a neutronok által keltett  $a$  és  $c$  részecskék is coincidenciát eredményeznek. Ennek eliminálására a mérést targettel és target nélkül végeztük és a különbséget vettük. A vastag  $E$  energiamérő detektor szintén targetként szerepel és az abból hátra kilépő  $b$  részecskék (a  $dE/dx$  detektorok irányába) valódi coincidenciát adnak. Ezen téves coincidenciákat úgy zártuk ki, hogy a két  $dE/dx$  detektor jelét összehasonlítottuk. Ugyanis az  $E$  detektorhoz közelebb levő  $dE/dx$  detektorban a  $b$  részecske kevesebb energiát veszít, mint a távolabbiban. A targetból kilépő  $x$  részecskénél fordított a helyzet. Így csak azokat a coincidenciákat észleltük, amelyeknél az első  $dE/dx$  számlálóban kaptunk kisebb jelet, ezáltal a hátra irányba kilépő részek eliminálhatók.

Az energiaspektrum és szögeloszlás mérésnél a ködkamra igen előnyösen alkalmazható. Ugyanis a számláló teleszkópoknál a spektrum alacsonyenergiájú





5. ábra

részét a  $dE/dx$  detektorokban fellépő energiaveszteségek miatt nem lehet tanulmányozni, továbbá nem lehet különbséget tenni az egyrészecskés-, pl.  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$ , vagy a kétrészecskés pl.  $(n, np)$ ,  $(n, n\alpha)$  folyamatokból származó töltött részek között. A ködkamra alkalmazásával mindkét probléma megoldódik, lehetséges a kisenergiájú töltött részek detektálása, továbbá mivel a visszalökött mag nyoma is észlelhető, a reakció kinematikája alapján különbséget lehet tenni az egyrészecskés és a kaszkádreakciók között. Az egyrészecskés folyamatoknál a beeső neutron, az emittált részecske és a visszalökött mag pályájának egy síkban kell lenni. A ködkamra különösen a gáz-targetek esetén igen jól alkalmazható.

A gyors neutronreakciók vizsgálatára az általunk bevezetett magvisszalökési technika [70] elsősorban egyes reakciók egzisztenciájának-, továbbá az energiaspektrum és szögeloszlás formájának eldöntése szempontjából kedvező. A módszer előnye, hogy minden radioaktív végmaghoz vezető reakciónál alkalmazható.

Az utóbbi években kifejlesztett szilárdtest nyomdetektorok [78] számos előnnyel rendelkeznek (háttérmentesség, időbeni stabilitás, könnyen kezelhető) a korábbi módszerekhez képest. Az üveg és csillám detektor különösen a maghasadás tanulmányozásánál (a hasadványok szögeloszlása, kettes/hármas hasadás, gerjesztési függvény mérés gátalatti hasadásnál) előnyös, mivel érzéketlenek a könnyű ( $Z < 15$ ) részecskékre. Az ilyen detektorokban a neutron reakciók okozta háttér nem jelentkezik.



## IV. Hatáskeresztmetszet és hatáskeresztmetszet viszony mérések

A 14 MeV körüli neutronokkal létrehozott magreakciók teljes hatáskeresztmetszetére található adatokat analizálva a hatáskeresztmetszet neutron, proton vagy tömegszám függésében különböző tendenciákat figyeltek meg. Ezek egyrészét a statisztikus modell alapján sikerült értelmezni. A tendenciák és a belőlük levont következtetések érvényességét igen fontos újabb kísérleti adatokkal ellenőrizni, annál is inkább, mivel ezeket viszonylag kevés és ugyanazon magra is nagy szórást mutató hatáskeresztmetszet értékekből alapították meg. A IV. táblázatban feltüntetjük azon stabil izotópok számát, amelyek 15 MeV bombázó energiánál a különböző neutron reakciók létrehozhatók, és összehasonlításként azt, hogy ezek közül hányra található hatáskeresztmetszet érték. A táblázat magába foglalja a szerző és munkatársai által meghatározott adatokat is.

IV. TÁBLÁZAT

Reakció	A vizsgálható izotópok száma	A megvizsgált izotópok száma
$n, \alpha$	283	101
$n, p$	285	118
$n, 2n$	277	92
$n, d + n, np$	279	33
$n, n\alpha$	282	7
$n, {}^3\text{He}$	267	2
$n, t$	276	6
$n, \gamma$	287	34

A IV. táblázatból jól látható, hogy nagyszámú izotópnál hiányzanak a hatáskeresztmetszet adatok. A hiányzó adatok okai az izotópok kis százalékos gyakoriságára, a végmag kedvezőtlen felezési idejére vagy bomlássémájára, a hatáskeresztmetszet kis értékére vezethetők vissza. Több magnál az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, p)$ ,  $(n, {}^3\text{He})$ ,  $(n, d)$ ,  $(n, n\alpha)$ ,  $(n, t)$  reakciók eddig még ki nem mutatott izotópokhoz vezetnek. Ezeket az V. táblázatban foglaltuk össze. Sok esetben a végmag bomlássémája ismeretlen.

V. TÁBLÁZAT

Reakció	Ismeretlen izotóp
$n, \alpha$	${}^4\text{H}$ , ${}^{33}\text{Si}$ , ${}^{43}\text{A}$ , ${}^{45}\text{A}$ , ${}^{73}\text{Zn}$ , ${}^{79}\text{Ge}$
$n, p$	${}^7\text{He}$ , ${}^{36}\text{P}$ , ${}^{46}\text{K}$ , ${}^{48}\text{K}$ , ${}^{70}\text{Cu}$ , ${}^{76}\text{Ga}$ , ${}^{82}\text{As}$ , ${}^{150}\text{Pr}$ , ${}^{204}\text{Au}$
$n, d$	${}^{35}\text{P}$ , ${}^{69}\text{Cu}$
$n, n\alpha$	${}^{44}\text{A}$ , ${}^{120}\text{Cd}$
$n, t$	${}^{46}\text{K}$
$n, {}^3\text{He}$	${}^{34}\text{Si}$ , ${}^{35}\text{P}$ , ${}^{44}\text{A}$ , ${}^{46}\text{A}$ , ${}^{52}\text{Ti}$ , ${}^{62}\text{Fe}$ , ${}^{68}\text{Ni}$ , ${}^{69}\text{Cu}$ , ${}^{74}\text{Zn}$ , ${}^{80}\text{Ge}$ , ${}^{120}\text{Cd}$ , ${}^{122}\text{Cd}$ , ${}^{152}\text{Nd}$ , ${}^{158}\text{Sm}$ , ${}^{168}\text{Dy}$ , ${}^{174}\text{Er}$ , ${}^{178}\text{Yb}$ , ${}^{184}\text{Hf}$ , ${}^{190}\text{W}$ , ${}^{196}\text{Os}$ , ${}^{202}\text{Pt}$

Több izotópot tartalmazó elemeknél ugyanazon végmag több független reakció útján is képződhet, ezért aktivációs módszerrel ilyen esetekben a hatáskeresztmetszet nem határozható meg.



A vizsgálatokat elsősorban olyan magoknál célszerű elvégezni, amelyek lehetővé teszik a feltételezett tendenciák vagy az ezekből levont következtetések ellenőrzését. Szükség van továbbá olyan vizsgálatokra, amelyek a statisztikus modellről, vagy az ezen belül használt közelítések alkalmazhatóságáról adnak felvilágosítást.

#### IV.1. $(n, p)$ hatáskeresztmetszetek

Az  $(n, p)$  reakciók hatáskeresztmetszetét a maradék mag rendszámának ( $Z_R$ ) függvényében ábrázolva Chatterjee [91] bizonyos tendenciákat vélt felismerni. A legnagyobb gyakoriságú izotópok esetén a zárt protonhéjú maradék magoknál minimum van a hatáskeresztmetszetben, de ezen belül a szubhéjak hatása is jelentkezik. A tendenciát elméletileg a nívósűrűség héjfüggésével értelmezte [81].

Gardner [82] a  $\sigma(n, p)$  értékeket a tömegszám függvényében vizsgálva azt találta, hogy bármely elemnél a következő izotóp hatáskeresztmetszete közel fele a megelőzőnek és ez a csökkenő tendencia minden elemre fennáll. Féllogaritmikus ábrázolásban a különböző elemekre kapott párhuzamos egyenesek egyenlő távolságra vannak egymástól  $Z$  széles tartományában. Ilyen módon egy egyszerű empirikus összefüggést lehet megadni, a  $\sigma(n, p) - Z$  és  $A$  függésére. Az egyenlet alapján a különböző nuklidok túlnyomó többségére megbecsülte a hatáskeresztmetszet értékét. Az izotóp és rendszám függést az alábbi összefüggések adják:

$$\sigma(Z, A \pm 1) = \sigma(Z, A)2^{\mp 1} \quad (41)$$

$$\sigma(Z \pm 1, A) = \alpha(Z, A)m^{\pm 1}$$

ahol  $m \approx 4,6$  a  $6 \leq Z \leq 48$  és  $m = 6,6$  a  $49 \leq Z \leq 94$  rendszámtartományokra. A  $\sigma(n, p)$  izotóp függése a statisztikus modellből következik, a  $Q$  érték hatása okozza.

Levkovszkij [83] szintén adott egy empirikus összefüggést az  $(n, p)$  reakciók hatáskeresztmetszetére 14–15 MeV neutron energiánál. Rámutatott, hogy a proton emisszió valószínűsége kapcsolatban van a protonkoncentrációval, a  $Z/A$ -val. A különböző izotópokhoz tartozó hatáskeresztmetszet viszonyra az alábbi empirikus formulát adta:

$$\frac{\sigma(A + \Delta A, Z)}{\sigma(A, Z)} \cong \exp \left[ 75 \left( \frac{Z}{A + \Delta A} - \frac{Z}{A} \right) \right] \quad (42)$$

Az említett tendenciák és empirikus összefüggések ellenőrzésére az  $(n, p)$  reakciók hatáskeresztmetszetét a következő magokra mértük meg:  $^{14}\text{N}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{23}\text{Na}$  [84],  $^{27}\text{Al}$  [84],  $^{42}\text{Ca}$ ,  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{44}\text{Ca}$ ,  $^{45}\text{Sc}$ ,  $^{89}\text{Y}$ ,  $^{139}\text{La}$ ,  $^{141}\text{Pr}$ ,  $^{188}\text{Os}$ ,  $^{190}\text{Os}$ . A  $^{14}\text{N}$ ,  $^{43}\text{Ca}$ ,  $^{188}\text{Os}$  és  $^{190}\text{Os}$  magokra korábban nincs adat [85, 86]. A  $^{14}\text{N}$  esetén a  $\sigma(n, p)$  értékére korábban csak egy felső korlát ( $< 100$  mb) található [87]. A vizsgálathoz a ködkamrát [88, 89] nitrogén gázzal töltöttük meg, kondenzáns folyadékként víz + alkohol keveréket alkalmaztunk. A teljes nyomás 490 Hgmm volt. A neutrongenerátor impulzusüzemben dolgozott szinkronban a ködkamra érzékeny idejével. A több mint 2000 sztereofelvétel kiértékelését ugyanazon optikai rendszeren történő visszavetítéssel végeztük el. Mértük az emittált részecske és a visszalökött mag hatótávolságát, valamint a bombázó neutron iránnyal bezárt szögüket. A részecske diszkriminációt a reakció kinematikája alapján végeztük el. A kísérleti adatok feldolgozásához és a részecske diszkriminációhoz ismerni kellett alfa-részecskékre, protonokra és a visszalökött magokra a hatótávolság-energia összefüggést. Protonra és alfa-



részekre a levegőben mért hatótávolság energiaösszefüggések alakját fogadtuk el [90], melyet egy pontban kísérletileg az általunk alkalmazott közeghez hitelesítettünk. A hitelesítéshez  $^{210}\text{Po}$  forrást használtunk. A visszalökött magok hatótávolság energiaösszefüggését kísérletileg a reakció kinematikája alapján határoztuk meg olyan folyamatokból, ahol az emittált töltött részecske hatótávolsága a kamra megvilágított terében végződött. A visszalökött magok hatótávolság-energia összefüggésének ismerete lehetővé tette azon események kiértékelését is, amelyeknél az emittált részecske hatótávolságát (a ködkamra érzékeny térfogatának végessége miatt) nem lehetett kimérni. Összesen 230 ( $n, \alpha$ ); 174 ( $n, p$ ) és 104 ( $n, np$ ) eseményt detektáltunk.

Méréseink során a  $^{14}\text{N}$  magnál meghatároztuk az ( $n, \alpha$ ), ( $n, p$ ) reakciók hatáskeresztmetszet viszonyát, melyre

$$\frac{\sigma_{n, \alpha}}{\sigma_{n, p}} = 1,3 \pm 15 \%$$

értéket kaptunk. Elfogadva Lillie [87] által kapott  $\sigma(n, \alpha) = 100$  mb értéket, a mért viszony alapján  $\sigma(n, p) = 77 \pm 14$  mb.

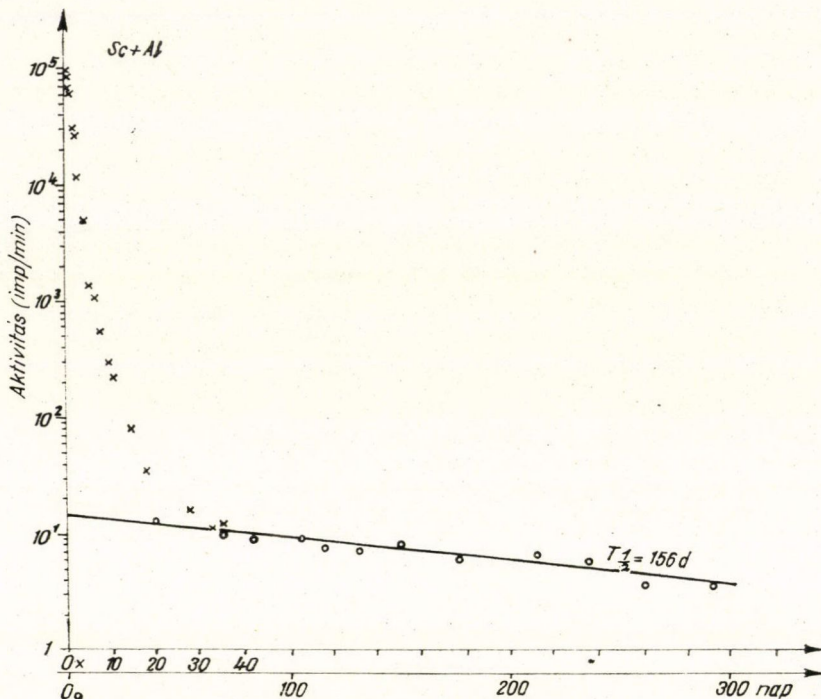
A két-részecske emisszióval végbemenő folyamatokról feltételeztük, hogy azok mind az ( $n, np$ ) reakcióból erednek, az ( $n, n\alpha$ ) reakció nagy negatív  $Q$  értéke miatt.  $Q(n, n\alpha) = -11,46$  MeV;  $Q(n, np) = -7,55$  MeV; minden  $Q$  értéket a [94] táblázatból vettünk. Ezen feltevés alapján lehetővé vált a  $^{14}\text{N}$  magnál az ( $n, np$ ) és ( $n, p$ ) reakciók hatáskeresztmetszet viszonyának meghatározása is. A kapott érték:

$$\frac{\sigma_{n, np}}{\sigma_{n, p}} = 0,60 \pm 13\%.$$

$\sigma(n, \alpha) = 100$  mb értéket elfogadva a mért hatáskeresztmetszet viszonyok alapján  $\sigma(n, np) = 46 \pm 13$  mb.

Az ( $n, p$ ) szisztematika szempontjából a  $^{45}\text{Sc}(n, p)^{45}\text{Ca}$  reakció hatáskeresztmetszetének mérése igen lényeges. A vizsgálat technikai szempontból nagyon nehéz, mivel a  $^{45}\text{Ca}$  felezési ideje hosszú, 165 nap, és igen lágy 254 keV-os béta-sugárzással bomlik. Ugyanakkor a  $^{45}\text{Sc}(n, \gamma)$  reakcióban keletkező  $^{46}\text{Sc}$  felezési ideje 84 nap és szintén lágy 357 keV-os béta-emisszióval bomlik. A közeleső felezési idők és béta-energiák miatt a vizsgálatot két lépésben kellett elvégezni. Előbb vastagabb anyagmintán meghatároztuk a  $\sigma(n, \gamma)$  értéket gamma-spektrometriai úton a  $^{46}\text{Sc}$  bomlásából származó 887 keV gamma-vonal intenzitásának mérésével. A  $^{45}\text{Sc}(n, \gamma)^{46}\text{Sc}$  reakció hatáskeresztmetszetére  $2,3 \pm 0,7$  mb értéket kaptunk. Második lépésben vékony ( $1,15 \text{ mg/cm}^2$ ) Sc fólia béta-aktivitását mértük egy csillám végablakos GM számlálóval közel 300 napig. A különböző időpontokban végzett mérések előtt a számláló munkapontjának beállítását a  $^{60}\text{Co}$  ( $E_{\beta \text{ max}} = 313$  keV) béta standarddal végeztük el. A kapott bomlásgörbét a 6. ábrán tüntettük fel. A hosszú komponens felezési idejére 156 d értéket kaptunk, ami jól egyezik a  $^{45}\text{Ca}$  felezési idejével. A besugárzással és méréssel kapcsolatos korrekciókat elvégezve a 156 d felezési időhöz tartozó hatáskeresztmetszetre  $57 \pm 8$  mb értéket kaptunk, amely mellett — figyelembe véve a hibát — a  $\sigma(n, \gamma)$  értéke elhanyagolható. A  $^{45}\text{Sc}(n, p)$  reakció hatáskeresztmetszetére Chatterjee a szisztematika alapján  $\sigma < 20$  mb értéket jósolt, amit a kísérletileg kapott érték nem erősített meg.





6. ábra

Az általunk kapott  $\sigma(n, p)$  értékeket a VI. táblázatban tüntettük fel. Adataink  $Z_R=8$ -nál megerősítik az  $(n, p)$  hatáskeresztmetszetben várt minimumot. A  $^{45}\text{Sc}$  és a Ca izotópokra kapott mérési adataink viszont nem igazolják  $Z_R=20$ -nál a

VI. TÁBLÁZAT

Reakció	$Z_R$	$\sigma(n, p)$ (mb)			
		jelen munka	irodalmi	számított:	
				Gardner [82]	Levkovskij [83]
$^{14}\text{N}(n, p)^{14}\text{C}$	6	$77 \pm 14$	$<100$	50	59,4
$^{14}\text{N}(n, np)^{13}\text{C}$	6	$46 \pm 13$	—	—	—
$^{19}\text{F}(n, p)^{19}\text{O}$	8	$21 \pm 3$	11—135	40	21
$^{23}\text{Na}(n, p)^{23}\text{Ne}$	10	$39 \pm 4$	9—42	64	44
$^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$	12	$72 \pm 7$	52—115	87	72
$^{42}\text{Ca}(n, p)^{42}\text{K}$	19	$173 \pm 12$	160	184	190
$^{43}\text{Ca}(n, p)^{43}\text{K}$	19	$101 \pm 8$	—	92	94,3
$^{44}\text{Ca}(n, p)^{44}\text{K}$	19	$45 \pm 6$	25—37	46	46
$^{45}\text{Sc}(n, p)^{45}\text{Ca}$	20	$57 \pm 8$	49,5	114	104,3
$^{89}\text{Y}(n, p)^{89}\text{Sr}$	38	$53 \pm 5$	24,5	45	22,9
$^{139}\text{La}(n, p)^{139}\text{Ba}$	56	$4,5 \pm 1,1$	2,3—5,7	—	5,4
$^{141}\text{Pr}(n, p)^{141}\text{Ce}$	58	$11,4 \pm 1,3$	4,5	93	8,0
$^{188}\text{Os}(n, p)^{188}\text{Re}$	75	$7,1 \pm 1,9$	—	11,6	3,68
$^{190}\text{Os}(n, p)^{190}\text{Re}$	75	$2,0 \pm 0,5$	—	2,9	3,9

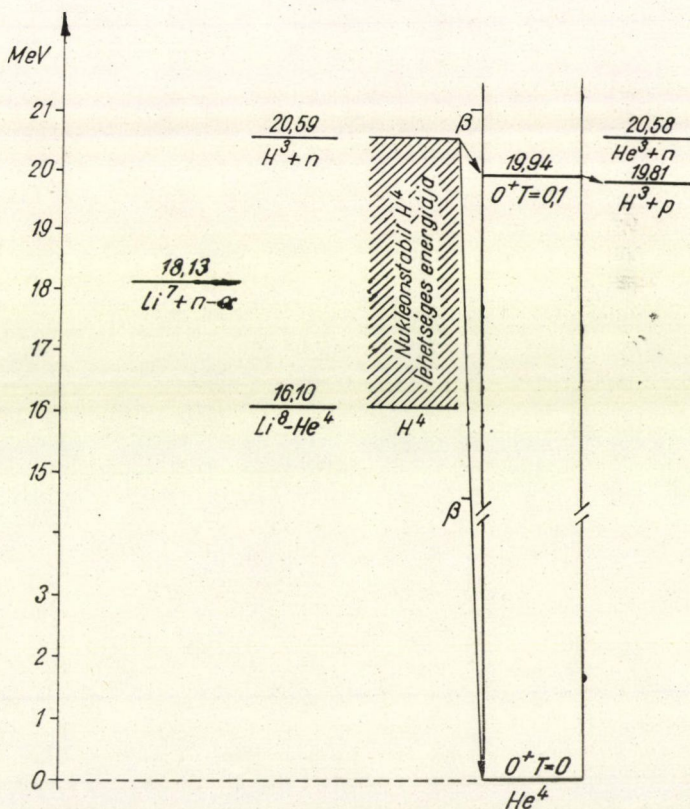


minimum létezését. A Ca esetén a hatáskeresztmetszet izotóp függése jól követi a Gardner [82] és Levkovszkij [83] által megfigyelt törvényszerűséget, úgyszintén — mint a VI. táblázatból látható — a Gardner formula alapján számított és mért abszolút hatáskeresztmetszet értékek is jól egyeznek. Ezek alapján a  $^{48}\text{Ca}(n, p)$  reakció hatáskeresztmetszetére néhány mb értéket lehet várni és így  $Z_R=19$ -nél jelentkezik szignifikáns minimum. Az Os izotópok esetén is kielégítően adja vissza a Gardner-formula a hatáskeresztmetszet értékeket. Levkovszkij összefüggése mint az adatokból is látható csak az  $A < 150$  tartományra érvényes.

#### IV.2. $(n, \alpha)$ hatáskeresztmetszetek

Az  $(n, \alpha)$  reakciók hatáskeresztmetszetét a  $^7\text{Li}$  és  $^{103}\text{Rh}$  magoknál határoztuk meg. A  $^7\text{Li}(n, \alpha)^4\text{H}$  reakció vizsgálata a nukleonsztabil  $^4\text{H}$  egzisztenciájára vonatkozott, míg a  $^{103}\text{Rh}(n, \alpha)^{100}\text{Tc}$  a Chatterjee által a  $\sigma(n, \alpha) - Z_R$  függésben a mágikus  $Z_R$  értékeknél megfigyelt minimumok [79, 80, 81] ellenőrzésére.

Az utóbbi években a nukleonsztabil  $^4\text{H}$  egzisztenciájával több elméleti és kísérleti munka foglalkozott. A nukleonsztabil  $^4\text{H}$  létezése azt bizonyítaná, hogy a  $^4\text{H}$ ,



7. ábra



${}^4\text{He}$  (19,94 MeV-os állapota),  ${}^4\text{Li}$  izobár tripletet alkotnak. Az izobár triplet létezhet úgy is, hogy a  ${}^4\text{H}$  neutron emisszióval szemben instabil, mivel a  ${}^3\text{H} + n$  küszöb a  ${}^4\text{He}$  gerjesztett állapotának közelébe esik (7. ábra).

Nukleonstabil  ${}^4\text{H}$  létezésével kapcsolatos különböző elméleti megfontolások [92, 93] nem vezettek egységes eredményre, így ezt a kérdést közvetlen kísérleti vizsgálatoknak kell eldönteni. Az eddigi ilyen irányú kísérletek negatív eredményel jártak. A különböző reakcióknál a  ${}^4\text{H}$  keletkezésének hatáskeresztmetszetére csupán felső korlátot adtak meg. A legtöbb kísérlet a nukleonstabil  ${}^4\text{H}$  létezését a  ${}^4\text{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^4\text{He}$  átalakulás észlelésével kívánta igazolni. Ebben az esetben a keletkezés hatáskeresztmetszetére megadható felső korlát a  ${}^4\text{H}$  felezési idejének függvénye.

A nukleonstabil  ${}^4\text{H}$  kimutatását a  ${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{H}$  reakciónál kíséreltük meg, ködkamrával. A ködkamra alkalmazásával közvetlen módszert kapunk a  ${}^4\text{H}$  kimutatására, ugyanakkor a részecske diszkrimináció viszonylag egyszerűen, a reakció kinematikája alapján elvégezhető. Gyors neutronok esetén a  ${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{H}$  reakcióból származó  ${}^4\text{He}$  és  ${}^4\text{H}$  részecskék nagy kinetikus energiával rendelkeznek és így a  ${}^4\text{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^4\text{He}$  átalakulás az eredeti impulzusban észrevehető változást nem okoz. Ezért a ködkamrában a target azonos pontjából kiinduló két töltött részecske nyomának és a bemenő neutron impulzusának egy síkban kell lenni, ha végbemegy a  ${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{H}$  reakció. Ilyen módon a módszer érzékenysége nem függ a  ${}^4\text{H}$  felezési idejétől, ugyanakkor lehetővé teszi a  ${}^4\text{H} \xrightarrow{\beta^-} {}^4\text{He}$  folyamat felezési idejének mérését  $10^{-9} - 10^{-1}$  sec tartományban. A korábbi vizsgálatok csak  $10^{-9}$  sec-nál hosszabb felezési idők esetén adnak meg a hatáskeresztmetszetre felső korlátot.

A  ${}^4\text{H}$ ,  ${}^4\text{He}$  nivó- és bomlásméjáját a 7. ábrán tüntettük fel, bejelölve azt a tartományt, amelyben a  ${}^4\text{H}$  kötött állapotban létezhet.

Vékony ( $0,3 \text{ mg/cm}^2$ ) litium fóliát ( $0,25 \text{ mg/cm}^2$ ) formvar védő fóliával lefedve helyeztünk el a ködkamrában [88, 89].

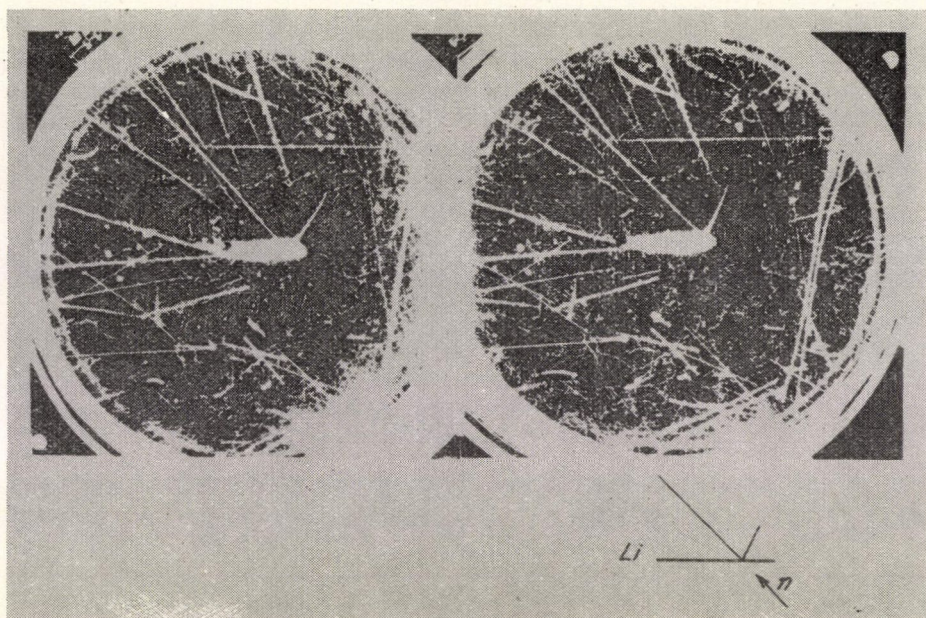
Több mint 2000 sztereo felvételt kiértékelve 151 eseményt találtunk a  ${}^7\text{Li}(n, n\alpha){}^3\text{H}$  folyamatra, míg egyetlen eseményt sem kaptunk, amely a  ${}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{H}$  reakció egzisztenciáját igazolta volna. Egy tipikus sztereo felvétel párt mutat a 8. ábra. A hatáskeresztmetszetre a  ${}^4\text{H}$  felezési idejétől független felső korlátot adhatunk meg:

$$\sigma[{}^7\text{Li}(n, \alpha){}^4\text{H}] < 2,2 \text{ mb}$$

A hatáskeresztmetszet meghatározásához belső monitorként a  ${}^7\text{Li}(n, n\alpha){}^3\text{H}$  folyamatot használtuk, elfogadva az aktivációs módszerrel kapott  $\sigma(n, n\alpha) = 336 \text{ mb}$  értéket [95]. (A  $\sigma = 2,2 \text{ mb}$  értékhez tartozó binomiális eloszlás integrálja  $\cong 1$  eseményekre 67%, tehát a felső korlát megadása 67%-os valószínűséggel történt.)

A  ${}^{103}\text{Rh}(n, \alpha){}^{100}\text{Tc}$  reakció vizsgálata a hatáskeresztmetszet meghatározásán túlmenően lehetővé tette a  ${}^{100}\text{Tc}$  felezési idejének tisztázását is [96], amelyre két érték ( $80 \pm 10 \text{ sec}$  ill.  $16 \pm 1,5 \text{ sec}$ ) található [97]. A komplex bomlásgörbe analíziséből a következő felezési időket kaptuk:  $17,1 \pm 0,7 \text{ sec}$ ;  $42,8 \pm 0,5 \text{ sec}$ ;  $4,29 \pm 0,05 \text{ min}$ . Az utóbbi két komponens a  ${}^{103}\text{Rh}(n, \gamma)$  reakcióban keletkező  ${}^{104}\text{Rh}^g$  ill.  ${}^{104}\text{Rh}^m$  izotópokhoz tartozik. A 17 sec felezési idő jól egyezik a  ${}^{100}\text{Mo}(p, n)$  és  ${}^{99}\text{Tc}(n, \gamma)$  reakciókban előállított [98, 99]  ${}^{100}\text{Tc}$  felezési idejével, ugyanakkor valószínűtlenné teszi Motta és Boyd [100] azon feltevését, hogy a  ${}^{100}\text{Mo} + d$  reakcióban nyert  $80 \pm 10 \text{ sec}$  felezési idő a  ${}^{100}\text{Mo}(d, 2n){}^{100}\text{Tc}$  reakciótól ered. A  ${}^{103}\text{Rh}(n, \alpha){}^{100}\text{Tc}$  reakció hatáskeresztmetszetére  $\sigma = 11,0 \pm 2 \text{ mb}$  értéket kaptunk, ami jelentősen eltér Paul és Clark [101] által mért 63 mb értéktől. Az eltérés oka az lehet, hogy a





8. ábra

$^{100}\text{Tc}$  felezési idejét 80 sec-nak vették és a komplex bomlásgörbét az  $(n, \gamma)$  komponensekre nem analizálták ki. Az általunk kapott eredmény jól egyezik az  $A \sim 100$  tartományban más nuklidokra mértékkal, ugyanakkor a Chatterjee által feltételezett tendenciát  $Z_R > 40$  tartományban nem erősíti meg.

#### IV.3. $(n, \alpha)$ , $(n, p)$ hatáskeresztmetszet viszonyok

A reakciómechanizmus tisztázásánál a közvetlen módszereket (energiaspektrum, szögeloszlás) hasznosan egészíti ki a mért és a számított hatáskeresztmetszet viszony értékek összehasonlítása. Korábban az  $^{27}\text{Al}$  magnál az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, p)$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyát vizsgáltuk ilyen szempontból, különböző nívósűrűség formulák felhasználásával [102, 103].

A csatornaszélességek viszonyának számítására Bodansky által adott (17) közelítő összefüggés alkalmazhatóságát vizsgáltuk meg az  $^{14}\text{N}$  esetén, az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, p)$  reakciókra. Ebben az esetben ugyanis teljesednek a (17) analitikus összefüggés levezetésekor tett feltételek. Az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, p)$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyára kísérletileg

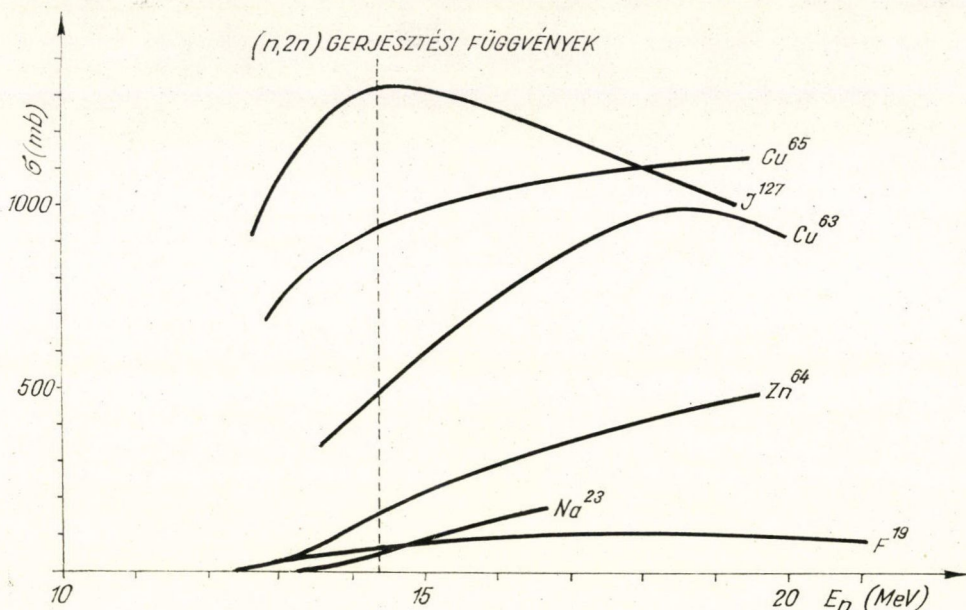
$$\frac{\sigma_{n, \alpha}}{\sigma_{n, p} + \sigma_{n, np}} = 0,83 \pm 10\%$$

értéket kaptunk. A (17) összefüggésből a viszonyra  $\Gamma_\alpha/\Gamma_p = 1,16$  érték adódott, ami jó egyezésnek tekinthető a mért 0,83 adattal. A számításnál  $r_0 = 1,25f$  értéket választottunk, a szeparációs energiákat a Kunz et al. [94] táblázat tömegadatai alapján számítottuk.



IV.4.  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetek

Az  $(n, 2n)$  reakciók teljes hatáskeresztmetszetének, rendszám, neutronszám, vagy tömegszám függésében, 14 MeV körüli neutron energiánál különböző tendenciákat figyeltek meg [104, 105, 106, 107]. A küszöb közelében — mint a (19) formulából, és az azt megerősítő gerjesztési függvényekből látható (9. ábra) — az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszet érték erősen függ a bombázó és a küszöbenergia közötti különbségtől. Így a megfigyelt tendenciákra a reakció  $Q$  értékének döntő hatása van.



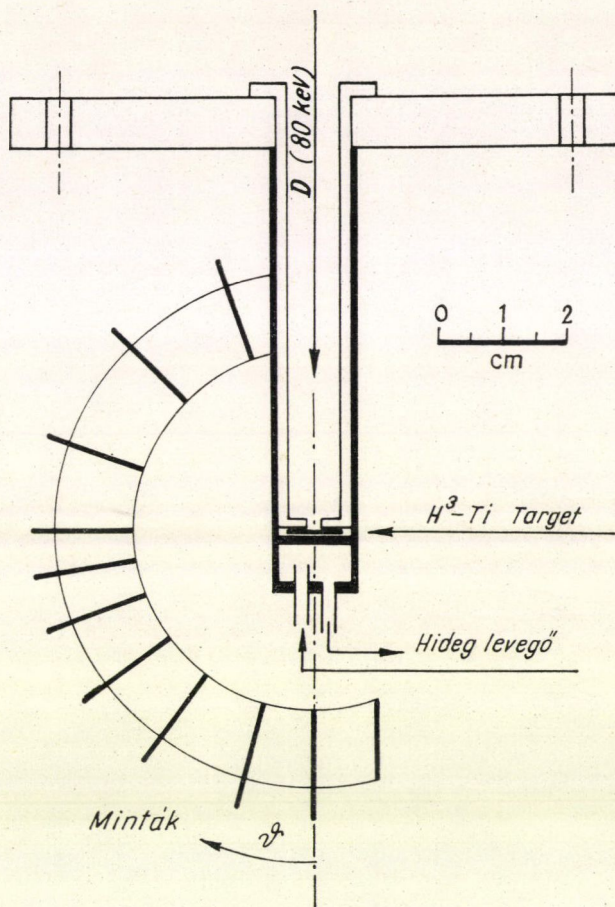
9. ábra

Ezért érdekesnek látszott megvizsgálni az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetek viselkedését  $\varepsilon_c = \text{konstans}$  feltétel mellett, ezzel összenormálva a gerjesztési függvényeket. A küszöb fölött 3 MeV többletenergíát választva végeztük el a méréseket.

A vizsgálathoz a neutronenergia változtatására volt szükség, amit a 10. ábrán látható elrendezéssel oldottunk meg  $13,0 \leq E_n \leq 15,3$  MeV tartományban. A méréseket aktivációs módszerrel végeztük, túlnyomó esetben a pozitron szétsugárzásból eredő gamma-részeket detektáltuk üreges kristállyal. Az  $\varepsilon_c = 3$  MeV energiánál mért adatokat a VII. táblázatban tüntettük fel. Az azonos target-neutronszámhoz ( $N$ ) tartozó különböző elemeknél ( $Z$ ) (izotón magoknál) jelentős eltérést tapasztalunk az adatokban (pl. az  $N = 30$ -hoz tartozó  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{55}\text{Mn}$  magoknál a hatáskeresztmetszet értékek 45 mb, 500 mb és 750 mb), ami az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetek  $N-Z$  szimmetria paraméter függésére utalt. A kapott értékeket az  $N-Z$  függvényében ábrázolva (11. ábra, pontok), az adatok az izotón magoknál jó közelítésben egyenesen fekszenek. A különböző  $N$  értékekhez tartozó egyenesek párhuzamosak egymással kivéve az  $N = 28$  esetet [108, 109]. A vizsgálatoknak széle-



sebb tartományra történő kiterjesztése miatt az  $E_t(n, 2n) < E_n < E_t(n, 3n)$  tartományban mért adatainkat (VIII. táblázat), továbbá a mások által mérteket ( $^{46}\text{Ti}$ ,  $^{54}\text{Fe}$  [110],  $^{70}\text{Ge}$  [111],  $^{56}\text{Fe}$  [112],  $^{103}\text{Rh}$  [113],  $^{142}\text{Nd}$  [115],  $^{134}\text{Ba}$ ,  $^{140}\text{Ce}$  [114], és  $^{133}\text{Cs}$  [116]) a „Weisskopf becslés” felhasználásával átszámítottuk 3 MeV többletenergiára.



10. ábra

A (19) formula vizsgálataink szerint az  $(n, 2n)$  gerjesztési függvények formáját jól írja le. A számításoknál a maghőmérsékletre  $T = (E_n/0,115A)^{1/2}$  értéket vettünk. Az így kapott értékeket is ábrázolva (11. ábra, háromszögek és keresztek), látható, hogy  $\sigma(n, 2n)$   $N-Z$  függése széles neutronszám tartományban azonos. Így egy egyszerű empirikus összefüggést lehetett megadni a  $\sigma(n, 2n)$  értékek számítására

$$\sigma(Z \pm \Delta Z, N) = [\sigma(Z, N) \mp m(\varepsilon_c)\Delta Z] \quad (43)$$

$\varepsilon_c = 3$  MeV esetén  $m(\varepsilon_c) = 213$  mb. Ha a  $\sigma(n, 2n)$  értéke az izotón magok valamelyi-



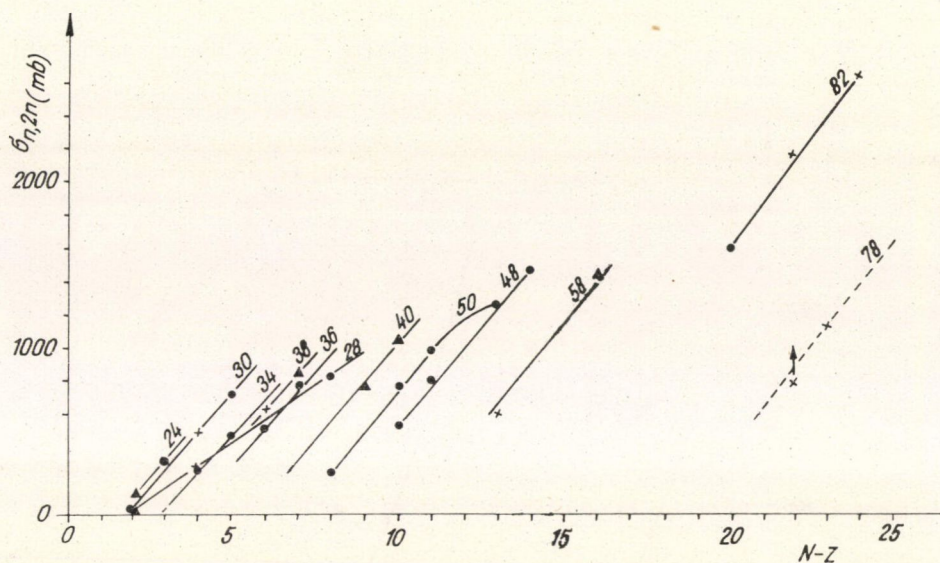
## VII. TÁBLÁZAT

Target	Reakció	$E_{thr}$ (MeV)	$\sigma(n, 2n) + 15\%$ (mb) $E_{exc} = 3 \text{ MeV}$	Monitor reakció	Módszer
Ca $^{48}\text{CO}_3$	$^{48}\text{Ca}(n, 2n)^{47}\text{Ca}$	10,28	860	$^{27}\text{Al}(n, \alpha) : 117 \text{ mb}$ $E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\beta$
RbNO <sub>3</sub>	$^{85}\text{Rb}(n, 2n)^{84}\text{Rb}$	10,65	830	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\beta$
RbNO <sub>3</sub>	$^{87}\text{Rb}(n, 2n)^{86}\text{Rb}$	10,03	1290	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\beta$
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{89}\text{Y}(n, 2n)^{88}\text{Y}$	11,99	1010	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 899 \text{ keV}$
Se	$^{82}\text{Se}(n, 2n)^{81}\text{Se}$	9,29	1490	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\beta$
Sc	$^{45}\text{Sc}(n, 2n)^{44}\text{Sc}$	11,57	320	$^{65}\text{Cu}(n, 2n) : 940 \text{ mb}$ $E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ és}$ $270 \text{ keV}$
MnO <sub>2</sub>	$^{55}\text{Mn}(n, 2n)^{54}\text{Mn}$	10,41	750	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 835 \text{ keV}$
Cu	$^{65}\text{Cu}(n, 2n)^{64}\text{Cu}$	10,06	810	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Zn	$^{66}\text{Zn}(n, 2n)^{65}\text{Zn}$	11,21	550	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 1114 \text{ keV}$
Zr	$^{90}\text{Zr}(n, 2n)^{89}\text{Zr}$	12,07	800	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ és}$ $915 \text{ keV}$
Sr	$^{86}\text{Sr}(n, 2n)^{85}\text{Sr}$	11,59	570	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Ni	$^{58}\text{Ni}(n, 2n)^{57}\text{Ni}$	12,40	45	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 488 \text{ mb}$ $E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Cu	$^{63}\text{Cu}(n, 2n)^{62}\text{Cu}$	11,01	495	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Zn	$^{64}\text{Zn}(n, 2n)^{63}\text{Zn}$	12,04	288	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Mo	$^{92}\text{Mo}(n, 2n)^{91}\text{Mo}$	13,27	280	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Sm	$^{144}\text{Sm}(n, 2n)^{143}\text{Sm}$	10,75	1600	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> N <sub>4</sub>	$^{14}\text{N}(n, 2n)^{13}\text{N}$	11,31	8,2	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
CF <sub>2</sub>	$^{19}\text{F}(n, 2n)^{18}\text{F}$	10,99	63	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Sn	$^{112}\text{Sn}(n, 2n)^{111}\text{Sn}$	11,19	1530	$E_n = 14,1 \text{ MeV}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$

## VIII. TÁBLÁZAT

Target	Reakció	$\sigma_{n, 2n}(\text{mb})$ $E_n = 14,7 \pm 0,3 \text{ MeV}$	$\sigma_{n, 2n}$ (mb) számi- tott [126]	Monitor reakció $E_n = 14,7 \pm 0,3 \text{ MeV}$	Módszer
C <sub>6</sub> H <sub>12</sub> N <sub>4</sub>	$^{14}\text{N}(n, 2n)^{13}\text{N}$	$8 \pm 1$	—	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
CF <sub>2</sub>	$^{19}\text{F}(n, 2n)^{18}\text{F}$	$53 \pm 4$	—	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Ti	$^{46}\text{Ti}(n, 2n)^{45}\text{Ti}$	$56 \pm 5$	68	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Fe	$^{54}\text{Fe}(n, 2n)^{53}\text{Fe}$	$16 \pm 3$	24	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Ni	$^{58}\text{Ni}(n, 2n)^{57}\text{Ni}$	$37 \pm 3$	37	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Zn <sup>64</sup> O	$^{64}\text{Zn}(n, 2n)^{63}\text{Zn}$	$225 \pm 25$	160	$^{27}\text{Al}(n, \alpha) : 117 \text{ mb}$	$\beta$
Cu	$^{65}\text{Cu}(n, 2n)^{64}\text{Cu}$	$970 \pm 50$	904	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
Ga <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{69}\text{Ga}(n, 2n)^{68}\text{Ga}$	$1088 \pm 100$	788	$^{27}\text{Al}(n, p) : 73 \text{ mb}$	$\beta$
Zn <sup>70</sup> O	$^{70}\text{Zn}(n, 2n)^{69}\text{Zn}$	$1307 \pm 130$	950	$^{27}\text{Al}(n, \alpha) : 117 \text{ mb}$	$\beta$
Ga <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{71}\text{Ga}(n, 2n)^{70}\text{Ga}$	$961 \pm 100$	927	$^{27}\text{Al}(n, p) : 73 \text{ mb}$	$\beta$
As <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{75}\text{As}(n, 2n)^{74}\text{As}$	$1092 \pm 120$	1080	$^{65}\text{Cu}(n, 2n) : 970 \text{ mb}$	$\gamma : 511 + 596 \text{ keV}$
Mo	$^{92}\text{Mo}(n, 2n)^{91}\text{Mo}^{m+g}$	$175 \pm 10$	335	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\beta, \gamma : 511 \text{ keV}$
Mo	$^{100}\text{Mo}(n, 2n)^{99}\text{Mo}$	$1762 \pm 200$	1607	$^{27}\text{Al}(n, \alpha) : 117 \text{ mb}$	$\beta$
Sb	$^{123}\text{Sb}(n, 2n)^{122}\text{Sb}$	$1270 \pm 50$	1820	$^{63}\text{Cu}(n, 2n) : 540 \text{ mb}$	$\gamma : 511 \text{ keV}$
CeO <sub>2</sub>	$^{140}\text{Ce}(n, 2n)^{139}\text{Ce}^{m+g}$	$1600 \pm 140$	1815	$^{141}\text{Pr}(n, p) : 11,4 \text{ mb}$	$\gamma : 166 \text{ keV}$
CeO <sub>2</sub>	$^{142}\text{Ce}(n, 2n)^{141}\text{Ce}$	$1960 \pm 170$	2032	$^{141}\text{Pr}(n, p) : 11,4 \text{ mb}$	$\gamma : 145 \text{ keV}$
Pb	$^{204}\text{Pb}(n, 2n)^{203}\text{Pb}$	$1575 \pm 160$	2440	$^{65}\text{Cu}(n, 2n) : 970 \text{ mb}$	$\gamma : 279 \text{ keV}$
Pb	$^{204}\text{Pb}(n, n')^{204}\text{Pb}^m$	$76,5 \pm 8$	—	$^{65}\text{Cu}(n, 2n) : 970 \text{ mb}$	$\gamma : 899 + 912 \text{ keV}$





11. ábra

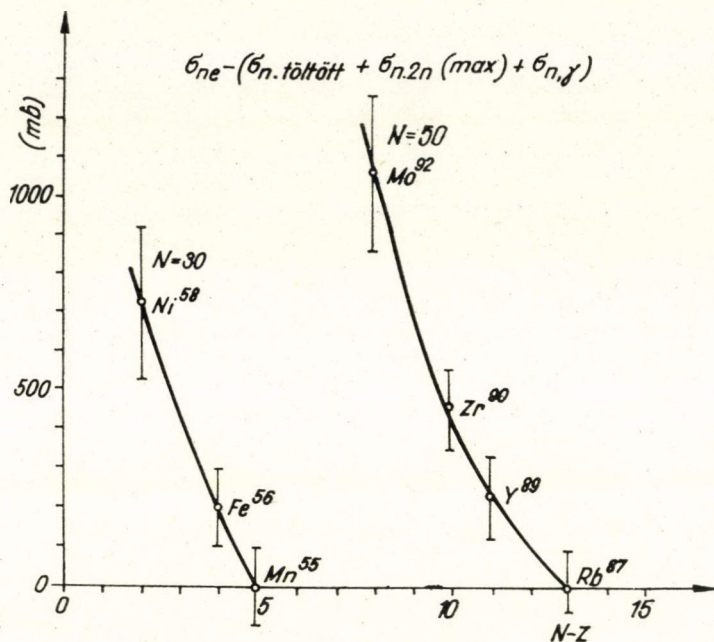
kére ismert, akkor a többire a (43) formulával kiszámítható. Más energiánál mért adatokra szintén alkalmazható, ha az energiafüggést a (19) formulával figyelembe vesszük.

Az azonos többletenergiaánál és  $N = \text{konstans}$  esetekben a hatáskeresztmetszetben tapasztalható nagy eltérések miatt a target neutron-, vagy tömegszám függésében nem lehet szignifikáns héjeffektust felismerni. Az  $(n, 2n)$  reakciók  $Q$  értékei  $N - Z = \text{konstans}$  esetben a neutronsám függvényében héjeffektust mutatnak [117]. A (19) összefüggés szerint ennek a héjeffektusnak meg kell jelenni a hatáskeresztmetszetben szintén. A konstans többletenergia választással a neutron kötési energia által okozott héjeffektus eliminálható. Ez lehetővé teszi az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetben esetlegesen jelentkező más tendenciák tisztább körülmények közötti tanulmányozását.

Kérdés, mi okozza az  $(n, 2n)$  reakciókban általunk kísérletileg tapasztalt  $N - Z$  függést? Barr et al. [106] rámutatott, hogy a  $\sigma_{ne}$  teljes nonelasztikus és a  $\sigma(m, M)$  neutron emisszió hatáskeresztmetszetének viszonya  $(N - Z)/A$  függő. A  $\sigma(n, M)/\sigma_{ne}$  viszony  $(N - Z)/A$  függését a konkurrens töltött részecske reakciók  $Q$  értékének és a Coulomb gát áteresztőképességének  $(N - Z)/A$  függésével magyarázta. Hille et al. [118] kimutatta, hogy a mért és a (19) alapján számított  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszet értékek közötti eltérés  $N - Z$  függő. Méréseink szerint az  $N - Z$  függés széles neutronsám tartományban azonos módon jelentkezik függetlenül attól, hogy a töltött részecske reakciók hatáskeresztmetszetének értéke a  $\sigma(n, 2n)$ -hez képest kicsi vagy nagy. Vagyis a jelenséget a konkurrens töltött részecske folyamatokkal nem lehet értelmezni. Úgyisint nem tudnak számot adni az  $N - Z$  függésről az  $(n, \gamma)$  reakciók sem az elhanyagolhatóan kis hatáskeresztmetszetük miatt. Az  $\varepsilon_c = \text{konstans}$  feltétel mellett még az  $\varepsilon_c/B_n$  relatív többletenergia változhat (a  $Q$  értékek különbözősége miatt), ami hatással lehet az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetre.



Ezért megvizsgáltuk a  $^{70}\text{Zn}$ ,  $^{71}\text{Ga}$ , valamint  $^{89}\text{Y}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  magpárokat, melyeknél a  $B_n$  érték is azonos. A  $\sigma(n, 2n)$   $N-Z$  függésére a többi magnál tapasztalttal megegyező értékeket kaptunk [109].



12. ábra

A nonelasztikus hatáskeresztmetszet  $\sigma_{ne} = \sigma(n, M) + \sigma(n, \text{töltött}) + \sigma(n, \gamma)$  sima függvénye a tömegszámnak [119]. Nehéz magoknak  $\sigma_{ne} \approx \sigma(n, M)$ . Mivel  $\sigma(n, M) = \sigma(n, n') + \sigma(n, 2n)$  így a statisztikus modell alapján (lásd pl. a (19) összefüggést) a  $\sigma(n, 2n)$  telítési értéke:  $\sigma(n, 2n)(\text{max}) = \sigma(n, M)$ . Ez azt jelenti, hogy magas gerjesztési energiánál elhanyagolható a targetmag alacsonyan fekvő (a  $B_n$  alatti) nívóira vezető rugalmatlan szórás folyamat hatáskeresztmetszete és a  $B_n$  fölötti szintekről történő  $\gamma$  legerjesztődés.

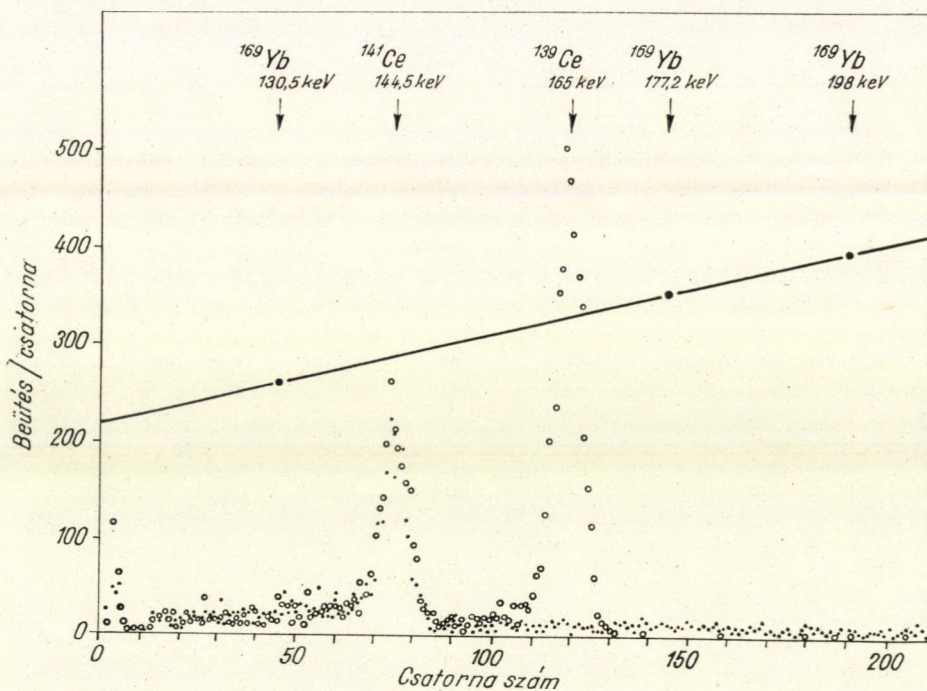
A kísérleti adatok szerint a  $\sigma_{ne} - [\sigma(n, 2n)(\text{max}) + \sigma(n, \text{töltött}) + \sigma(n, \gamma)]$  különbség  $N-Z$  függő és adott  $N$  esetén növekvő  $N-Z$ -vel zéróhoz tart (lásd pl. a 12. ábrát). A  $\sigma_{ne}$ ;  $\sigma(n, \text{töltött})$ ;  $\sigma(n, \gamma)$  és  $\sigma(n, 2n)(\text{max})$  értékek kísérletileg jól ismertek (pl. az  $N=30$  és  $50$ -nél). A tapasztalt eltérés csak az  $(n, n'\gamma)$  folyamatból eredhet, vagyis  $\sigma(n, 2n)(\text{max}) \neq \sigma(n, M)$ . Feltéve, hogy a  $B_n$  fölötti szintekről történő gamma legerjesztődés a neutron emisszió mellett elhanyagolható (ez a számítások szerint  $\sigma(n, 2n)$  telítési tartományában várható [120]), akkor a  $B_n$  alatti szintekhez vezető  $(n, n'\gamma)$  folyamatok hatáskeresztmetszetének  $N-Z$  függőnek kell lenni és jelentősen nagyobbak a statisztikus modell alapján vártak. Ezen feltevés mellett szólnak a rugalmatlan neutron szórás kísérletek eredményei. Pl. a  $^{56}\text{Fe}$  [121] és a  $^{232}\text{Th}$  [122] első  $2^+$  állapotához tartozó  $\sigma(n, n')$  érték 15 MeV körüli bombázó energiánál is igen jelentős. Méréseink szerint [109]  $E_n = 15,0$  MeV-nél a  $^{204}\text{Pb}(n, 2n)^{203}\text{Pb}$



és a  $^{204}\text{Pb}(n, n')^{204}\text{Pb}^m$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonya 21, míg a statisztikus modell alapján számított viszony  $>300$ . *P. H. Stelson et al.* [123], valamint *S. Pearlstein et al.* [124] mérései szerint alacsonyban fekvő kollektív állapotok gerjesztése még  $E_n > 10$  MeV neutron energiánál is igen jelentős és alig változik a neutron energia növelésével. Ezen állapotoknak megfelelő csúcs szignifikánsan jelentkezik széles tömegszám tartományban a szórt neutronok spektrumában. A kollektív állapotok gerjesztéséhez vezető rugalmatlan szórás hatáskeresztmetszeteket az  $N-Z$  függést tartalmazó *Perey—Buck*- [125] potenciállal sikeresen értelmezték.

A fentiek szerint nagyon valószínű, hogy az  $(n, 2n)$  folyamatok hatáskeresztmetszetének  $N-Z$  függése az alacsonyban fekvő állapotokhoz vezető rugalmatlan szórás folyamatokra vezethető vissza. Fontos lenne annak a kísérleti megvizsgálása, hogy a  $B_n$  fölötti szintekhez vezető  $(n, n')$  folyamatot követő neutron- és gamma-emisszióknak milyen az aránya.

A  $\sigma(n, 2n)$  értékek számítására *Pearlstein* [126] által adott empirikus összefüggés ellenőrzésére több magra meghatároztuk az  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszeteket. A vizsgált magoknál részben a hiányzó adatokat pótoltuk, ( $^{70}\text{Zn}$ ,  $^{204}\text{Pb}$ ,  $^{140}\text{Ce}$ ),



13. ábra

részben a bizonytalan adatoknál végeztünk nagyobb pontosságú mérést. A  $^{140}\text{Ce}(n, 2n)$  és  $^{142}\text{Ce}(n, 2n)$  reakciókban keletkező  $^{139}\text{Ce}$  ill.  $^{141}\text{Ce}$  végmagok aktivitását  $\text{Ge}(\text{Li})$  detektorral [127] mértük, mivel ennél 166 keV és 145 keV gamma-vonalakat kellett elválasztani. Mint a 13. ábrán látható (körök) a gamma-spektrumban megjelent



a keresett két csúcs. Az  $^{169}\text{Yb}$  izotóppal történt hitelesítés szerint ezek energiája: 144,5 keV és 165 keV [128]. A kísérletileg kapott és a Pearlstein-összefüggés alapján számított értékeket a VIII. táblázatban tüntettük fel. Az adatokból látható, hogy a mért és számított értékek kielégítően egyeznek. A könnyű magoknál Pearlstein összefüggése alul-, míg a nehéz magoknál felül becsüli a hatáskeresztmetszeteket.

#### IV.5. $(n, {}^3\text{He})$ , $(n, {}^3\text{H})$ hatáskeresztmetszetek

Azon feltevés ellenőrzésére, hogy a diffúz magfelületen nukleon csoportok alakulnak ki [46], fontos megvizsgálni az olyan csoportok emissziójának arányát, mint a  ${}^3\text{H}$ ,  ${}^3\text{He}$ . Gyors neutron reakcióknál a direkt ütközések lehetősége miatt az  $(n, {}^3\text{H})$  és  $(n, {}^3\text{He})$  folyamat hatáskeresztmetszetére nagy érték várható. Amennyiben eltekintünk a magfelületen a két részecskére a Coulomb-gát különbözőségétől azt lehet várni, hogy a  $\sigma(n, {}^3\text{H}) \simeq \sigma(n, {}^3\text{He})$ . Az  $(n, t)$  reakciót 14 MeV-nél több esetben kimutatták, míg az  $(n, {}^3\text{He})$  folyamatra csak felső korlátot lehetett találni [74, 130]. Érzékeny mérési körülményeket biztosítva — első lépésként — az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció egzisztenciáját kellett megvizsgálni. A vizsgálatra igen alkalmasnak látszott a  $^{133}\text{Cs}$ , mivel izotópgyakorisága 100%, az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, {}^3\text{He})$  és  $(n, n\alpha)$  reakciók felezési ideje kedvező (12,5 h, 8,05 d és  $1,7 \cdot 10^7$  y), továbbá a keresett jód izotópok rádió-kémiai szétválasztása a targettől stabil izotópcserés módszerrel viszonylag egyszerű.

Spektroszkópiai tisztaságú  $\text{Cs}_2\text{CO}_3$  vizes oldatát sugároztuk be 80 óráig  $\sim 3 \cdot 10^9$  n/cm<sup>2</sup> sec fluxussal. Nagyon vékony AgI réteget vittünk fel nagy tisztaságú ezüst fóliák felületére és ezeket forgattuk egymás után a besugárzott oldatban. Az aktivitás döntő részét az első fólia tartalmazta, a harmadikon semmilyen aktivitás nem lehetett kimutatni. Ezzel kizártuk a Cs izotópoktól eredő szennyeződést, amely más módszereknél adszorpció, vagy inclusio útján lehetségessé válik. A megkötött jód  $\beta$ -aktivitását mértük, belső monitorként a  $^{133}\text{Cs}(n, \alpha)^{130}\text{I}$  reakciót használtuk.

Amint a 14. ábrán látható a  $^{130}\text{J}$  12,5 h felezési idejű aktivitásának lebomlása után 8,4 d felezési időt kaptunk, ami a  $^{133}\text{Cs}(n, {}^3\text{He})^{131}\text{J}$  reakció egzisztenciáját bizonyítja [129].

Figyelembe véve az aktiválással és az aktivitásméréssel kapcsolatos korrekciókat, az  $(n, \alpha)$  és  $(n, {}^3\text{He})$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyára

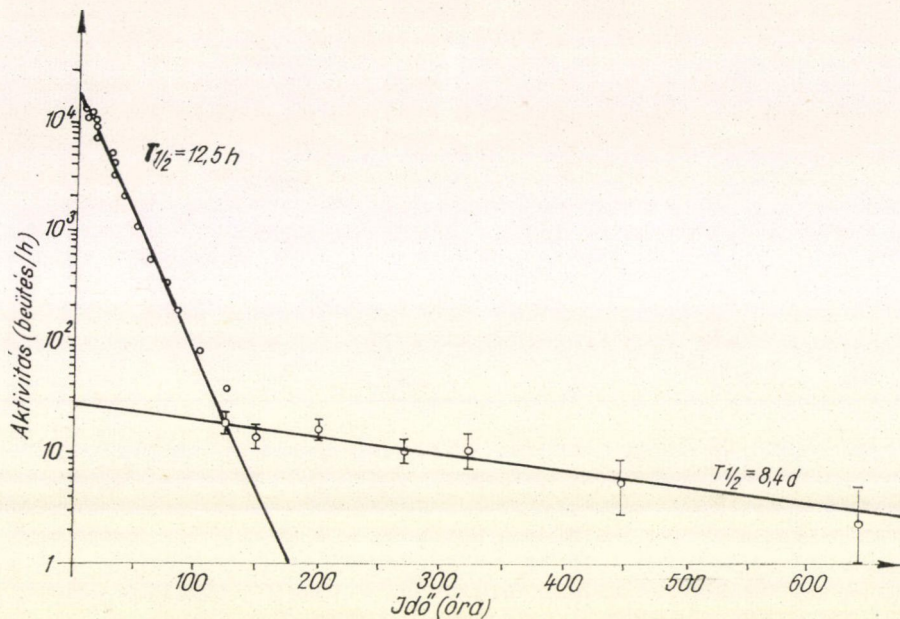
$$\frac{\sigma(n, {}^3\text{He})}{\sigma(n, \alpha)} = (5 \pm 3) \cdot 10^{-3}$$

értéket kaptunk. Elfogadva a  $\sigma(n, \alpha) = 1,0$  mb értéket [131], mérésünkben  $\sigma(n, {}^3\text{He}) = 5 \pm 3 \mu\text{b}$ .

Az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció vizsgálatára igen kedvező tulajdonságokkal rendelkezik a  $^{103}\text{Rh}$  mag is. A  $^{103}\text{Rh}$  magnál a neutronreakciókban keletkező maradék magok kedvező felezési ideje nem teszi szükségessé a radiokémiai szétválasztást. A keresett  $^{101}\text{Tc}$  izotóp felezési ideje 14 perc, a bomlások 91,5%-át 307 keV energiájú gamma-részecske emissziója követi, ami lehetővé teszi a gamma-spektrometriai mérést. A hatáskeresztmetszet meghatározásához belső monitorként jól alkalmazható a  $^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^m$  reakció.



Fém ródiumot polietilén tartóba zárva 25 percig  $\sim 5 \cdot 10^9$  neutron  $\cdot$  cm $^{-2}$  sec $^{-1}$  átlag fluxussal sugároztunk be. Az aktivitást a 0–1 MeV tartományban szcintillációs gamma-spektrométerrel mértük az idő függvényében. A 270–340 keV tartományban kapott (ezen a helyen várható a  $^{101}\text{Tc}$  bomlásából származó 307 keV energiájú gamma-részecske fotocsúcsa) bomlásgörbét analizálva (15. ábra) 210 d,



14. ábra

15,5 min és 4,5 min felezési időket kaptunk. A gamma-spektrum más tartományában a 15,5 min felezési idejű aktivitást nem lehetett a háttérből kiemelni. A 300 keV körül megjelenő  $15,5 \pm 1,5$  min felezési idejű gamma-aktivitást a  $^{103}\text{Rh}(n, ^3\text{He})^{101}\text{Tc}$  reakció létrejöttét igazolja [147]. A 210 d és 4,5 min felezési idejű aktivitások a  $^{103}\text{Rh}(n, 2n)^{102}\text{Rh}$  ill.  $^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^m$  reakciótól erednek. A hatáskeresztmetszet meghatározásához belső monitorként a  $^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^m$  reakciót használtuk. A  $^{104}\text{Rh}^m$  4,5 min felezési idővel a  $^{104}\text{Rh}$  alapállapotába bomlik. Az alapállapotból történő bomlásoknál 1,8%-ban 556 keV energiájú gamma-részecskét kapunk, amely belső monitorként jól alkalmazható.

A hatáskeresztmetszet viszonyra a következő értéket kaptuk:

$$\frac{\sigma[^{103}\text{Rh}(n, ^3\text{He})^{101}\text{Tc}]}{\sigma[^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^m]} = 3,8 \cdot 10^{-4}$$

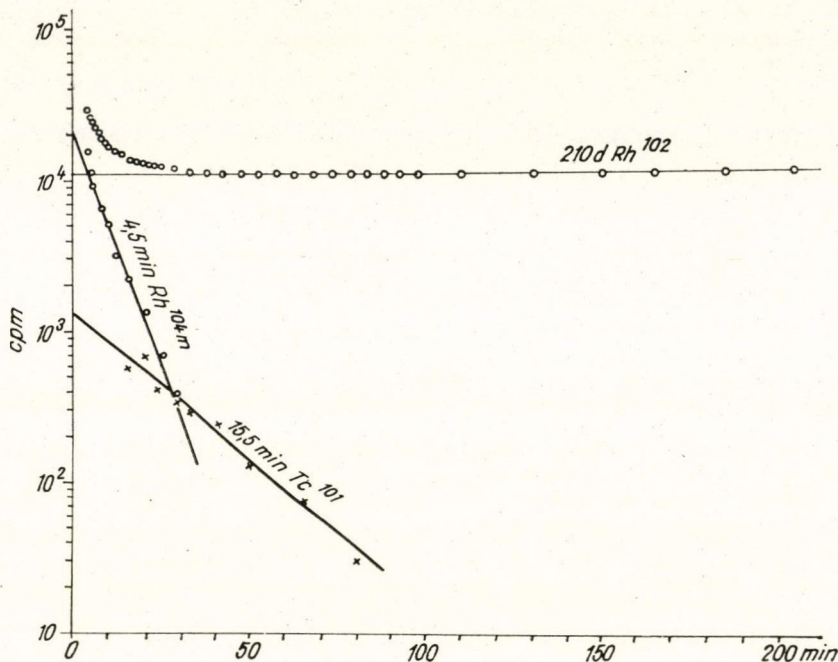
Elfogadva a  $^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^m$  és a  $^{103}\text{Rh}(n, \alpha)^{100}\text{Tc}$  reakciók abszolút hatáskeresztmetszetére kapott korábbi eredményeinket:  $\sigma(n, \gamma) = 3,2$  mb ill.  $\sigma(n, \alpha) = 11$  mb [96],



mérésünkből az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció hatáskeresztmetszetére, valamint az  $(n, {}^3\text{He})$  és  $(n, \alpha)$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyára az alábbi értékeket kaptuk:

$$\sigma(n, {}^3\text{He}) = (1,2_{-0,6}^{+1,0}) \mu\text{b}$$

$$\frac{\sigma(n, {}^3\text{He})}{\sigma(n, \alpha)} = (1,1_{-0,6}^{+1,0}) \cdot 10^{-4}$$



15. ábra

Az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció mechanizmusának tisztázása az abszolút hatáskeresztmetszet kis értéke miatt a nehezebb magoknál jelenleg csak a számított és mért hatáskeresztmetszet adatok összehasonlítása alapján remélhető. Ezért a  ${}^{103}\text{Rh}$  magnál a statisztikus modell alapján kiszámítottuk az  $(n, \alpha)$ ,  $(n, {}^3\text{He})$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyát 14,7 MeV neutronenergiára. A hatáskeresztmetszet viszony számítása a (3), (4), (7) összefüggések felhasználásával történt. Az inverz hatáskeresztmetszetet az [1] szerint számítottuk. A mag sugarára  $R = 1,5 A^{1/3} f$  értéket vettünk. Az inverz hatáskeresztmetszet kiszámításánál a  ${}^3\text{He}$  és az alfa-részecske között nem tettünk különbséget. A nívósűrűség energiafüggésére a (8) összefüggést használtuk, az „ $a$ ” paraméter értékét az  $a = 0,115 A$  alapján számítottuk. Az integrál kiszámításánál alsó határnak azt az energiát vettük, amely fölött a második részecske emissziója tiltott. Ugyanis kísérletileg a  $\sigma(n, {}^3\text{He})/\sigma(n, \alpha)$  viszonyt határoztuk meg, amely nem tartalmazza az  $(n, n'\alpha)$  és  $(n, n'{}^3\text{He})$  folyamatokat. A  $Q$  értéket a Kunz et al. [94] táblázat alapján számítottuk;  $Q(n, \alpha) = 3,94$  MeV és  $Q(n, {}^3\text{He}) = -7,85$  MeV.



A hatáskeresztmetszet viszonyra számítás útján

$$\frac{\sigma(n, {}^3\text{He})}{\sigma(n, \alpha)} = \frac{\Gamma_{{}^3\text{He}}}{\Gamma_{\alpha}} = 1,5 \cdot 10^{-9}$$

értéket kaptuk, amely 5 nagyságrenddel kisebb a mértnél. Az elméletileg kapott kis értéket az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció nagy negatív  $Q$  értéke okozza, az inverz hatáskeresztmetszeten és a nívósűrűségen keresztül. Az  $(n, \alpha)$  reakciónál a mért és a statisztikus modell alapján számított hatáskeresztmetszet értékek  $A \sim 100$  esetén azonos nagyságrendbe esnek. Ezért az általunk mért és számított hatáskeresztmetszet viszonyokban tapasztalt nagy különbség döntően az  $(n, {}^3\text{He})$  reakciótól származhat. Ez azt jelenti, hogy az  $(n, {}^3\text{He})$  reakció hatáskeresztmetszete több nagyságrenddel nagyobb, mint amit a statisztikus modell alapján várnánk.

Az  $N > 82$  magoknál a  $\sigma(n, \alpha)$  mért értéke sok esetben szintén több nagyságrenddel nagyobb a statisztikus modell alapján számítottnál. Az energiaspektrumra és a szögeloszlásra vonatkozó mérések szerint az alfa-emisszióban a direkt effektusoknak döntő szerepük van. Ez alátámasztja azt a megállapítást, hogy a direkt reakciók felléptekor a hatáskeresztmetszet értéke nagy. A fentiek szerint feltehető, hogy az  $(n, {}^3\text{He})$  reakciónál tapasztalt nagy hatáskeresztmetszet értéket szintén a direkt effektusok okozzák. Sajnos ennek ellenőrzése a  ${}^3\text{He}$  energiaspektrumának és szögeloszlásának mérésével a  $\sigma(n, {}^3\text{He})$  kis értéke miatt a jelenlegi technikával reménytelen.

A  $\sigma(n, {}^3\text{He})/\sigma(n, \alpha)$  viszony méréséhez hasonlóan, célszerűnek látszott megvizsgálni a  $p$  és  ${}^3\text{H}$  emissziójának arányát és összehasonlítani a statisztikus modell alapján várttal. Úgyszintén fontos az  $(n, {}^3\text{H})$  reakció abszolút hatáskeresztmetszetének mérése a közepes és nehéz magoknál az  $(n, {}^3\text{He})$  folyamattal történő összehasonlítás végett. Ezért megvizsgáltuk a  ${}^{64}\text{Zn}(n, t){}^{62}\text{Cu}$  reakció hatáskeresztmetszetét, melyre korábban csak egy felső korlát található. A folyamat észlelése a  $\text{Cu}-\text{Zn}$  radiokémiai szétválasztása-, továbbá gamma-gamma koincidencia módszer alkalmazása nélkül reménytelen a Zn izotópokon létrejövő reakciók zavaró hatása miatt. A kémiai szétválasztás a Zn és Cu szulfidok jelentősen különböző oldhatóságán alapult. A neutronaktivált cink-acetát oldatot  $\text{CuS}$ -tal impregnált szűrőpapíron szűrjük át. A Cu izotópok kb. 75%-a a szűrőpapíron maradt. A bomlásgörbét a pozitron szétsugárzásból eredő 0,51 MeV gamma-részecskék koincidenzában történő detektálásával vettük fel. A bomlásgörbe analíziséből 10 min és 12,8 óra felezési időket kaptunk, amely megfelel a  ${}^{62}\text{Zn}(n, p)$  és  ${}^{64}\text{Zn}(n, t)$  reakciókban keletkező  ${}^{62}\text{Cu}$  ill.  ${}^{64}\text{Cu}$  izotópoknak [148], a  ${}^{62}\text{Zn}(n, p)$  reakciót belső monitorként használtuk. A két reakció hatáskeresztmetszet viszonyára

$$\frac{\sigma(n, t)}{\sigma(n, p)} = 8,57 \cdot 10^{-4}$$

értéket kaptunk. Felhasználva a  $\sigma(n, p) = 175$  mb értéket [132], a mért viszonyból:  $\sigma(n, t) = 150 \pm 10 \mu\text{b}$ .

Megvizsgáltuk továbbá a  ${}^{141}\text{Pr}(n, p){}^{141}\text{Ce}$  és  ${}^{141}\text{Pr}(n, t){}^{139}\text{Ce}$  reakciók hatáskeresztmetszetét  $\text{Ge}(\text{Li})$  spektrométer alkalmazásával. Mint a 13. ábrán látható a  ${}^{139}\text{Ce}$  izotóp 166 keV-os gamma-vonalát a  ${}^{141}\text{Ce}$  mellett (pontok) nem lehetett a háttérből kiemelni és így a hatáskeresztmetszetre csak felső korlátot ( $< 210 \mu\text{b}$ ) lehetett megadni [128].



A  $^{64}\text{Zn}(n, p)$ ,  $^{64}\text{Zn}(n, t)$  reakciók hatáskeresztmetszet viszonyát kiszámoltuk a statisztikus modell alapján. A számítást a (3), (4), (7), (8) összefüggések felhasználásával végeztük. A magrádiuszra  $R_p = 1,5A^{1/3}f$ ,  $R_t = (1,5A^{1/3} + 1,21)f$  értékeket vettünk. Az inverz hatáskeresztmetszetet az [1] szerint számítottuk. Mivel a mért  $\sigma(n, t)/\sigma(n, p)$  viszony az  $(n, np)$  és  $(n, nt)$  folyamatokat nem tartalmazza, ezért a számított spektrumot azon tartomány fölött integráltuk, amelyben második részecske emissziója energetikailag tiltott. A hatáskeresztmetszet viszonyra számítás útján

$$\frac{\sigma(n, t)}{\sigma(n, p)} = 6,5 \cdot 10^{-5}$$

értéket kaptunk, amely egy nagyságrenddel kisebb a mértnél. Az aktivációs módszerrel mért hatáskeresztmetszet értékek a compound és direkt folyamatok összege. *Brown és Muirhead* [133] kiszámították az  $(n, p)$  hatáskeresztmetszetet a  $^{64}\text{Zn}(n, p)^{64}\text{Cu}$  reakcióra 14,7 MeV-nél. A következő értékeket kapták:  $\sigma(n, p)(\text{comp}) = 110 \text{ mb}$ ;  $\sigma(n, p)(\text{dir}) = 45 \text{ mb}$ . Az elméletileg kapott hatáskeresztmetszet értékek összege, jól egyezik a 175 mb kísérletivel [132]. Elfogadva a  $\sigma(n, p)(\text{comp}) = 110 \text{ mb}$  értéket, az általunk számított viszonyból a  $\sigma(n, t)(\text{comp}) = 7 \mu\text{b}$ . Ez azt jelenti, hogy a  $^{64}\text{Zn}(n, t)$  reakció hatáskeresztmetszete jelentősen nagyobb, mint amit a statisztikus modell alapján várnánk. Az eltérést a mért és a számított értékek között döntően az  $(n, t)$  reakció relatíve nagy hatáskeresztmetszete okozza. Hasonlóan az  $(n, ^3\text{He})$  folyamatokhoz feltehető, hogy az  $(n, t)$  reakcióknál is a direkt mechanizmusnak fontos szerepe van

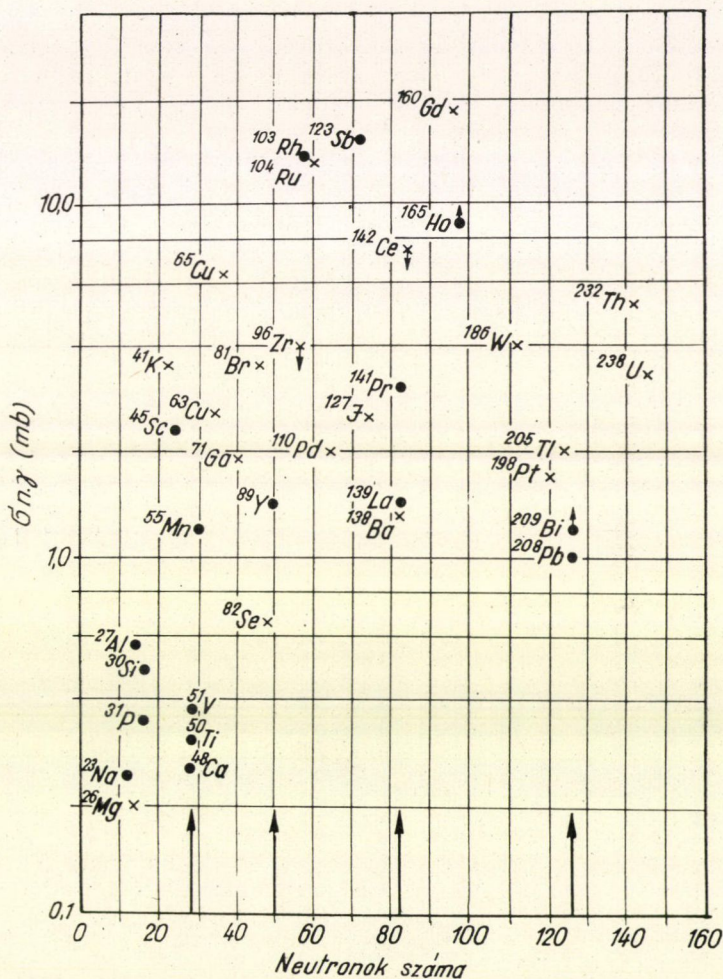
#### IV.6. $(n, \gamma)$ hatáskeresztmetszetek

Az  $(n, \gamma)$  reakciók hatáskeresztmetszetére nagyon kevés kísérleti adat található 10 MeV fölötti tartományban. Néhány befogási keresztmetszet adatot *Perkin et al.* [68] mért 14,5 MeV-os neutronokra aktivációs módszerrel. A statisztikus modell alapján számított  $\sigma(n, \gamma)$  értékek a könnyű magoknál ( $A < 50$ ) nagyságrendben megegyeznek a mérttel. A tömegszám növelésével a mért értékek egyre nagyobbak a számítottnál és az  $A \sim 240$  esetén az eltérés 5 nagyságrend [134]. *Lane* [135] a 14 MeV neutron befogást, mint direkt befogási folyamatot írta le, feltételezve, hogy a beeső neutron a mag komplex potenciál terében mozogva, annak egy betöltetlen nukleon állapotába fogódik be. Ezzel a modellel nagyságrendi egyezést kaptak a hatáskeresztmetszetre a nehéz magoknál is. Egy pontosabb számítás a  $(p, \gamma)$  reakciók esetén 20 MeV alatt egy nagyságrenddel kisebb értéket adott a hatáskeresztmetszetre. *Daly et al.* [136] megállapították, hogy a direkt befogási modell sem a nagyságot, sem az észlelt rezonancia formát [137] nem tudja visszaadni a  $(p, \gamma)$  gerjesztési függvényeknél 10 és 20 MeV között. *Brown* [138] és *Clement et al.* [139] kidolgozták a „fél-direkt” vagy „kollektív befogási” modellt a befogási hatáskeresztmetszet leírására 20 MeV alatt. Ebben a modellben a mag és a neutron kölcsönhatásaként egy intermedier állapot jön létre, amelyben a neutron kötött állapotban van, míg a magnak az óriás dipól állapota gerjesztődik. Ezen kollektív befogási modell a hatáskeresztmetszetet 15 MeV bombázó energia körül közel egy nagyságrenddel megnöveli, ugyanakkor más mechanizmusok szerepe sem hanyagolható el.

Az  $(n, \gamma)$  reakciók gerjesztési függvénye 10 MeV fölött egyáltalán nem ismert. A  $^{51}\text{V}$ ,  $^{52}\text{Cr}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ , és  $^{59}\text{Co}$  magoknál a 14 MeV neutron befogást követő gamma



spektrum mérésével *Cvelbar* et al. [140] alátámasztották a kollektív befogási modellt. *Gutfreund* és *Rakavy* [141] tanulmányozták a direkt befogási modellt és kipróbálták a különböző paraméterek hatását. Vizsgálataik szerint 20 MeV bombázó energia alatt az eredmények nagyon érzékenyek az optikai potenciál paraméterek változására. A mért  $(p, \gamma)$  hatáskeresztmetszetek formáját és nagyságát csak az elasztikus szórásokkal ellentétben álló paraméterekkel lehetett reprodukálni. Az  $(n, \gamma)$  befogási hatáskeresztmetszeteket  $^{90}\text{Zr}$  és  $^{208}\text{Pb}$  esetén szintén kiszámolták,



16. ábra

feltéve, hogy az energiafüggés a  $(p, \gamma)$  reakcióhoz hasonló. *Naguib* és *Lukyanov* [142] a közbenső mag modell alapján végeztek számításokat az  $(n, \gamma)$  reakciókra a  $^{51}\text{V}$ ,  $^{55}\text{Mn}$ ,  $^{63}\text{Cu}$ ,  $^{65}\text{Cu}$  és  $^{127}\text{J}$  magoknál a  $0,1 \leq E_n \leq 14$  MeV tartományra. Az



$E_n = 14,5$  MeV-nél és 4 MeV alatt található kísérleti adatokkal jó egyezést kaptak. A statisztikus modell alapján *Zakharova* és *Malyshev* [143] kiszámították a  $\sigma(n, \gamma)$  értékeket a  $^{127}\text{J}$  magnál 0,001–14 MeV tartományra. A  $\sigma(n, \gamma)$  számított értékei 14 MeV-nél három nagyságrenddel kisebbek, mint a kísérletileg nyertek.

Az elmondottakból kitűnik, hogy több kísérleti adat szükséges a befogási mechanizmus megértéséhez.

A 14,7 MeV-nél általunk mért hatáskeresztmetszet adatokat [63] a IX. táblázatban tüntettük fel. Az egyezés *Perkin et al.* [68] adataival a  $^{50}\text{Ti}$ ,  $^{89}\text{Y}$ , és  $^{208}\text{Pb}$  kivételével kielégítő. Korábban nincs adat a  $^{31}\text{P}$ ,  $^{48}\text{Ca}$ ,  $^{45}\text{Sc}$ ,  $^{51}\text{V}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ , és  $^{123}\text{Sb}$  magokra. Mérési eredményeinket — kiegészítve *Perkin et al.* [68] adataival — az  $N$  neutronszám függvényében a 16. ábrán tüntettük fel. A  $\sigma(n, \gamma)$   $N$  függése hasonló tendenciát mutat, mint amit 1 MeV-nél találtak [144]. Az  $N$  növelésével a  $\sigma(n, \gamma)$  növekszik és elér egy maximumot  $N \approx 60$ -nál. A mágikus neutronszámoknál, különösen  $N = 28$ -nál, a hatáskeresztmetszetek jelentősen kisebbek a szomszédos magokhoz viszonyítva. A minimum helyek egzisztenciájának megerősítésére méréseket végeztünk több nem mágikus  $N$  esetén is, sajnos az  $(n, 2n)$  reakció zavaró jelenléte miatt ezeket nem lehetett kiértékelni.

A 15 MeV-nél kapott hatáskeresztmetszetek növekvő tendenciája  $N = 82$  esetén a Ba, La, Pr és  $N = 126$ -nál a Pb, Bi magokra, hasonló mint amit 1 MeV-nél találtak [144]. Ez azt jelenti, hogy az  $(n, \gamma)$  hatáskeresztmetszetekben 1 MeV-nél észlelt tendencia érvényes marad magasabb neutron energiáknál is és független a lehetséges reakció csatornák számától.

IX. TÁBLÁZAT

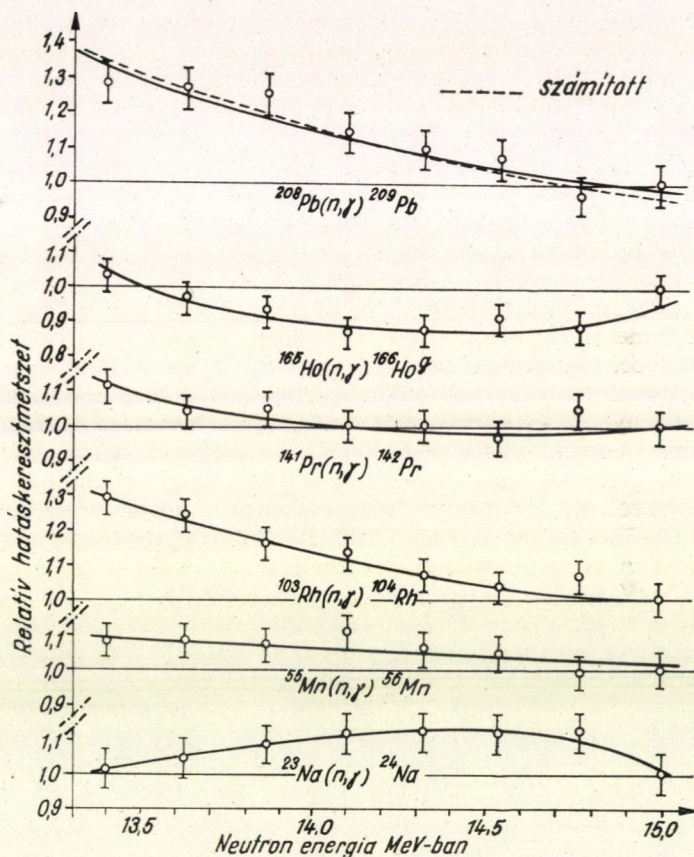
Target	Reakció	N	$\sigma$ (mb)		Monitor <sup>a)</sup> reakció	Észlelt részecske
			jelen munka	Perkin et al. [68]		
Na	$^{23}\text{Na}(n, \gamma)^{24}\text{Na}$	12	$0,24 \pm 0,06$	$0,33 \pm 0,03$	$\alpha$	$\beta$
Al	$^{27}\text{Al}(n, \gamma)^{28}\text{Al}$	14	$0,56 \pm 0,10$	$0,53 \pm 0,13$	$p$	$\beta$
P	$^{31}\text{P}(n, \gamma)^{32}\text{P}$	16	$0,34 \pm 0,10$	—	$\alpha$	$\beta$
SiO <sub>2</sub>	$^{30}\text{Si}(n, \gamma)^{31}\text{Si}$	16	$0,48 \pm 0,05$	$0,49 \pm 0,05$	$\alpha$	$\beta$
Sc	$^{45}\text{Sc}(n, \gamma)^{46}\text{Sc}$	24	$2,3 \pm 0,7$	—	$p$	$\gamma$ (887 keV)
CaCO <sub>3</sub>	$^{48}\text{Ca}(n, \gamma)^{49}\text{Ca}$	28	$0,26 \pm 0,08$	—	$p$	$\beta$
Ti	$^{50}\text{Ti}(n, \gamma)^{51}\text{Ti}$	28	$0,30 \pm 0,10$	$3,5 \pm 1,0$	$\alpha$	$\gamma$ (320 keV)
V	$^{51}\text{V}(n, \gamma)^{52}\text{V}$	28	$0,37 \pm 0,06$	—	$\alpha$	$\gamma$ (1430 keV)
MnO <sub>2</sub>	$^{55}\text{Mn}(n, \gamma)^{56}\text{Mn}$	30	$1,2 \pm 0,2$	$0,76 \pm 0,08$	$p$	$\gamma$ (845 keV)
Y <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{89}\text{Y}(n, \gamma)^{90}\text{Y}$	50	$1,4 \pm 0,3$	$2,9 \pm 0,3$	$\alpha$	$\beta$
Rh	$^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}$	58	$13,8 \pm 2,8$	—	$p$	$\beta$
Sb	$^{123}\text{Sb}(n, \gamma)^{124}\text{Sb}$	72	$15,4 \pm 3,0$	—	$2n$	$\gamma$ (603 keV)
La <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{139}\text{La}(n, \gamma)^{140}\text{La}$	82	$1,4 \pm 0,3$	$1,48 \pm 0,15$	$\alpha$	$\beta$
Pr <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	$^{141}\text{Pr}(n, \gamma)^{142}\text{Pr}$	82	$3,0 \pm 0,3$	$3,3 \pm 0,3$	$\alpha$	$\beta$
Ho	$^{165}\text{Ho}(n, \gamma)^{166}\text{Ho}^g$	98	$8,8 \pm 0,6$	$\approx 9,45$	$\alpha$	$\beta$
Bi	$^{209}\text{Bi}(n, \gamma)^{210}\text{Bi}^m$	126	$1,2 \pm 0,2$	$1,45 \pm 0,17$	$\alpha$	$\beta$
Pb	$^{208}\text{Pb}(n, \gamma)^{209}\text{Pb}$	126	$1,0 \pm 0,2$	$3,05 \pm 0,45$	$\alpha$	$\beta$

a) Az  $\alpha$ ,  $p$  és  $2n$  megfelel az  $^{27}\text{Al}(n, \alpha)^{24}\text{Na}$ ,  $^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$  és  $^{63}\text{Cu}(n, 2n)^{62}\text{Cu}$  reakcióknak.

A  $\sigma(n, \gamma)$  értékeket az  $E_n$  függvényében,  $E_n = 13,4$ – $15,0$  MeV tartományban a 17. ábrán tüntettük fel. A sugárzásos befogási hatáskeresztmetszetek csökkennek az  $E_n$  növelésével a vizsgált magoknál, kivéve a  $^{23}\text{Na}$  és  $^{165}\text{Ho}$  magokat. Az



$^{208}\text{Pb}$  esetén (17. ábra) a hatáskeresztmetszet relatív változása igen jól megegyezik a Gutfreund és Rakavy [141] által számítottal (17. ábra, szaggatott vonal). Ez az  $(n, \gamma)$  folyamatban hasonló rezonancia jelenlétére utal, mint ami a  $(p, \gamma)$  hozamgörbékben található. A rezonancia jelenléte mellett szól az is, hogy a  $^{23}\text{Na}$  és  $^{208}\text{Pb}$  esetén 1–5 MeV tartományban a  $\sigma(n, \gamma)$  csökken [145], ugyanakkor az értéke jelentősen kisebb, mint amit 14 MeV-nél találtak.



17. ábra

Az izomer hatáskeresztmetszet viszonyt a  $^{103}\text{Rh}(n, \gamma)^{104}\text{Rh}^{\text{g.m}}$  reakciónál konstansnak találtuk az  $E_n = 13,4\text{--}15$  MeV tartományban. A kísérleti  $\sigma_{\text{g}}/\sigma_{\text{m}} = 3,3 \pm 0,3$  értéket a Huizenga—Vandenbosch [146] módszer alkalmazásával összehasonlítottuk a számítottal. A számítást egy korábbi dolgozatban [62] közölt eljárással végeztük,  $\nu = 3\text{--}8$  értékeket választva a  $\gamma$ -multiplicitásra. A mért és számított izomer hatáskeresztmetszet viszonyból a spin cutoff paraméterre  $\sigma = 2,1 \pm 0,4$  értéket kaptuk, míg  $\nu = 6$  vagy 7.



### V. A hatáskeresztmetszet fluktuációjának vizsgálata

Korábbi vizsgálataink során az izomer hatáskeresztmetszet viszony energiafüggésében a  $^{81}\text{Br}(n, 2n)^{80}\text{Br}^{80m}$  reakciónál fluktuációt észleltünk [149]. A vizsgálatot, 80 keV deuteron energiát választva, a  $D+T$  reakcióban keletkező neutronokkal végeztük el. A neutronok energiáját a kilépés szögével változtattuk  $13,56 \leq E_n \leq 14,71$  MeV energiatarományban. A vizsgálat legfontosabb eredményének az tekinthető, hogy a totális  $(n, 2n)$  hatáskeresztmetszetben kimutatható volt a fluktuáció. A későbbi vizsgálatok eredményeinket megerősítették [150, 151]. A kapott eredmény alapján részletesebb vizsgálatot kezdtünk  $(n, 2n)$  reakcióknál az említett energiatarományban, a hatáskeresztmetszet fluktuációjának tanulmányozására. A besugárzandó mintákat vékony drót formájában a 10. ábrán látható geometriai elrendezésben helyeztük el. Az azonos tömegű mintákat azonos geometriában szimultán sugároztuk be, és relatív mérést végeztünk, így a mérés hibáját döntően a statisztikus hiba adta. A neutronok energiaszórását a deuteronok targetbeni fékeződése határozta meg. A gerjesztési függvény felvétele 50 keV lépésekben történt. A besugárzott mintákat egy üreges szcintillációs kristályba helyeztük és az aktivitást gamma-spektrométerrel mértük [152].

Méréseket végeztünk a  $^{14}\text{N}$ ,  $^{19}\text{F}$ ,  $^{58}\text{Ni}$ ,  $^{63}\text{Cu}$ ,  $^{65}\text{Cu}$ ,  $^{92}\text{Mo}$ ,  $^{107}\text{Ag}$ ,  $^{181}\text{Ta}$  magoknál [110]. A nitrogénél  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_4$ -et, a fluornál teflont, míg a többi elemet fém formában sugároztuk be. Minden mintánál 5 független mérősortozatot végeztünk és a hatáskeresztmetszetre ezek átlagát vettük. A feltüntetett hiba a „standard deviatio”. A mérési eredményeket — korrigálva a neutronok laboratóriumi szögeloszlásával — a 18. ábrán tüntettük fel, melynek alapján a következőket lehet megállapítani: A gerjesztési függvényben fluktuációk jelentkeznek, melyek amplitúdója a tömegszám növelésével rohamosan csökken, de teljesen nem tűnik el, még a nehéz magoknál sem. A  $^{181}\text{Ta}$  magnál a fluktuáció szignifikánsabban jelentkezik mint a középnehéz magoknál. A vizsgálat szerint az várható, hogy 20–30 keV energiafelbontás esetén 20–22 MeV gerjesztési energiánál a teljes tömegszám tartományban jelentkezik fluktuáció. A gerjesztési függvények reprodukálhatóságának szemléltetésére a 18. ábrán az  $^{107}\text{Ag}$  két független mérősortozatát tüntettük fel. Jól láthatók a mérési adatok közelítően a hibahatáron belül megegyeznek.

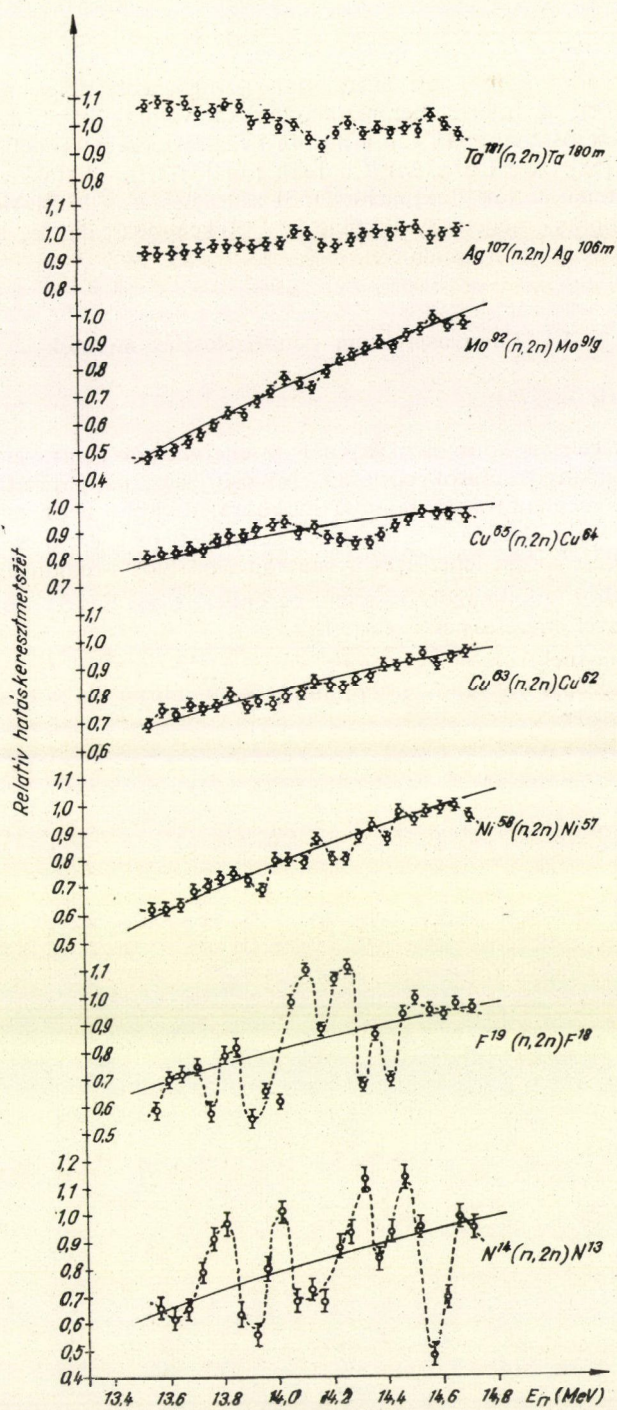
Kiszámítottuk az  $(n, 2n)$  reakció teljes hatáskeresztmetszetének relatív változását a (19) összefüggés felhasználásával. Mint a 18. ábrán látható (sima görbék) a statisztikus modell jól írja le a hatáskeresztmetszet átlag értékének relatív változását. A  $^{181}\text{Ta}$  és  $^{107}\text{Ag}$  magoknál csak az izomer állapot képződését tudtuk mérni, ezért ezekre nem végeztük el a számításokat.

A (33a) autokorrelációs függvényt átirtuk olyan formába, hogy a  $\langle \sigma \rangle$  helyére a (19) egyenlet alapján nyert átlagos hatáskeresztmetszet energiafüggését, az  $S(E)$ -t vettük.

$$C(\varepsilon) = \frac{\langle [\sigma(E+\varepsilon) - S(E+\varepsilon)] [\sigma(E) - S(E)] \rangle}{\sqrt{\langle [\sigma(E+\varepsilon) - S(E+\varepsilon)]^2 \rangle} \sqrt{\langle [\sigma(E) - S(E)]^2 \rangle}} \quad (44)$$

A vizsgált magoknál az autokorrelációs függvény félszélességére  $\Gamma = (60 \pm 30)$  keV értéket kaptunk. E szerint a fluktuációk a nehezebb magoknál nem értelmezhetők az Ericson fluktuációkkal. Az átlagos élettartamra  $1,1 \cdot 10^{-20}$  sec értéket kaptunk. Az  $^{15}\text{N}$  és  $^{20}\text{F}$  magokra kapott  $\Gamma$  értéket figyelembe véve az alacsony tömegszámoknál mások által kapott [33] eredményeket — a mag átlagos nívószélességének [32]





18. ábra



tekinthetjük az adott gerjesztési energiánál. A nehezebb magoknál észlelt fluktuációk feltehetően az intermedier rezonanciákkal vannak kapcsolatban. A fluktuációk szerkezete összhangban van a három kvázirészecskes modell alapján kapott eredményekkel [58]. A  $^{63}\text{Cu}(n, 2n)^{62}\text{Cu}$  reakciónál a teljes hatáskeresztmetszetben mások szintén tapasztaltak fluktuációt [153] a  $16,59 \leq E_n \leq 17,71$  MeV tartományban, 25 keV felbontás mellett. A fluktuációt  $\sim 50$  keV-nek találták, ami egyezésben van az általunk kapott eredménnyel.

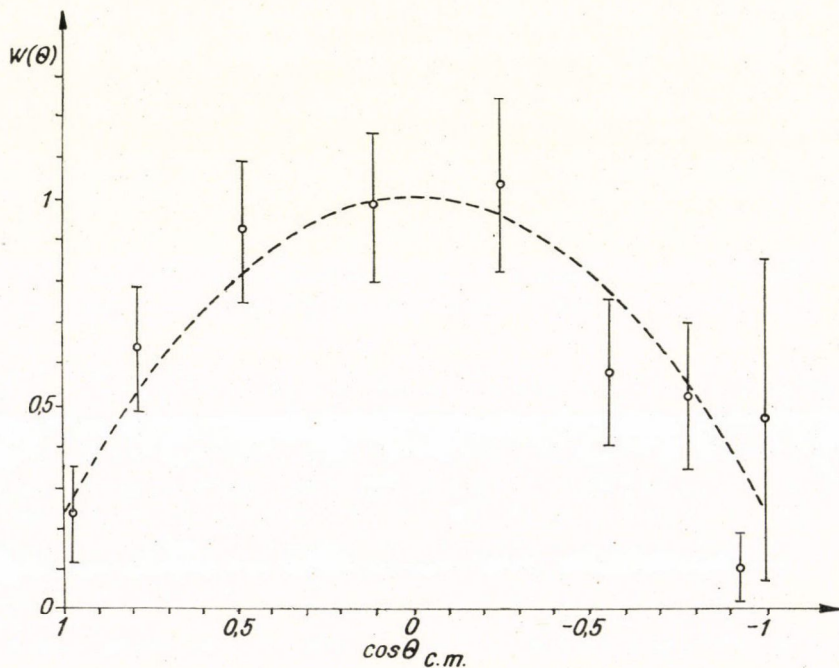
## VI. Energiaspektrum és szögeloszlás mérések

### VI.1. $^{14}\text{N}(n, \alpha)^{11}\text{B}$ reakció

A vizsgálat célja a könnyű magoknál az energiaspektrumra és szögeloszlásra vonatkozó igen hiányos adatok pótlása, a nívósűrűség „ $a$ ” paraméterének és a  $T$  maghőmérséklet meghatározása könnyű magokra, továbbá azon általánosan elfogadott feltevés ellenőrzése, hogy a magasan gerjesztett mag gamma-sugarakkal történő legerjesztődése — ha lehetséges a neutron emisszió — elhanyagolható.

A vizsgálatához alkalmazott kísérleti berendezést és mérési körülményeket a hatáskeresztmetszet méréseknél ismertettük.

A teljes alfa-spektrumot figyelembe véve, a  $^{14}\text{N}(n, \alpha)^{11}\text{B}$  reakciónál a szögeloszlás tömegközépponti rendszerben, mint a 19. ábrán látható, a hibahatáron



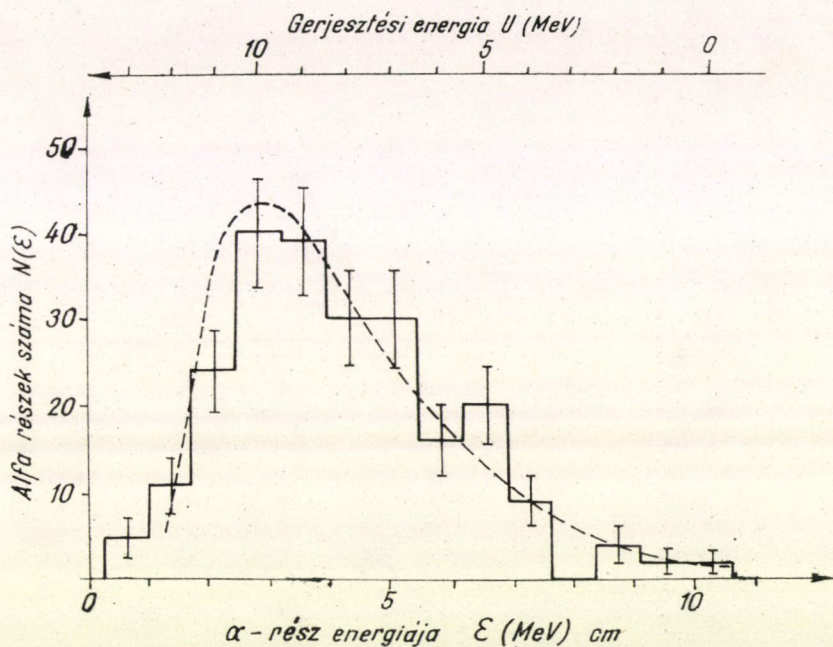
19. ábra



belül  $90^\circ$ -ra szimmetrikus. A kapott szögeloszlás jól közelíthető az alábbi formulával (19. ábra, szaggatott vonal):

$$W(\Theta) = 1 + b \cos^2 \Theta \quad (45)$$

ahol  $b = -0,76 \pm 0,25$  (a legkisebb négyzetek módszerével történt illesztés szerint). A  $90^\circ$ -ra talált maximum azt mutatja, hogy a folyamatban  $\bar{l}$  és  $\bar{l}$  között teljes lekapcsolódás van.



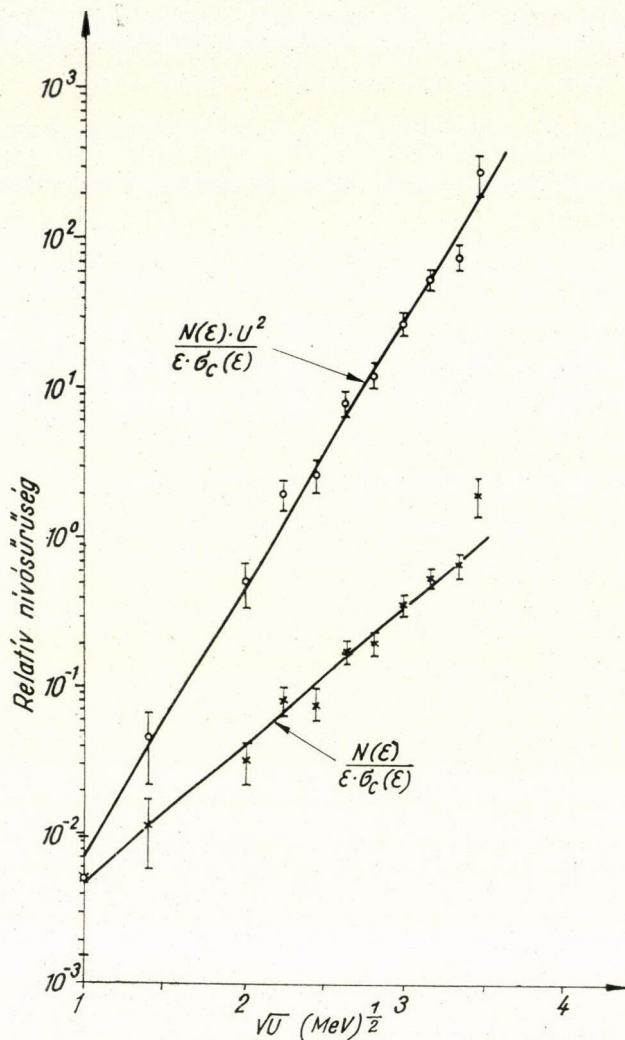
20. ábra

A 20. ábrán tüntettük fel a teljes térszögbe emittált alfa-részek energiaspektrumát c. m. rendszerben. A megadott hibák csak a statisztikus hibát reprezentálják. A spektrum formája a párolgási spektrumhoz hasonló, 3 MeV alfa-energia körüli csúccsal.

A szögeloszlás és az energiaspektrum formája alapján feltételeztük [158], hogy a statisztikus modell alkalmazható a reakció kiértékelésére. Az energiaspektrumot a (14) összefüggés szerint vettük. Mivel  $\sigma(\epsilon)$  értékeire a különböző táblázatokban (lásd I. táblázatot) csak  $Z > 10$  esetén találhatók adatok, azért az esetünkben jól alkalmazható (5) egyszerű analitikus összefüggést használtuk. A számításnál a (7) szerinti effektív gátmagasságot és  $r_0 = 1,7f$  értéket vettük. A nívósűrűség energiaspektrumára a (8,  $n=0,2$ ) közelítő formákat, valamint a konstans hőmérsékletnek megfelelő (12a) alkalmaztuk. A (15,  $n=0,2$ ) összefüggés szerint a redukált spektrumok logaritmusai a  $\sqrt{U}$  függvényében párolgási spektrum esetén egyenest ad. Mint a 21. ábrán látható, az  $^{14}\text{N}(n, \alpha)^{11}\text{B}$  reakciónál a kísérleti pontok jó közelítésben egye-



nesen fekszenek. Az egyenes meredekségéből a nívósűrűség „ $a$ ” paraméterére  $n=2$  szerint  $a = 4,4 \pm 0,2 \text{ MeV}^{-1}$ , míg  $n=0$  szerint  $a = 1,14 \pm 0,05 \text{ MeV}^{-1}$  értéket kaptunk. Az eredményből az látható, hogy alacsony nívósűrűség tartományában az „ $a$ ” paraméterre kapott érték erősen függ a választott nívósűrűség formától.

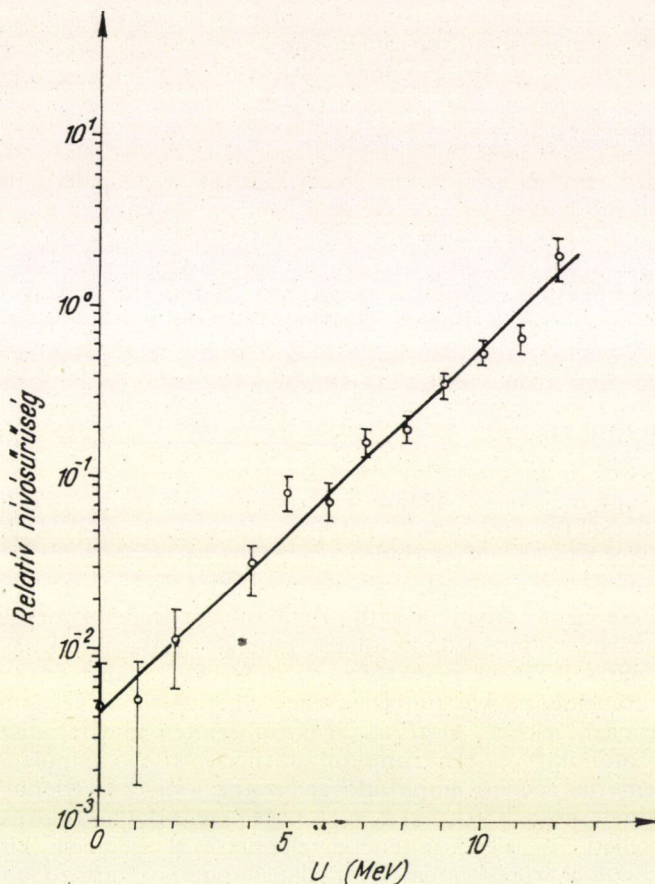


21. ábra

Az  $n=2$  alapján kapott „ $a$ ” érték mutat jobb egyezést a könnyű magoknál más módon meghatározottakkal [154]. A (16) összefüggés esetén az  $U$  függvényében kapunk egyenest. A 22. ábrán látható, hogy a kísérleti pontok a teljes spektrumtartományban jó közelítésben egyenesen fekszenek. Az egyenes meredekségéből a mag-



hőmérsékletre kapott érték  $T = 2,0 \pm 0,1$  MeV. Ezzel a hőmérséklettel a (14) és (12a) összefüggések alapján számított spektrumot a 20. ábrán a szaggatott vonal mutatja. Látható, hogy a konstans hőmérséklet feltételezése jól írja le a spektrumot.



22. ábra

Az alfa-spektrum átlagenergiájához tartozó gerjesztési energiát véve ( $U = 8,6$  MeV) és felhasználva a (15)-ből  $n = 2$  és 0 szerint kísérletileg kapott „ $a$ ” értékeket, a maghőmérséklet a (12)-ből  $T = 2,1$  MeV ill.  $T = 2,7$  MeV. Az adatok azt mutatják, hogy a maghőmérséklet nem érzékeny a nívósűrűség formájának megválasztására. Az átlag gerjesztési energiához tartozó maghőmérséklet  $a = 4,4$  MeV<sup>-1</sup> esetén jól egyezik a konstans hőmérséklet modellből meghatározottal. A maghőmérséklet tömegszám függésében tapasztalt tendenciába [155] jól illeszkedik be az általunk kapott érték. A maghőmérsékletre  $A \leq 20$  esetén korábban nincs mérési adat. A kapott eredmények azt mutatják, hogy az  $^{14}\text{N}(n, \alpha)^{11}\text{B}$  reakciónál az energiaspektrum és a szögeloszlás a statisztikus modellel értelmezhető.



Vizsgálataink során azt tapasztaltuk, hogy az  $(n, p)$  folyamatból származó protonok száma közelítően megegyezik az  $(n, np)$  reakció hozammal abban az energiatartományban, amelyben a második részecske (neutron) emissziója is lehetséges. Ez azt jelenti, hogy a kétrészecske emisszió tartományában a gamma-részecskékkel történő legerjesztődés mint konkurrens folyamat nem hanyagolható el. Az  $(n, np)$  reakció küszöbenergiája alatti tartományban az  $(n, p\gamma)$  ill.  $(n, np)$  folyamattól a protonspektrumban 93 ill. 104 eseményt észleltünk.

## VI.2. Zr( $n, \alpha$ )Sr reakció

A  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{91}\text{Zr}$ , és  $^{92}\text{Zr}$  izotópoknál megvizsgáltuk az alapállapotba történő átmenet differenciális hatáskeresztmetszetét a neutron spektroszkópiai faktoriall történő összehasonlítás végett. A Mo( $n, \alpha$ )Zr reakciónál Cuzzocrea et al. [156] felhasználva az  $S = S_n \cdot S_{2p}$  összefüggést és igen egyszerű héjmodell konfigurációt választva, a mért értékekkel meglepően jó egyezést találtak. Az  $S = S_n \cdot S_{2p}$  összefüggés annak felel meg, hogy a bemenő neutron két protont és egy neutront csíp fel a targetmagból. A végmag alapállapotára történő átmeneteket tekintve az  $S_{2p}$  faktor minden Mo izotópra azonos és így az átmeneti valószínűség az  $S_n$  neutron spektroszkópiai faktoriall arányos. A (38) szerint  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \text{konst} \cdot S_n$  és így  $d\sigma_1 : d\sigma_2 : d\sigma_3 \dots = S_1 : S_2 : S_3 \dots$ . Célszerűnek látszott megvizsgálni, hogy hasonló típusú magoknál ( $N = \text{mágikus vagy mágikus} + \text{néhány neutron}$ ) az egyszerű héjmodell konfiguráció alapján számolt spektroszkópiai faktorok és az intenzitás viszonyok megegyeznek-e.

A kísérletet a zágrábi „Ruder Boskovic” Intézetben végeztük el [159]. A vizsgálathoz dúsított cirkon izotópokat használtunk  $\text{ZrO}_2$  formában. A mérőberendezés elvi felépítése az 5. ábrán látható. Két koincidenzába kapcsolt  $\text{CO}_2$  gázzal 85 Hgmm nyomásra töltött proporcionális számtálót használtunk  $dE/dx$  detektorként. Az energiát ORTEC Si detektorral mértük. Az  $E$  ágban integrál diszkriminátorral — a koincidenzá kör túlterhelésének elkerülésére — levágtuk a  $^{28}\text{Si}(n, \alpha)$  reakciótól származó jeleket. A  $dE/dx$  ágakban szintén integrál diszkriminátorral vágtuk le a protonoktól és elektronoktól származó kisebb impulzusokat. A két-dimenziós (memória nélküli) amplitúdó analízátor jeleit közvetlenül egy kinyomtatóra vittük. Hitelesítésre  $^{28}\text{Si}(n, \alpha)$  ( $E_\alpha = 11,8$  MeV) reakciót használtuk, a Th( $B + C$ ) alfa-vonalai mellett. A teleszkóp energiafelbontásával szembeni követelmény az volt, hogy a Zr( $n, \alpha$ )Sr reakciónál a Sr alapállapotához tartozó alfacsoportot el tudjuk választani az első gerjesztett szintre történő átmenettől. Ez azt jelentette, hogy  $\sim 1$  mg/cm<sup>2</sup> targetvastagságot lehetett használni, melynél az átlagos energia-vesztés  $\sim 100$  keV,  $E \sim 16$  MeV alfa-energiánál. A vizsgált három Zr izotópra vonatkozó adatokat a X. táblázatban tüntettük fel. A méréseket  $0^\circ \pm 25^\circ$ -ban végeztük, feltételezve, hogy a szögeloszlás maximuma minden esetben kis szögeknél van. Ugyanis a  $^{92}\text{Mo}$  esetén  $l=4$ -nél közel azonos energiáknál  $0^\circ$  környékén találtak maximumot [156]. A  $^{90}\text{Zr}$  esetén  $l=4$ , míg  $^{91,92}\text{Zr}$ -nél  $l=2$ . Amint a 23. ábrán feltüntetett spektrumokból látható mindhárom cirkon izotópnál sikerült elválasztani az alfa-csoportot az első gerjesztett szintre történő átmenettől.

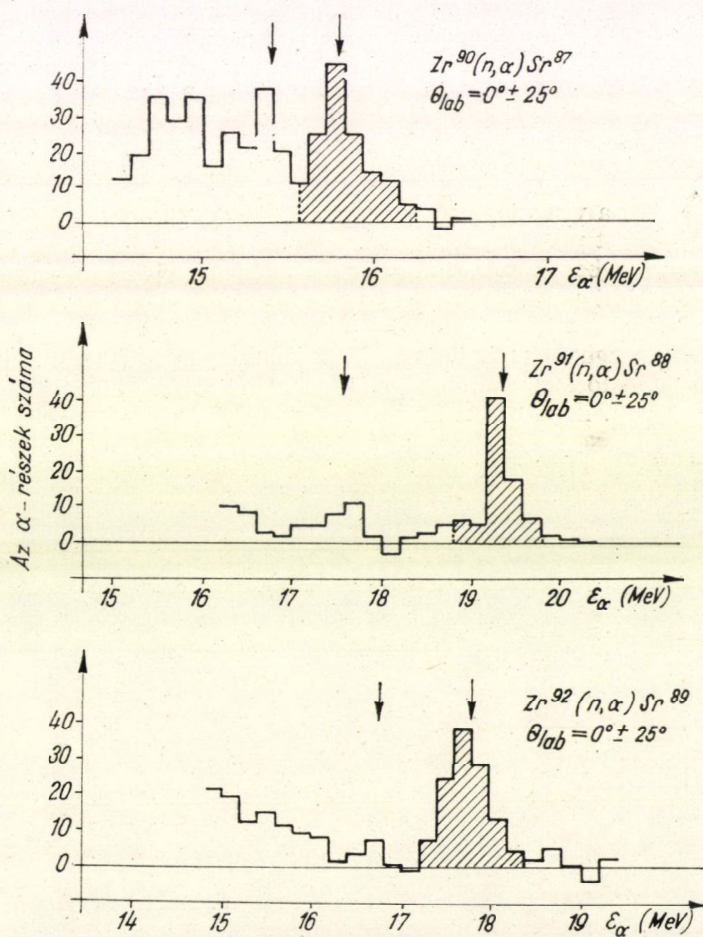
A hatáskeresztmetszet értékeket és az egyszerű héjmodell konfigurációból számolt spektroszkópiai faktorokat a XI. táblázatban tüntettük fel. A neutron spektroszkópiai faktorok kiszámítása a Zr esetén viszonylag egyszerű, mivel a protonok száma 40, míg a neutronok száma 50, 51, 52. A spektroszkópiai faktorok összeg-



## X. TÁBLÁZAT

Target	Izotóp	Targetvast. mg/cm <sup>2</sup>	Sr. első gerj. áll. (MeV)	$\alpha_0$ energia 14,7 MeV-nél
<sup>90</sup> Zr	98,3	0,93	0,39	15,8
<sup>91</sup> Zr	90,9	0,82	1,83	19,4
<sup>92</sup> Zr	95,7	2,24	1,05	17,8

szabályának megfelelően [157] a <sup>90</sup>Zr esetén az  $S_n$  értéke az utolsó héjban levő neutronszámmal egyezik meg. Az utolsó héj  $g_{9/2}$ -es, teljesen betöltött, a neutronok száma 10 és így  $S_n=10$ . A <sup>91</sup>Zr-nél  $N=51$  az utolsó neutron  $d_{5/2}$ -es héjban van, és így a páratlan  $n$ -re vonatkozó összszabály szerint  $S_n=1$ ,  $N=52$ -nél a <sup>92</sup>Zr magnál a



23. ábra



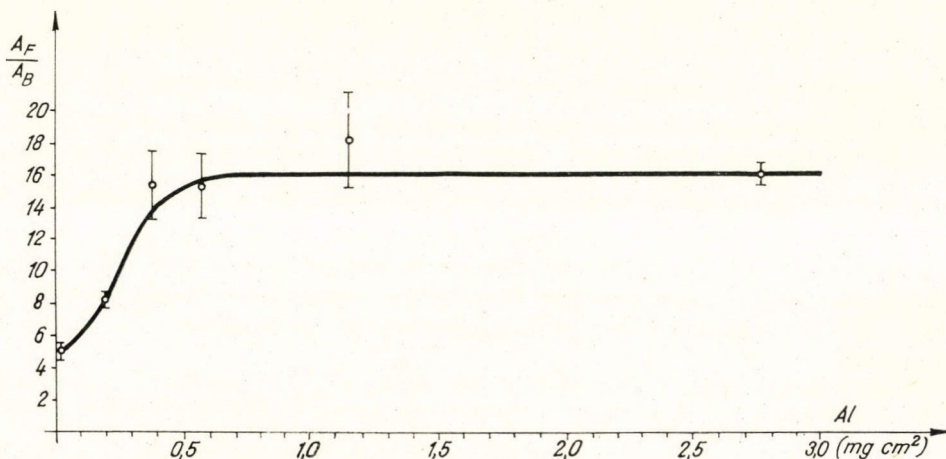
XI. TÁBLÁZAT

Reakció	Átmenet	$S_n$	$\alpha_0$ -csoport relatív int.	$\frac{d\sigma}{d\Omega}$ mb/str
$^{90}\text{Zr}(n, \alpha) ^{87}\text{Sr}$	$\left(\frac{9}{2}\right)_0^{10} \longrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)_{9/2}^9$	10	2,5	$0,50 \pm 15\%$
$^{91}\text{Zr}(n, \alpha) ^{88}\text{Sr}$	$\left(\frac{5}{2}\right)_{5/2}^1 \longrightarrow \left(\frac{9}{2}\right)_0^{10}$	1	1	$0,20 \pm 15\%$
$^{92}\text{Zr}(n, \alpha) ^{89}\text{Sr}$	$\left(\frac{5}{2}\right)_0^2 \longrightarrow \left(\frac{5}{2}\right)_{5/2}^1$	2	1,1	$0,22 \pm 15\%$

$d_{5/2}$  héjban 2 neutron van,  $S_n=2$ . A kapott eredmény azt mutatja, hogy az erős közelítés alapján kapott spektroszkópiai faktorok és a mért relatív intenzitások között — ellentétben Cuzzocrea et al. [156] munkájával — egyáltalán nincs egyezés.

#### VI.3. A visszalökött magok előre-hátra aszimmetriájának vizsgálata

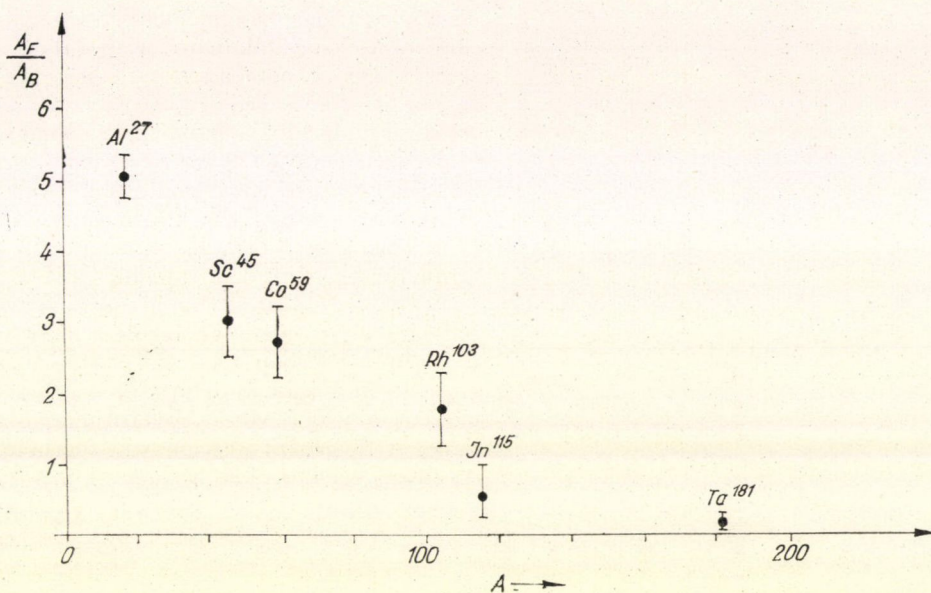
A gyors neutron reakciók vizsgálatára bevezetett magvisszalökési technika [70] lehetővé teszi a visszalökött magok előre-hátra hozamának mérését is. A vizsgálathoz a mintákat polietilén fóliák közé szorítottuk és a 4. ábrán látható elrendezésben sugároztuk be. A neutron irányához viszonyítva az előre (F) és hátra (B) irányban elhelyezett polietilén fóliák a  $0^\circ$ — $\pi/2$  ill.  $\pi/2$ — $\pi$  intervallumban emittált visszalökött magokat fogják fel. A visszalökött magok hozama a fóliák aktivitásának mérésével meghatározható. A target fóliát olyan vékonyra kell választani, hogy elhanyagolható legyen a benne visszamaradó aktív magok száma a kiszakadtakhoz viszonyítva. Ezt a target-fólia és a polietilén fóliák aktivitásának mérésével



24. ábra



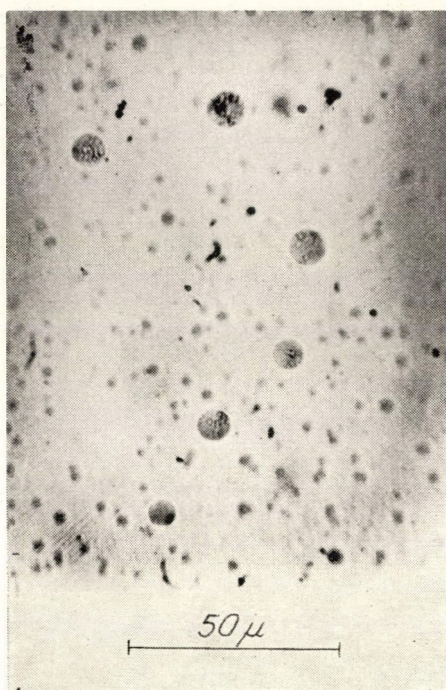
ellenőrizhetjük. A 24. ábrán az  $^{27}\text{Al}(n, \alpha)$  reakcióból származó  $^{24}\text{Na}$  magok előre és hátra fólián levő aktivitásának viszonyát tüntettük fel a target-fólia vastagságának függvényében. A legvékonyabb Al fólia ( $2,3 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) esetén a  $^{24}\text{Na}$  magok kevesebb mint 1%-a maradt az Al fóliában, ami a viszony meghatározásánál elhanyagolható. Az  $A_F/A_B$  viszonyra — extrapolálva a zero vastagságra —  $5,1 \pm 0,3$  értéket kaptunk [160].



25. ábra

A nehezebb magok esetén mások vizsgálatai szerint [162, 163] az  $n, \alpha$  reakciókból túlnyomó részt előre irányba lépnek ki az alfa-részek és az energiaspektrumban csak a nagyenergiák fordulnak elő. Ennek alapján azt lehet várni, hogy az  $A_F/A_B$  viszony a nehezebb magoknál a zéróhoz tart. Izotróp vagy  $90^\circ$ -ra szimmetrikus szögeloszlás esetén a laboratóriumi rendszerben mért  $A_F/A_B$  viszony a tömegszám növelésével 1-hez tartana. A technikai nehézségek miatt  $120^\circ$  fölött nem végeztek mérést és így nincs kizárva a szimmetria lehetősége  $90^\circ$ -ra, csak az  $\bar{I}$  és  $\bar{l}$  igen gyenge lekapcsolódása miatt a  $0^\circ$  és  $180^\circ$  irányok vannak kitüntetve. A kérdés az előre-hátra viszony méréssel eldönthető. A nagy alfa-energiák és a szögeloszlás  $0^\circ$  ill.  $180^\circ$  iránybani kitüntetettsége miatt a laboratóriumi rendszerben mért előre-hátra viszony megegyezik a tömegközépponti viszonytal. Az előre-hátra viszony mérést az alumíniumon kívül a  $^{45}\text{Sc}$ ,  $^{59}\text{Co}$ ,  $^{103}\text{Rh}$ ,  $^{115}\text{In}$  és  $^{181}\text{Ta}$  magoknál is elvégeztük [85, 161]. Az  $^{115}\text{In}$  és  $^{181}\text{Ta}$  magoknál mint a 25. ábrán látható a várakozásnak megfelelően  $A_F \ll A_B$  értéket kaptunk. Az előre irányban levő fólián is észlelt kis aktivitás viszont azt bizonyítja, hogy hátra irányban is emittálódnak alfa-részek, de jelentősen kisebb hozammal, mint előre.



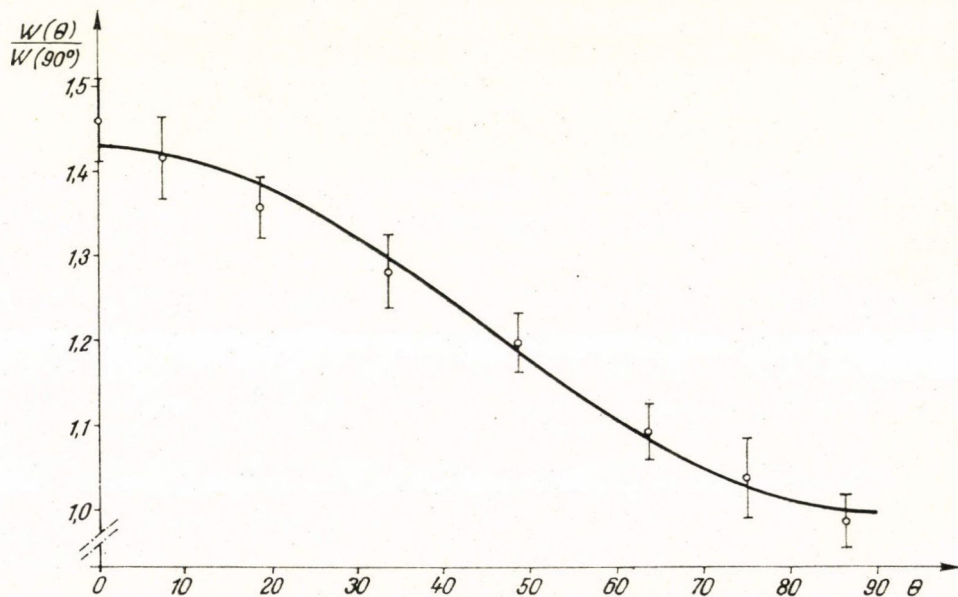


26. ábra

#### VI.4. Az $^{238}\text{U}$ hasadásának vizsgálata

Az utóbbi években kifejlesztett szilárd-test nyomdetektorok [78] kedvező tulajdonságokkal rendelkeznek a maghasadás tanulmányozásánál. A neutronokkal kiváltott hasadás szögeloszlását 7 MeV alatt részletesen vizsgálták [164]. Az  $^{238}\text{U}$  hasadásából származó fragmentek szögeloszlására 14 MeV-nél található mérés [165], a szerzők szerint, nem adott kielégítő egyezést az  $a + b \cos^2 \theta$  összefüggéssel. A mérés statisztikus hibája azonban olyan nagy, hogy az a fenti következtetést nem teszi lehetővé. A szögeloszlás pontosabb formájának ellenőrzésére igen alkalmasnak látszott az üveg detektor alkalmazására a háttérmentesség és időbeni stabilitás miatt.

A 0,1 mm vastag alumínium fólia két oldalára elektrolitikusan felvitt  $1 \text{ mg/cm}^2$  uránréteget  $45^\circ$ -ban helyeztük el a bombázó neutronok irányához úgy, hogy a szögeloszlás  $0^\circ$ – $90^\circ$  és  $90^\circ$ – $180^\circ$  tartományokban két független targeten volt mérhető. Az üveg detektorokat a target körül 10 cm távolságban helyeztük el egy vákuum-



27. ábra



kamrában. Az urán fólia 15 cm távolságban volt a neutron forrástól. A besugárzást 60 óráig végeztük  $\sim 2,2 \cdot 10^{10}$  n/sec átlagos intenzitással. Az üveg detektorokat 40%-os hidrogénfluoridban hívtuk elő. Mivel a fragmentek merőlegesen érték a detektort, a nyomok, mint a 26. ábrán látható, köralakúak. A szögeloszlás meghatározása 7500 eseményből történt. A szögeloszlást c. m. rendszerben a 27. ábrán tüntettük fel [166]. A  $W(\theta) = 1 + b \cos^2 \theta$  összefüggéssel jól lehet fittelni a kísérleti pontokat (folytonos vonal a 27. ábrán)  $b = 0,43 \pm 0,02$  érték mellett (az illesztést a legkisebb négyzetek módszerével végeztük). A magasabb rendű tagok a kísérleti hibákon belül elhanyagolhatók. Az aszimmetria faktorra  $W(0^\circ)/W(90^\circ) = 1,43 \pm 0,05$  értéket kaptunk. Ezen eredmény jól egyezik a korábbi adatokkal [164, 165], de a hibája jelentősen kisebb.

### Köszönetnyilvánítás

A dolgozatban ismertetett méréseket egy kivétellel az MTA Atommag Kutató Intézetben végeztük. A szerző őszinte köszönetét fejezi ki a sokirányú támogatásáért, hasznos tanácsaiért dr. Szalay Sándor akadémikusnak, akinek elgondolásai alapján készültek el a legfontosabb kísérleti berendezések és akivel közösen történtek az  $(n, {}^3\text{He})$  és  $(n, {}^3\text{H})$  reakciók kimutatására vonatkozó vizsgálatok.

Hálás köszönettel tartozom közvetlen munkatársaimnak a közös vizsgálatok és önálló méréseim során nyújtott sok segítségükért.

Köszönettel tartozom dr. Gyarmati Borbála tudományos munkatársnak, aki a közös kutatásokon kívül az elméleti problémák tisztázásában is állandó segítségemre volt.

Ezen a helyen is megköszönöm dr. Nicola Cindro professzornak azt a lehetőséget, hogy a zágrábi „R. Boskovic” Intézetben munkatársaival közösen méréseket végezhettem a  $\text{Zr}(n, \alpha)\text{Sr}$  reakciókra.

Köszönetem szeretném kifejezni Lovas István és Zimányi József kandidátusoknak, a KFKI munkatársainak a velük folytatott értékes diszkusszióikért.

A neutrongenerátor kifogástalan üzemeltetéséért Bunkóczi László, a ködkamra felvételek gondos kiméréséért Sepsy Károlyné, a numerikus számításokban nyújtott segítségért Kanyó István laboránsoknak mondok köszönetet.

### IRODALOM

- [1] M. M. Shapiro, Phys. Rev., 90, 171, 1953.
- [2] J. M. Blatt, V. F. Weisskopf, Theoretical Nuclear Physics, Ch VIII. John Wiley and Sons, New York, 1952.
- [3] R. Feshbach, M. M. Shapiro, V. F. Weisskopf, U. S. Atomic Energy Comiss. Rept. NYO-3077, 1953.
- [4] J. R. Huizenga, G. Igo, Nucl. Phys., 29, 462, 1962.
- [5] E. I. Campbell, H. Feshbach, C. E. Porter, V. F. Weisskopf, Mass. Int. Technol. Tech. Rept. No. 73, 1960.
- [6] T. D. Thomas, Phys. Rev., 116, 703, 1959.
- [7] H. J. Amster, L. M. Culpepper, WAPD-TM-87, 1957;  
J. B. Marion, J. L. Fowler, Fast Neutron Physics II. V. c. 1963.
- [8] Csikai Gy., Bacsó J., Daróczy S., Magy. Fiz. Folyóirat, 9, 7, 1963.
- [9] G. S. Mani, M. A. Melkanoff, I. Iori, Rapport C. E. A. No. 2379, 1963; Rapport C. E. A. No. 2380, 1963.



- [10] H. Meldner, A. Linder, Z. f. Physik, 180, 362, 1964.
- [11] A. M. Lane, K. Parker, Nucl. Phys., 16, 690, 1960.
- [12] D. W. Lang, Phys. Rev., 123, 265, 1961.
- [13] R. Sherr, F. P. Brady, Phys. Rev., 124, 1928, 1961.
- [14] T. Ericson, V. Strutinsky, Nucl. Phys., 8, 284, 1958; 9, 689, 1959.
- [15] A. C. Douglas, N. MacDonald, Nucl. Phys., 13, 382, 1959.
- [16] T. Ericson, Advances in Physics, 9, 425, 1960.
- [17] I. Dostrovsky, Z. Fraenkel, G. Friedlander, Phys. Rev., 116, 683, 1959.
- [18] N. B. Gove, R. Nakasima, Nuovo Cim., 22, 158, 1961.
- [19] H. A. Bethe, Rev. Mod. Phys., 9, 69, 1937.
- [20] T. D. Newton, Canad. J. Phys., 34, 804, 1956.
- [21] T. Ericson, Nucl. Phys., 6, 62, 1958.
- [22] P. E. Nemirovski, Y. V. Adamchuk, Nucl. Phys., 39, 553, 1962.
- [23] R. G. Moore, Revs. Mod. Phys., 32, 101, 1960.
- [24] D. Bodansky, Ann. Rev. Nucl. Sci., 12, 79, 1962.
- [25] T. D. Thomas, Nucl. Phys., 53, 558, 577, 1964.
- [26] R. D. Woods, D. S. Saxon, Phys. Rev., 95, 577, 1954.
- [27] I. Halpern, Bull. Am. Phys. Soc. II. 5, 510, 1960.
- [28] T. Ericson, Nucl. Phys., 17, 250, 1960.
- [29] T. Ericson, Phys. Letters, 4, 258, 1963.
- [30] D. M. Brink, R. O. Stephen, Phys. Letters, 5, 77, 1963.
- [31] D. M. Brink, R. O. Stephen, N. W. Tanner, Nucl. Phys., 54, 577, 1964.
- [32] T. Ericson, Annals of Physics, 23, 390, 1963.
- [33] T. Mayer—Kuckuk, Hercegnovi Lectures, 1964.
- [34] B. L. Cohen, E. Newman, R. A. Charpie, T. H. Handley, Phys. Rev., 94, 620, 1954.
- [35] B. L. Cohen, Phys. Rev., 105, 1549, 1957.
- [36] J. Németh, Nucl. Phys., 16, 331, 1960.
- [37] D. H. Ewing, V. F. Weisskopf, Phys. Rev., 57, 472, 1935.
- [38] S. T. Butler, Proc. Roy. Soc. (London) 28 A, 559, 1951.
- [39] N. Austern, Fast Neutron Physics II. Interscience Publishers, 1963.
- [40] S. T. Butler, O. H. Hittmair, Nuclear Stripping Reactions, Wiley, New York, 1957.
- [41] A. Dar, Phys. Letters, 7, 339, 1963.
- [42] A. Dar, Nucl. Phys., 55, 305, 1964.
- [43] E. Rost, M. Austern, Phys. Rev., 120, 1375, 1960.
- [44] J. Delaunay, Lectures on Nuclear Structure and Nuclear Reactions, Hercegnovi, 1964.
- [45] P. E. Hodgson, Nucl. Phys., 8, 1, 1958.
- [46] D. H. Wilkinson, Phyl. Mag. 4, 215, 1959.
- [47] P. E. Hodgson, Lectures on Nuclear Interactions, Hercegnovi, 1962.
- [48] J. I. Serebrennikov, JETP, 35, 789, 1958.
- [49] W. Osakiewicz, J. Turkiewicz, Z. Wilhelmi, M. Jaskola, Inst. of Nuclear Research, Warsaw Report No. 515/I, 1964.
- [50] G. Turner, Thesis, Oxford, 1962.
- [51] T. J. Gooding, G. Igo, Phys. Rev. Letters, 7, 28, 1961.
- [52] P. Kulisc, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, C. 148, Antwerp, 1965.
- [53] K. Izumo, Progress of Theor. Phys. 26, 807, 1961.
- [54] K. Izumo, Nucl. Phys., 62, 673, 1965.
- [55] K. Izumo, Partial Equilibrium Model for Nuclear Reactions, I. N. S. J.-51, 1962; I. N. S. J.-59, 1963.
- [56] A. K. Kerman, L. S. Rodberg, J. E. Young, Phys. Rev., Letters, 11, 422, 1963.
- [57] H. Feshbach, A. K. Kerman, R. H. Lemmer, C. I. P. N. Paris, Vol. II. 693, 1964.
- [58] C. M. Shakin, Ann. Phys. N. Y. 22, 373, 1963.
- [59] B. Block, H. Feshbach, Ann. Phys. N. Y. 23, 47, 1963.
- [60] R. H. Lemmer, C. M. Shakin, Ann. Phys. N. Y. 27, 13, 1964.
- [61] I. Lovas, Magy. Fiz. Folyóirat, 13, 319, 1965.
- [62] J. Bacsó, J. Csikai, B. Kardon, D. Kiss, Nucl. Phys., 67, 443, 1965.
- [63] J. Csikai, G. Pető, M. Buczkó, Z. Miligy, N. A. Eissa, Nucl. Phys., A 95, 229, 1967.
- [64] Berecz I., Bornemissza P., Nagy J., Magy. Fiz. Folyóirat, 6, 431, 1958.
- [65] Bornemissza—Pausperlt P., ATOMKI Közl., 7, 47, 1965.



- [66] W. H. Breunlich, Int. Conf. on the Study of Nuclear Structure with Neutrons, Antwerp, c. 100, 1965.
- [67] R. J. Prestwood, B. P. Bayhurst, Phys. Rev., 121, 1438, 1961.
- [68] J. L. Perkin, L. P. O'Connor, R. F. Coleman, Proc. Phys. Soc. A 72, 505, 1958.
- [69] P. Brovetto, E. Chiavassa, G. Rosa, Nucl. Instr. and Methods, 14, 302, 1962.
- [70] J. Csikai, P. Bornemisza, I. Hunyadi, Nucl. Instr. and Methods, 24, 227, 1963.
- [71] I. L. Preiss, R. W. Fink, Nucl. Phys., 15, 326, 1960.
- [72] S. K. Mukherjee, A. K. Ganguly, N. K. Majumder, Proc. Phys. Soc. 77, 508, 1961.
- [73] A. Poularikas, R. W. Fink, Phys. Rev., 115, 989, 1959.
- [74] E. T. Bramlitt, R. W. Fink, L. G. Gardner, A. Poularikas, Phys. Rev., 125, 297, 1962.
- [75] Jánosy L., Rupp E., KFKI Közl., 8, 78, 1960.
- [76] Bacsó J.: Egyetemi doktori értekezés, 1965.
- [77] Bacsó J., Daróczy S., ATOMKI Közl., 5, 17, 1963.
- [78] R. L. Fleischer, P. B. Price, R. M. Walker, Ann. Rev. Nucl. Sci., 15, 1, 1965.
- [79] A. Chatterjee, Nucl. Phys., 47, 511, 1963.
- [80] A. Chatterjee, Nucl. Phys., 49, 686, 1963.
- [81] A. Chatterjee, Int. Conf. on the Study of Nuclear Structure with Neutrons, Antwerp c. 113, 1965.
- [82] D. Gardner, Nucl. Phys., 29, 373, 1962.
- [83] V. N. Levkovskij, ZSETF, 45, 305, 1963.
- [84] J. Csikai, B. Gyarmati, I. Hunyadi, Nucl. Phys., 46, 141, 1963.
- [85] J. Csikai, ATOMKI Közl., 8, 79, 1966.
- [86] J. Csikai, S. Nagy, Nucl. Phys., 91, 222, 1967.
- [87] A. Lillie, Phys. Rev., 87, 716, 1952.
- [88] Csikai Gy., Hrehuss Gy., Szalay S., MTA III. Osztály Közl., 7, 137, 1957.
- [89] Bacsó J., Schadek J., ATOMKI Közl., 3, 203, 1961.
- [90] E. Segré, Experimental Nuclear Physics I. (H. A. Bethe, J. Ashkin p. 166) Wiley, New York, 1953.
- [91] A. Chatterjee, Nucl. Phys., 60, 273, 1964.
- [92] C. Wernitz, J. G. Brennan, Phys. Letters, 6, 113, 1963.
- [93] V. I. Goldanskij, ZSETF, 38, 1637, 1960.
- [94] W. Kunz, J. Schintlmeister, Tabellen der Atomkerne II. Akademik Verlag Berlin, 1965.
- [95] A. Chatterjee, Nucleonics, 23, 112, 1965.
- [96] J. Csikai, J. Bacsó, A. Daróczy, Nucl. Phys., 41, 316, 1963.
- [97] W. Kunz, J. Schintlmeister, Tabellen der Atomkerne I. Akademik Verlag Berlin, 1958.
- [98] R. A. House, R. L. Colligan, D. N. Kundu, M. L. Pool, Phys. Rev., 86, 654, 1952.
- [99] G. E. Boyd, Q. V. Larson, G. W. Parker, Phys. Rev., 86, 1051, 1952.
- [100] E. E. Motta, G. E. Boyd, Phys. Rev., 73, 1470, 1948.
- [101] E. B. Paul, R. L. Clarke, Canad. J. Phys., 31, 267, 1953.
- [102] Csikai Gy., Garmati B., Hunyadi I., ATOMKI Közl., 4, 137, 1962.
- [103] J. Csikai, B. Gyarmati, I. Hunyadi, Nucl. Phys., 46, 141, 1963.
- [104] M. Bormann, Nucl. Phys., 65, 257, 1965.
- [105] F. Manero, Nucl. Phys., 65, 419, 1965.
- [106] D. W. Barr, C. I. Browne, J. S. Gilmore, Phys. Rev., 123, 859, 1961.
- [107] P. Strohal, N. Cindro, B. Eman, Nucl. Phys., 30, 49, 1962.
- [108] J. Csikai, G. Pető, Phys. Letters, 20, 52, 1966.
- [109] J. Csikai, G. Pető, ATOMKI Preprint 1966; Acta Phys. Hung., 23, 87, 1967.
- [110] J. Csikai, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp, c. 102, 1965.
- [111] R. J. Prestwood, B. P. Bayhurst, J. Inorg. Nucl. Chem., 23, 173, 1961.
- [112] V. J. Ashby, H. C. Catron, L. L. Newkirk, C. J. Taylor, Phys. Rev., 111, 616, 1958.
- [113] H. A. Tewes, A. A. Caretto, A. E. Miller, D. R. Nethaway, UC-34-WASH. 1028, 1960.
- [114] R. G. Wille, R. W. Fink, Phys. Rev., 118, 242, 1960.
- [115] L. A. Rayburn, Phys. Rev., 122, 168, 1961.
- [116] M. Bormann, S. Cierjacks, R. Langkan, H. Neuert, Z. f. Phys. 166, 477, 1962.
- [117] P. E. Nemirovskij: Szovremennijje modeli atomnova jadra. Atomizdat, Moszkva, p. 60, 1960.
- [118] P. Hille, B. Karlik, S. Tagesen, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp. c. 117, 1965.



- [119] N. N. Flerov, V. M. Talyzin, J. Nucl. Energy, 4, 529, 1957; V. I. Strizhak, J. Nucl. Energy, 5, 853, 1957; Mac Gregor et al. Phys. Rev., 108, 726, 1957; Phys. Rev., 130, 1471, 1963.
- [120] H. Büttner, A. Linder, H. Meldner, Nucl. Phys., 63, 615, 1965.
- [121] J. T. Prud'homme et al., BNL-400 Second Edition, II. 26-0-10, 1962.
- [122] B. Baldoni, V. Benzi, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp, c. 145, 1965.
- [123] P. H. Stelson, R. L. Robinson, H. J. Kim, J. Rapaport, G. R. Satchler, Nucl. Phys., 68, 97, 1965.
- [124] S. Pearlstein, E. J. Winhold, J. Nucl. Energy, A/B. 19, 497, 1965.
- [125] F. Perey, Nuclear Structure Study with Neutrons, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, p. 418, 1966.
- [126] S. Pearlstein, Nucl. Sci. and Eng., 23, 238, 1965.
- [127] K. Ya. Gromov, A. I. Kalinin, V. V. Kusnecov, N. P. Nenov, B. P. Osipenko, V. I. Fominich, Dubna, Preprint 2724, 1966.
- [128] J. Csikai, V. I. Fominich, T. Lakatos, Acta Phys. Hung. (sajtó alatt).
- [129] J. Csikai, A. Szalay, Nucl. Phys., 68, 546, 1965.
- [130] E. T. Bramlitt, R. W. Fink, Phys. Rev., 131, 2649, 1963.
- [131] H. G. Blosser, C. D. Goodman, T. H. Handley, Phys. Rev., 110, 531, 1958.
- [132] Neutron Cross Sections BNL-325, Sigma Center 1966.
- [133] G. Brown, H. Muirhead, Phil. Mag., 2, 473, 1957.
- [134] A. M. Lane, J. E. Lynn, Nucl. Phys., 11, 646, 1959.
- [135] A. M. Lane, Nucl. Phys., 11, 625, 1959.
- [136] P. J. Daly, J. R. Rook, P. E. Hodgson, Nucl. Phys., 56, 331, 1964.
- [137] P. J. Daly, P. F. D. Shaw, Nucl. Phys., 56, 322, 1964.
- [138] G. E. Brown, Nucl. Phys., 57, 339, 1964.
- [139] C. F. Clement, A. M. Lane, J. R. Rook, Nucl. Phys., 66, 273, 1965.
- [140] F. Cvelbar, A. Hudoklin, M. Mihailovic, M. Najzer, V. Ramsak, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp, c. 160, 1965.
- [141] H. Gutfreund, G. Rakavy, Nucl. Phys., 79, 257, 1966.
- [142] K. Naguib, A. Lukyanov, J. Nucl. Energy, 20, 373, 1966.
- [143] S. M. Zakharova, A. V. Malyshev, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp, c. 201, 1965.
- [144] D. J. Hughes, D. Sherman, Phys. Rev., 78, 632, 1950.
- [145] I. V. Gordeev, D. A. Kardashev, A. V. Malyshev, Nuclear constants handbook (Gosatomizdat, Moscow), p. 285, 1963.
- [146] R. J. Huizenga, R. Vandenbosch, Phys. Rev., 120, 1305, 1960.
- [147] J. Csikai, Acta Phys. Hung., 21, 229, 1966.
- [148] J. Csikai, K. Jost, A. Szalay, Acta Phys. Hung. (sajtó alatt).
- [149] J. Bacsó, J. Csikai, S. Daróczy, ATOMKI Közl., 5, No. 3—4, Suppl., 1963.
- [150] P. Strohal, P. Kulisic, Z. Kollar, N. Cindro, Phys. Letters, 10, 104, 1964.
- [151] A. D. Carlson, H. H. Barschall, Int. Conf. on the Study of Nucl. Structure with Neutrons, Antwerp, c. 101, 1965.
- [152] Máthé Gy., Magy. Fiz. Folyóirat, 7, 129, 1959.
- [153] G. Bardolle, J. Cabe, M. Laurat, Service Doc., Saclay B. P. No. 2. 1965.
- [154] E. Erba, K. Facchini, E. Saetta-Menichella, Nuovo Cim., 22, 1237, 1961.
- [155] A. V. Malyshev, ZSETF, 45, 316, 1963.
- [156] P. Cuzzocrea, S. Notarrigo, A. Rubbino, Nucl. Phys., 55, 364, 1964.
- [157] M. MacFarlane, J. B. French, Rev. Mod. Phys., 32, 567, 1960; E. Clementel, C. Willi, Direct Interaction and Nuclear Reaction Mechanism, I. p. 1025, 1963.
- [158] J. Csikai, S. Nagy, Acta Phys. Hung., 21, 303, 1966.
- [159] N. Cindro, Rev. Mod. Phys., 38, 391, 1966; D. Veselic et al. (közlés alatt).
- [160] J. Csikai, B. Gyarmati, I. Hunyadi, J. Németh, Phys. Letters, 4, 33, 1963.
- [161] J. Csikai, P. Bornemissza, I. Hunyadi, ATOMKI Közl., 5 No. 3—4, Suppl. 1963.
- [162] P. Kulisic, V. Ajdacic, N. Cindro, B. Lalovic, P. Strohal, Nucl. Phys., 54, 17, 1964.
- [163] G. Standt, Z. f. Physik, 201, 105, 1967.
- [164] J. E. Simmons, R. L. Henkel, Phys. Rev., 120, 198, 1960.
- [165] A. A. Varfolomeev, A. S. Romanceva, V. M. Kutukova, Dokl. Akad. Nauk. SzU. 105, 693, 1955.
- [166] J. Csikai, S. Nagy, J., Nucl. Energy, 21, 375, 1967.



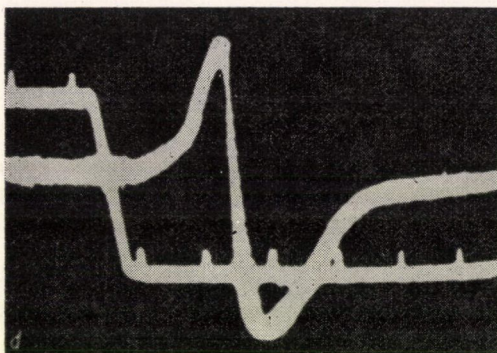
# RÖVID KÖZLEMÉNY

## EGY BIOFIZIKAI ANALÓGIÁRÓL\*

Ernst Jenő Biofizikai Intézet, Pécs

Tisztelt Vándorgyűlés!

- I. Köszönöm szépen a megtisztelő lehetőséget, hogy rövid bejelentést tehessek. Szíves engedel-mükkel emlékeztetni szeretnék az 1965-ös veszprémi előadásom néhány adatára:
1. ábra: érző receptort érő külső behatásra fellép az egyenáramú receptor potenciál, amely átmegy aktív potenciálba.



1. ábra

2. ábra: az érző idegrost bizonyos impulzus-frekvenciával továbbítja a központ felé az információt.

3. ábra: az ilyen frekvencia-modulációt maga a szenzoros idegszál végzi akkor is, ha magát az ideget éri pl. elektromos inger; minél nagyobb ez, annál nagyobb a frekvencia.

### II. A frekvencia termelés magának az idegállománynak tevékenysége:

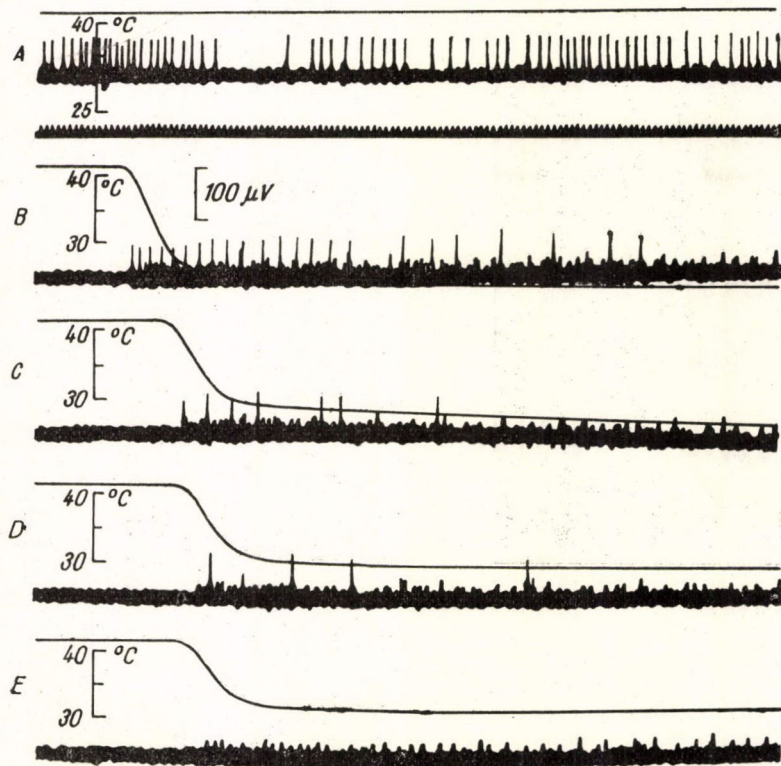
4. ábra: az érzéstelenítő novokain hatására fellép a receptor potenciál, de nincs akciós potenciál, illetve frekvencia, nincs érzés-vezetés.

5. ábra: A novokain szerkezeti képlete szerint —  $\pi$ -elektronnal lezajló folyamatra következtetünk a novokain és az axon valamely anyaga között. Erre mutat, hogyha S-nel helyettesítjük a carbonil O-jét, akkor ez a thiokain  $6\times$  hatásosabb. A S harmadik főkvantumszámának megfelelő elektronhéj 4. p elektronja könnyen szerepel d- $\pi$  elektronként.

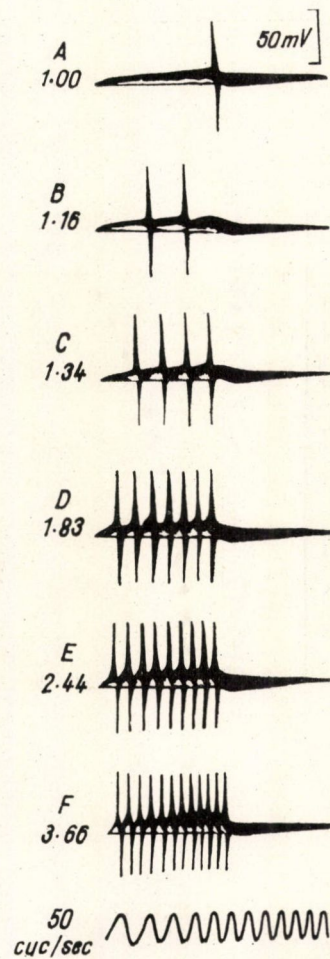
6. ábra: érzéstelenítő hatás érhető el veratrinnal is, mely bőven rendelkezik  $\pi$ -elektronokkal. De ha mindkettőt adjuk, akkor újra van vezetés: úgy látszik az elektron donor-acceptor szerepet egymás között lejátszva felszabadítják az axon állományát, mely ezért újra képes továbbítani információt bizonyos frekvencia termelésével.

\* Hozzászólás formájában elhangzott az Eötvös Lóránd Fizikai Társulat 1967 augusztusában, Sopronban tartott Vándorgyűlésén.



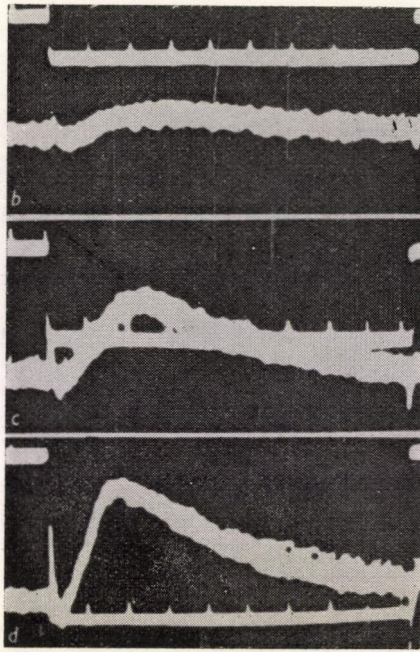


2. ábra

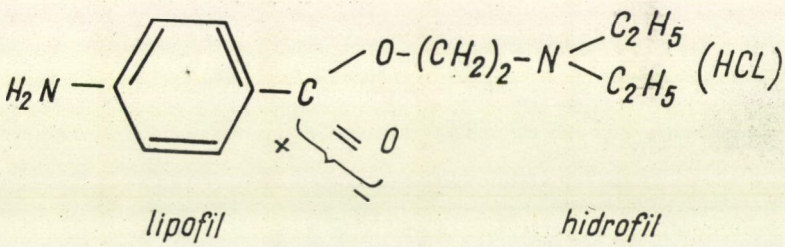


3. ábra

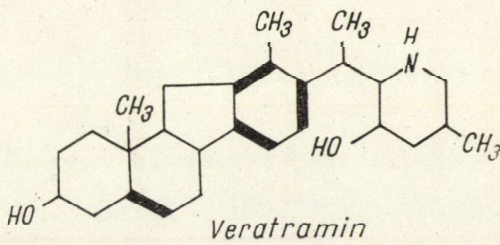




4. ábra

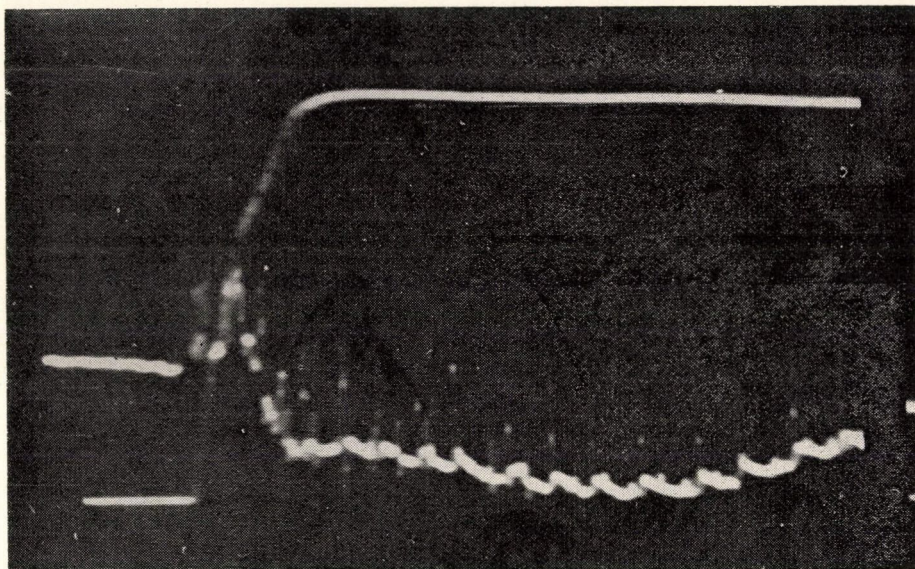


5. ábra

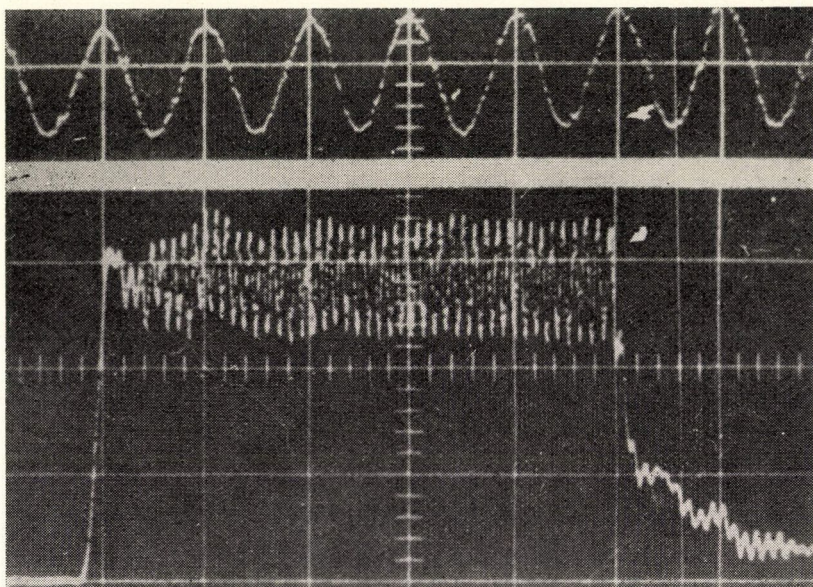


6. ábra





7. ábra



8. ábra



### III. További adatokként közlöm:

7. ábra: sikerült intézetünkben *mozgató idegen is* kísérletesen létrehozni 0,1 ms-os ingerre frekvencia-termelést; alul látható az idegről levezetett frekvens impulzus sorozat, felette az ennek folytán fellépő tartós tetanuszos izomtevékenység. Vagyis a motoros idegszál is képes frekvencia termelésre, és a motoros idegben is megszünteti novokain a vezetést.

A frekvencia-termelés általános biológiai tulajdonság; újabban kimutatták külföldi szerzők, hogy bizonyos halak elektromos receptorokkal rendelkeznek, melyek nagy frekvenciát képesek produkálni, akár másodpercenként 2000-en felül is.

### IV. A biológiai frekvencia termelés, illetőleg frekvenciamoduláció mechanizmusának problémájában új lehetőséget nyitott meg J. B. Gunn 1963-ban közölt felfedezése:

8. ábra: eszerint 0,2 mm-nyi gallium-arsenit kristályról  $1000 \text{ Vcm}^{-1}$  nagyságrendű elektromos térerősség esetén  $10^9$  nagyságrendű frekvencia, azaz dm-es hullám vezethető le. Szerző szerint ez az elektron-jelenség a gallium-arsenit kristály atomos szerkezetével és igen kis méreteivel áll kapcsolatban. Tudomásom szerint ez az első fizikai analógia, mely lehetővé teszi annak megértését sőt talán kvantitatív kidolgozását is, hogy a biológiai rendszerek parakristályos anyaga milyen módon hozza létre molekuláris struktúrájában a különböző frekvenciákat.

Köszönöm szépen szíves figyelmüket és még jobban megköszönném szakmai megjegyzéseiket.







# KÖNYVISMERTETÉS

---

*Bohuš Urgošik: PHYSICAL ELECTRONICS.* Iliffe Books Ltd., London 1967

Bohuš Urgošik 1964-ben megjelent munkáját angol nyelven 1967-ben publikálta a londoni könyvkiadó. A physics Paperbacks 5. köteteként megjelent könyvecske 184 oldalon tárgyalja az elektron tulajdonságait, különböző terekben való mozgásának feltételeit, a fémek felépítésében játszott szerepét, a termikus, az elektromos tér hatására, a szekunder módon, a fotoelektromos úton létrejött emissziót. A könyv egyszerű nyelvezettel ismerteti a gázok elektromos vezetőképességét, az elektronoptikát, a speciális elektroncsöveket, és végül a tömegspektroszkópiát. A megkívánt előismeretek színvonala a gimnáziumi érettséginek felel meg. (T. Gy.)



Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat beérkezett: 1967. XII. 18. — Példányszám: 550 — Terjedelem: 9,45 (A/5) ív

---

67-5708 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK

# KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám:  
43-790-057-181) útján eszközölhetők



Ára: 10, — Ft.

Előfizetés kötetenként: 42, — Ft

INDEX: 26.491

## TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>Nyíri J.</i> : A barionok természetrajza .....	81
<i>Kirschner I. és Porjesz T.</i> : Nem-egyensúlyi töltéshordozók vizsgálata .....	111
<i>Csikai Gy.</i> : Magreakciók kísérleti vizsgálata 14 MeV körüli neutronokkal .....	123
<i>Ernst J.</i> : Egy biofizikai analógiáról .....	181

## KÖNYVISMERTETÉS

<i>Bohuš Urgošik</i> : Physical electronics .....	187
---	-----



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

3. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfűzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratról évenként egy kötet jelenik meg hat fűzetben, fűzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Kúlföldi Kereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írnak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közölnék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írnak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.



# 7 ÉS 17 GeV/c IMPULZUSÚ $\pi^-$ -MEZONOK DIFFRAKCIÓS JELLEGŰ KÖLCSÖNHATÁSAI EMULZIÓBAN\*

GOMBOSI ÉVA

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet Kozmikus Sugárzási Laboratórium

## TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
1. BEVEZETÉS .....	190
1.1 A disszertáció felosztása .....	190
1.2 Diffrakciós szóródás .....	191
1.3 Történeti áttekintés .....	192
2. A KÍSÉRLETI ANYAG .....	194
2.1 Emulzió, részecsenyaláb .....	194
2.2 Kiválasztási kritériumok .....	194
2.3 Scanning .....	194
3. MÉRÉSEK .....	197
3.1 Szögmérés .....	197
3.2 Blobsűrűség mérés .....	198
3.3 Impulzusmérés .....	198
3.4 A nyomok azonosítása .....	199
4. MÉRÉSI EREDMÉNYEK .....	201
4.1 Impulzuseloszlások és átlagérték .....	201
4.2 Transzverzális impulzus .....	203
4.3 Szögeloszlások .....	208
5. $\pi^- p \rightarrow p \pi^- (k \pi^0)$ ÉS $\rightarrow n \pi^- \pi^+ (k' \pi^0)$ TÍPUSÚ ( $k \geq 1$ ÉS $k' \geq 0$ ) ESEMÉNYEK ANALÍZISE .....	213
5.1 Kis multiplicitású kölcsönhatások periferikus jellege .....	213
5.2 Kétkarú események osztályozása .....	214
5.3 Szögeloszlás .....	215
5.4 Impulzuseloszlás .....	217
5.5 Négyesimpulzus átadás .....	221
5.6 Következtetések .....	226
6. $\pi^- p \rightarrow p \pi^- (k \pi^0)$ ÉS $\rightarrow n \pi^- \pi^+ (k' \pi^0)$ TÍPUSÚ ( $k \geq 1$ ÉS $k' \geq 0$ ) ESEMÉNYEK ELMÉ- LETI ÉRTELMEZÉSE .....	227
6.1 Erős kölcsönhatások periferikus modellje és azok főbb jellemzői .....	227
6.2 Az (5.1) és (5.2) típusú kölcsönhatások lehetséges leírásai a periferikus modell segit- ségével .....	229
7. A DIFFRAKCIÓS DISSZOCIÁCIÓ ELMÉLETE .....	236
7.1 $\pi$ -mezonok koherens kölcsönhatása atommagokon .....	236
7.2 A koherens kölcsönhatás diagrammja .....	237
7.3 DD leírása hullámoptikai analógia segítségével .....	237
7.4 Kinematika .....	238
7.5 Koherencia kritérium kifejezése szögek segítségével .....	239
7.6 Effektív tömeg .....	240

\* Érkezett 1967. X. 17.



8. A DD ESEMÉNYEK KIVÁLASZTÁSA ÉS ANALÍZISE.....	241
8.1 Kiválasztási kritériumok .....	241
8.2 DD-események kiválasztása .....	243
8.3 A disszociáló rendszer effektív tömege .....	245
8.4 Anomális jetek egy lehetséges értelmezése DD segítségével .....	248
ÖSSZEFOGLALÁS .....	250
KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁSOK .....	251
FÜGGELÉK .....	252
F.1 Impulzusmérések kivitelezése emulzióban .....	252
F.2 Egyes nyomokra vonatkozó geometriai súly számolása .....	254
F.3 Egyes eseményekre vonatkozó geometriai súly számolása .....	255
F.4 A disszociáló rendszer effektív tömegének hibája .....	257
IRODALOMJEGYZÉK .....	258

„...Vannak a természetben olyan ágensek, amelyek képesek előidézni, hogy a testek részecskéi igen erős vonzással ragadjanak egymáshoz. És a kísérleti természet-tudomány feladata éppen az, hogy ezeket megismerje.”

I. Newton: Optics

## 1. Bevezetés

A modern fizika egyik legfontosabb problémája az elemi részecskék között fellépő erős kölcsönhatások tanulmányozása. Ez az elemi részecskék szerkezetének és a magkölcsönhatásokban szereplő terek természetének megértéséhez is hozzásegít. Sajnos azonban az erős kölcsönhatások „legjellemzőbb vonása” jelenleg az, hogy nincs olyan átfogó, jól működő elmélete, mint amilyen pl. az elektromágneses kölcsönhatásoknál az elektrodinamika. Ezért az erős kölcsönhatások tanulmányozásánál a kísérletileg talált effektusokat megpróbáljuk különböző modellszerű elképzelések alapján értelmezni. Természetesen ez a módszer sok és gondos kísérleti munkát igényel.

Részben mivel a magerőket a mezonter közvetíti (melyek kvantumai a  $\pi$ -mezonok) részben pedig a nukleon-struktúra felderítése céljából célszerű az erős kölcsönhatások kísérleti vizsgálatát pion-nukleon szórás-kísérletekkel kezdeni. Részecske forrásként pedig gyorsítót érdemes használni, mivel ekkor a primer részecskéknek viszonylag nagy intenzitású, jól definiált irányú és impulzusú nyalábja áll rendelkezésre. Észlelő berendezésként — amikor a kölcsönhatások részleteire vagyunk kíváncsiak — fotoemulziót, buborékkamrát, vagy szikrakamrát alkalmazunk — amikor csak a kölcsönhatások bizonyos átlagos paraméterei érdekelnek, — szcintillációs, Cserenkov és GM számlálót, ill. ezek kombinációit használjuk.

### 1.1 A disszertáció felosztása

Jelen disszertációban a KFKI Kozmikus Sugárzási Laboratóriumában 1959 óta folyó munkával, 7 és 17 GeV-es  $\pi^-$ -mezonoknak nukleonon illetve atommagon történő *diffrakciós jellegű* kölcsönhatásaival foglalkozunk.



A disszertáció 1. fejezete a diffrakciós elnevezés indokolását és a probléma rövid történeti áttekintését adja.

A 2-4. fejezetek a kísérleti anyag, valamint a mérési módszerek leírását és a kapott mérési eredményeket tartalmazzák.

Az 5-6. fejezetekben a  $\pi^-p \rightarrow p\pi^-(k\pi^0)$  ill.  $\pi^-p \rightarrow n\pi^+\pi^-(k'\pi^0)$  ( $k \geq 1$  és  $k' \geq 0$ ) típusú kölcsönhatásokkal foglalkozunk. Kimutatjuk ezek nagy részének diffrakciós jellegét és a periferikus modell segítségével megpróbáljuk leírni őket.

A 7-8. fejezetekben egy szintén diffrakciós jellegű kölcsönhatás, az ún. diffrakciós disszociáció (DD) elméleti értelmezését adjuk, valamint a kísérleti anyagból kiválasztjuk és analizáljuk az ilyen eseményeket.

Végül a függelékekben egyes részfeladatok kiszámítását mutatjuk meg.

## 1.2 Diffrakciós szóródás

Az elemi részecskék hullámtermészetét számos kísérlet bizonyította. Ezen sajátosság segítségével az elemi részecskék sok kölcsönhatását optikai jelenségekkel analóg módon lehetett leírni és értelmezni. Ennek a jelentősége már csak azért is nagy, mivel — mint már említettük — jelenleg nincs az elemi részecske kölcsönhatásoknak egy átfogó elmélete. Többek között pl. az elemi részek ütközéseinek tárgyalásánál igen hasznos analógiának bizonyult a fizikai optikában fellépő és hullámelméleti módszerekkel jól leírható diffrakciós szóródás.

Egy  $e^{ikz}$  alakú síkhullám szóródása esetén, a  $\psi$  hullámfüggvény szóródás után a szórócentrumtól elég nagy  $r$  távolságban

$$\psi \cong e^{ikz} + \frac{e^{ikr}}{r} f(E, \varphi) \quad (1.1)$$

alakban írható. Ahol  $k$  a hullámszámot,  $E$  az energiát és  $\varphi$  a szóródási szöget jelöli,  $f(E, \varphi)$  pedig a szóródási amplitúdó, amely az  $l$  impulzusmomentumú állapotok szerint sorbafejthető:

$$f(E, \varphi) = \frac{1}{k} \sum_l (2l+1) P_l(\cos \varphi) (\beta_l - 1). \quad (1.2)$$

Az (1.2) formulában  $\beta_l = e^{2i\eta_l}$  és  $\eta_l = \eta_l^{\text{Re}} + i\eta_l^{\text{Im}}$ , ( $\eta_l^{\text{Im}} \geq 0$ ) az  $l$ -ik parciális hullám végtelenben érvényes fázisa.  $P_l(\cos \varphi)$  pedig az  $l$ . Legendre polinom (l. gömbfüggvény). A szóródási amplitúdó segítségével a rugalmas, a rugalmatlan, és a teljes hatáskeresztmetszetekre a következő kifejezések adódnak:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\text{rug}}}{d\Omega} &= \frac{k^2}{\pi} \frac{d\sigma_{\text{rug}}}{d\Delta^2} = |f(E, \varphi)|^2, \\ \sigma_{\text{rug}} &= \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) |\beta_l - 1|^2, \\ \sigma_{\text{rtlan}} &= \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) (1 - |\beta_l|^2), \\ \sigma_t &= \sigma_{\text{rug}} + \sigma_{\text{rtlan}}. \end{aligned} \quad (1.3)$$



Ahol  $\Delta$  a négyesimpulzus-átadás. (Kisszögű rugalmas szórás esetén  $\Delta^2 = 2p^2(1 - \cos \varphi) \approx p^2\varphi^2$ .) Vizsgáljuk meg az  $l$ -ik parciális hullám járulékát  $\eta_l$  különböző értékeire.

1. Ha  $\eta_l^{\text{Re}} = \eta_l^{\text{Im}} = 0$ , azaz  $\beta_l = 1$ , akkor a teljes hatáskeresztmetszet zérus, a hullám háborítatlanul megy tovább.

2. Ha  $\eta_l^{\text{Im}} = 0$ ,  $\eta_l^{\text{Re}} \neq 0$ , akkor  $|\beta_l| = 1$ , és így  $\sigma_{\text{rtlan}}^l = 0$ , vagyis abszorpció nem lép fel, de  $\sigma_{\text{rug}}^l = \sigma_l^l \neq 0$ . Ez a tiszta potenciálszórás esete.

3. Ha  $\eta_l^{\text{Re}} = 0$ ,  $\eta_l^{\text{Im}} > 0$ , akkor  $|\beta_l| < 1$ , és így  $\sigma_{\text{rtlan}}^l \neq 0$ , vagyis fellép abszorpció.

Pl. teljes abszorpció ( $|\beta_l| = 0$ ) esetén  $\sigma_{\text{rtlan}}^l = \sigma_{\text{rug}}^l = \frac{4\pi}{k^2} (2l + 1)$ , vagyis a targetet  $R$  sugarú, tökéletesen abszorbeáló fekete korongnak feltételezve a teljes hatáskeresztmetszet,  $\sigma_l^l$ , nagyobb lesz, mint a korong felülete (geometriai hatáskeresztmetszete):  $\sigma_l^l = 2\sigma_{\text{geom}}^l = 2R^2\pi$ . Tehát annak ellenére, hogy ez esetben potenciálszórás nincs ( $\eta_l^{\text{Re}} = 0$ ), mégis fellép rugalmas szóródás. Ez azt jelenti, hogy rugalmas szóródás általában kétféle módon jöhet létre: potenciálszórás révén, vagy pusztán az abszorpció jelenléte miatt. A rugalmas szórás ez utóbbi részét nevezzük diffrakciós szóródásnak.

4. Ha  $\eta_l^{\text{Im}} > 0$ ,  $\eta_l^{\text{Re}} \neq 0$ , akkor abszorpció, valamint a rugalmas szórás mindkét komponense fellép. A teljes  $\sigma_{\text{rug}}^l$  azonban nem egyszerűen a  $\sigma_{\text{rug}}^l$  (pot.) és a  $\sigma_{\text{rug}}^l$  (diffr.) összege, mivel

$$|e^{2i\eta_l^{\text{Re}}} \cdot e^{-2\eta_l^{\text{Im}}} - 1|^2 \neq |e^{2i\eta_l^{\text{Re}}} - 1|^2 + |e^{-2\eta_l^{\text{Im}}} - 1|^2.$$

A későbbiek kedvéért megjegyezzük meg, hogy az (1.3) formula alapján számolt differenciális hatáskeresztmetszet értéke — mint ismeretes — abszorbeáló korongon való szóródáskor kis  $\varphi$  ill. kis  $\Delta^2$  értékénél  $\varphi$ -vel ill.  $\Delta^2$ -tel igen gyorsan csökken, ami az erős előreszórást eredményezi. (Érdekessége még az összefüggéseknek, hogy a  $\pi - \varphi$  ( $\varphi$  kicsi) szögekre ugyancsak erős leesést mutat, csak ez a csúcs jóval kisebb intenzitású.)

Kísérleteink során a kis multiplicitású rugalmatlan  $\pi N$  ütközések egy részénél a diffrakciós szóródásra jellemző képet találtunk (pl. a szög- és négyesimpulzus-átadás eloszlásának gyors lefutása). Ezeket az eseteket lehetségesnek bizonyult periferikus ütközésnél fellépő  $\pi$ -kvázi  $\pi$  diffrakciós szóródásként értelmezi. (Bővebbet lásd az 5. és 6. fejezetekben.)

A  $\pi$ -mezonoknak magokon történő koherens diffrakciós szóródásánál a mag nemcsak az akadály szerepét játssza, melyen a hullám diffrakciós szóródást szenved, hanem egyúttal polarizátorként is viselkedik, s ennek következtében egy új jelenség, a diffrakciós disszociáció lép fel. (Bővebbet lásd a 7. fejezetben.)

### 1.3 Történeti áttekintés

A disszertációban tárgyalandó első jelenségekör, a kvázi rugalmas diffrakciós szóródás vizsgálatának eredete visszanyúlik az 50-es évek végére, amikor is emulzióban és buborékkamrában végbemenő rugalmatlan  $\pi N$  és  $pN$  ütközések<sup>1</sup> vizsgá-

<sup>1</sup>  $N$  most és a továbbiakban is mindig nukleont,  $\mathcal{N}$  pedig magot jelent.



latánál megállapították [1—10], hogy az rugalmatlan kölcsönhatások kis és nagy multiplicitás esetén különböző tulajdonságokat mutatnak. Nevezetesen, hogy

a) a kis multiplicitású ( $n_s \leq 2$  ill.  $\leq 4$ , ahol  $n_s$  a kölcsönhatásokban keletkezett gyors, töltött részecskék száma) eseményekben emittálódott pionok szögeloszlása az ütköző részek tömegközépponti rendszerében erősen különbözik a nagy multiplicitású eseményekre vonatkozó szögeloszlásoktól. Az első esetben a pionok jórészt előre emittálódnak, míg nagy multiplicitásoknál szögeloszlásuk közel szimmetrikus,

b) az ütköző részek ( $\pi$ -mezon és nukleon) tömegközépponti rendszerében, a  $\pi N$  rendszerben aszimmetrikus szögeloszlást mutató pionok szögeloszlása a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben szimmetrikus.

Ugyanebben az időben a [4, 11—15] szerzők az addigi „tömör golyónak” tekintett nukleon helyett bevezetik a „szerkezet”-tel bíró nukleon fogalmát. Eszerint a nukleon egy  $\sim 0,5 \cdot 10^{-13}$  cm kiterjedésű „core”-ből (nukleon magból) és az azt körülvevő virtuális mezonokat tartalmazó,  $\sim 1,4 \cdot 10^{-13}$  cm kiterjedésű felhőből áll. A core az ún. csupasz nukleon, a valódi vagy fizikai nukleon pedig a „mezon ruhába” öltöztetett csupasz nukleon.

A nukleonszerkezet segítségével a kis és nagy multiplicitású események kíséreltileg talált különböző viselkedését meg lehetett magyarázni. Az események e két csoportját ugyanis mint periferikus  $\pi N$  (ill. periferikus  $pN$ ) — vagyis a nukleon külső részén a virtuális pion felhőben végbemenő — és  $\pi$ -core (ill.  $p$ -core) kölcsönhatásokat lehetett értelmezni.

1961 után megindult a periferikus kölcsönhatások tüzetesebb vizsgálata. Az azóta eltelt időben ugyancsak emulzió és buborékkamra segítségével az 1—20 GeV energiatartományban kimutatták [16—26], hogy a rugalmatlan kétkarú ( $n_s = 2$ )  $\pi N$  kölcsönhatásoknál

a) az ütköző részek eredeti irányai megmaradnak: a  $\pi^- N$  tömegközépponti rendszerben a nukleonok kis szögek alatt hátra<sup>2</sup>, a  $\pi^-$ -mezonok főleg előre emittálódnak, míg a keletkezett  $\pi^+$  és  $\pi^0$  mezonok szögeloszlása nagyjából szimmetrikus,

b) a két primer részecske közti négyesimpulzus-átadás kicsi,

c) a szekunder pionok szögeloszlása a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben szimmetrikus, ezen belül a  $\pi^-$ -mezonok inkább előre emittálódnak. Ez azt mutatja, hogy az említett kölcsönhatások többségükben diffrakciós jellegűek, azaz a primer pion a target nukleon egy virtuális pionján mintegy kvázirugalmas szóródást szenved.

A kis multiplicitású rugalmatlan kölcsönhatások tanulmányozása során figyelték fel [27—35] egy másik diffrakciós jelenségre, a primer pionoknak atommagon való diffrakciós disszociációjára is. Ilyen esetekben a target mag csak a „megfigyelő” szerepét játszván nem gerjesztődik, az esemény kielégíti a  $\pi N$  események kiválasztására szolgáló kritériumokat (lásd 2.3 pont).

<sup>2</sup> „Előre” iránynak a primer  $\pi^-$ -mezon irányát tekintve



## 2. A kísérleti anyag

### 2.1 Emulzió, részecskenyaláb

A jelen munkában tárgyalt méréseket 6,8—7,5 ill. 17,2 GeV/c impulzusú  $\pi^-$ -mezonokkal besugárzott emulziós lemezekben végeztük.

1. Az első esetben a besugárzás a dubnai szinkrofazotron segítségével történt. Az előállított  $\pi^-$ -nyaláb impulzus és szögbizonytalansága  $\Delta p/p \sim \pm 0,08$  ill.  $\Delta\alpha \sim \pm 6$  marad,  $\mu^-$ -mezon szennyezettsége pedig 5,2% volt. A mérésekhez  $(10 \times 20 \times 0,045)$  cm<sup>3</sup> méretű NIKFI-R típusú emulziós lemezeket használtunk. A primer nyomok átlagos sűrűsége a lemezekben  $\bar{I} \sim 5 \cdot 10^3 \pi^-/\text{cm}^2$  volt.

2. A második esetben a besugárzás a CERN protonszinkrotronja segítségével előállított  $\Delta p/p = \pm 0,01$  impulzus és  $\Delta\alpha = \pm 5$  marad szögbizonytalanságú  $\pi^-$ -nyalábjával történt. A méréshez használt emulziós lemezek mérete  $(14,5 \times 23,5 \times 0,06)$  cm<sup>3</sup>, típusa Ilford G5, a primer nyomok átlagos sűrűsége pedig  $\bar{I} = 3,4 \cdot 10^3 \pi^-/\text{cm}^2$  volt.

Mindkét besugárzás esetén nemzetközi együttműködés alakult ki, az eredmények statisztikus hibájának csökkentése céljából.

A 7 GeV-es besugárzás esetén az alma-atai, berlini, dubnai és prágai laboratóriumokkal a 17 GeV-es besugárzás esetén pedig az alma-atai laboratóriummal cseréltük ki adatainkat.

A lemezek nagysága, az emulzió típusa, az események kiválasztására szolgáló kritériumok és a mérési módszerek mindkét esetben azonosak voltak az együttműködésben résztvevő összes laboratóriumban.

### 2.2 Kiválasztási kritériumok

A  $\pi^-$ -mezonoknak az emulzióban levő atommagokkal történt kölcsönhatásai közül azokat az eseményeket akarjuk kiválasztani, ahol a target mag egy H atom magja (p) volt, vagy a kölcsönhatásban a target magnak csak egy nukleonja (p vagy n) vett részt. Az ilyen, ún.  $\pi N$  típusú események kiválasztására a már említett társ-laboratóriumokkal egyezésben az alábbi kritériumokat [36] használtuk:

1. az eseményekben ne legyen visszalökött mag,
2. legfeljebb egy szürke vagy fekete nyom emittálódhat:  $N_g + N_h \leq 1^3$ ,
3. a fekete nyom hatótávolsága  $R \geq 4$  mm legyen (ilyen hatótávolságú proton kinetikus energiája  $E \geq 31$  MeV). Ez a kritérium kizárja azokat a kölcsönhatásokat, ahol a mag gerjesztődése révén egy proton „elpárologott”.
4. páros karszám esetén a kölcsönhatásból  $\beta$ -elektron nem emittálódhat.

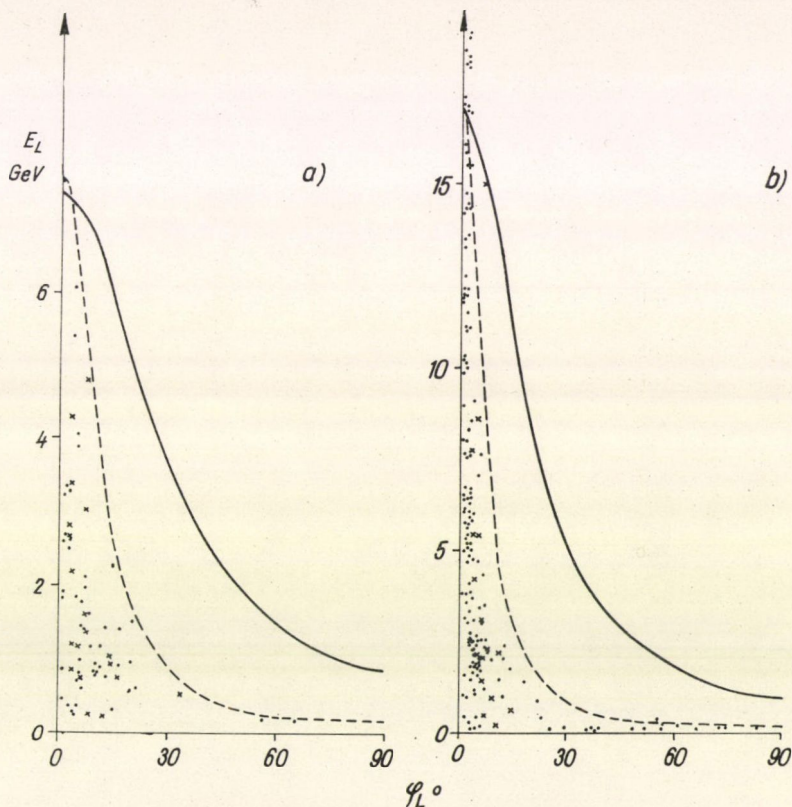
### 2.3 Scanning

Mindkét besugárzásból származó lemezekben „nyom menti” scanninget végeztünk. Ennek során regisztráltuk a primer  $\pi^-$ -mezonoknak minden rugalmas és rugalmatlan magkölcsönhatását és megfelelő kritériumok alapján (lásd 2.3 pont) kiválasztottuk belőlük a  $\pi N$  típusú rugalmatlan kölcsönhatásokat.

<sup>3</sup> A szürke és fekete nyomok definícióját lásd a 3.2 pontban.



Az 1. besugárzás esetén 1565 m primer nyomot követtünk le és 3980 db magkölsönhatást regisztráltunk (a kölcsönhatási szabad úthossz:  $\lambda = 39,3$  cm). Ebből 266 db bizonyult  $\pi N$  típusúnak. Hogy a rugalmas kölcsönhatásokat biztosan ki zárjuk, az egykarú ( $n_s = 1$ ) eseményeket ha a szekunder részecske  $\varphi < 2^\circ$  alatt emit tálódott nem vettük figyelembe.  $\varphi \cong 2^\circ$  esetén pedig szög és impulzusz mérés seg ítségével zártuk ki a rugalmas eseményeket (lásd 2.1 ábra). Kétkarú kölcsönhatások nál a rugalmas eseményeket ugyancsak a 2.1 ábrán látható kinematikai határfelté telek segítségével, valamint a koplanaritás vizsgálata segítségével zártuk ki (kopla náris az a kölcsönhatás, ahol a primer részecske is a két szekunder által meghatáro



2.1 ábra. Rugalmas  $\pi N$  kölcsönhatásoknál a szórt pion laborrendszerbeli energiája a laborrendszerbeli szóródási szög függvényében a) 7,5 GeV és b) 17,2 GeV primerenergia esetén. A rugalmatlan kölcsönhatásoknak a rugalmas határgörbe alatt kell elhelyezkedni. A szaggatott vonallal be rajzolt görbék rugalmas  $\pi\pi$  kölcsönhatás esetének felelnek meg

<sup>4</sup> A mérhető események alacsony számát indokolja, hogy mire az  $n_s \cong 4$  karszámú kölcsönhatások mérésére sor került az emulzió egy részében „fading” miatt a nyomok elhalványodtak, s így nem lehetett rajtuk méréseket végezni.

<sup>5</sup> Az egyszerűség kedvéért a szövegben a pontos energia értékek felsorolása helyett csak 7 és 17 GeV-et fogunk írni (a számolásokat természetesen a pontos értékkel végeztük el).



zott síkban fekszik). A mérések pontosságának biztosítása érdekében a lemezek szélétől 1 cm-en, felületeitől pedig  $50\text{ }\mu\text{-on}$  belül nem végeztünk méréseket. Ilyen módon összesen 200 db  $\pi N$  típusú eseményt mértünk ki.

A 2. besugárzás esetén 6874 m primer nyom lekövetése után 15 168 magkölcsonhatást találtunk ( $\lambda = 45,3\text{ cm}$ ). A  $\pi N$  típusúnak bizonyult 1282 db eseményből 623 db-ot mértünk ki.<sup>4</sup>

Hogy a különböző karszámú eseményekből hány volt kimérhető, az a 2.I táblázatban látható. A táblázatban feltüntettük a velünk együttműködő többi laboratórium eredményeit is. A megtalált események száma ettől kissé eltér, mivel a fentebb említett okok miatt nem minden eseményt mértünk ki. Az összes megtalált  $\pi N$  kölcsönhatásra vonatkozó adatok 7 és 17 GeV primerenergiánál<sup>5</sup> a 2.II táblázatban láthatók.

### 2.I. TÁBLÁZAT

A különböző karszámú kimért  $\pi N$  típusú kölcsönhatások száma 7 és 17 GeV primerenergia esetén

$E_0$	$n_s$	1	2	3	4	$\geq 5$
	labor					
7 GeV	Budapest	27	42	41	48	37
	Együttműködő laboratóriumok }	105	294	304	233	173
	összesen	132	336	345	281	210
17 GeV	Budapest	30	134	220	162	77
	Alma-Ata	49	114	74		
	összesen	30	183	334	236	77

### 2.II. TÁBLÁZAT

A megtalált  $\pi N$  típusú kölcsönhatások száma 7 és 17 GeV primerenergia esetén\*

$n_s$	0	2	4	6	8	10	12	
$E_0$								
7 GeV	32	354	289	58	8			741 db
17 GeV	4,3	47,8	39,0	7,8	1,0			100 %
7 GeV	29	163	210	160	43	8	4	617 db
17 GeV	4,7	26,4	34,0	26,0	7,0	1,3	0,6	100 %

$n_s$	1	3	5	7	9	11	13	
$E_0$								
7 GeV	155	357	124	25	1			662 db
17 GeV	23,4	53,9	18,7	3,8	0,2			100 %
7 GeV	106	255	163	109	14	2	2	651 db
17 GeV	16,3	39,2	25,0	16,8	2,1	0,3	0,3	100 %

\* A 7 GeV-es adatok a prága-i laboratórium, a 17 GeV-es adatok pedig az alma-ata-i laboratórium eredményeit nem tartalmazzák, mivel ezek a laboratóriumok nem közölték a megtalált események számát.

Az átlagos multiplicitás 7 ill. 17 GeV-en a 2.II. Táblázatban közölt adatok alapján  $\bar{n}_s = 3,06 \pm 0,05$  ill.  $4,15 \pm 0,06$ . Ezek az értékek, valamint az események karszám szerinti %-os megoszlása jó egyezést mutat a [37] szerzők által összegyűjtött irodalmi adatokkal.



### 3. Mérések

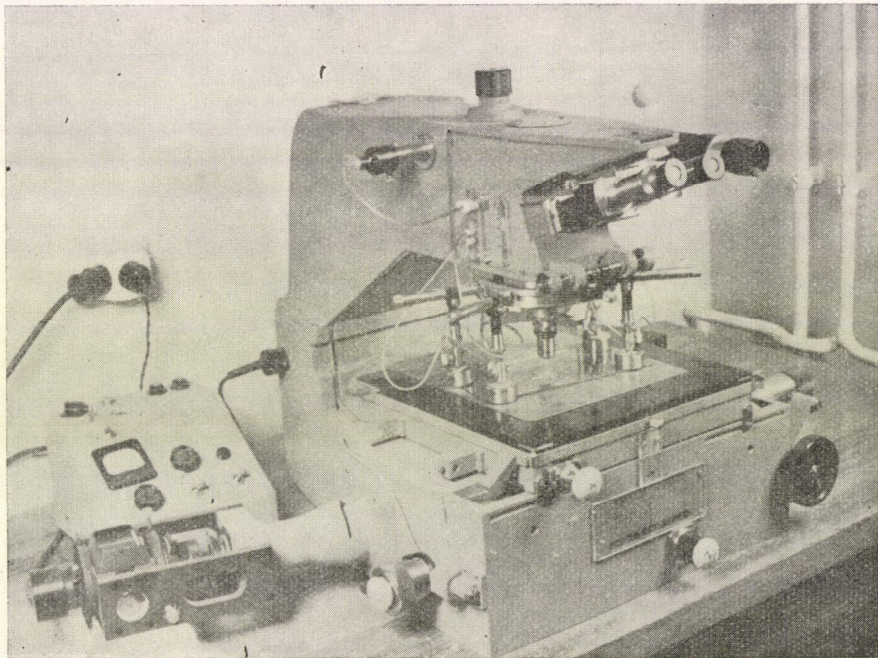
A megfelelő kritériumok alapján kiválasztott  $\pi N$  eseményekben szög, ionizáció és impulzusméréseket végeztünk, majd az utóbbi kettő segítségével a mért részeket azonosítottuk.

#### 3.1 Szögmérés

A szekunder részecskéknek a primer  $\pi^-$ -mezon irányával bezárt térbeli szögét ( $\varphi$ ) az alábbi összefüggés alapján határoztuk meg:

$$\cos \varphi_i = \sin \alpha_i \sin \alpha_0 + \cos \theta_i \cos \alpha_i \cos \alpha_0$$

ahol  $\alpha_0$  és  $\alpha_i$  a primer és a szekunder részecskéknek az emulzió felületével bezárt mélységi szöge (figyelembe véve az emulzió zsugorodási faktorát),  $\theta_i$  pedig a szekunder részecskéknek a primer irányához viszonyított szöge az emulzió felületére vetítve.

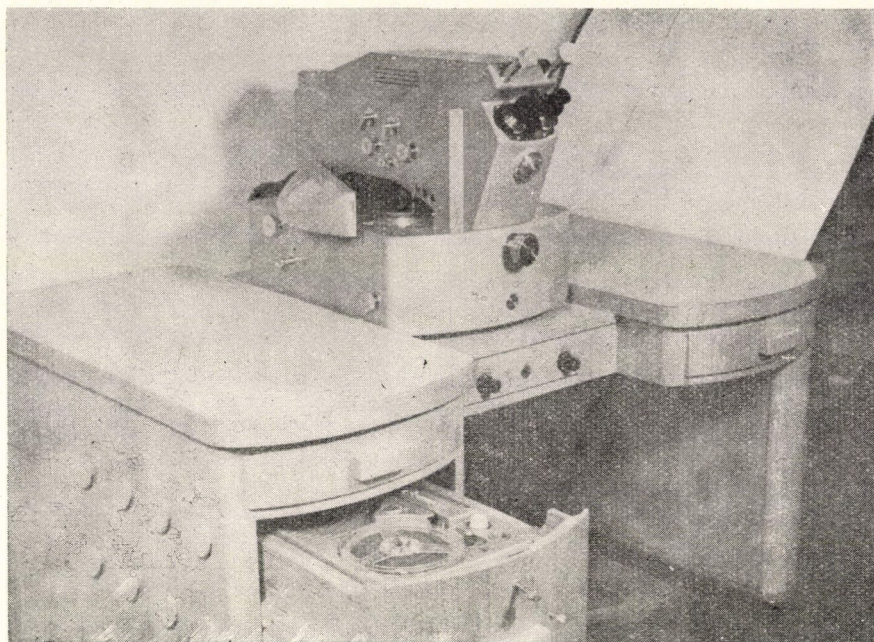


3.1 ábra. Koristka R4 mikroszkóp

A  $\varphi_i$  térbeli szöget minden nyomra meghatároztuk az események multiplicitásának és a nyom ionizációjának, valamint mélységi szögének értékétől függetlenül.

A szögméréseket Koristka R4 és Zeiss KSM mikroszkópokon (lásd 3.1 és 3.2 ábrákat) végeztük.





3.2 ábra. Zeiss KSM mikroszkóp

### 3.2 Blobsűrűség<sup>6</sup> mérése

Ugyancsak minden nyomon blobsűrűség meghatározást is végeztünk és kiszámítottuk a  $G/G_0$  hányadost és hibáját a

$$\frac{G}{G_0} = \frac{\sum_i G_i/l}{\sum_i G_{0i}/l'}; \quad \delta\left(\frac{G}{G_0}\right) = \frac{G}{G_0} \left[ \left(\frac{\delta G}{G}\right)^2 + \left(\frac{\delta G_0}{G_0}\right)^2 \right]^{1/2}$$

összefüggések alapján. A fentiekben  $l$  ill.  $l'$  a nyomnak az a szakasza, amelyen a  $\sum_i G_i$  ill.  $\sum_i G_{0i}$  szemcsét leszámloltuk,  $G_0$  a primer részecskére vonatkozó blobsűrűség, és  $\delta G = \sqrt{\sum_i G_i/l}$ .

Nemzetközi konvenció alapján azokat a nyomokat amelyekre  $G/G_0 \leq 1,4$  adódott záporrészeknek, amelyekre  $1,4 < G/G_0 \leq 4$  adódott szürke nyomoknak, végül, amelyekre  $G/G_0 > 4$  adódott fekete nyomoknak nevezzük.

### 3.3 Impulzus mérés

Azoknak a záporrészeknek, melyek mélységi szögére  $\alpha_i \leq \alpha'$  ( $\alpha'$  értékét az 1. ill. 2. besugárzás esetén  $11^\circ$  ill.  $5^\circ$ -nak választottuk<sup>7</sup>) adódott, valamint az olyan szürke részek impulzusát, melyen ez lehetséges volt többszörös Coulomb szóródás

<sup>6</sup> Erősebben ionizáló nyomok esetén előfordul, hogy két vagy több szemcse olyan közel van egymáshoz, hogy nem választhatók szét. Ezeket blob-nak nevezik.



mérésével határoztuk meg az alábbi összefüggés alapján:

$$p\beta = \frac{K \cdot t^{3/2}}{57,4 \cdot |\bar{d}_c|}, \quad \frac{\Delta(p\beta)}{p\beta} = \frac{0,86}{\sqrt{n}}. \quad (3.1)$$

Itt  $\beta$  a részecske sebessége fénysebesség egységeiben ( $\beta = v/c$ ),  $|\bar{d}_c|$  a második differenciák átlagának a Coulomb szóródásból származó része  $\mu$ -ban,  $t$  a cellahossz  $\mu$ -ban,  $K$  a szóródási konstans MeV·fok/ $\mu^{1/2}$ -ben és  $n$  a független cellák száma (az impulzus-mérésről bővebbet lásd az 1. Függelékben).

Az  $\alpha_i > \alpha'$  mélységi szöggel rendelkező záporrészeket geometriai korrekció alkalmazásával vettük figyelembe. Ez azt jelenti, hogy az impulzuseloszlásban, s minden olyan más eloszlásban, melyet az impulzus segítségével számolunk ki, az  $\alpha_i < \alpha'$  mélységi szöggel rendelkező nyomok nem egyforma súllyal szerepelnek, hanem mindegyikhez egy — a  $\phi_i$  emissziós szögtől függő —  $g_i \cong 1$  ún. geometriai súlyt rendelünk (természetesen  $\Sigma g_i = \Sigma n_i$ , ahol  $\Sigma n_i$  az összes nyomok száma), s az ugyancsak  $\phi_i$  térbeli szög alatt emittált, de  $\alpha_i > \alpha'$  mélységi szöggel rendelkező nyomokat ily módon vesszük figyelembe. (Az egyes nyomokra vonatkozó geometriai súly,  $g$ , számolását lásd a 2. Függelékben.)

A többszörös szóródásmérés számára túlságosan meredek szürke, valamint a fekete nyomok impulzusát hatótávolság-energia mérés segítségével határoztuk meg.

Miután mélységi szögüktől függetlenül, minden szürke és fekete nyom impulzusát meghatároztuk, ezért ezekre geometriai korrekciót nem kellett alkalmazni (geometriai súlyuk értéke  $g = 1$ ).

### 3.4 A nyomok azonosítása

A blob-sűrűség és a  $p\beta$  ismeretében az egyes nyomokat a két mennyiség közti összefüggés grafikonja (lásd 3.3 ábrát) segítségével azonosítani lehet [38]. Mivel az adott energiában a  $K$ -mezon keltés hatáskeresztmetszete a teljes rugalmatlan hatáskeresztmetszetnek csak  $\sim 10\%$ -a, és mivel az impulzusmérés viszonylag nagy hibája ( $\sim 20\%$ ) miatt a nyomok azonosítása amúgy is nehézségbe ütközne, a szekundereket

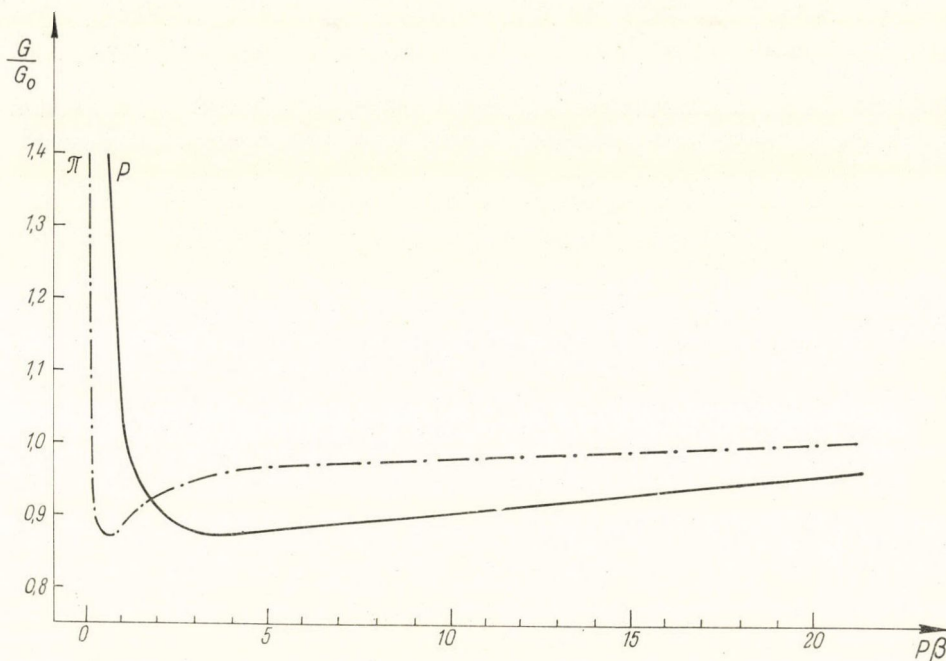
vagy pionokként vagy protonokként azonosítottuk.  $\delta^p \left( \frac{G}{G_0} \right)$  ill.  $\delta^\pi \left( \frac{G}{G_0} \right)$  és  $\delta^p(p\beta)$  ill.  $\delta^\pi(p\beta)$ -val jelölve a kísérleti pontnak a protonra és a pionra vonatkozó görbétől való távolságát,  $\sigma_{G/G_0}^p$  ill.  $\sigma_{G/G_0}^\pi$  és  $\sigma_{p\beta}^p$  ill.  $\sigma_{p\beta}^\pi$ -val pedig a megfelelő eloszlásszélességeket jelölve, kiszámítható annak a valószínűsége, hogy a mért  $G/G_0$  ill.  $p\beta$  értékek a protonra ill. a pionra vonatkozó görbétől éppen  $\delta \left( \frac{G}{G_0} \right)$  ill.  $\delta p\beta$ -val legyenek eltolva:

$$W^i \sim \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\delta^i \left( \frac{G}{G_0} \right)}{\sigma_{G/G_0}^i} \right)^2 - \frac{1}{2} \left( \frac{\delta^i(p\beta)}{\sigma_{p\beta}^i} \right)^2 \right]$$

<sup>7</sup>  $\alpha'$  értékét mindkét esetben úgy választottuk meg, hogy a mérés hibája, mely (3.1) szerint a független cellák számától  $n$ -től függ, ne haladja meg a 20%-ot.



ahol  $i = p$  vagy  $\pi$ .  $w^\pi > w^p$  esetén a nyomokat pionként,  $w^p > w^\pi$  esetén pedig protonként azonosítottuk. Mivel azonban a  $\pi$ -mezonokra és protonokra vonatkozó



3.3 ábra.  $G/G_0$  és  $p\beta$  görbék  $\pi$ -mezonokra és protonokra

blobsűrűség görbék az  $1,5 \text{ GeV}/c \leq p\beta \leq 2,5 \text{ GeV}/c$  tartományban igen közel esnek egymáshoz, az ebbe a tartományba eső záporrészeket nem lehet egyértelműen azonosítani. Ezeket a továbbiak során szög és impulzuseloszlásuk alapján — az [5] és a [19] szerzők eredményeivel megegyezően —  $\pi$ -mezonoknak tekintettük. A pionok laboratóriumi rendszerbeli szöge és impulzusa ui. csak ekkor mutatja a várt „ésszerű” eloszlást. Ellenkező esetben pl. az  $(1,5 \div 2,5) \text{ GeV}/c$  impulzustartományban az eloszlás „lyukas” lenne, ha viszont a kérdéses részecskéket pionoknak tekintjük, sem mutat az eloszlás az  $(1,5 \div 2,5) \text{ GeV}/c$  impulzustartományban „csúcsot” (lásd 4.3 ábra). További bizonyítékot arra nézve, hogy ezek a részek pionok, az átlagos transzverzális impulzusuk ( $\bar{P}_\perp^{7\text{GeV}} = 0,30 \pm 0,02 \text{ GeV}/c$ ,  $\bar{P}_\perp^{17\text{GeV}} = 0,26 \pm 0,03 \text{ GeV}/c$ ) szolgáltatta, mely hibahatáron belül megegyezik a pionokéval (v. ö. a 4. táblázattal).

A többszörös szóródásmérés számára túlságosan meredek szürke, valamint az olyan fekete nyomokat, melyek elegendő hosszú út megtétele után kimennek az emulzióból vagy magkölcsonhatást hoznak létre, a következőképpen azonosítottuk.

1. Meghatároztuk a nyom elején és végén a relatív blobsűrűséget és megnéztük, hogy az ebből számolható energiavesztés pion, proton, stb. esetén mekkora befutott útnak felel meg. A ténylegesen lemért távolság így elődöntheti a részecske típusát.

2. Meghatároztuk a nyom elején a relatív blobsűrűséget és megnéztük, hogy



proton, pion, stb. esetén ehhez mekkora kinetikus energia ill. hatótávolság tartozik. A ténylegesen leírt távolság aztán eldöntheti a részecske típusát.<sup>8</sup>

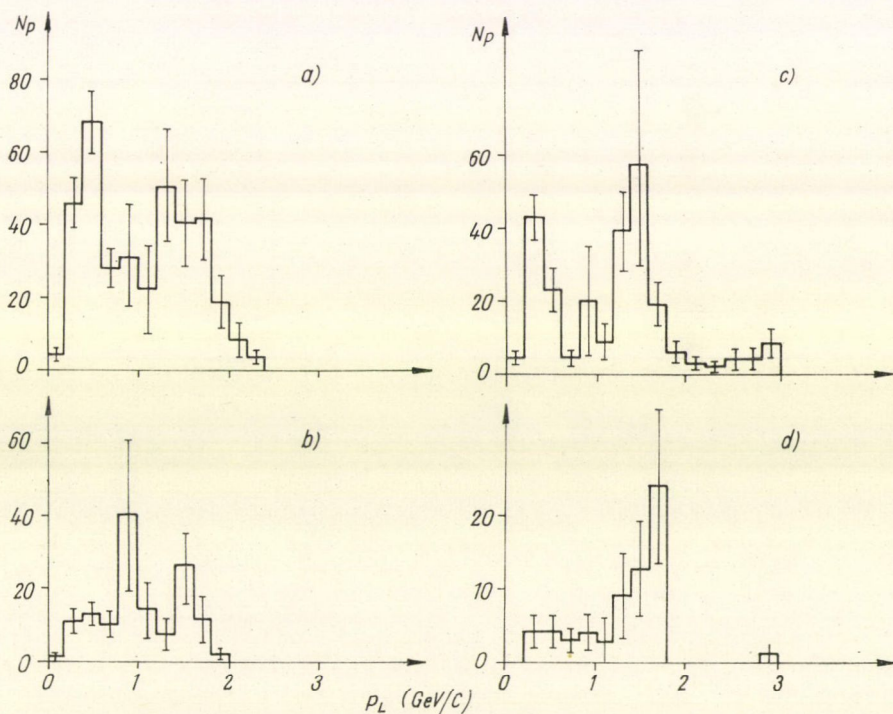
A szürke és fekete részecskék közül azokat nem tudtuk azonosítani, amelyek az emulzióban (i) csak rövid utat tesznek meg és bomlás nélkül hagyják el azt, (ii) rövid út megtétele után kölcsönhatást hoznak létre.

#### 4. Mérési eredmények

##### 4.1 Impulzuseloszlások és átlagértékek

###### 4.1.1 Protonokra vonatkozó eredmények

A 4.1 ábrán a protonok laboratóriumi rendszerbeli impulzuseloszlását mutatjuk be. Látható, hogy mind 7, mind pedig 17 GeV primerenergia esetén a kis multiplisitású ( $n_s \leq 4$ ) eseményekből származó protonok impulzuseloszlásában két maxi-

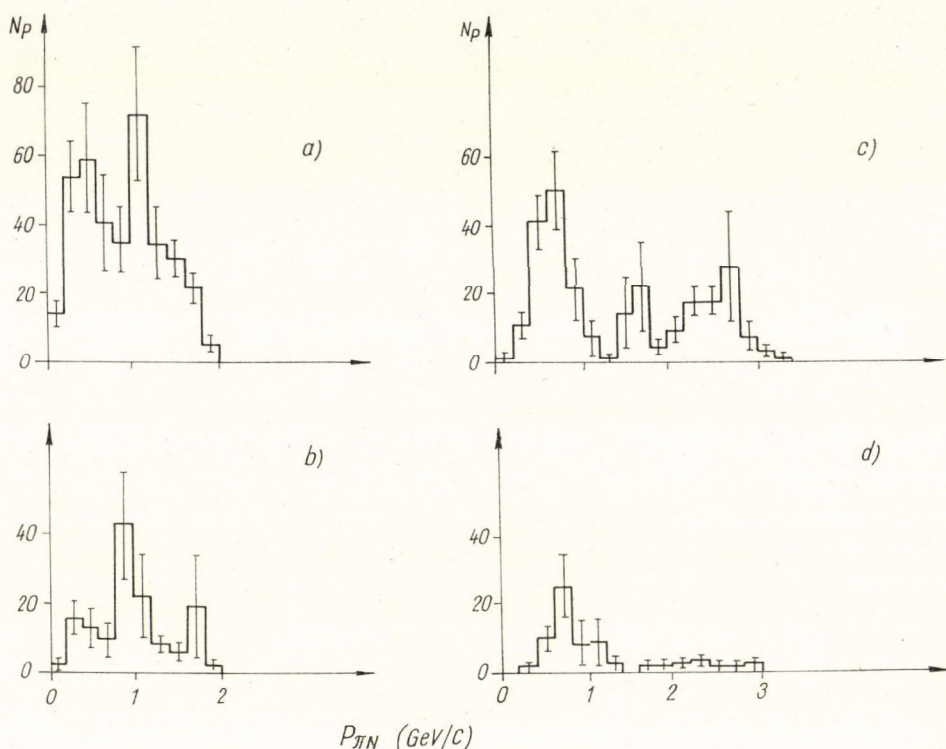


4.1 ábra. Protonok impulzuseloszlása a laboratóriumi rendszerben a) 7 GeV primerenergia és  $n_s \leq 4$ , b) 7 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$ , c) 17 GeV primerenergia és  $n_s \leq 4$ , d) 17 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$  esetén

<sup>8</sup> Ha  $p_L$  a relatív blobsűrűség-sűrűségéből  $R_\pi = 8$  mm ill.  $R_p = 50$  mm adódik a hatótávolságra pion ill. proton esetén, és a nyom az emulziót  $l > 8$  mm út megtétele után hagyja el, akkor a részecske protonként azonosítható.



num van. Az első maximum mindkét primerenergia esetén párszáz MeV/c körül, a második  $p_L \cong 1,5$  GeV/c érték körül van. Az  $n_s \cong 5$  eseményekre vonatkozóan az első maximum hiányzik. A 4.2 ábrán a protonok tömegközépponti rendszerbeli impulzuseloszlása látható. Az ábrából kitűnik, hogy mindkét primerenergianál a



4.2 ábra. Protonok impulzuseloszlása a tömegközépponti rendszerben a) 7 GeV primerenergia és  $n_s \leq 4$ , b) 7 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$ , c) 17 GeV primerenergia és  $n_s \leq 4$ , d) 17 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$  esetén

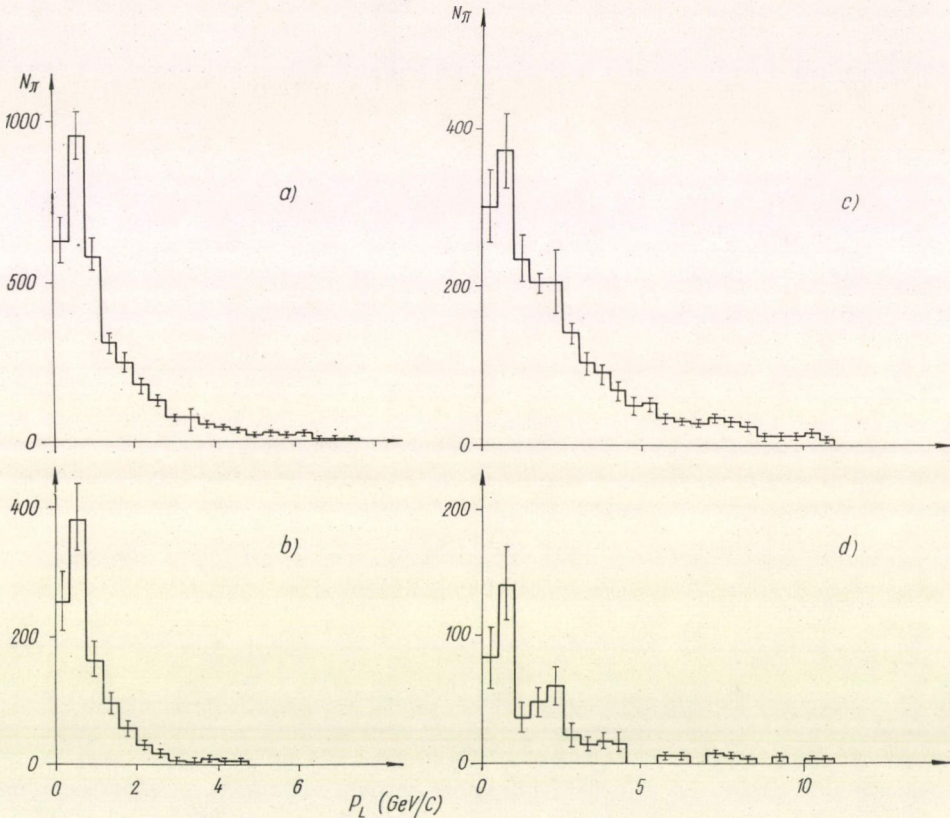
protonok tömegközépponti rendszerbeli impulzuseloszlása ugyancsak két csúccsal rendelkezik kis multiplicitások esetén, míg az  $n_s \geq 5$  eseményekre vonatkozó eloszlásokban nincs erre indikáció. Az Alma-Ata—Berlin—Budapest—Dubna—Peking—Prága kollaboráció 7 GeV primerenergianál kimutatta [19], hogy az eloszlás második maximumában olyan események vannak, melyek inelaszticitása<sup>9</sup>  $K \cong 0,5$  volt, míg a  $K > 0,5$ -tel jellemezhető események az első csúcsban helyezkednek el.

<sup>9</sup> A  $K$  inelaszticitás definíciója:  $K = \text{szekunderek összehengerjeja/primer energia}$ . Ez a mennyiség könnyen számolható olyan esetekben, ahol azonosított proton van, ugyanis ekkor  $K = [E_T(p) - E'_T(p)]/E_T(p)$ , ahol  $E_T(p)$  ill.  $E'_T(p)$  a proton energiája kölcsönhatás előtt és után abban a rendszerben, amelyben ütközés előtt a  $\pi^-$  nyugalomban volt (tükrös rendszer).



#### 4.1.2 Pionokra vonatkozó eredmények

A pionok impulzuseloszlása a laboratóriumi rendszerben a 4.3. ábrán látható. Az eloszlásnak jól kifejezett maximuma van párszáz MeV/c impulzusnál. A kezdeti gyors leesés után az eloszlás kevésbé meredeken egészen a kinematikailag lehetséges maximális impulzus értékig elhúzódik. Szembetűnő a karszám növekedésével a



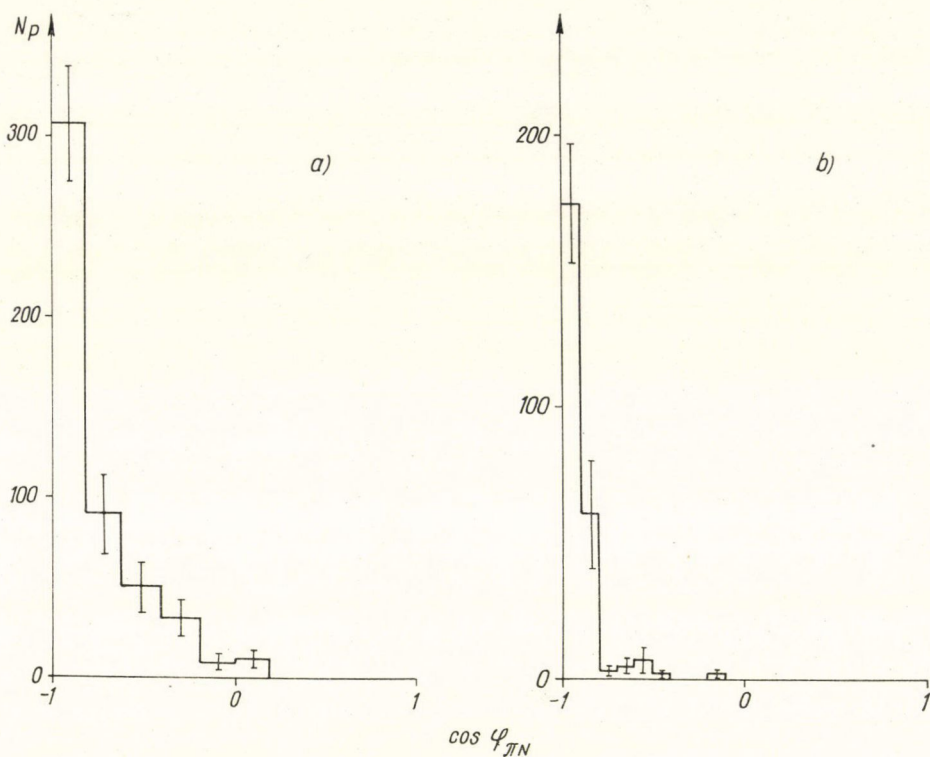
4.3 ábra. Protonok impulzuseloszlása a laboratóriumi rendszerben. a) 7 GeV primerenergia és  $n_s$ -re való korlátozás nélkül, b) 7 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$ , c) 17 GeV primerenergia és  $n_s$ -re való korlátozás nélkül, d) 17 GeV primerenergia és  $n_s \geq 5$  esetén

nagyobb impulzusú részecskék hiánya. A 4.4 ábrán a pionok impulzuseloszlását rajzoltuk fel a tömegközépponti rendszerben. Az eloszlást nem választottuk szét az események multiplicitása szerint, mivel az eloszlások alakja minden  $n_s$ -re azonos lefutást mutat.

#### 4.2 Transzverzális impulzus

A szekunder részecskék transzverzális impulzusának eloszlása és átlaga  $x$ -irányú (a primer részecske kölcsönhatás előtti haladási iránya) Lorentz transzformáció esetén Lorentz invariáns mennyiség. Első közelítésben primer energiától és részecske





4.4 ábra. Pionok impulzuseloszlása a tömegközépponti rendszerben  $n_s$ -re való korlátozás nélkül a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén

típustól függetlenül a transzverzális impulzus átlaga azonos [41], és értéke (irodalmi adatok szerint)  $\bar{P}_\perp \cong 0,3 \text{ GeV}/c$ . Ezért olyan esetekben, amikor impulzsmérés nem volt lehetséges, vagy amikor lényeges, hogy gyorsan kapjunk eredményt, még akkor is ha az csak közelítő pontosságú, akkor az emissziós szögekből és  $\bar{P}_\perp$  irodalmi értékéből lehet a részecske impulzusára következtetni. Ez általánosan elterjedt és igen fontos módszer, amely közelítő eredményeket szolgáltat.

A transzverzális impulzus eloszlásának alakja sem függ — a kísérletek tanúsága szerint — a primerenergiától vagy a részecske típustól, és közelítésére két analitikus formát szoktak használni: az

$$f(p_\perp) dp_\perp = \frac{1}{P_0^2} p_\perp e^{-\frac{p_\perp}{P_0}} dp_\perp \quad (4.1)$$

alakú ún. lineáris exponenciális eloszlást [42, 43] és az

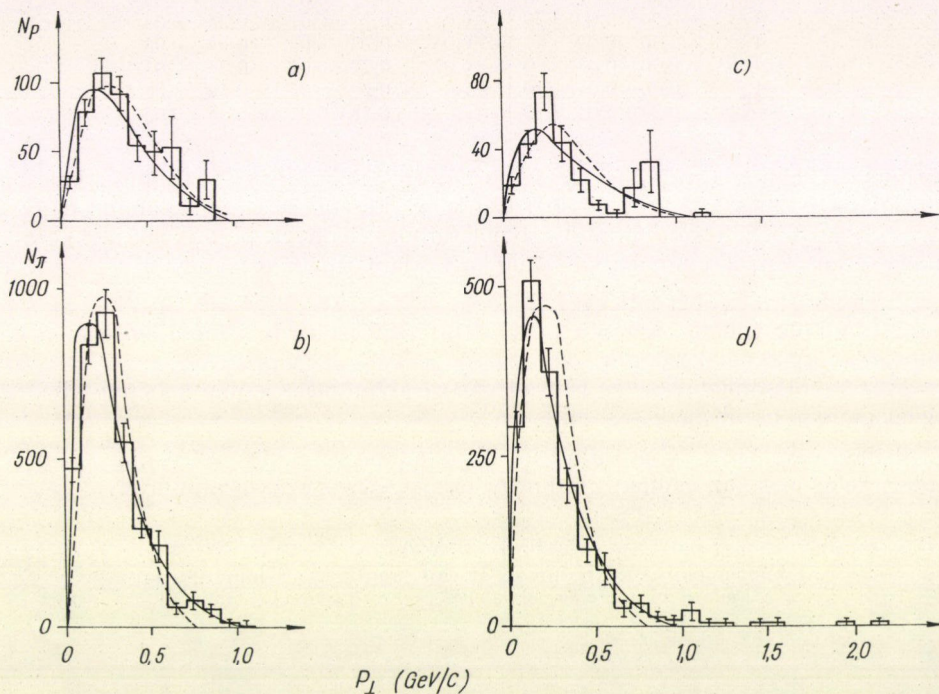
$$f(p_\perp) dp_\perp = \frac{2}{\alpha^2} p_\perp e^{-\left(\frac{p_\perp}{\alpha}\right)^2} dp_\perp \quad (4.2)$$



alakú ún. Boltzman-féle eloszlást [43—47]. Az eloszlások paraméterei és az átlagértékek között a következő összefüggés áll fent:

$$P_0 = \bar{p}_\perp/2 \quad \text{ill.} \quad \alpha = 2\bar{p}_\perp/\sqrt{\pi}.$$

A mi méréseinkre vonatkozóan a protonok és pionok transzverzális impulzuseloszlása a 4.5 ábrán látható. Mivel az eloszlások alakja minden multiplicitásnál azonos lefutást mutatott, ezért nem választottuk szét az eloszlásokat az események



4.5 ábra. Transzverzális impulzuseloszlás a) 7 GeV primerenergiánál a szekunder protonokra, b) 7 GeV primerenergiánál a szekunder pionokra, c) 17 GeV primerenergiánál a szekunder protonokra, d) 17 GeV primerenergiánál a szekunder pionokra vonatkozólag. A folytonos vonallal rajzolt görbék a (4.1), a szaggatottal rajzoltak pedig a (4.2) eloszlásának felelnek meg

multiplicitása szerint. A transzverzális impulzusok átlagértékeit a 4.I. Táblázatban gyűjtöttük össze. A 4.5 ábrába berajzoltuk a 4.I. Táblázatban megadott  $\bar{p}_\perp$  értékek segítségével kiszámolt (4.1) és (4.2) alakú eloszlásokat is.

A 4.I. Táblázatból kitűnik, hogy  $\bar{p}_\perp$  értéke nem függ a primerenergiától. Ez összhangban van a [48] szerzők eredményeivel, akik kimutatták, hogy  $\bar{p}_\perp$  értéke  $\pi N$  kölcsönhatások esetén nem, míg  $pN$  kölcsönhatások esetén függ a primerenergiától. A 4.II. Táblázatban erre — irodalmi adatok alapján — mi is meggyőző bizonyítékot mutatunk. Ennek az eredménynek egy igen érdekes lehetséges nagyarázatú izobár keltés segítségével történhet. Tekintsük ui. a 4.III. Táblázatot, ahol egy összeállítást



## 4.I. TÁBLÁZAT

A szekunder részecskék átlagos transzverzális impulzusa 7 és 17 GeV primerenergiánál és különböző karszámok esetén

$n_s$	$P_{\perp}$ GeV/c			
	7 GeV		17 GeV	
	$\pi$	$p$	$\pi$	$p$
1	$0,22 \pm 0,03$		$0,23 \pm 0,06$	
2	$0,30 \pm 0,02$	$0,30 \pm 0,03$	$0,29 \pm 0,02$	$0,41 \pm 0,05$
3	$0,30 \pm 0,02$	$0,38 \pm 0,05$	$0,27 \pm 0,01$	$0,25 \pm 0,04$
4	$0,30 \pm 0,02$	$0,39 \pm 0,04$	$0,27 \pm 0,02$	$0,37 \pm 0,05$
$\cong 4$	$0,30 \pm 0,01$	$0,36 \pm 0,02$	$0,27 \pm 0,01$	$0,36 \pm 0,03$
$\cong 5$	$0,26 \pm 0,01$	$0,43 \pm 0,05$	$0,29 \pm 0,02$	$0,32 \pm 0,06$
összes	$0,29 \pm 0,01$	$0,38 \pm 0,02$	$0,28 \pm 0,01$	$0,35 \pm 0,03$

közlünk arról, hogy  $pN \rightarrow N^* + N$ ,  $pN \rightarrow N^* + N^*$  ill.  $\pi N \rightarrow N^* + X$  típusú kölcsönhatások esetén mekkora az  $N^*$  izobár keltésének küszöbenergiája, valamint, hogy az egyes izobárok lehetséges különböző bomlásaiból keletkezett pionoknak mekkora az átlagos transzverzális impulzusa. A táblázat alapján látható, hogy

1.  $\bar{p}\pi$  nő az izobár tömegével,
2.  $pN$  kölcsönhatás esetén a növekvő tömegű izobárok keltése lényegesen különböző energiáknál kezdődik, de
3.  $\pi N$  kölcsönhatás esetén már a legmagasabb tömegű izobár keltése is viszonylag alacsony küszöbenergiával bír.

Feltételezve tehát, hogy mind a  $pN$ , mind pedig a  $\pi N$  kölcsönhatásban  $N^*$  izobár keletkezik, az említett eredmény természetes magyarázatot nyer.

## 4.II. TÁBLÁZAT

Szekunder pionok és protonok átlagos transzverzális impulzusa különböző primerenergiáknál  $pN$  és  $\pi N$  ütközések esetén

$pN$				$\pi N$			
$E_0$ GeV	$\bar{p}_{\perp}$ MeV/c		iroda- lom	$E_0$ GeV	$\bar{p}_{\perp}$ MeV/c		iroda- lom
	$\pi$	$p$			$\pi$	$p$	
3,5	$111 \pm 9$	234	[52]	4,4	$300 \pm 23$		[48]
3,7	$192 \pm 5$	$387 \pm 7$	[49]	5,9	$303 \pm 13$		[21]
4,2	$142 \pm 11$	265	[53]	6,1	$290 \pm 28$		[49]
6,2	$255 \pm 33$	$338 \pm 56$	[54]	6,8	$338 \pm 30$		[5]
9	$240 \pm 20$		[55]	7,5	$360 \pm 18$	$419 \pm 62$	[19]
24	$350 \pm 10$		[56]	10	$358 \pm 14$	$376 \pm 20$	[49]
	371	367	[9]		$300 \pm 10$	$440 \pm 50$	[50]
25	$398 \pm 25$	$400 \pm 50$	[57]	11,4	$339 \pm 8$	$411 \pm 17$	[51]
				16	$362 \pm 30$	$377 \pm 40$	[9]
					$360 \pm 10$		[58]
					$350 \pm 10$	$410 \pm 12$	[49]
					$350 \pm 21$		[59]
				17	$220 \pm 10$		[60]
				18	$360 \pm 18$		[21]
					397		[22]

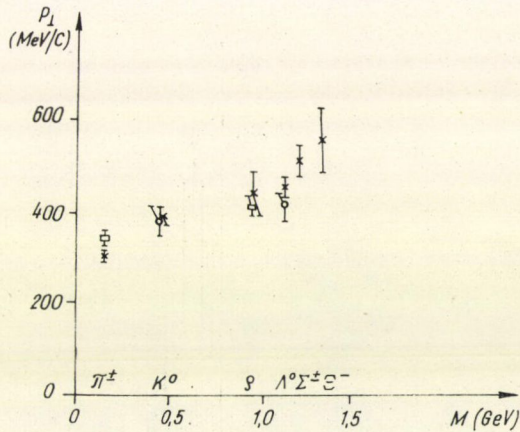


## 4.III. TÁBLÁZAT

$pN \rightarrow N^* + N$ ,  $pN \rightarrow N^* + N^*$  ill.  $\pi N \rightarrow X + N^*$  típusú kölcsönhatások esetén az  $N^*$  izobár keltésének küszöbenergiája és a keletkezett pionok transzverzális impulzusának átlagértékei

$N^*$ izobár	$E_k$ (GeV) küszöbenergia			$\bar{P}_\perp$ (MeV/c) ha az izobár így bomlik						
	$pN \rightarrow$ $N^* + N$	$pN \rightarrow$ $N^* + N^*$	$\pi N \rightarrow$ $X + N^*$	$N + \pi$	$N_{33} + \pi$	$N_{13} + \pi$	$N_{15} + \pi$	$N_{37} + \pi$	$N_1 + \pi$	$N + 2\pi$
$N_{33}$ (1238)	0,64	1,37	0,22	183						
$N_{13}$ (1512)	1,32	3,00	0,62	353	160					130
$N_{15}$ (1688)	1,80	4,20	0,92	450	287	72				190
$N_{37}$ (1920)	2,39	6,00	1,37	566	430	269	133			257
$N_1$ (2190)	3,33	8,30	1,95	698	573	437	310	61		325
$N_3$ (2360)	3,84	10,00	2,36	777	664	533	440	291	71	363

A 4.I. és 4.II. Táblázatokból további az is látható, hogy  $\bar{p}_\perp$  értéke függ a szekunder részecske tömegétől<sup>10</sup> ( $p_\perp^\pi \cong p_\perp^N$ ). Hasonló eredményekről számolnak be a [44, 50, 51] szerzők is. Az átlagos transzverzális impulzus tömegfüggésére egy példának példa a 4.6 ábrán látható (az ábra a [49] munkából van átvéve). Érdekes meg-

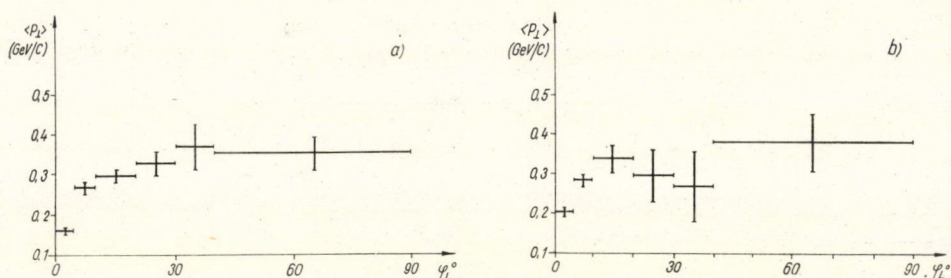


4.6 ábra.  $\bar{P}_\perp$  függése  $\pi p$  kölcsönhatásokban keletkezett szekunder részecskék tömegétől. ( $\times$  10 GeV/c,  $\square$  és  $\circ$  11,4 GeV/c)

vizsgálni  $\bar{p}_\perp$  szögfüggését is pl. abból a szempontból, hogy mennyire tekinthetők jó közelítésnek a 4.2 pont elején említett olyan módszerek, melyek a  $p_{\perp i} \cong \bar{p}_\perp$  feltevést használják. A 4.7 ábrán a pionok átlagos transzverzális impulzusát ábrázoltuk a laborrendszerbeli emissziós szög függvényében. Látható, hogy  $\bar{p}_\perp$  értéke mind 7 mind 17 GeV primerenergia esetén kb.  $15^\circ$ -ig kissé nő, majd hibahatáron belül állandó marad.

<sup>10</sup>  $\bar{p}_\perp$ -nak a tömegtől való függését D. R. O. Morrison szintén izobár keltés segítségével próbálta magyarázni [49].

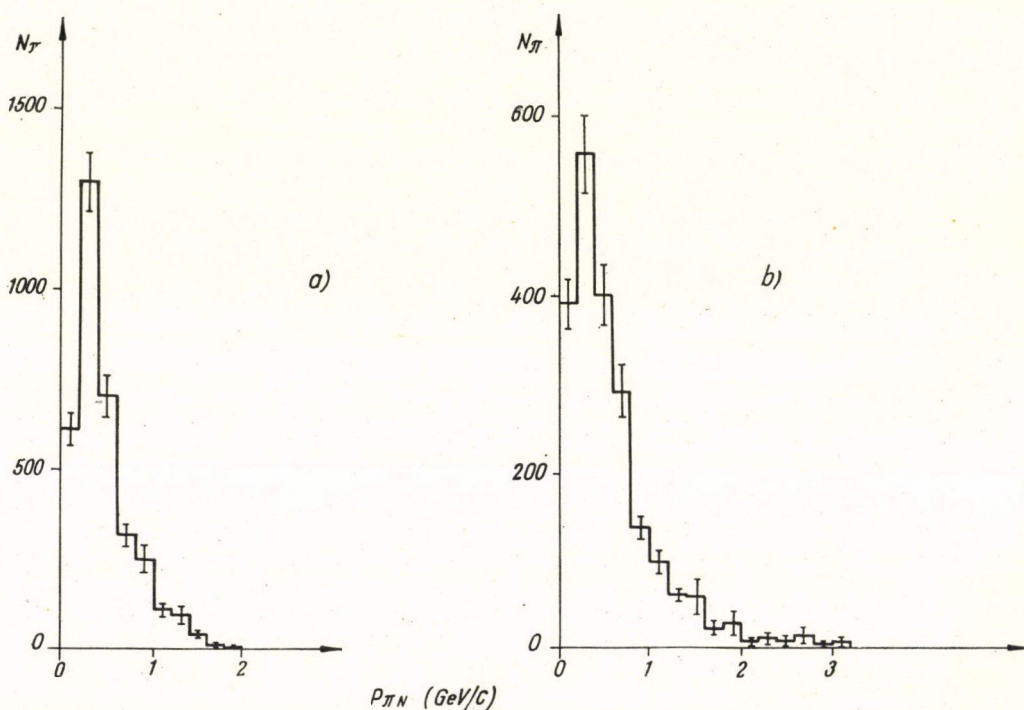




4.7 ábra. Pionok átlagos transzverzális impulzusa a laborrendszerbeli szög függvényében a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén

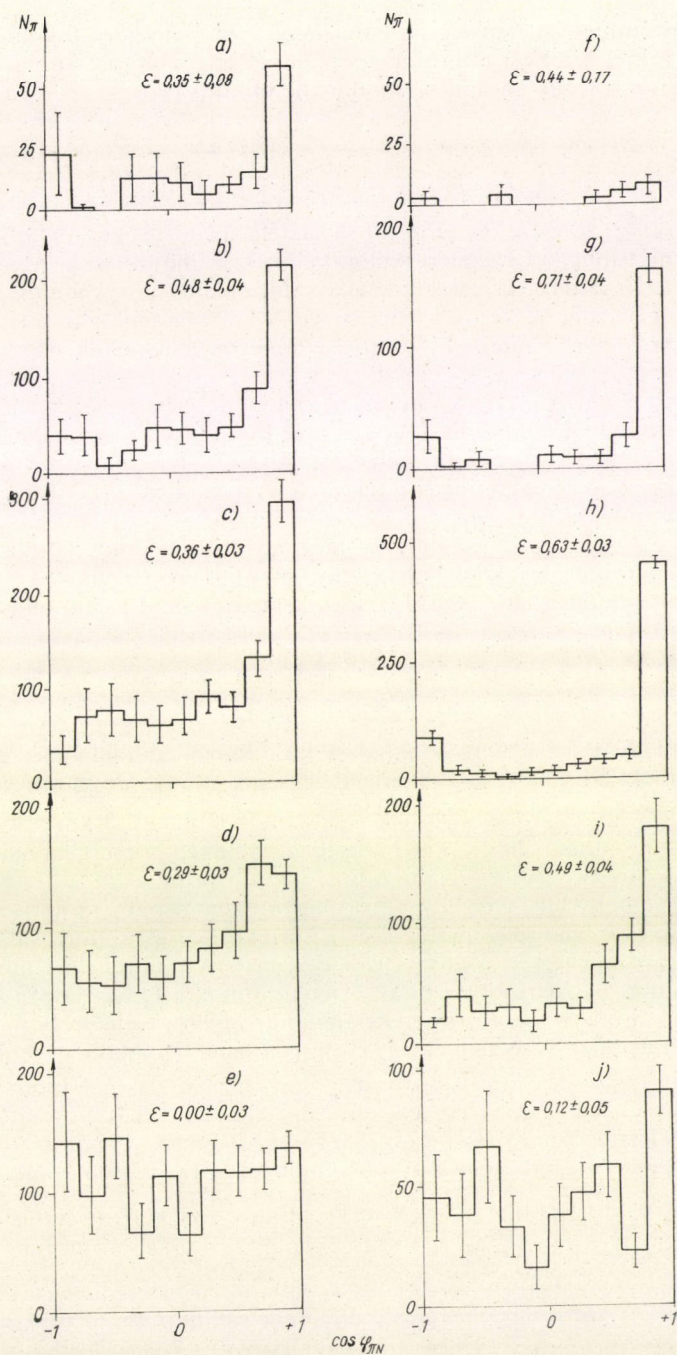
### 4.3 Szögeloszlások

A protonok a tömegközépponti rendszerben karszámtól függetlenül hátrafelé, zömben  $180^\circ$ -tól számított kis szögek alatt emittálódnak, mint az a 4.8 ábrán látható. A 4.9 ábrán a  $\pi$ -mezonok szögeloszlását mutatjuk be a  $\pi N$  tömegközépponti rendszerben. Látható, hogy — mindkét primerenergiánál — a  $\pi$ -mezonok egy része erősen előre felé emittálódik (kis szögek alatt), vagyis a szögeloszlás előre-hátra



4.8 ábra. Protonok szögeloszlása a tömegközépponti rendszerben a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén





4.9 ábra. Pionok szögeloszlása a  $\pi N$  tömegközépponti rendszerben a)–e) 7 GeV primerenergia és  $n_s=1, 2, 3, 4, \cong 5$ , valamint f)–j) 17 GeV primerenergia és  $n_s=1, 2, 3, 4, \cong 5$  esetére



szimmetriát mutat. Látható, hogy a pionok előre kollimációja annál kifejezettebb, minél kisebb a multiplicitás és minél nagyobb az energia. Ha az aszimmetria fokát és szórását az alábbi módon definiáljuk:

$$\varepsilon = \frac{N_e - N_h}{N_e + N_h}, \quad \delta\varepsilon = \frac{2[N_h^2(\delta N_e)^2 + N_e^2(\delta N_h)^2]^{1/2}}{(N_e + N_h)^2} = \frac{2\sqrt{N_e N_h}}{(N_e + N_h)^{3/2}}, \quad (4.3)$$

(ahol  $N_e$  és  $N_h$  az előre ill. hátrafelé menő részecskék száma) és  $\varepsilon$  értékeit az egyes multiplicitások esetére külön-külön kiszámítjuk, akkor számszerűleg is kimutatható az aszimmetria csökkenése a multiplicitás növekedésével (lásd 4.9 ábra, ahol az egyes  $\varepsilon$  értékeket is feltüntettük). A két energián számolt  $\varepsilon$  értékek összehasonlításából az is kitűnik, hogy az aszimmetria a nagyobb energiánál lényegesen erősebb.

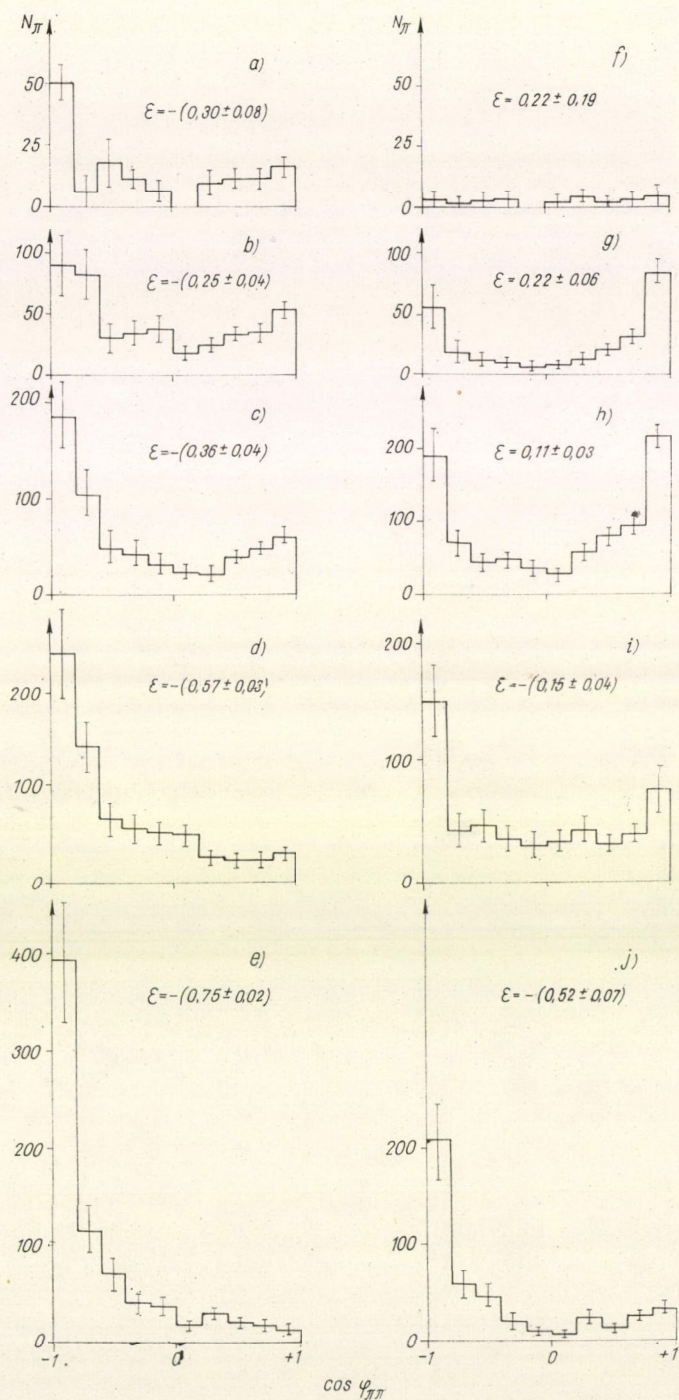
A pionok szögeloszlását a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben különböző multiplicitások esetén és mindkét primerenergiánál a 4.10 ábrán mutatjuk be. Kis multiplicitásnál az eloszlás szimmetrikus (17 GeV primerenergiánál), ill. közel szimmetrikus (7 GeV primerenergiánál). A multiplicitás növekedésével a szekunder részecskék egyre inkább hátrafelé emittálódnak ( $\varepsilon$  értéke negatív irányba nő) ebben a rendszerben.

A szögek vizsgálatából még egy érdekes dolog adódik. Ismeretes, hogy a nagyenergiájú magkölcsonhatások (jetek) Lorentz faktora (tehát primerenergiája is) meghatározható szögeloszlásuk alapján, pl. Castagnoli módszer [63] segítségével:

$$\lg \gamma = -\frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \lg \tg \varphi_i = \overline{\lg \tg \varphi}; \quad \delta(\lg \gamma) = \pm \frac{0,91}{\sqrt{n_s}}.$$

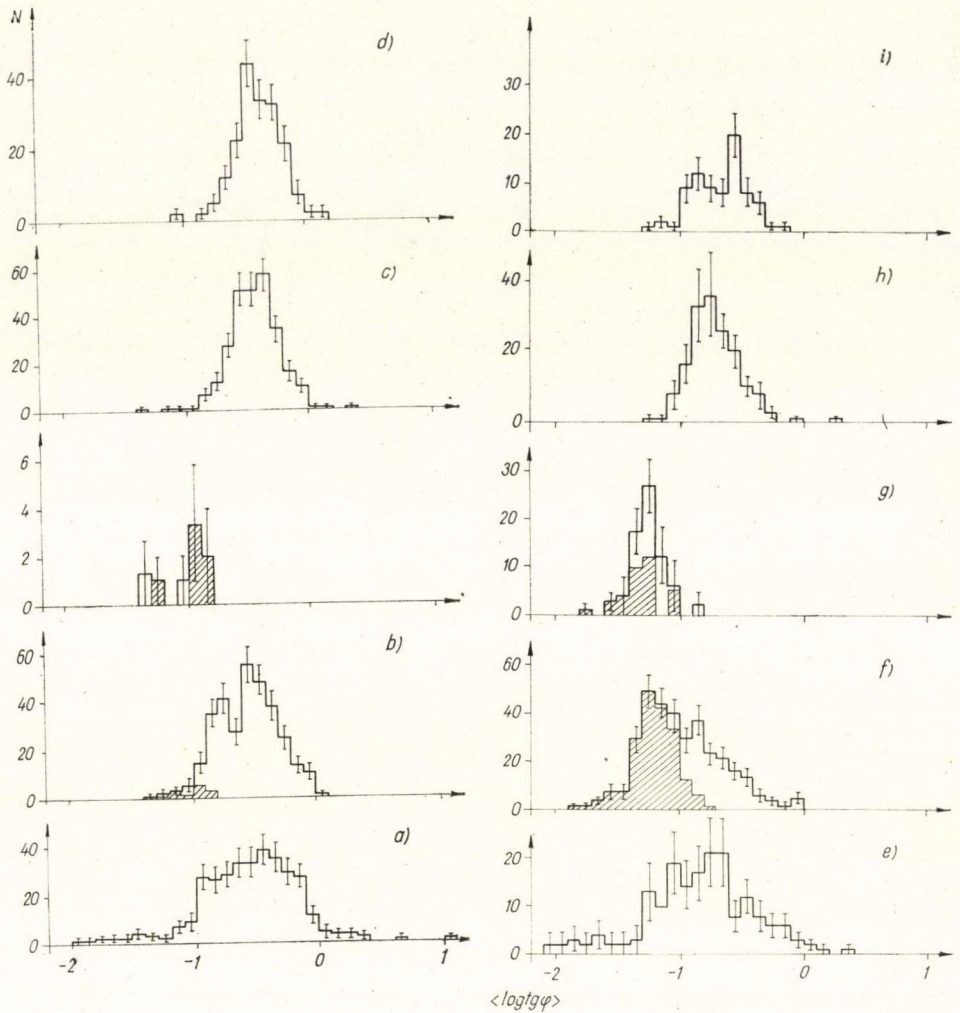
Vegyük fel a  $\overline{\lg \tg \varphi}$  eloszlást különböző multiplicitású eseményekre vonatkozóan (4.11 ábra). Az  $n_s=1$  esetet nem tárgyaljuk, mivel ott — épp amiatt, hogy csak egy szekunder részecske van — a  $\overline{\lg \tg \varphi}$  mennyiség szórása igen nagy. A 4.11 ábrából látható, hogy  $n_s=2$  esetében mindkét primerenergián a  $\overline{\lg \tg \varphi}$  mennyiségnek széles eloszlása van, mind  $\lg \gamma_{\pi N}$  mind pedig a  $\lg \gamma_{\pi\pi}$  értékek körül jelentős számú esemény található. Ez azzal magyarázható, hogy a kétkarú események egy része a  $\lg \gamma_{\pi N}$ , más része pedig a  $\lg \gamma_{\pi\pi}$  értékek körül csoportosul, s a kettő szuperpozíciója eredményezi az észlelt széles eloszlást. A multiplicitás növekedésével az eloszlások egyre keskenyebbé válnak, s maximumuk a  $\lg \gamma_{\pi N}$  értékek felé tolódnak el. Kivételesen ez alól a 17 GeV primerenergiájú háromkarú események ill. a 7 GeV primerenergiájú háromkarú események egy csoportja. Ezek eloszlása ui. erősen aszimmetrikus: nagy  $\overline{\lg \tg \varphi}$ -k felé lassan eső alakja van, s az eloszlás maximuma még  $\lg \gamma_{\pi\pi}$ -nél is lényegesen magasabb értékek felé van. A későbbiek szempontjából (lásd 7. és 8. fejezeteket) érdekes lesz, ha a háromkarú eseményekből bizonyos szempontok szerint kiválasztottak eloszlását is feltüntettjük: (i) azon eseményekét, amelyekre a  $\sum_i \sin \varphi_i \leq 0,44$  kritérium teljesül (4.11f ábrán vonalkázott terület), (ii) azon eseményeket, amelyekre a  $\sum_i \sin \varphi_i \leq 0,44$  és a  $\sum_i E_i \leq 0,7E_0$  kritériumok teljesülnek (4.11g ábra nem vonalkázott terület) és végül (iii) azon eseményekét, melyekre az előbbieken kívül az is igaz, hogy a targetnek átadott impulzus transzverzális komponense  $q_{\perp} \leq 0,2$  GeV/c (4.11g ábra vonalkázott terület). Látható módon az összes háromkarú eseményre, valamint az (i), (ii) és (iii) kritériumok szerint kiválasztott esemé-





4.10 ábra. Pionok szög-eloszlása a  $\pi\pi$  tömeg-középponti rendszerben a)–e) 7 GeV primere-nergia és  $n_s = 1, 2, 3, 4, \approx 5$  valamint f)–j) 17 GeV primerenergia és  $n_s = 1, 2, 3, 4, \approx 5$  esetére





4.11 ábra.  $\lg \operatorname{tg} \varphi$  eloszlás 7 GeV a)–d) ill. 17 GeV e)–i) primerenergia esetén. Az a) és e) ábrák az  $n_s=2$  eseményekre; a b) és f) ábrák  $n_s=3$ , valamint az (i) kritériumokat teljesítő (vonalkázott terület) eseményekre; a b') és g) ábrák az (ii), valamint az (iii) kritériumokat teljesítő (vonalkázott terület) eseményekre; a c) és h) ábrák az  $n_h=4$  eseményekre; a d) és i) ábrák az  $n_s \geq 5$  eseményekre vonatkoznak

nyekre vonatkozó  $\lg \operatorname{tg} \varphi$ -eloszlás egyre keskenyebbé válik, és a maximum helye egyre magasabb értékek felé tolódik el. A 4.11 ábrán feltüntetett esetekre vonatkozó  $\bar{\gamma}$  értékeket a 4.IV. Táblázatban tüntettük fel. Az összehasonlítás kedvéért megadjuk, hogy  $\gamma_{\pi N}$  ill.  $\gamma_{\pi\pi}$  értéke 7 és 17 GeV-en

$$\gamma_{\pi N}^7 = 2,16 \quad \gamma_{\pi\pi}^7 = 5,21$$

$$\gamma_{\pi N}^{17} = 3,18 \quad \gamma_{\pi\pi}^{17} = 7,87.$$



Ezen adatok, valamint a 4.IV. Táblázatban megadott értékek összehasonlítása azt mutatja, hogy míg az  $n_s=2$  események átlagos Lorentz faktora  $\gamma_{\pi\pi}$ -hez van közelebb (de annál kisebb, mivel — a 4.11 ábra tanúsága szerint — a kétkarú kölcsönhatások egy része  $\pi N$  és nem  $\pi\pi$  kölcsönhatásokból származik), addig az  $n_s=4$  ill.  $n_s\geq 5$  eseményeké egyre inkább  $\gamma_{\pi N}$ -nel egyezik jobban. Az  $n_s=3$ -nál talált kiugróan nagy értékek magyarázatára majd később visszatérünk (lásd: 8.1 pont).

## 4.IV. TÁBLÁZAT

A Castagnoli formulából számolt  $\bar{\gamma}$  értékek átlaga különböző karszámok esetére

$n_s$	$\gamma$	
	7 GeV	17 GeV
2	$3,8 \pm 0,3$	$7,2 \pm 0,8$
3	összes	$3,4 \pm 0,2$
	(i)	$9,7 \pm 0,6$
	(ii)	$12,5 \pm 6,9$
	(iii)	$16,0 \pm 1,1$
4	$11,5 \pm 6,9$	$18,3 \pm 3,0$
$\geq 5$	$10,1 \pm 5,9$	$20,7 \pm 4,2$
	$2,7 \pm 0,2$	$5,1 \pm 0,4$
	$2,4 \pm 0,2$	$4,7 \pm 0,5$

### 5. $\pi^- p \rightarrow p\pi^-(k\pi^0)$ és $\pi^- p \rightarrow n\pi^-\pi^+(k\pi^0)$ típusú ( $k \geq 1$ és $k' \geq 0$ ) események analízise

#### 5.1 Kis multiplicitású kölcsönhatások periferikus jellege

A 4. fejezetben tárgyalt kísérleti eredmények azt mutatják, hogy

1. a  $\pi N$  tömegközépponti rendszerben a  $\pi$ -mezonok kis multiplicitás esetén erősen előre kollimáltak, míg nagyobb multiplicitásoknál az előre-hátra aszimmetria lényegesen lecsökken. (Az aszimmetria állandók értékét különböző multiplicitások esetén 7 és 17 GeV primerenergiára vonatkozóan lásd a 4.9 ábrán).

2. kis multiplicitás esetén a keletkezett  $\pi$ -mezonok szögeloszlása a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben nem tér el szignifikánsan a szimmetrikustól, míg nagy multiplicitások esetén erős hátra-előre aszimmetriát mutat (lásd 4.10 ábrát).

3. Kis multiplicitás esetén a protonok impulzuseloszlása a laboratóriumi, valamint a  $\pi N$  rendszerben két maximumot mutat (lásd a 4.1 és 4.2 ábrákat). A  $\pi$ -mezonok  $\pi N$  rendszerbeli szögeloszlása azokban az eseményekben, amelyek inelaszticitása  $K \leq 0,5$  volt erősen előre kollimált, míg a  $K > 0,5$ -tel jellemezhető esetekre közel izotrópnak mutatkozott. A protonok  $\pi N$ -beli szögeloszlása pedig a  $K \leq 0,5$  eseményekben erősen hátra kollimált, míg a  $K = 0,5$  eseményekben 90 és 180 között közel egyenletes [19].

A fenti kísérleti tények úgy értelmezhetők, hogy kis multiplicitások esetén a kölcsönhatások túlnyomórészt periferikus természetűek, azaz a primer  $\pi$ -mezon a target nukleonnak a  $\pi$ -mezon felhőjével lép kölcsönhatásba, míg a nagyobb multiplicitású események a centrális  $\pi$ -core ütközéseknek felelnek meg.

Ha feltételezzük, hogy minden  $n_s \leq 2$  esemény  $\pi\pi$  ütközésnek és minden  $n_s \geq 3$  esemény  $\pi$ -core ütközésnek felel meg, akkor — a  $\pi N$  ütközések teljes rugalmatlan hatáskeresztmetszetének ismeretében ( $\sigma_{\pi p} = 23$  mb [64]) — a rugalmatlan  $\pi\pi$  ill.  $\pi$ -core ütközések hatáskeresztmetszetét kiszámíthatjuk. Mivel azonban az egykarú rugalmatlan események közül néhányat elvesztettünk az egykarú rugalmas események kiválasztására használt szigorú kritériumok miatt, azért a számolt  $\sigma_{\pi\pi}$  ill.  $\sigma_{\pi-core}$  csak mint a valódi értékek alsó, ill. felső határa vehető figyelembe. 0-karú rugalmatlan események számát a [65] szerzők buborékkamrával végzett mérései alapján becsültük meg.<sup>11</sup> Továbbá,  $n_s=3$ -nál tekintetbe vettük, hogy az események



egy részénél nem  $\pi N$  ütközések, hanem a  $\pi N$  kölcsönhatások egy különleges típusa (lásd 7. fejezet: Diffrakciós Disszociáció) történt.

Ily módon 7 ill. 17 GeV-en

$$\sigma_{\pi\pi} \cong 8,9 \text{ mb} \quad \text{ill.} \quad \sigma_{\pi\pi} \cong 5,8 \text{ mb}$$

és

$$\sigma_{\pi \text{ core}} \cong 14,1 \text{ mb} \quad \text{ill.} \quad \sigma_{\pi \text{ core}} \cong 17,2 \text{ mb}$$

adódott. A nukleon core-t átlátszatlan gömbnek tekintve a fenti  $\sigma_{\pi \text{ core}}$  értékek

$$r_{\text{core}} \cong 0,67 \cdot 10^{-13} \text{ cm} \quad \text{ill.} \quad r_{\text{core}} \cong 0,75 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

core-sugárnak felelnek meg.

A periferikus jelleget mutató kis multiplicitású kölcsönhatások közül a két-karúakkal fogunk részletesebben foglalkozni, mivel (i) a páratlan karszámú események  $\pi$ -n ütközéseknek felelnek meg,<sup>12</sup> és szabad neutronok az emulzióban nem lévén az ilyen események között kevesebb a  $\pi N$  kölcsönhatás, mint páros karszám esetén, továbbá (ii)  $n_s = 1$  esetében a rugalmas és rugalmatlan kölcsönhatások szétválasztása bizonytalan és (iii) a multiplicitás növekedésével a periferikus ütközés valószínűsége csökken.

A kétkarú kölcsönhatásokon belül is elsősorban a kis multiplicitású, vagyis kevés  $\pi^0$ -t tartalmazó esetek érdekesek.

### 5.2 Kétkarú események osztályozása

A kétkarú rugalmatlan kölcsönhatások az alábbi két reakcióból származhatnak:

$$\pi^- + p \rightarrow p + \pi^- + k\pi^0 \quad k=1, 2, \dots \quad (5.1)$$

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^- + k'\pi^0 \quad k'=0, 1, \dots \quad (5.2)$$

Mivel emulzióban az egyes eseményekhez tartozó  $\pi^0$  mezonokat igen nehéz megtalálni, valamint emissziós szögét és energiáját meghatározni ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma \rightarrow 4e^+e^-$  folyamatok révén) azért nem tudtuk az eseteket  $k$ , ill.  $k'$  szerint szétválasztani, és így nem tudtuk leválasztani a minket leginkább érdeklő  $k=1$  és  $k'=0$  folyamatokat. G. Bellini és munkatársai buborékkamrával végzett mérésekből [26] azonban azt kapták, hogy az (5.1) típusú kölcsönhatások 80%-ában  $k=1, 2$ , az (5.2) típusú kölcsönhatások 90%-ban pedig  $k'=0, 1$ . A 7 ill. 17 GeV-es anyagban a társlaboratóriumokkal együtt összesen 46 ill. 57 db (5.1) típusú és 60 ill. 46 db (5.2) típusú eseményt mértünk ki.

Tekintettel arra, hogy csak azokat a kétkarú kölcsönhatásokat tudjuk figyelembe venni, ahol mind a két szekunder rész impulzusa mérhető volt (lásd 3.3 fejezetet), azért az egész eseményre és nem csak az egyes nyomokra vonatkozó geometriai korrekciót kell alkalmazni. Ilyenkor nem arról van szó, hogy az egyes nyomokra vonatkozó impulzusok (vagy impulzusból számolható mennyiségek) eloszlásánál

<sup>11</sup> 17 GeV-en a scanning során talált 20 esemény a valódi eseményszám alsó határának (kis megtalálási valószínűség) tekinthető, [65] alapján a 0-karú események valódi száma 29.

<sup>12</sup> A 7 fejezetben látni fogjuk, hogy a páratlan karszámú események, különösen  $n_s=3$ -nál még  $\pi N \rightarrow N 3\pi$  típusú ún. diffrakciós disszociációs eseményeknek is megfelelhetnek.

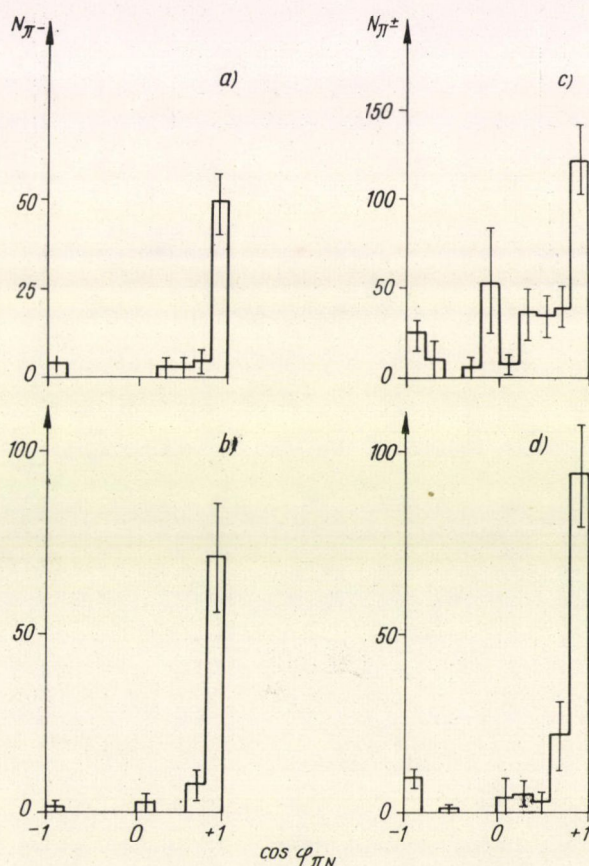


e nem mérhető nyomokat is figyelembe kell venni, hanem arról, hogy az egyes *eseményekre* vonatkozó és impulzusból számolható mennyiségek eloszlásában a nem mérhető *eseményeket* kell figyelembe venni valamilyen  $\tilde{g}$  geometriai súly segítségével. Ezen speciális geometriai korrekció számolását a 3. Függelékben mutatjuk be.

### 5.3 Szögeloszlás

Megvizsgáltuk az (5.1) és (5.2) reakcióban keltett töltött pionok szögeloszlását mind a  $\pi N$  mind pedig a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben. A kapott szögeloszlásokat az 5.1 és 5.2 ábrákon mutatjuk be.

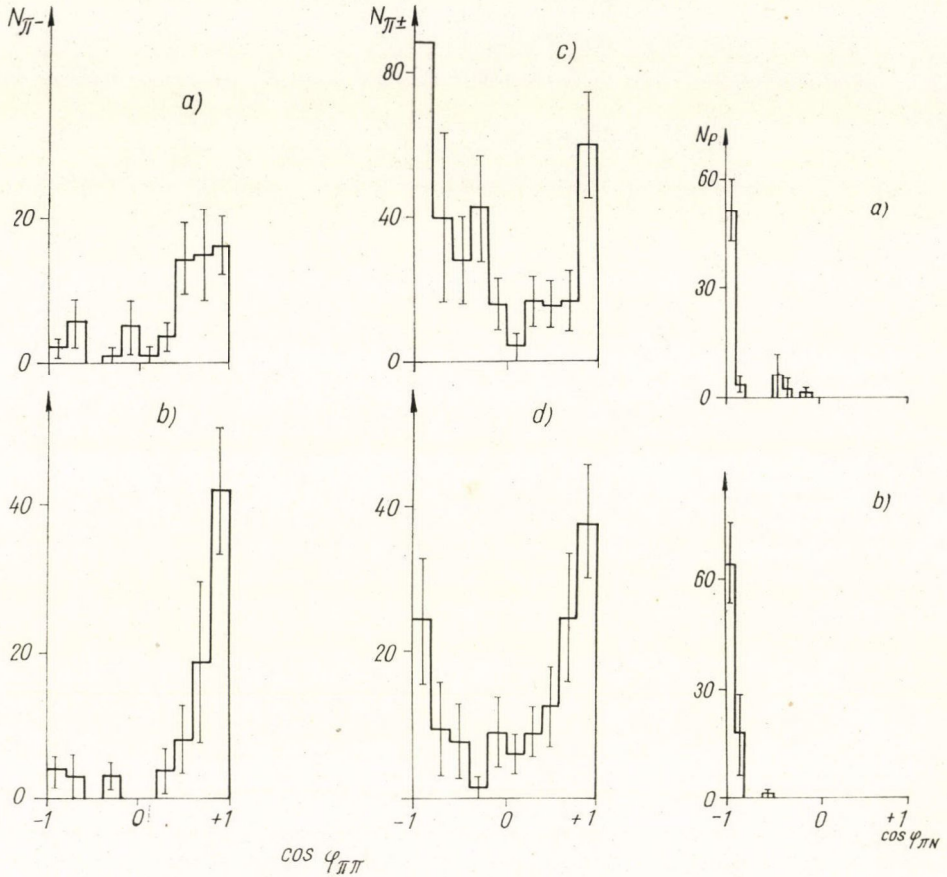
Az 5.1 ábrából látható, hogy a  $\pi N$  rendszerben az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok tekintet nélkül a primerenergiára, előre, méghozzá erősen az eredeti



5.1 ábra. Az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok szögeloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén, valamint az (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonok szögeloszlása c) 7 GeV és d) 17 GeV primerenergia esetén a  $\pi N$  tömegközépponti rendszerben



ütközés előtti irányokhoz képest kis szögek alatt emittálódnak. Az (5.2) reakcióból származó  $\pi^+$  és  $\pi^-$  mezonok pedig előre-hátra aszimmetrikusan repülnek ki. Hasonló eredményt kaptak a [9, 16, 17, 21, 23] szerzők is.



5.2 ábra. Az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok szögeloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén, valamint (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonok szögeloszlása c) 7 GeV és d) 17 GeV primerenergia esetén a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerben

5.3 ábra. Az (5.1) és (5.2) reakcióból származó protonok  $\pi N$  rendszerbeli szögeloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén

Továbbá, az 5.2 ábra azt mutatja, hogy a  $\pi\pi$  rendszerben az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$  mezonok előre-hátra aszimmetrikusan emittálódnak, míg az (5.2) reakcióban keletkezett  $\pi^\pm$  mezonok szögeloszlása közel szimmetrikus (17 GeV-en), ill. gyenge hátra-előre aszimmetriát mutat (7 GeV-en), ami arra utal, hogy a  $\pi^+$  mezonok nagyrésze hátrafelé emittálódik (v. ö. pl. [23] eredményeivel).

Az (5.1) reakcióban keletkezett protonok szögeloszlása a  $\pi N$  rendszerben az



5.3 ábrán látható módon hátrafelé, méghozzá kis szögek alatt kollimált.

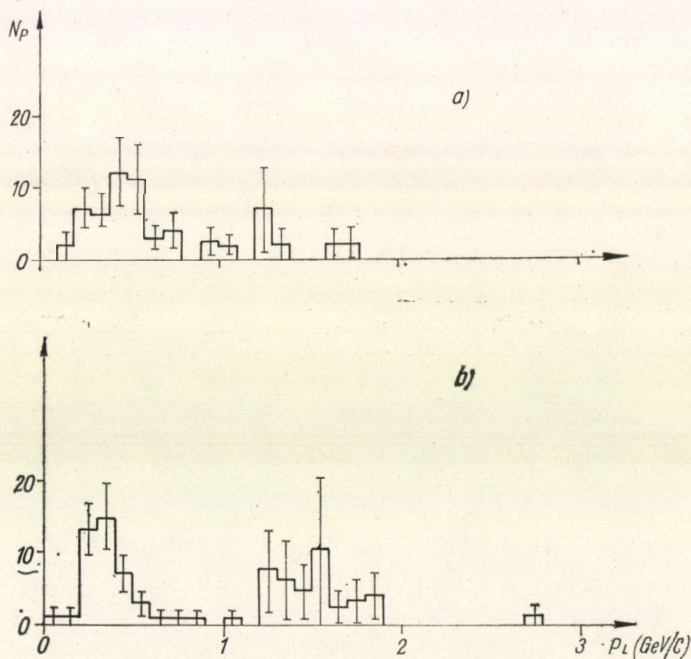
Az  $\varepsilon$  aszimmetria állandók számszerű értékeit az 5.I. Táblázatban állítottuk össze, ahonnan látható, hogy  $\varepsilon$  értéke az energiával nő (kivéve természetesen azokat az eseteket, amikor az aszimmetria állandó értéke közel van az  $\varepsilon = \pm 1$  határértékekhez).

5.I. TÁBLÁZAT

rendszer	részecske	$\varepsilon$	
		7 GeV	17 GeV
		primerenergia	
$\pi N$	$\pi^{\pm}$	$0,44 \pm 0,02$	$0,84 \pm 0,05$
	$\pi^{-}$	$0,87 \pm 0,06$	$0,97 \pm 0,05$
	$P$	-1	-1
$\pi\pi$	$\pi^{\pm}$	$-(0,31 \pm 0,05)$	$0,27 \pm 0,03$
	$\pi^{-}$	$0,58 \pm 0,02$	$0,76 \pm 0,07$

#### 5.4 Impulzus eloszlás

A súrlódó ütközések egy jellegzetes, várható tulajdonsága, hogy a meglökött protonok impulzus-eloszlásában pár száz MeV/c körül erős maximum van [5, 21, 39, 40]. Ez látható a mi eredményeinkből is az 5.4 ábrán, ahol a protonok labor-

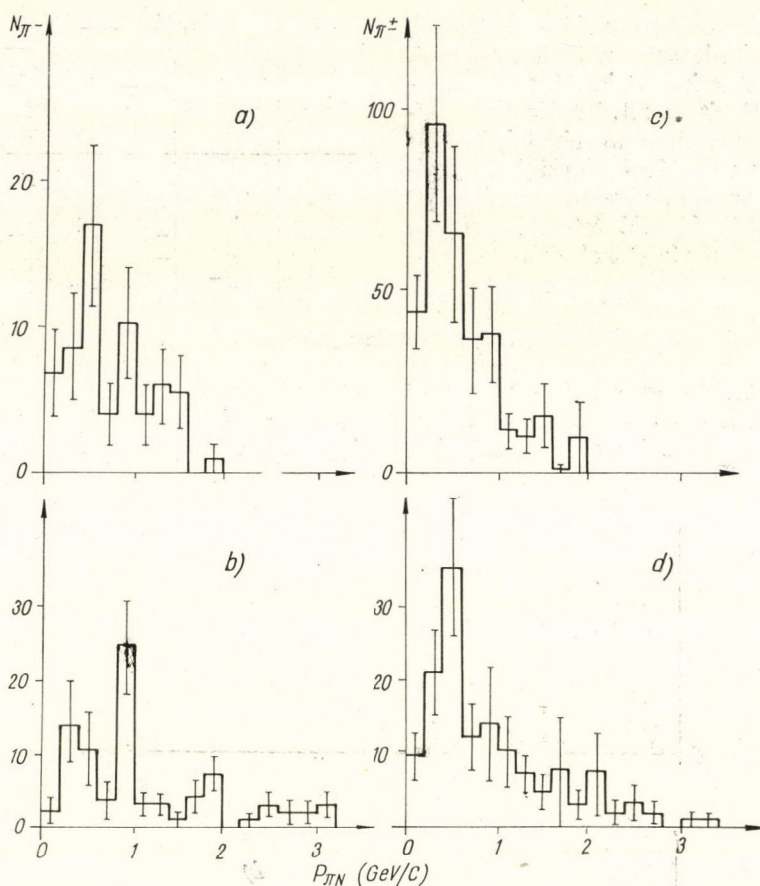


5.4 ábra. A protonok laborrendszerbeli impulzuseloszlása a) 7 GeV/c és b) 17 GeV/c primerimpulzusnál

rendszerbeli impulzus-eloszlását mutatjuk be. Az ábrából látható továbbá ez is, hogy van a protonoknak egy másik, nagyobb impulzusú csoportja is (vö. 4.1 pont).

Az 5.5 ábrán az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok ill. az (5.2) reakcióból keletkezett  $\pi^\pm$ -mezonok impulzuseloszlása látható a  $\pi N$  tömegközépponti rendszer-





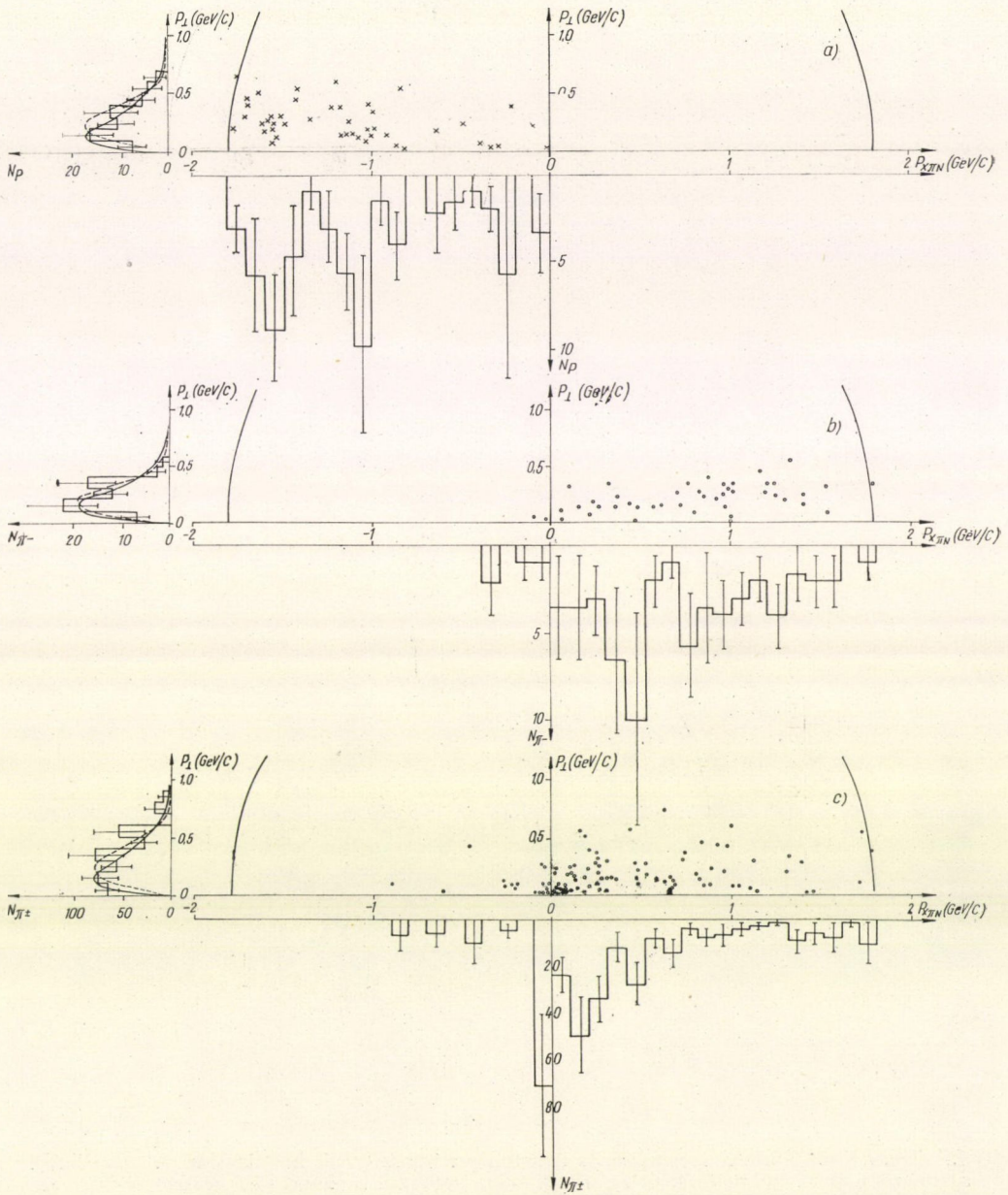
5.5 ábra. Pionok  $\pi N$  rendszerbeli impulzuseloszlása. Az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonokra a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén, valamint az (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonokra c) 7 GeV és d) 17 GeV primerenergia esetére

ben 7 és 17 GeV primerenergia esetén, Az eloszlások maximuma minden esetben 4–500 MeV/c impulzusértéknél van, ami megegyezik [23] eredményével.

Az 5.6 és 5.7 ábrákon az (5.1) reakcióból származó protonok (a) és  $\pi^-$ -mezonok (b), valamint az (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonok (c)  $\pi N$  rendszerbeli longitudinális impulzusát vettük fel a transzverzális impulzus függvényében. Az 5.6 ábra 7 GeV primerenergiára az 5.7 ábra pedig 17 GeV primerenergiára vonatkozik. Az ábrába a longitudinális, valamint a transzverzális impulzuseloszlásokat is be rajzoltuk. Az eloszlásokból kitűnik, hogy:

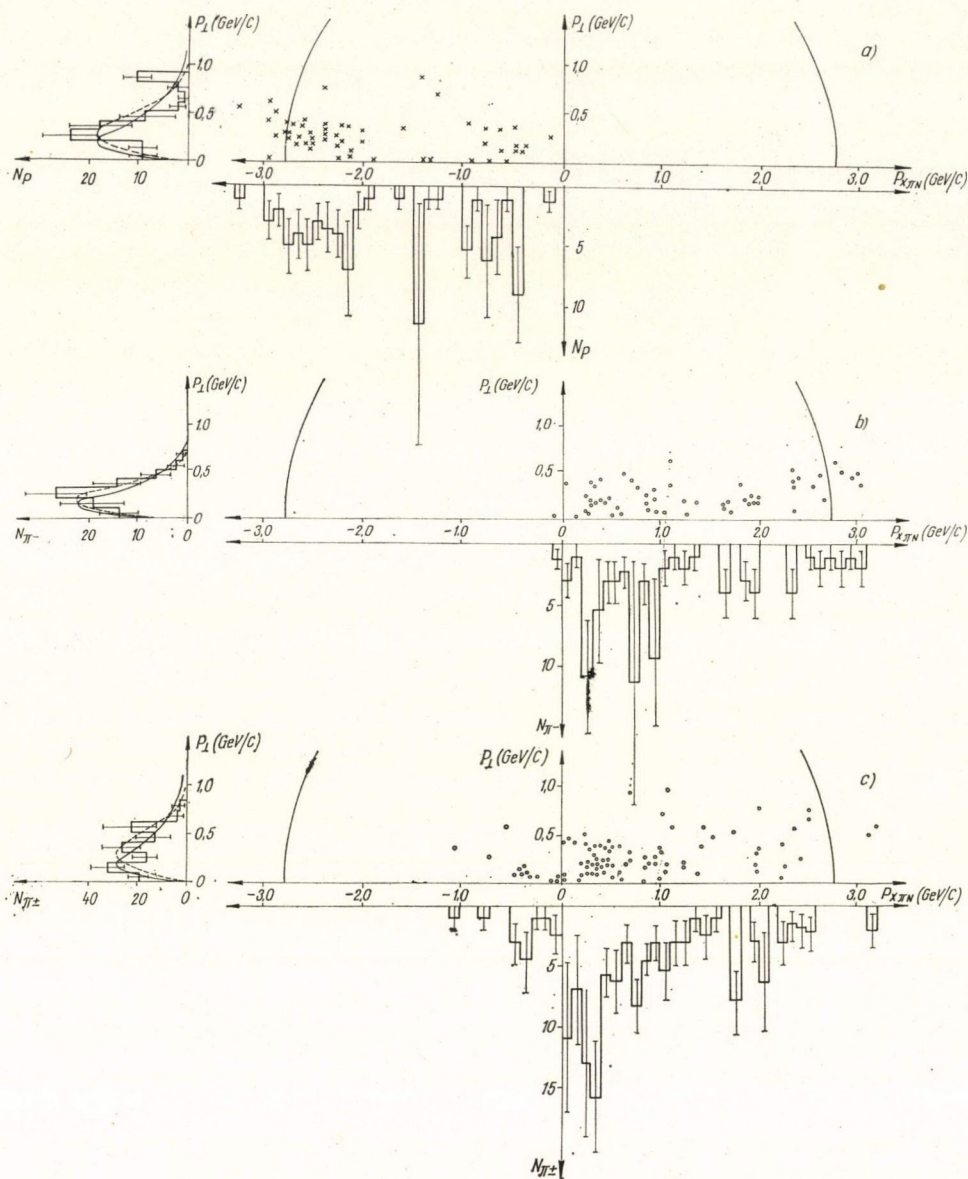
1. a  $\pi^-$ -mezonoknak két csoportja van: lassú mezonok, melyek a  $\pi N$  rendszerben kissé előre mennek és gyorsak, melyek az eredeti impulzus nagy részével emittálódnak előre.





5.6 ábra.  $\pi N$  rendszerbeli longitudinális impulzus vs. transzverzális impulzus az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonokra (b) ábra) és protonokra (a) ábra), valamint az (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonokra (c) ábra) vonatkozólag 7 GeV primerenergiánál. Mindhárom esetben külön ábrázoltuk a  $(P_x)_{\pi N}$  ill.  $P_{\perp}$  eloszlásokat is, és ez utóbbiakba berajzoltuk a megfelelően normált (4.1) és (4.2) eloszlásokat





5.7 ábra.  $\pi N$  rendszerbeli longitudinális impulzus vs. transverzális impulzus az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonokra (b) ábra) és protonokra (a) ábra), valamint az (5.2) reakcióból származó  $\pi^\pm$ -mezonokra (c) ábra) vonatkozólag 17 GeV primerenergiánál. Mindhárom esetben külön ábrázoltuk a  $(P_\infty)_{\pi N}$  ill  $P_\perp$  eloszlásokat is, és ez utóbbiakba berajzoltuk a megfelelően normált (4.1) és (4.2) eloszlásokat



2. a  $\pi^\pm$ -mezonok  $(P_x)_{\pi N}$  eloszlásban az első csúcs dominál megegyezésben azzal a buborékkamrás mérésekkel talált eredménnyel [9, 16–18, 21, 22], hogy  $\pi^+$  mezonok esetén a második csúcs hiányzik (nincsenek vagy csak igen kevés gyors  $\pi^+$ ).

3. a protonok — mint az az 5.3 ábrából is kitűnik — a  $\pi N$  rendszerben hátrafelé emittálódnak, és nagy részük a rugalmas határ közelébe esik, ami az ütközések nagy részének kvazirugalmas jellegére utal.

4. A részecskék transzverzális impulzusa kicsi, (1 GeV/c alatt van).

5. a transzverzális impulzuseloszlások maximuma 2–400 GeV/c körül van. (Hasonló eredményt kapott [5, 9, 16, 17, 21] is).

6. A transzverzális impulzuseloszlások jól közelíthetők a megfelelő Boltzman típusú eloszlással.

### 5.5 Négyesimpulzusátadás

Hogy további információkat nyerjünk az (5.1) és (5.2) típusú kölcsönhatások mechanizmusára vonatkozólag, vizsgáljuk meg a primer és a szekunder  $\pi$ -mezon közötti négyesimpulzusátadást (ill. annak négyzetét).

$$\Delta^2 = (P_i - P_0)^2 = P_i^2 + P_0^2 -$$

$$-2|\vec{P}_i||\vec{P}_0|\cos\varphi + 2E_iE_0,^{13} \quad (5.3)$$

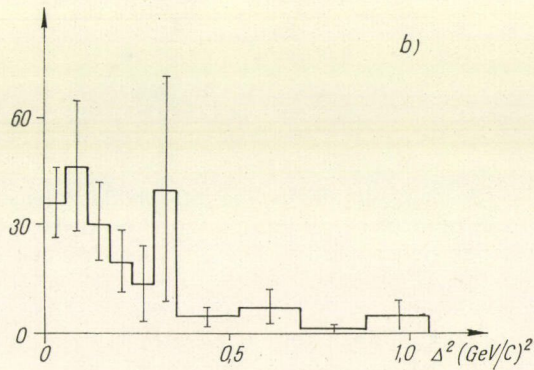
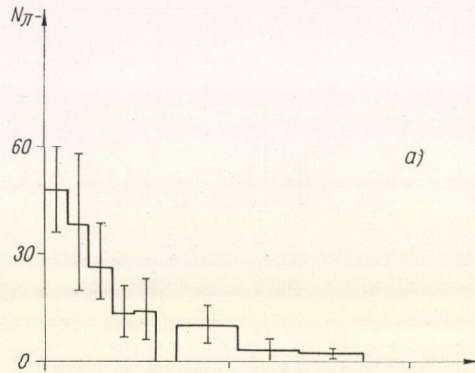
(ahol  $P_0$  a primer pion,  $P_i$  pedig az  $i$ -ik szekunder pion négyesimpulzusa, és  $P_0^2 = P_i^2 = -m_\pi^2$ ).

Tekintsük azt az esetet, amikor az  $i$ -ik szekunder a szórt pion. Aszerint, hogy melyik szekundert tekintjük a szórt részecskének, más és más  $\Delta^2$  eloszlást kapunk. A következőkben a szórt pionra vonatkozólag kétféle kiválasztást fogunk alkalmazni, mégpedig a keletkezett pionok

(i) töltése ill.

(ii) négyesimpulzus-átadása szerint.

A töltés szerinti kiválasztást az emulzióban végzett mérésekből csak



5.8 ábra. Az (5.1) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok négyesimpulzusátadás négyzet eloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén (fotoemulzióban)

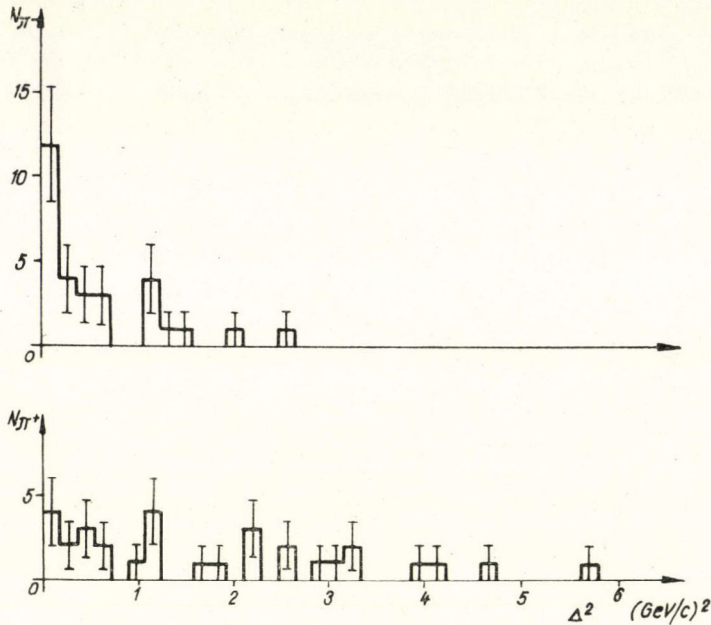
<sup>13</sup> A kifejezés minimuma  $\cos\varphi = +1$ -nél (rugalmatlan előreszórás) van.  $\Delta^2$  értéke tehát mindig nagyobb, mint

$$\Delta_{\min}^2 = P_i^2 + P_0^2 + 2E_iE_0 - 2|\vec{P}_i||\vec{P}_0|.$$



az (5.1) reakcióra tudjuk alkalmazni ( $\pi^-$ -mezonok kiválasztása). Az így nyert eloszlás az 5.8 ábrán látható. Az összehasonlítás kedvéért az 5.9 és 5.10 ábrákon bemutatjuk az (5.1) és (5.2) reakcióban keletkezett  $\pi^+$ - és  $\pi^-$ -mezonok  $\Delta^2$  — eloszlását, melyet 7 ill. 16 GeV-en buborékkamrában mértek [19,17].

Látható, hogy a primer energiától függetlenül a  $\pi^-$ -mezonokra vonatkozó  $\Delta^2$ -eloszlás hirtelen leeső jellegű, míg a  $\pi^+$ -mezonoké hosszán elnyúló, sokkal szélesebb eloszlás.



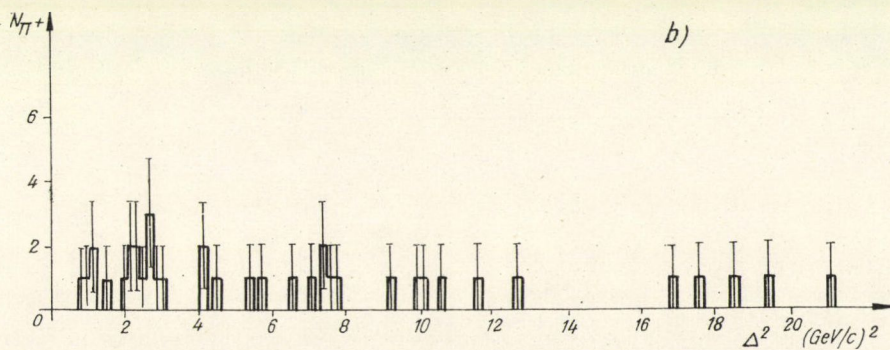
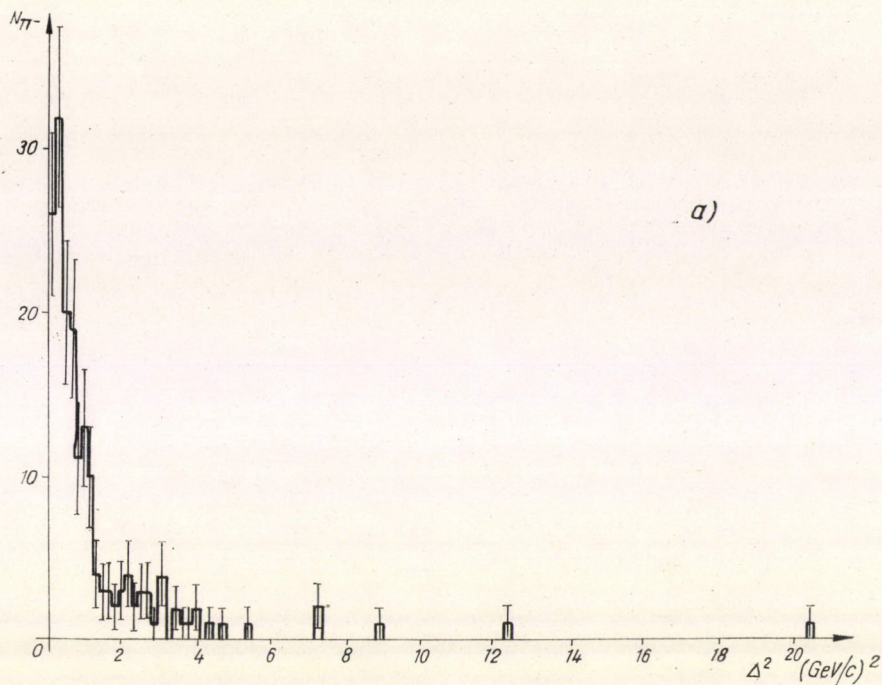
5.9 ábra. Az (5.2) reakcióból származó  $\pi^-$ -mezonok (a) ábra) és  $\pi^+$ -mezonok (b) ábra) négyesimpulzus-átadás négyzet eloszlása 7 GeV primerenergia esetén (buborékkamrában)

A négyesimpulzus szerinti kiválasztásnál azt feltételezzük, hogy a legkisebb  $\Delta^2$ -tel rendelkező  $\pi$ -mezon a szórt részecske. Mivel emulzióban a semleges részecskéket nem lehet mérni, ezért ezt a kiválasztást csak az (5.2) típusú reakcióra tudtuk alkalmazni. A nyert eloszlás az 5.11 ábrán látható módon a  $\pi^-$ -mezonok eloszlásához hasonló, gyors lefutású görbe. Az 5.12 ábrán a 7 GeV-en, propánnal töltött buborékkamrában végzett mérések [19] eredményét mutatjuk be. Az eloszlás alakja megegyezik az emulziós mérésekből kapott eloszlásával.

Az ábrából látható, hogy az eseteknek kb. 25%-ában a szórt pion nem a  $\pi^-$ , hanem a  $\pi^+$ , vagy esetleg az általunk nem mért  $\pi^0$ -mezon (ui. lehetséges, hogy  $\Delta_{\pi^0}^2 > \Delta_{\pi^+}^2$  lenne).

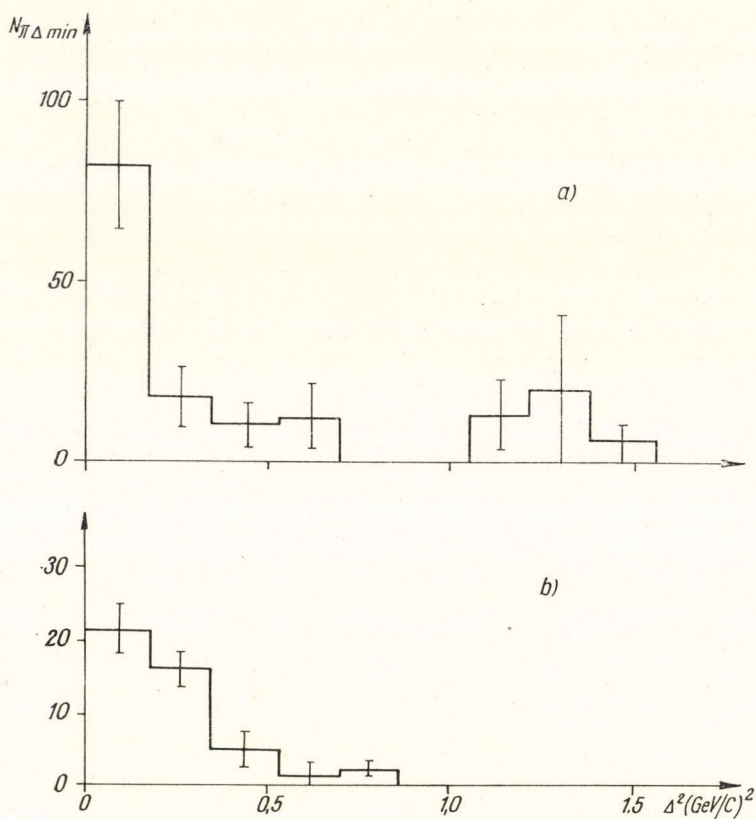
Végül az 5.13 ábrán a target protonnak átadott  $\Delta_p^2 = (P_p - P_{p0})^2$  négyesimpulzus-eloszlás négyzetének eloszlását mutatjuk meg. Látható, hogy az esetek  $\sim 50\%$ -ában  $\Delta_p^2$  értéke kicsi ( $\Delta_p^2 < 18 m_\pi^2$ ), de az eloszlásnak van egy lapos, nagy  $\Delta_p^2$  értékig tartó része is.





5.10 ábra. Az (5.1) és (5.2) reakciókból származó  $\pi^-$ -mezonok (a) ábra) és  $\pi^+$ -mezonok (b) ábra) négyesimpulzus-átadás négyzetének eloszlása 16 GeV primer impulzus esetén (buborékkamrában)





5.11 ábra. Az (5.2) típusú reakcióban keletkezett szórt pionok négyesimpulzus-átadás négyzetének eloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén (fotoemulzióban). A szórt pionok kiválasztása a (ii) kritérium szerint történt

## 5.II. TÁBLÁZAT

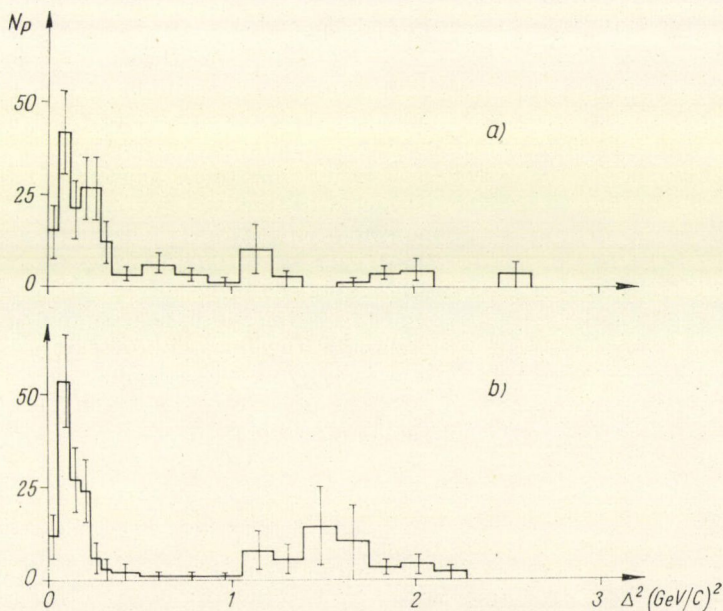
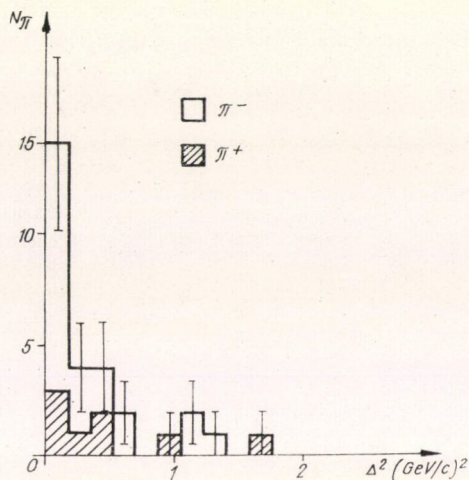
A  $b$  konstans értéke a különböző négyesimpulzus-átadás négyzet eloszlásokra vonatkozóan

eloszlás		7 GeV		17 GeV	
		$b$ (GeV/c) <sup>-2</sup>	$\Delta_2^2$ (GeV/c) <sup>2</sup>	$b$ (GeV/c) <sup>-2</sup>	$\Delta_2^2$ (GeV/c) <sup>2</sup>
(5.1)	$\Delta_\pi^-$	$4,3 \pm 0,8$	0,79	$4,6 \pm 1,0$	0,79
		$4,3 \pm 1,3$	0,44	$5,9 \pm 1,7$	0,44
	$\Delta_P^+$	$4,6 \pm 1,0$	0,61	*	
$5,6 \pm 1,6$		0,44	$9,7 \pm 1,8$	0,44	
(5.2)	$\Delta_\pi^-$	$4,7 \pm 1,1$	0,61	$4,2 \pm 1,0$	0,61
		$6,4 \pm 1,6$	0,44	$4,2 \pm 1,4$	0,44
rugalmas		8,5		8,7	

\* Ez az eloszlás  $\Delta_2^2 = 0,44 (\text{GeV}/c)^2$  fölött nem közelíthető exponenciálissal.



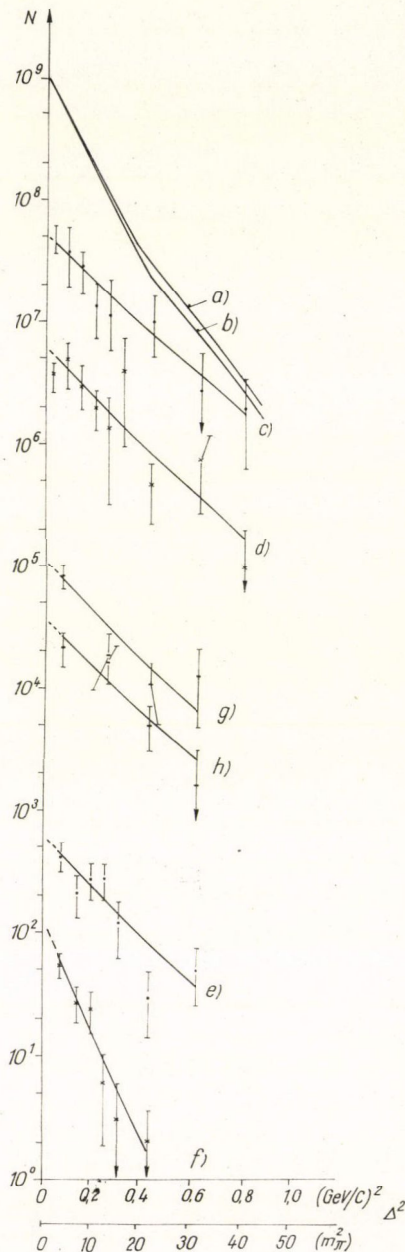
5.12 ábra. Az (5.2) típusú reakcióban keletkezett szórt pionok négyesimpulzus-átadás négyzetének eloszlása 7 GeV primerenergia esetén (buborékkamrában). A szórt pionokat a (ii) kritérium szerint választottuk ki. A vonalkázott területek  $\pi^+$ , a vonalkázatlanok  $\pi^-$ -mezonokat jelölnek



5.13 ábra. Az (5.1) típusú reakcióban a protonoknak átadott négyesimpulzus négyzet eloszlása a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén (fotoemulzióban)



Hasonlítsuk össze az 5.8, 5.11 és 5.13 ábrákon látható eloszlásokat a rugalmas  $\pi p$  kölcsönhatások esetén kapott ([66]) megfelelő eloszlással. E célból az 5.14 ábrán az összes eloszlások gyors lefutású részét együtt mutatjuk be. Látható, hogy az (5.1) és (5.2) kölcsönhatásokra vonatkozó  $\Delta_{\pi^-}^2$ ,  $\Delta_p^2$  ill.  $\Delta_{\pi^+}^2$  eloszlások kis  $\Delta^2$  értékekre — a rugalmas esetekhez hasonlóan — jól közelíthetők egy  $ae^{-b\Delta^2}$  alakú exponenciális eloszlással. A  $b$  konstans értéke természetesen függ attól, hogy milyen  $\Delta_{\pi^+}^2$  értékig közelítjük a protonokat exponenciálissal. Az (5.1), (5.2) és a rugalmas esetre vonatkozó  $b$  értékeket, valamint a számoláshoz használt  $\Delta_{\pi^+}^2$  felső határt az 5.II. Táblázatban tüntettük fel.



### 5.6 Következtetések

Foglaljuk össze a kétkarú események analizésénél kapott eredményeinket. Az (5.1) és (5.2) típusú reakciókban — vagy legalábbis azok nagy részében —

1. a  $\pi N$  tömegközépponti rendszerben az ütköző részek eredeti irányai megmaradnak: a nukleonok kis szögek alatt hátra, a  $\pi^-$ -mezonok főleg előre emittálódnak (lásd az 5. Táblázatot, valamint az 5.3 és 5.1a és 5.1b ábrákat),

2. a  $\pi\pi$  rendszerben a  $\pi^-$ -mezonok inkább előre, a  $\pi^\pm$ -mezonok inkább hátrafelé repülnek a kölcsönhatás után (lásd az 5.I Táblázatot, valamint az 5.2 ábrát),

3. a  $\pi^-$ -mezonok nagy része ütközés után is megtartja eredeti impulzusának tekintélyes hányadát, míg gyors  $\pi^+$ -mezon csak kevés van (lásd az 5.9a, 5.10a, 5.12a és az 5.9b, 5.10b, 5.12b ábrákat),

4. a  $\pi^-$ -mezonok négyesimpulzus-átadás eloszlása a rugalmas ütközésekre jellemző módon igen gyors leesést mutat, míg a  $\pi^+$ -mezonoké széles lapos alakú, (lásd 5.II Táblázatot, valamint az 5.9, 5.10, 5.12 és 5.14 ábrákat),

5.14 ábra. Négyesimpulzus-átadás négyzet eloszlása féllogaritmikus léptékben a) — b)  $\pi^- p \rightarrow \pi^- p$  elasztikus kölcsönhatásban 7. ill. 17 GeV-en; c) — d) (5.1) típusú kölcsönhatásban a primer és a szekunder  $\pi^-$ -mezon között ( $\Delta_{\pi^-}^2$ ) 7. ill. 17 GeV-en; e) — f) (5.1) típusú kölcsönhatásban a primer és a szekunder proton között ( $\Delta_p^2$ ) 7. és 17 GeV-en; és végül g) — h) (5.2) típusú kölcsönhatásban a primer és az (iii) pont alapján kiválasztott szekunder között 7 és 17 GeV-en



5. a protonoknak átadott négyesimpulzus eloszlása kis négyesimpulzus-átadások esetén, a rugalmas ütközésekhez hasonló gyors lefutást mutat, de az eloszlásnak van egy lapos, nagyobb ( $\Delta_p^2 = 2,5 (\text{GeV}/c)^2$ ) értékig terjedő része is (lásd az 5.II Táblázatot, valamint az 5.13 és 5.14 ábrákat).

Mindezek alapján mondhatjuk, hogy az esetek egy jelentékeny részében a primer pion a target nukleon egy virtuális pionján kvázi rugalmas szóródást szenved, miközben egy vagy több további pion keletkezik. A target nukleon egésze tehát csak igen kevésbé vesz részt a kölcsönhatásban, a neki átadott négyesimpulzus kicsi (az esetek  $\sim 50\%$ -ában  $\Delta_p^2 < 0,44 (\text{GeV}/c)^2$ , s  $\Delta_p^2 = 2,5 (\text{GeV}/c)^2$  fölött egyáltalán nincs esemény).

A diffrakciós szóródás során a primer „igyekszik” megtartani eredeti töltését, és csak az esetek kb.  $1/4$ -ében jelentkezik a szórt pion  $\pi^+$ - vagy  $\pi^0$ -mezonként (lásd 5.12 ábrát). Összehasonlításuképpen megjegyezzük, hogy a töltéscserélő diffrakciós szóródás [22] szerint kb.  $26\%$ .

6.  $\pi^- p \rightarrow p \pi^- (k\pi^0)$  és  $\rightarrow n \pi^- \pi^+ (k\pi^0)$  típusú ( $k \geq 1$  és  $k' \geq 0$ ) események elméleti értelmezése

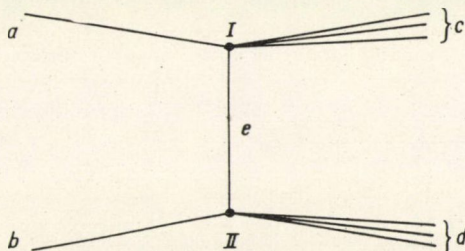
#### 6.1 Erős kölcsönhatások periferikus modellje és azok jellemzői

A kis multiplicitású rugalmatlan folyamatok, különösen az általunk vizsgált (5.1) és (5.2) reakciók főbb tulajdonságait az  $1-20$  GeV energiatartományban jól leírják a periferikus modellek [67—78].

A modellek közös alapfeltevése a következő: A két kölcsönható részecske nem centrális ütközést szenved, hanem periferikusan ütközik egymással, azaz a két részecske csak „súrolja” egymást, és a kölcsönhatás főleg csak a két részecske periferiája közt megy végbe. Pl.  $NN$  ütközés esetén csak a nukleonok  $\pi$ -mezon felhői között jön létre kölcsönhatás,  $\pi N$  ütközés esetén pedig a bejövő pion a target nukleon pion-felhőjével kerül kölcsönhatásba.

Pontosan megfogalmazva a két részecske közti kölcsönhatásban a magerők hosszú hatótávú része dominál. Ezek az erők a két kölcsönható részecske közötti egyetlen virtuális részecske cseréjéből származnak. A folyamatot leíró Feynman gráf a 6.1 ábrán látható. Minél kisebb a kicserélendő virtuális részecske (a 6.1 ábrán  $e$ -vel jelölve) tömege, annál nagyobb a kölcsönhatásban fellépő erő hatótávolsága. Mivel a hadronok (erős kölcsönhatásban résztvevő részecskék, mezonok és bariónok) közül a pion a legkisebb tömegű, azért a legnagyobb hatótávolságot az egy virtuális pion csere (OPE modell) biztosítja. Bizonyos esetekben azonban a kvantum számok megmaradása tiltja az 1 pion cserét, de az 1 mezon csere (OPE modell) még lehetséges. (Barion cserével itt nem foglalkozunk.)

Az egyes vertexekre vonatkozó négyesimpulzus megmaradás miatt  $P_c - P_a$



6.1 ábra.  $a$  a bejövő primer részecske,  $b$  a target,  $c$  és  $d$  a felső ill. alsó vertexben keletkezett, és a végállapotban jelenlevő részecskék,  $e$  pedig az  $a$  és  $b$  közötti kicserélődő virtuális részecske



a virtuális  $e$  részecske négyesimpulzusával, és így a targetnek átadott  $\Delta^2 = (P_c - P_a)^2 = (P_d - P_b)^2$  négyesimpulzus-négyzet az  $e$  részecske virtuális tömegével egyenlő.

A  $\Delta^2 \cong m_e^2$  (ahol  $m_e$  az  $e$  fizikai részecske tömege) pontban a cserélt  $e$  részecske valódikt viselkedik: A  $\Delta^2 \cong m_e^2$  pontban a virtuális  $e$  részecske kinematikailag egy majdnem valódi részecskeként viselkedik mind a felső, mind az alsó vertexben történő ütközéseiben.

Tekintsük a felső, ill. alsó vertexre vonatkozó tömegközépponti rendszereket. Legyen  $A$  a felső vertexből kijövő részecskék és  $B$  az alsóból kijövő tömegközépponti rendszere. Ekkor az  $e$  virtuális részecske energiája  $A$ - ill.  $B$ -ben [68]

$$E_{e,A} = \frac{M_c^2 - m_a^2 - \Delta^2}{2M_c} \quad \text{ill.} \quad E_{e,B} = \frac{M_d^2 - m_b^2 - \Delta^2}{2M_d}.$$

Ha  $\Delta^2$  elég kicsiny, vagyis  $\Delta^2 < M_c^2 - m_a^2$  ill.  $\Delta^2 < M_d^2 - m_b^2$ , akkor  $E_{e,A} > 0$  és  $E_{e,B} < 0$ , vagyis az  $e$  részecske a felső vertexbe pozitív energiát szállít, az alsóból pedig negatív energiát visz el.

A 6.1 ábrára vonatkozó átmeneti mátrixelem a Feynman szabályok értelmében:

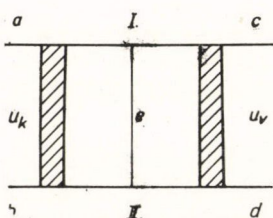
$$M_{vk} = M_I(\Delta^2, m_e) \frac{1}{\Delta^2 - m_e^2} M_{II}(\Delta^2, m_e),$$

ahol  $\Delta^2$  az  $a$  és  $e$  részecskék (vagy  $b$  és  $d$  részecskék) közti négyesimpulzus-átadás négyzete,  $M_I$  és  $M_{II}$  a felső, ill. alsó vertexre vonatkozó vertex függvények és  $1/(\Delta^2 - m_e^2)$  az  $e$  részecske propagátora.

A  $d\sigma/d\Delta^2$  differenciális hatáskeresztmetszetet (ill. a  $\Delta^2$ -eloszlás) alakját a vertex függvények és propagátor  $\Delta^2$ -függése szabja meg. Látható, hogy — feltéve ha  $M_I$  és  $M_{II}$   $\Delta^2$ -től való függése gyenge — (i) a propagátor miatt a  $\Delta^2 \cong m_e^2$  (nem fizikai) értéknél a hatáskeresztmetszetnek pólusa van, (ii)  $d\sigma/d\Delta^2$  értéke nagy a pólushoz közeli kis fizikai  $\Delta^2$  értékekre. A kísérletileg talált  $d\sigma/d\Delta^2$  eloszlások azonban még gyorsabb esést mutatnak, mint az OME modell alapján számolt eloszlások.

A problémát először  $\Delta^2$ -től függő ún. alak faktorok bevezetésével [72—74] próbálták megoldani, vagyis az átmeneti mátrix elemeket beszorozták  $\Delta^2$  valamilyen függvényével. Az olyan 1 mezon cserés folyamatokra ahol  $\pi$ -csere a kvantumszámok megmaradása miatt nem lehetséges nem sikerült a primer energiától független alak faktort találni, s egy-egy adott energiánál érvényes alak faktor igen erősen függ  $\Delta^2$ -től.

Mivel tehát az alak faktoros megoldás nem látszik célszerűnek, azért más mód-



6.2 ábra. Az abszorpciós model diagramja

szerkeket kerestek, hogy az elméletet összehangolják a kísérlettel. Egy ilyen módosított elmélet az abszorpciós modell, amely más, az adott energián nyitott rugalmatlan csatornák hatását is figyelembe veszi [75—78]. Az abszorpciós hatás annál erősebb, minél kisebb az ütközés  $b$  impakt paramétere. Mivel az  $l$  pálya impulzus momentum és az impakt paraméter között a

$$\hbar^2 l(l+1) = (pb)^2$$

összefüggés érvényes (ahol  $p$  a primer részecske tömegközépponti rendszerbeli impulzusa) azért az abszorpció



a kis impulzus momentumú parciális hullámokra, melyekre egyébként a  $\Delta^2$  értéke nagy (kis  $b$ , nagy szóródási szög nagy  $\Delta^2$ ) a legerősebb.

Az abszorpciós modell tehát a nagy  $\Delta^2$  értékkel bíró események számát csökkenti erősebben, s így  $\Delta^2$ -eloszlásra gyorsabb esést szolgáltat, mint a közönséges periferikus modell. Az abszorpciós modell diagramja a 6.2 ábrán látható. Az abszorpciót a kezdeti ill. végállapotban levő részecskék közti  $u_k$  ill.  $u_p$  kölcsönhatással vesszük figyelembe.

6.2 Az (5.1) és (5.2) típusú kölcsönhatások lehetséges leírásai periferikus modell segítségével

A periferikus modell keretein belül az általunk vizsgált

$$\pi^- p \rightarrow p \pi^- \pi^0 \quad (5.1a)$$

$$p \pi^- (k \pi^0) \quad k > 1 \quad (5.1b)$$

$$n \pi^+ \pi^- \quad (5.2a)$$

$$n \pi^+ \pi^- (k' \pi^0) \quad k' \geq 1 \quad (5.2b)$$

típusú kölcsönhatásokat többek között a 6.3 ábrán látható gráfokkal lehet leírni.

Az (5.1a) reakciót az (a)—(f) gráfok, az (5.2a) reakciót az (g)—(l) gráfok írhatják le. Az (5.1b) reakciót lényegében ugyancsak az (a)—(f) gráfok írják le, csak az alsó, ill. felső vertexben még további  $\pi^0$  emisszió lép fel. Ugyanígy az (5.2b) reakciót az (g)—(l) gráfok írhatják le további  $\pi^0$  emisszió fellépésével. Azonban az (5.1b) és (5.2b) reakciók esetében lehetőség nyílik az (m) és (n) gráfokhoz hasonló kettős izobárkeltésre is. Az (A) és (B) csoport Feynman gráfjai között a lényeges különbség az, hogy a végállapotban fellépő részecskék az egyik esetben közvetlenül, a másik esetben rezonanciák bomlásából keletkeznek.

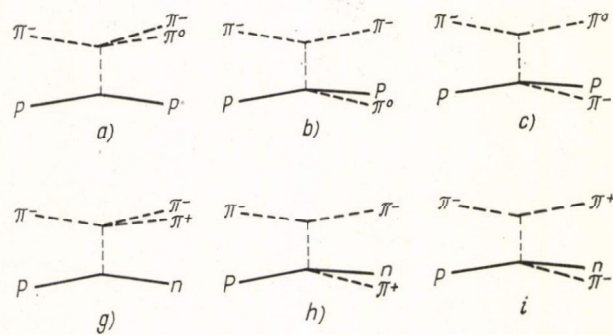
A 6.3 ábrán látható gráfokban az alsó és felső vertex között csak olyan részecskék cserélődhetnek, amelyek kvantumszámait lehetővé teszik, hogy mindkét vertexben teljesüljön a töltés, impulzus momentum, paritás, G-paritás, izospin megmaradás:

$$\begin{aligned} Q_e &= Q_c - Q_a = Q_b - Q_d \\ \vec{J}_e &= \vec{J}_c - \vec{J}_a - \vec{L}_{ae} = \vec{J}_d - \vec{J}_b - \vec{L}_{be} \\ P_e &= (-1)^{L_{ae}} P_c P_a^{-1} = (-1)^{L_{be}} P_d P_b^{-1} \\ G_e &= G_c G_a^{-1} = G_d G_b^{-1}. \end{aligned} \quad (6.1)$$

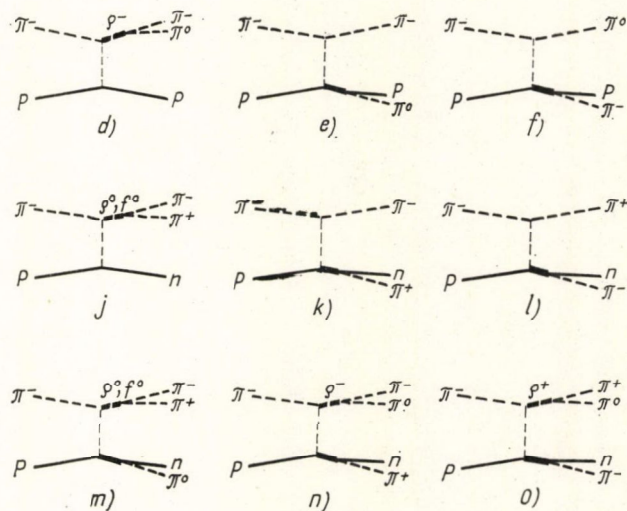
A 6.3 gráfokban a kicserélődő részecskének a fenti megfontolásokkal kapott lehetséges kvantumszámait és típusát a 6.I Táblázatban tüntettük fel.

A végtermékek akár közvetlenül (A gráfok a 6.3 ábrán), akár pedig rezonanciák bomlásából (B gráfok a 6.3 ábrán) keletkeznek, a rezonanciák kicsiny élettartama ( $10^{-21} \div 10^{-23}$  sec) miatt mindkét esetben csak a végtermékek figyelhetők meg. Így annak eldöntése, hogy a 6.3A ill. 6.3B típusú gráfok milyen mértékben felelősek az észlelt reakció létrehozásában, csak közvetett módon lehetséges:





A)



B)

6.3 ábra. Az (5.1) és (5.2) típusú reakciók leírására szolgáló gráfok



## 6.I. TÁBLÁZAT

A vertexek közt cserélt  $e$  részecske lehetséges kvantumszámai  
a különböző reakciókban

reakciók	$Q_e$	$G_e$	$J_e^P$	$I_e$	részecske
(a)	0	-1		0, 1	$\pi^0, \omega^0$
(b)	0	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	0, 1, 2	$\varrho^0$
(c)	+1	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	0, 1, 2	$\varrho^+$
(d)	0	-1	$0^+$ nem lehet	0, 1	$\pi^0, \omega^0$
(e)	0	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	$0, 1^* 1, 2^{**}$	$\varrho^0$
(f)	+1	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	$0, 1^* 1, 2^{**}$	$\varrho^+$
(g)	+1	-1		0, 1	$\pi^+$
(h)	0	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	0, 1, 2	$\varrho^0$
(i)	+2	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	0, 1, 2	egy mezon cserével nem lehetséges
(j)	+1	-1	$0^+$ nem lehet	$0, 1^+ 1, 2^{++}$	$\pi^+$
(k)	0	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	$0, 1^* 1, 2^{**}$	$\varrho^0$
(l)	+2	+1	$0^+, 1^-, 2^+, \dots$	$0, 1^* 1, 2^{**}$	egy mezon cserével nem lehetséges
(m)	+1	-1		$0, 1^{*+} 1, 2^{++}$	(!) $\pi^+$
(n)	0	-1		$0, 1^* 1, 2^{**}$	$\pi^0, \omega^0$
(o)	+2	-1		$0, 1^* 1, 2^{**}$	egy mezon cserével nem lehetséges

\* ha  $I_{N^*}=1/2$  + ha a felső vertexben  $\varrho^0$  keletkezik

\*\* ha  $I_{N^*}=3/2$  ++ ha a felső vertexben  $f^0$  keletkezik

(!)  $\varrho^0$ -al csak  $N_{1/2}^*$  és  $f^0$ -al csak  $N_{3/2}^*$  keletkezhet.

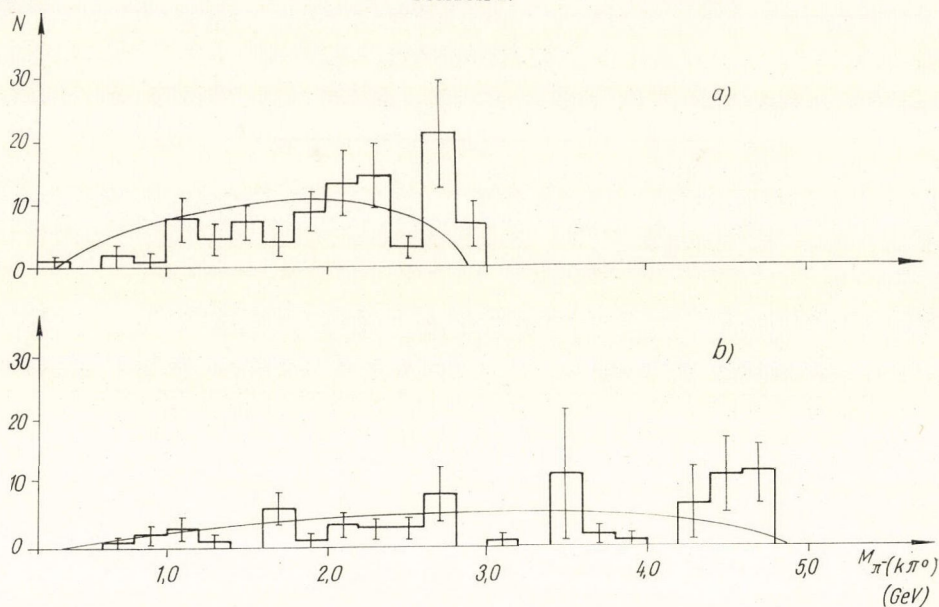
(i) *Effektív tömeg eloszlása* vizsgálatával. Ha a reakció végállapot-részecskéi között szerepel az 1. és 2. részecske, akkor ezen részek relativisztikusan invariáns effektív tömege alatt a következő mennyiséget értjük:

$$M_{12} = [(E_1 + E_2)^2 - (\vec{P}_1 + \vec{P}_2)^2]^{1/2}. \quad (6.2)$$

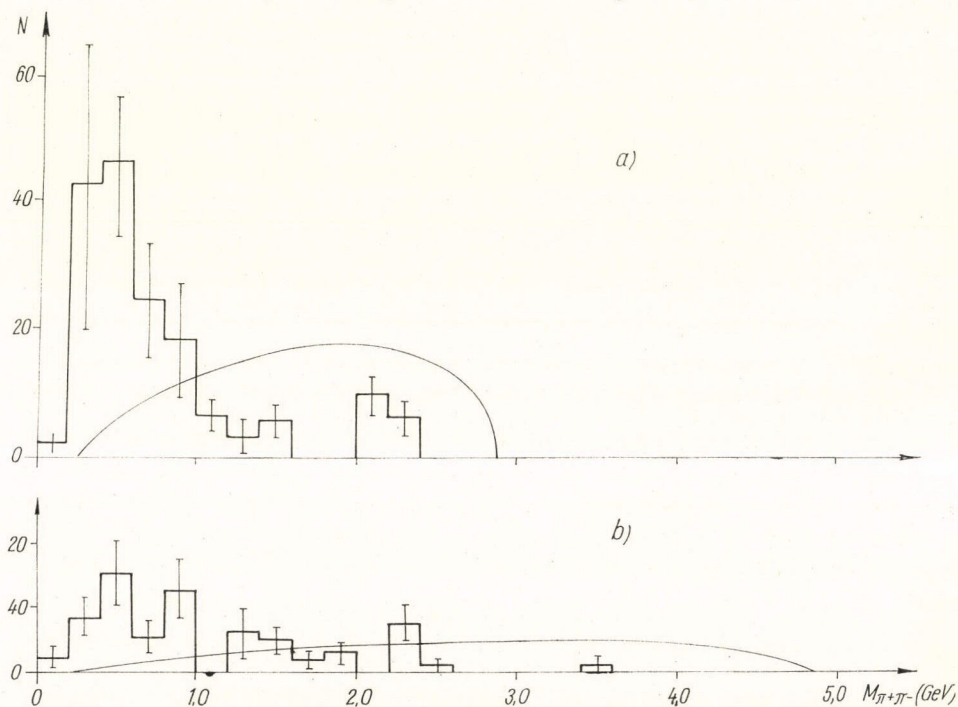
Ha az 1. és 2. részecskék egy rezonancia bomlástermékei, akkor az  $M_{12}$  értékek gyakoriságeloszlása a rezonancia nyugalmi tömegénél a fázistérgörbe fölé emelkedik. Az (5.2a) folyamatnál pl.  $\varrho^0$  keltés esetén  $M_{12} = M_{\varrho^0}$  és a keletkezett  $\pi^+$  és  $\pi^-$ -mezonok energiája közel azonos  $E_{\sigma^+} \cong E_{\pi^-}$  [79]. Ellenkező esetben, ha a szekunder  $\pi^-$ -mezon energiája közel azonos a primer energiával, akkor  $M_{12} \gg M_{\varrho^0}$  mivel ekkor a  $\pi^+$  energiája kicsiny.

(ii) Az úgynevezett Dalitz-diagram [80] vizsgálatával. Ha a végállapot pl. összesen három részecskét tartalmaz, akkor a Dalitz-diagram felvétele, azaz a kísérleti pontok eloszlása az  $x = M_{12}^2$ ,  $y = M_{23}^2$  koordinátarendszerben egyszerre mutatja meg, hogy az 1. és 2. ill. 2. és 3. részecskék milyen mértékben keletkeznek közvetlenül, ill. rezonanciák bomlásából. (Látható, hogy a (ii) analízis automatikusan tartalmazza (i)-t is).



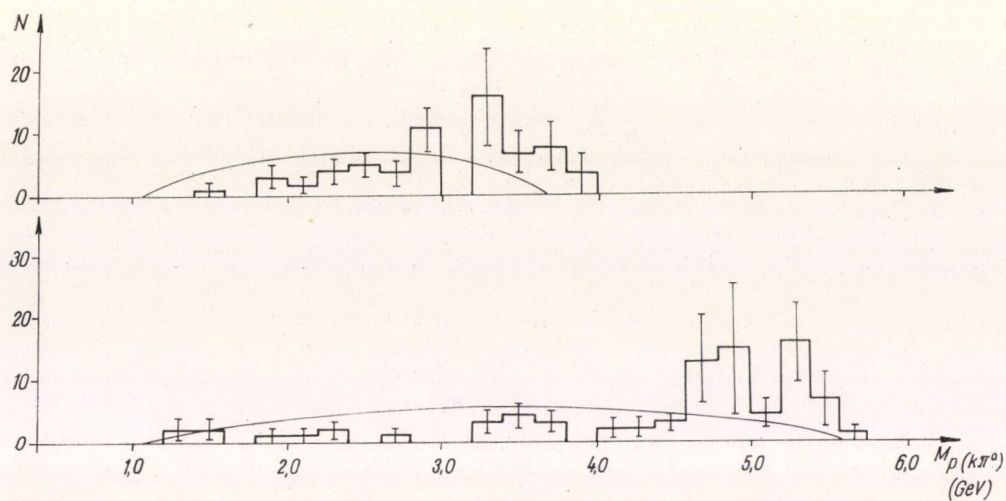


6.4 ábra.  $M_{\pi^-(k\pi^0)}$ , effektív tömeg eloszlás a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergiánál. A folytonos görbék a megfelelő 2-részecske fázisgörbék

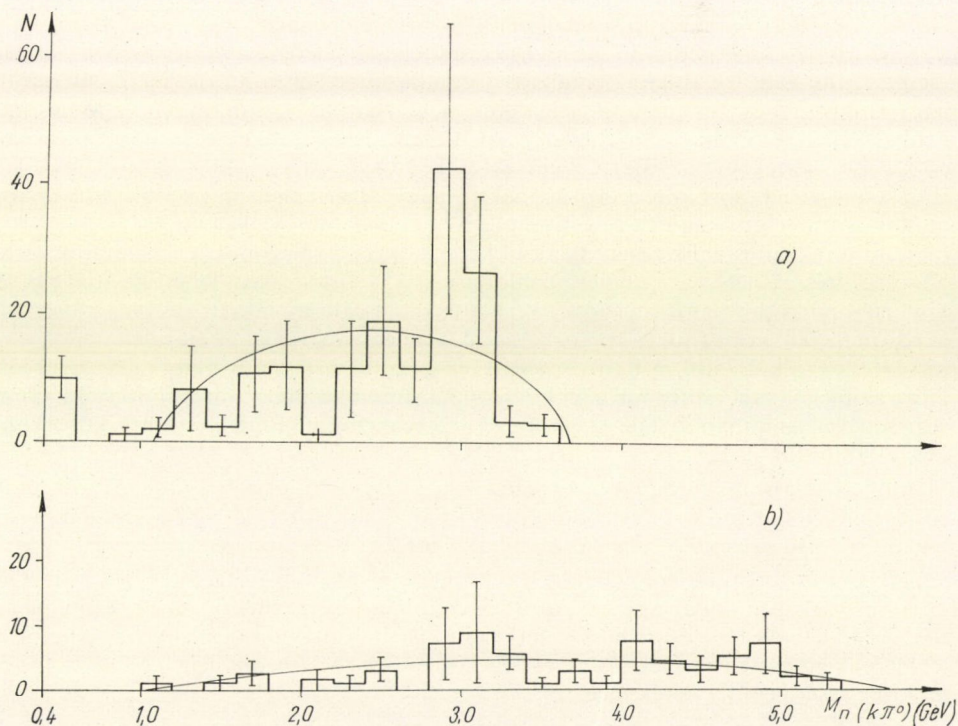


6.5 ábra.  $M_{\pi^+\pi^-}$ , effektív tömeg eloszlás a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergiánál. A folytonos görbe a megfelelő 2-részecske fázisgörbék





6.6 ábra.  $M_{p(k\pi^0)}$ , effektív tömeg eloszlás a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergiánál. A folytonos görbék a megfelelő 2-részecske fázisgörbék



6.7 ábra.  $M_{n(k\pi^0)}$ , effektív tömeg eloszlás a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergiánál. A folytonos görbék a megfelelő 2-részecske fázisgörbék



A 6.4—6.7 ábrákon a 7 és 17 GeV-en mért eseményekből kiszámolt  $M_{\pi^-(k\pi^0)}$ ,  $M_{\pi^+\pi^-}$ ,  $M_{p(k\pi^0)}$  és  $M_{n(k'\pi^0)}$  (ahol  $k=1, 2, \dots$  és  $k'=0, 1, \dots$ , mivel emulzióban az (5.1a) és (5.1b) ill. az (5.2a) és (5.2b) reakciókat nem tudjuk szétválasztani) értékek eloszlását mutatjuk be. Azokat az effektív tömegeket, ahol semleges szekunderek is szerepelnek, közvetve, a töltött szekunderek és a primer adataiból számoltuk ki:

$$\begin{aligned} M_{\pi^-(k\pi^0)}^2 &= (P_1 + P_2 - P_4)^2 \\ M_{p(k\pi^0)}^2 &= (P_1 + P_2 - P_3)^2 \\ M_{n(k'\pi^0)}^2 &= (P_1 + P_2 - P_3 - P_5)^2, \end{aligned} \quad (6.3)$$

ahol az 1, 2, 3, 4 és 5 indexekkel a primer  $\pi^-$ -mezont, a target protont, a szekunder  $\pi^-$ -mezont a meglökött protont és a keltett  $\pi^+$ -mezont jelöljük.

Az ábrákon a folytonos vonallal rajzolt görbék az  $f(\mu)$  2-részecske fázisgörbék arra az esetre, amikor a végállapotban 3 részecske van jelen. Pl. a 6.4 ábra esetén a végállapotban jelenlevő 3 részecske  $p$ ,  $\pi^-$  és  $\pi^0$ , a kiválasztott 2 részecske pedig, aminek az  $f(\mu)$  effektív tömegeloszlását felrajzoltuk, a  $\pi^-$  és a  $\pi^0$  mezon. Ha a reakcióban nem egy, hanem két vagy annál több  $\pi^0$  keletkezett, akkor a megfelelő  $f(\mu)$  eloszlások (ahol  $\mu$  most a  $\pi^-(k\pi^0)$   $k>1$  mezonok effektív tömege) alakja megváltozik, nagy  $\mu$  értékeknél  $f(\mu)$  értéke megnő.<sup>14</sup>

Mind 7, mind pedig 17 GeV-en kevés teljesen (szög- és impulzusra) kimért eseményünk van, továbbá az emulziós technika miatt az impulzus mérés hibája túl nagy ahhoz, hogy rezonanciák jelenlétét megbízhatóan kimutathassuk. Mégis van némi utalás rezonanciák jelenlétére az  $M_{\pi^+\pi^-}$  eloszlásban a  $q^0$  tartományban, és kisebb mértékben az  $M_{n(k'\pi^0)}$  eloszlásban 3 GeV körül.

A 6.4 és 6.6 ábrákon a fázisgörbéktől nagy  $M$  értéknél mutató kis eltérés arra utal, hogy az esetek egy részében nem egy, hanem több  $\pi^0$  keletkezett.

Buborékkamrával végzett mérésekkel, ahol a  $\pi^0$ -mezonokat az általuk létrehozott  $\gamma$ -részek ( $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ ) materializálódása ( $\gamma \rightarrow e^+e^-$ ) révén lehet megfigyelni és kimérni, pontosabb információk nyerhetők a 6.3 ábrán látható egyes gráfok, ill. a rezonancián keresztül és a közvetlenül végbemenő reakciók járulékára. A [79, 82—86] szerzők 2.75, 4, 6.1, 10 és 18.1 GeV/c impulzusú  $\pi^-$ -nyalábbal besugárzott, hidrogénnel, ill. ún. nehéz folyadékkal (propán-freon keverék) töltött buborékkamrák segítségével tanulmányozták az (5.1) és (5.2) reakciókat. Ennek során a következőket állapították meg:

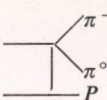
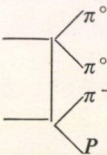
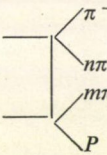
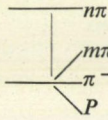
1. az (5.2) reakcióban  $k=0$  esetén a 6.3j gráf járuléka 5—10%. A 6.3g gráfé az észlelt előremenő  $\pi^+$  mezonokból 40—45% adódott. A többi esetben a  $\pi^+$  mezon az alsó vertexből származik, tehát a 6.3h és 6.3k gráfok járuléka 50%.
2. Az (5.2) reakcióból számolt  $M_{\pi^+\pi^-}$  eloszlás  $M_{\phi^0} \sim 0,75$  GeV és  $M_{f^0} \sim 1,3$  GeV körül csúcsokat mutat, vagyis az adott reakcióban keletkeznek  $q^0$  és  $f^0$  rezonanciák. Sőt,  $k>1$  esetén  $\omega^0$  rezonancia keletkezését is sikerült kimutatni. A  $q^-$  csúcsot az (5.1) reakció esetén is megtalálták. Ezzel szemben  $N^*$  rezonancia ( $N^* \rightarrow p\pi^-, p\pi^0, n\pi^+$ ) keltését nem figyelték meg.

<sup>14</sup> Az  $f(\mu)$  eloszlások alakját  $m$  és  $n$  különböző értékeire, ahol  $m$  a végállapotban jelen levő, és  $n$  azon részek száma, amelyek effektív tömege  $\mu$ , lásd [81]-ben.



Bellini és munkatársai 6,1 és 18,1 GeV/c impulzusú  $\pi^-$ -mezonokkal besugárzott buborékkamrás munkájából [21] felvilágosítást kaphatunk arra, hogy (5.1) reakciók kb. hány %-ában keletkezik 1,2 vagy több  $\pi^0$ -mezon. A 6.II. Táblázatban ezek az adatok láthatók. A szerzők itt nem tettek különbséget a között, hogy a végállapot-részecskék közvetlenül vagy rezonancia bomlás révén keletkeznek.

6.II. TÁBLÁZAT

folyamat $\pi^- p \rightarrow p \pi^- (k\pi^0)$	6,1 GeV	18,1 GeV
 $k=1$	64%	63%
 $k=2$	9,5%	18,5%
 $k \geq 1$ $m+n=k$	15%	18,5%
 $k \geq 1$ $m+n=k$	11,5%	0%



## 7. A diffrakciós disszociáció elmélete

### 7.1 $\pi$ -mezonok koherens kölcsönhatása atommagokon

Tekintsük egy részecske diffrakcióját valamely targeten [89]. A részecske energiájának növekedésével a szóródási szög csökken, ami a targetnek átadott  $q$  impulzus longitudinális komponensének,  $q_{||}$ -nak csökkenésével jár. Elég nagy energiáknál elérhető, hogy  $q_{||}$  értéke valamilyen határ alá csökkenjen:

$$q_{||} \lesssim a^{-1}.$$

Ez a határozatlansági reláció miatt azt jelenti, hogy a kölcsönhatás nem lokalizálódhat az  $a$  mérettel jellemzett tartománynál sokkal kisebb területre ( $\hbar = c = 1$ ). Ha  $a = R$  (ahol  $R$  a target jellemző mérete), akkor a kölcsönhatás a targettel mint egészzel történik (koherens szóródás), de a target környezetének (pl. ha a target egy atommag, akkor a környező atommagoknak) hatását még nem kell figyelembe venni. A

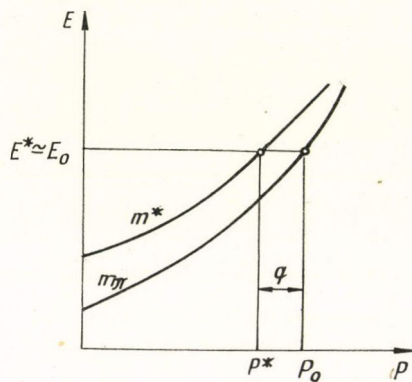
$$q_{||} \leq R^{-1} \approx m_{\pi} A^{-1/3} \quad (7.1)$$

összefüggést (ahol  $A$  a target atom tömegszáma) koherencia kritériumnak nevezzük.

Alkalmazzuk a fentieket  $\pi$ -mezonoknak atommagokon történő, további  $\pi$ -mezonokat keltő koherens diffrakciós szóródására.

Jelölje a primer pion impulzusát, energiáját és tömegét  $\vec{P}_0$ ,  $E_0$  és  $m_{\pi}$ . Good és Walker [90] szerint ez a pion a target maggal diffrakciós kölcsönhatás (a primer impulzusának kis hányadát átadja a targetnek, de energiaátadás első közelítésben nincs, tehát a target mag nem gerjesztődik) következtében virtuális átmenetet szenvedhet egy magasabb  $m^*$  tömeghéjra és ott  $\tau \sim 2|\vec{P}_0|/(m^{*2} - m_{\pi}^2)$  ideig tartózkodhat, majd szétesik több  $\pi$ -mezonra.  $P_0$  növekedésével ezek a virtuális állapotok egyre stabilabbak lesznek és viszonylag hosszú ideig élhetnek. Ha a magasabb tömeghéjra levő rendszer energiáját és impulzusát  $E^* = \Sigma E_i$  és  $\vec{P}^* = \Sigma \vec{P}_i$  jelöli, (ahol  $E_i$  és  $\vec{P}_i$  a szétesés után a végállapotban levő pionok energiája és impulzusa), akkor a virtuális átmenet energia-impulzus viszonyait a 7.1 ábra szemlélteti.

A target maggal való ilyen koherens kölcsönhatást vagy a mag Coulomb tere vagy a mag nukleáris tere hozhat létre. Előző esetben Coulomb disszociációról (CD), utóbbi esetben pedig diffrakciós disszociációról (DD) beszélünk.



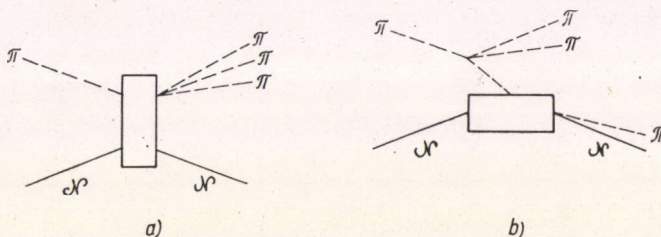
7.1 ábra. Egy magasabb tömeghéjra való virtuális átmenet energia-impulzus viszonya



### 7.2 A koherens kölcsönhatás diagramja

A 7.2a ábrán látható — és a DD leírására szolgáló — diagramban a target magot tartalmazó (alsó) vertex diffrakciós szóródási mechanizmushoz kapcsolódik (zérus kvantumszámokkal jellemezhető részecske cserélődik a két vertex között).

Ademollo és Chiuderi [91] a periferikus modell alapján alkotott 7.2b diagram segítségével írták le a  $\pi + \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N} + 3\pi$  DD-kölcsönhatást. E szerint a felső (pion) vertexből kijövő két részecske  $J=1, I=1$  ( $\rho$ -rezonancia) állapotban van, a cserélt pion pedig majdnem reális (energiája közel azonos az alsó vertexben emittálódó pion energiájával). Ilyen feltételezések alapján a  $\rho$ -mezon laborrendszerbeli maximális emissziós szöge, az alsó vertexből származó pion laborrendszerbeli maximális kinetikus energiája és a folyamat hatáskeresztmetszete kiszámítható [29].



7.2 ábra. DD két lehetséges diagramja. A téglalapok a diffrakciós szóródást jelölik

CD esetén a megfelelő diagramok annyiban különböznek a 7.2 ábrán láthatóktól, hogy bennük foton cserélődik. A foton és a DD esetén cserélődő részecske kvantumszámainak különbsége miatt a disszociált rendszer tulajdonságai is különbözni fognak a két esetben.

### 7.3 DD leírása hullámoptikai analógia segítségével

A DD jelensége hullámoptikai analógia segítségével pontosabban is leírható [90]. A diffrakció tárgyalásának egyik módszere (parciális hullámok analízise), hogy a bejövő részecskét síkhullámmal írjuk le, melynek egy része a szórócentrumon elnyelődik, más része mint szórt hullám megy tovább. A bejövő síkhullám egyetlen részecskét ír le, míg a szórt hullámban bizonyos valószínűséggel több más részecske is megtalálható.

Legyen pl. a bejövő részecske pion. Ekkor a beeső síkhullám egy sokrészecske Hilbert térbeli „lineárisan polározott” vektornak fogható fel:

$$\psi_{\pi} = e^{ikz} |\pi\rangle.$$

Legyen továbbá  $|c_i\rangle$  a fenti Hilbert teret kifesztő 1, 2, ... szabad részecske állapotok teljes sorozatának olyan transzformáltja, melyek a maganyagban saját állapotok, vagyis, melyek maganyagon való áthaladás során egyszerűen exponenciális módon gyengülnek. Fejtsük sorba ezek szerint a  $|\pi\rangle$  állapotot:

$$|\pi\rangle = \sum_i c_{\pi i} |c_i\rangle.$$



A maganyagon való áthaladás után, ha  $\zeta_i$  írja le a  $|c_i\rangle$  parciális hullám abszorpcióját, a szórt hullámnak megfelelő állapot

$$|s\rangle = \sum_i c_{\pi_i} (1 - \zeta_i) |c_i\rangle = (1 - \zeta_\pi) |\pi\rangle + \sum_i (\zeta_\pi - \zeta_i) c_{\pi_i} |c_i\rangle \quad (7.2)$$

lesz. (7.2)-ben az első tag a szórt pion hullámnak felel meg, a második tag pedig a diffrakció során keletkezett részecskéket írja le. A szórt hullám sorbafejthető olyan reális részecskeállapotok szerint, melyek kvantumszámait a  $|\pi\rangle$  állapot kvantumszámaival megegyeznek.  $|S\rangle$  nem párhuzamos  $|\pi\rangle$ -vel, vagyis az eredeti 1 részecske állapotból egy másik 1, vagy sokrészecske állapot alakul ki, a bejövő részecske több részecskére disszociál.

A szórt hullámban nem fognak új részecskék fellépni, ha

1. minden komponens egyformán gyengül ( $\zeta_i = \zeta_\pi$  minden  $i$ -re),
2. a target teljesen átlátszatlan ( $\zeta_i = 0$  minden  $i$ -re)

#### 7.4 Kinematika

Írjuk fel egy koherens diffrakciós kölcsönhatásra az energia és impulzus megmaradást:

$$E^* = E_0 - T \quad (7.3)$$

$$P_{\parallel}^* = |\vec{P}_0| - q_{\parallel} \quad (7.4)$$

$$P_{\perp}^* = q_{\perp}, \quad (7.5)$$

ahol  $T \ll E_0$  a target magnak átadott gerjesztési és kinetikus energia. [32] szerint  $T$  kisebb néhányszor 10 MeV-nél. Ilyen kis energiaátadást kritériumok (visszalökött mag és  $\beta$ -elektron kizárása) segítségével nem lehet kizárni.

Kis diffrakciós szög esetén ( $|P^*| \simeq |P_{\parallel}^*|$ ) és az  $E_0 \gg T$ ,  $m_\pi, m^*$  feltételezéssel (7.3) és (7.4)-ből

$$q_{\parallel} \simeq |\vec{P}_0| - |\vec{P}^*| \simeq \frac{m^{*2} - m_\pi^2}{2E_0} \quad (7.6)$$

adódik. Pontosabb számolással [32] (7.6) helyett  $q_{\parallel}$ -ra az alábbi összefüggés kapható:

$$q_{\parallel} = q_{\perp}^2 \frac{M_A + |\vec{P}_0|}{2M_A |\vec{P}_0|} + \frac{m^{*2} - m_\pi^2}{2|\vec{P}_0|} + T_{\text{gerj}}, \quad (7.7)$$

ahol  $M_A$  a target mag tömege. (Konkrét példával kimutatható, hogy a domináns tag a második, a többi mellette elhanyagolható.)

Az  $f(q_{\parallel})$  eloszlásról nem tudunk semmit, de (7.6)-ból látható, hogy ha az  $m^*$  eloszlásban rezonancia van, akkor az meg kell mutatkozzék a  $q_{\parallel}$  eloszlásban is, és fordítva, ha  $f(q_{\parallel})$ -ban éles csúcsot kapunk, az az  $m^*$  eloszlásban rezonancia létezésére utal.

A (7.1) koherencia kritérium és a (7.6) összefüggés segítségével a folyamat küszöbenergiája kiszámítható:

$$E_0 \gtrsim \frac{m^{*2} - m_\pi^2}{2m_\pi} A^{1/3}. \quad (7.8)$$



A kölcsönhatás diffrakciós jellege következtében a targetnek átadott impulzus transzverzális komponensének eloszlása meg kell hogy egyezzen, az ugyanazon targeten való rugalmas szóródás esetében érvényes eloszlással [92]:

$$f(q_{\perp})dq_{\perp} \sim q_{\perp} e^{-\left(\frac{q_{\perp} R}{2}\right)^2} dq_{\perp}. \quad (7.9)$$

Szén-mag esetén a transzverzális impulzus az esetek 98 %-ában kisebb, mint 200 MeV/c.

Ugyancsak a  $\Sigma \vec{P}_i$  eredő vektorok szögeloszlásának azonos lefutásúnak kell lennie az ugyanolyan targeten történő rugalmas diffrakciós szóródás szögeloszlásával.

Továbbá, a koherens kölcsönhatás előtti  $\pi$ -mezon és utáni  $n\pi$  rendszer olyan kvantumszámait, mint pl. a  $Q$  töltés,  $N$  barionszám,  $S$  ritkaság,  $I$  ill.  $I_z$  izotopspin ill.  $z$  tengelyre való vetülete, (ha a mag izotopspinje zérus). A  $P$ -paritás pedig csak úgy változhat, hogy  $P = (-1)^{J+1}$  legyen az új állapotban. Ezt a követelményt fel lehetne használni a gerjesztett rendszer kvantumszámainak meghatározására, ha biztosan ki tudnánk zárni a target mag legkisebb mértékű gerjesztődését is [93].

A CD hatáskeresztmetszete a target mag rendszámával négyzetesen nő,<sup>16</sup> de csak nagy  $Z$  értékeknél válik jelentőssé [34, 94], míg a DD szempontjából a szemitranszparens tagok (emulzióban pl. a C N O) a leeffektívebbek [90, 95]. Mérések [34] azt mutatták, hogy emulzióban a DD mellett a CD elhanyagolható, ezért a továbbiakban nem foglalkozunk vele.

### 7.5 A koherencia kritérium kifejezése szögek segítségével

A (7.1) koherencia kritérium alkalmazása a gyakorlatban nem mindig egyszerű.  $q_{\parallel}$  közvetlen meghatározásához ugyanis a keletkezett  $n$  pion mindegyikén impulzuserést kellene végezni, ami nem mindig lehetséges.

Az energia és impulzus megmaradást felhasználva azonban tisztán a  $\varphi_i$  szögek segítségével (ahol  $\varphi_i$  az  $i$ -ik szekunder részecskének a primerrel bezárt térbeli szöge) ki lehet számítani  $q_{\parallel}$  egy alsó határát, ami (7.1)-gyel együtt egy minden esetben használható kiválasztási kritériumot ad a koherens eseményekre. (7.3) és (7.4)-ből egyszerű számolás után a következő összefüggés kapható:

$$q_{\parallel} \simeq \sum_{i=1}^n (E_i - |\vec{P}_i| \cos \varphi_i) + T - \frac{m_{\pi}^2}{2|\vec{P}_0|}. \quad (7.10)$$

Az első tag minimuma a  $\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{i=1}^n (E_i - |\vec{P}_i| \cos \varphi_i) = 0$  feltételből meghatározható,

és  $\left[ \sum_{i=1}^n (E_i - |\vec{P}_i| \cos \varphi_i) \right]_{\min} = m_{\pi} \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i$  adódik. Ezt (7.1)-be behelyettesítve

$$q_{\parallel} \gtrsim m_{\pi} \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i + T - \frac{m_{\pi}^2}{2|\vec{P}_0|}$$

<sup>16</sup>  $\sigma_{\pi \rightarrow 3\pi}^{CD} \approx 10^{-8} \frac{Z^2}{A^{2/3}} \left( \frac{|\vec{P}|}{m_{\pi}} \right) \sigma_{\pi\pi}^t$  [34] ahol  $\vec{P}_0$  a primer pion impulzusa.



összefüggés kapható. Itt  $|\vec{P}_0| \gg m_\pi$  esetén a jobb oldal utolsó tagja elhanyagolható,  $T$  elhagyásával pedig a jobb oldal értéke tovább csökken, tehát írhatjuk, hogy

$$q_{11} > m_\pi \sum_{i=1}^n \sin \varphi_i > m_\pi \sum_{i=1}^{n_s} \sin \varphi_i, \quad (7.11)$$

ahol  $n$  a kölcsönhatás utáni összes  $\pi$ -mezonok és  $n_s$  az összes töltött  $\pi$ -mezonok száma. (7.11) segítségével tehát a (7.1) koherencia feltételt a

$$\sum_{i=1}^{n_s} \sin \varphi_i < A^{-1/3} \quad (7.12)$$

alakban írhatjuk.

Ha az emulzióban levő legkisebb összetett atommagot, vagyis a  $C$ -atom magját tekintjük, akkor (7.1) ill. (7.12)-re

$$q_{11} \cong 61,3 \text{ MeV}/c, \quad (7.13a)$$

ill.

$$\sum \sin \varphi_i < 0,44 \quad (7.13b)$$

kell legyen.

### 7.6 Effektív tömeg

A DD folyamatok természetére igen érdekes felvilágosítást ad az  $m^*$  tömeg vizsgálata. Ha minden egyes szekunder impulzusát mértük, akkor  $q_{11}$ , továbbá  $m^*$  értéke egyszerűen számolható:

$$m^* = [(\sum E_i)^2 - (\sum \vec{P}_i)^2]^{1/2}. \quad (7.14)$$

A gyakoribb eset — és lényegesen gyorsabb eljárás — azonban az, amikor a szekundernek csak a primer iránnyal bezárt  $\varphi_i$  szögét mérik.

Ha tehát egyszerűen a mért szögekből tudnánk számolni az  $m^*$  tömeget, akkor ez igen gyors módszert jelentene és lényegesen nagyobb anyagon lehetne elvégezni az ilyen analízist [96].

Alkalmazzuk a (7.3) egyenletre a  $T \ll E_0$ ,  $E_i, |\vec{P}| \gg m_\pi$  és  $P_{i\perp} \simeq \bar{P}_\perp$  közelítéseket. Legyen továbbá  $P_\perp^* \ll |\vec{P}^*|$  (kis diffrakciós szög). Ekkor az

$$E^* \simeq E_0 = \sum E_i \simeq \sum |\vec{P}_i| = \bar{P}_\perp \sum \text{cosec } \varphi_i \quad (7.15)$$

$$|\vec{P}^*| \simeq P_{11}^* \simeq \bar{P}_\perp \sum \text{ctg } \varphi_i \quad (7.16)$$

összefüggésekből nyerhetők. (7.14), (7.15) és (7.16)-ból pedig  $m^*$ -ra az

$$m_1^* = \bar{P}_\perp [\sum \text{cosec } \varphi_i \sum \sin \varphi_i]^{1/2} \quad (7.17a)$$

$$m_2^* = [\bar{P}_\perp E_0 \sum \sin \varphi_i]^{1/2} \quad (7.17b)$$

kifejezéseket kapjuk. (7.17a) használata akkor célszerű, amikor a primerenergiát nem ismerjük (pl. kozmikus sugárzási részecskék esetén).

A (7.14) összefüggésből számolt  $m^*$  értékek statisztikus hibája (csak  $P_i$  a közvetlenül mért mennyiség)

$$\delta m^* \simeq \frac{\sum E_i \sum P_i}{m^*} \sqrt{\sum \delta^2 P_i}.$$



A (7.17a) és (7.17b) összefüggések alapján kapott  $m^*$  értékek hibája pedig két részből tevődik össze. A

$$\delta m_{1,2}^* = \left[ \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial \varphi_i} \right)^2 + \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial E_0} \right)^2 + \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial \bar{P}_\perp} \delta \bar{P}_\perp \right)^2 \right]^{1/2}$$

statisztikus hibából, valamint a  $P_{i\perp} \equiv \bar{P}_\perp$  helyettesítésből származó

$$\sigma(m_1^*) = \frac{\bar{P}_\perp^2}{2m^*} \sqrt{A + B \sum_{i \neq j} \sin^2 \varphi_i \operatorname{cosec}^2 \varphi_j}$$

$$\sigma(m_2^*) \simeq C \frac{E_0 \bar{P}_\perp}{2m^*} \sqrt{\sum \sin^2 \varphi_i}$$

szórásból.<sup>17</sup> A fenti formulában

$$A = \begin{cases} 5,25 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.1) eloszlást követi} \\ \frac{\sigma}{\pi^2} (24 - 4\pi - \pi^2) \simeq 0,962 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.2) eloszlást követi} \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} 0,25 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.1) eloszlást követi} \\ [(4 - \pi)/\pi]^2 \simeq 0,075 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.2) eloszlást követi} \end{cases}$$

$$C = \begin{cases} 1/\sqrt{2} \simeq 0,706 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.1) eloszlást követi} \\ \sqrt{(4 - \pi)/\pi} \simeq 0,523 & \text{ha } P_\perp \text{ a (4.2) eloszlást követi} \end{cases}$$

Mivel a szögmérést nagyon gondosan lehet elvégezni, a primerenergia bizonytalansága kicsiny, és a transzverzális impulzus átlagának hibája is megfelelő kicsinnyé tehető, ha elegendő sok nyomon végzünk méréseket, azért a  $\delta m^*$  statisztikus hiba elhanyagolható a  $\sigma(m^*)$  szórás mellett.\*\*

## 8. A DD események kiválasztása és analízise

### 8.1 Kiválasztási kritériumok

Az előző fejezetben ismertettük a DD elméletének főbb vonásait, és a koherencia kritérium, a küszöbenergia, a targetnek átadott impulzus longitudinális komponensének nagysága, transzverzális komponensének eloszlása, valamint a disszociáló rendszer  $m^*$  effektív tömegének és  $A^2$  négyesimpulzus-átadásának számolására alkalmas képleteket adunk meg.

Mivel természetszerűleg a DD kölcsönhatások is kielégítik a 2.3 pontban megadott kiválasztási kritériumokat (visszalökött mag, szürke vagy fekete részecske,  $\beta$ -elektron nincs) azért a  $\pi N$  eseményekre végzett scanning során a DD eseményeket is automatikusan kiválasztottuk.

<sup>17</sup> A hibaformulák részletes levezetését lásd a 4. függelékben.

\*\* Pl.  $m^* = 1$ ,  $\delta \varphi_i = 0$  és  $\delta E_0 = 5\%$  esetén, ha  $\bar{P}_\perp$  értékét 3000 nyomból állapíthatjuk meg, akkor  $\delta m^* \simeq 0,03$  és  $\sigma(m_2) \simeq 0,25/\sigma(m_1)$  hasonló nagyságrendű).



Most nézzük meg, hogy kísérleti anyagunkban hol fordulhatnak elő DD események. A kvantumszámok már említett megmaradása miatt csak a páratlan karszámú események jöhetnek számításba:

$$\pi^- \mathcal{N} \rightarrow \mathcal{N} + \pi^- + k\pi^0 \quad k = 1, 2 \dots \quad (8.1a)$$

$$\mathcal{N} + 2\pi^- + \pi^+ \quad (8.1b)$$

$$\mathcal{N} + 2\pi^- + \pi^+ + k\pi^0 \quad k = 1, 2 \dots \quad (8.1c)$$

$$\mathcal{N} + 3\pi^- + \pi 2^+ \quad (8.1d)$$

$$\mathcal{N} + 3\pi^- + 2\pi^+ + k\pi^0 \quad k = 1, 2 \dots \quad (8.1e)$$

stb.

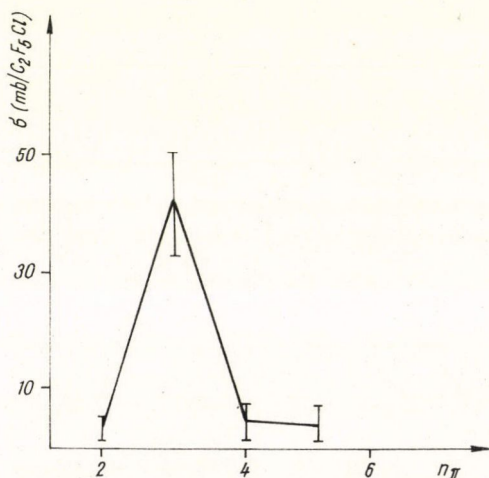
Allard és munkatársai [97] 6–18 GeV/c impulzusú  $\pi^-$ -mezonokkal sugároztak be nehéz folyadékkal ( $\text{C}_2\text{F}_5\text{Cl}$  vagy  $\text{CF}_3\text{Br}$ ) töltött buborékkamrát és megvizsgálták a kis négyesimpulzus-átadású ( $\Delta^2 < (2m_\pi)^2$ ) események hatáskeresztmetszetének a multiplicitásától való függését. A 8.1 ábra az ő eredményüket mutatja 16 GeV/c primerimpulzus esetére. Látható, hogy a hatáskeresztmetszet  $n_\pi = 3$ -nál szignifikáns csúcsot mutat.

Ez azt jelenti, hogy a DD típusú eseményeket a (8.1b) és (8.1c) típusú kölcsönhatások közt kell keresni. Ami a (8.1a) típusú ( $n_s = 1$ ) eseményeket illeti, mivel emulzióban az eseményhez tartozó  $\pi^0$ -mezonok megtalálása igen hosszadalmas és rossz hatásfokú feladat, a (8.1a) típusú DD-kölcsönhatásokat a nukleonon történő rugalmas és rugalmatlan magkölcsönhatásoktól nehéz megkülönböztetni, illetve nagy részüket, mint rugalmas ( $\varphi < 2^\circ$ ) eseményt kizártuk (lásd 2.3 pont). A nagyobb karszárú ( $n_s \geq 5$ ) eseményekben pedig a 8.1 ábra tanúsága szerint már kevés a DD típusú kölcsönhatás.

Ha a folyamat küszöbenergiáját a (7.8) összefüggés alapján számoljuk, és targetmagnak szén ( $A_c = 12$ ) veszünk, a disszociáló rendszer  $m^*$  effektív tömegére pedig  $m^* = 1$  GeV-et (lásd 8.3 pont) helyettesítve, durva becslésként  $E_0(\text{min}) \approx 8$  GeV adódik, vagyis 7 GeV primerenergiánál nem várható számottevő DD fellépése.

A 7. fejezetben és az imént mondtak alapján a DD események kiválasztására az alábbi kritériumokat használtuk:

1.  $n_s = 3$ ,  $N_g = N_h = 0$ ,
2. visszalökött mag és  $\beta$ -elektron nincs,
3.  $q_{11} \leq 61,3$  MeV/c (ill.  $\Sigma \sin \varphi_i \leq 0,44$ ),
4. mindhárom töltött részecske pion,
5.  $q_\perp \leq 200$  MeV/c.



8.1 ábra. A [97] szerzők által 16 GeV/c primerenergiánál a  $\Delta^2 < (2m_\pi)^2$ -tel jellemezhető esetekre kapott hatáskeresztmetszetek függése az eseményekben keletkezett pionok számától



Ha a kiválasztott eseményeket fel akarjuk dúsítani olyan DD-kölcsönhatásokban, ahol semleges pion nem keletkezett (8.1c) típus, akkor még egy hatodik kritériumot is alkalmazhatunk:

6. a három szekunder részecske energiájának összege közel egyenlő a primer pion energiájával.

Abban az esetben, ha a szekundereken csak szögérés végezhető, a 4–6. kritériumok természetesen nem alkalmazhatók. Kísérleti anyagunkban 7 illetve 17 GeV-en 16, illetve 169 olyan eseményt találtunk, melyek az 1–3. kritériumokat (és amennyiben impulzus mérés is lehetséges volt, a 4-et is), és 4, illetve 18 (geometriai korrekció után 6,6, illetve 34,7) olyan eseményt, melyek az összes kritériumokat kielégítették. Tekintettel arra, hogy ezen eseményeket 7 illetve 17 GeV-en egyenként  $\sim 10$  km primer nyom lekötés során találták, a fenti eseményszámok  $\lambda_{DD}$ -re az alábbi korlátokat adják:

$$(61 \pm 5)m \cong \lambda_{DD}^{17\text{GeV}} \cong (300 \pm 83)m \quad \text{ill.} \quad (555 \pm 131)m \cong \lambda_{DD}^{17\text{GeV}} \cong (1600 \pm 800)m$$

ami hatáskeresztmetszetben (szénmagra és  $\sigma_{DD} \sim A^{2/3}$  függés esetére) a

$$(6,0 \pm 0,5)mb/C \cong \sigma_{DD}^{17} \cong (1,2 \pm 0,3)mb/C$$

ill.

$$(0,7 \pm 0,2)mb/C \cong \sigma_{DD}^{17\text{GeV}} \cong (0,2 \pm 0,1)mb/C$$

határoknak felel meg.

Most tudjuk értelmezni a 4.3 pontban kapott azon eredményünket, hogy 17 GeV-es 3-karú eseményeknél a  $\lg \lg \varphi$  eloszlás a vártnál nagyobb értékek felé van eltolódva, s amint dúsítjuk a kiválasztott eseményeket DD típusúakban, úgy növekszik az eltolódás mértéke is.

Számítsuk ki ui.  $\lg \lg \varphi$  értékét DD esetére. Ha  $\gamma$  jelenti az  $m^*$  effektív tömegű „kimenő rendszer” Lorentz faktorát, akkor  $E_0 = \gamma m^*$ . Másrésztől viszont ha feltezzük, hogy az  $m^*$  szimmetrikusan bomlik a saját rendszerben (ahol  $m^*$  nyugalomban van), akkor  $\gamma$  a Castagnoli formulából számolható, azaz  $\lg \gamma = -\lg \lg \varphi$ . Mivel  $E_0 = 17,2$  GeV és  $m^*$  legvalószínűbb értékei (lásd 8.5 és 8.6 ábrákat) a  $(0,9 \div 1,2)$  GeV tartományokba esnek, azért a DD kölcsönhatásokra  $\lg \lg \varphi = 15,4 \div 20,6$  várható, ami kitűnően egyezik a kapott eredményekkel (lásd pl. a 4.IV Táblázatot).

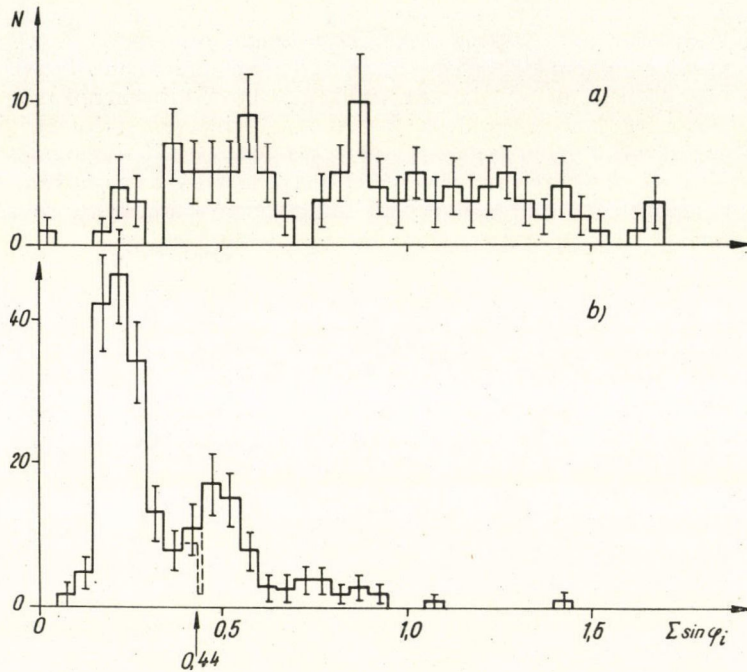
A fenti eredmény egyébként bizonyítéknak is tekinthető arra nézve, hogy DD események a mi kísérleti anyagunkban elsősorban a 17 GeV-es besugárzásnál és  $n_s = 3$ -nál jelentkeznek.

## 8.2 DD események kiválasztása

17,2 GeV primerenergiánál összesen 235 olyan eseményt találtunk, ami az 1. és 2. kritériumokat (és amennyiben impulzusmeghatározás is lehetséges volt, a 4. kritériumokat is) kielégítette. Ezek  $\Sigma \sin \varphi_i$  eloszlása a 8.2 ábrán látható. Összehasonlításképp (és a 8.1 pontban mondottak további alátámasztására) a 8.2b ábrán a 7 GeV-es hasonló adatok eloszlását mutatjuk be. 17 GeV-en az eseményeknek 72%-a (169 esemény) elégíti ki a  $\Sigma \sin \varphi_i \geq 0,44$  feltételt, míg 7 GeV-en — ahol nem, vagy csak igen kis mértékben várható DD fellépése — csak 14% (16 esemény).



Az 1—2. kritériumoknak eleget tevő 235 esemény közül csak 84 olyan volt, melynek mindhárom szekundere  $5^\circ$ -nál kisebb mélységi szöggel rendelkezett, és így mindhárom szekunder impulzusát meg lehetett határozni.



8.2 ábra.  $\Sigma \sin \varphi_i$  eloszlás 3-karú eseményekre a) 7 GeV és b) 17 GeV primerenergia esetén

Erre a 84 eseményre  $q_{II}$ -t a (7.6) és (7.14) egyenlet alapján ki lehet számolni.<sup>19</sup>

A 8.3 ábrán ezen események  $\Sigma \sin \varphi_i$  és  $q_{II}$  eloszlását hasonlítottuk össze. A vízszintes tengelyek beosztását úgy vettük fel, hogy az egymás alatti értékek megfeleljenek a  $q_{II} = m_\pi \Sigma \sin \varphi_i$  összefüggésnek. Az egyes eseményeket a megfelelő geometriai faktorral vettük figyelembe (lásd 3. Függelék).

Látható, hogy a két eloszlás alakja hasonló, és a valóságos  $q_{II} > m_\pi \Sigma \sin \varphi_i$  összefüggésnek megfelelően a  $\Sigma \sin \varphi_i$  eloszlás maximuma a  $q_{II}$  eloszlás maximumánál nagyobb értéknél van. Továbbá látható, hogy a (7.13a) koherencia kritériumot 6, a (7.13b) koherencia kritériumot 3 esemény nem elégít ki. A 8.3a és 8.3b ábrák összevetése tehát azt mutatja, hogy a (7.13b) használata a (7.13a) helyett nem okoz a DD események kiválasztásánál lényeges eltérést.

Vizsgáljuk most meg a teljesen kimért 84 esemény transzverzális impulzusátadását. A  $q_\perp$  és  $q_{II}$  eloszlás a 8.4 ábrán látható. Ugyanezen ábrán a  $q_\perp$  gyakoriság eloszlását is bemutatjuk.

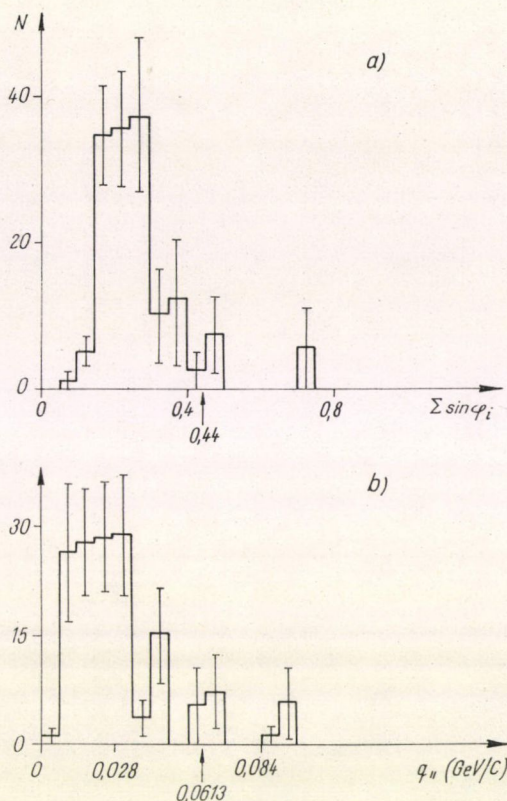
<sup>19</sup> A (7.14) összefüggés csak akkor adja meg  $m^*$  valódi értékét, ha a kölcsönhatásban  $\pi^0$ -mezon nem keletkezett, ellenkező esetben  $m^*$ , és így a (7.6) egyenleten keresztül  $q_{II}$  értékét kissé alábecsüli.



A 8.4 ábrából kitűnik, hogy az eseményeknek kb. 55%-a nem elégíti ki a  $q_{\perp} \leq 200$  MeV/c feltételt. Az 1—5. kritériumoknak tehát a 84-ből már csak 38 esemény tesz eleget.

A  $q_{\perp}$ -eloszlás két maximumot mutat, az első keskenyebb maximum a  $(0 \leq q_{\perp} \leq 200)$  MeV/c közötti tartományban, a második maximum a  $(200 \leq q_{\perp} \leq 600)$  MeV/c közötti tartományban van.

A 8.4 ábrába a  $q_{\perp} \leq 200$  MeV/c tartományban felrajzoltuk a megfelelően normált (7.9) alakú eloszlást (1. görbe), továbbá a rugalmatlan, nem DD kölcsönhatásokban keletkezett szekunderek transzverzális impulzuseloszlásának közelítésére leginkább használt (és megfelelően normált) ún. Boltzman eloszlást is (3. görbék). Végül a  $q_{\perp} \leq 200$  MeV/c tartományban berajzoltuk az ábrába az 1. és 3. görbék összegét (2. görbe) is. Látható, hogy az 2. és 3. görbék a megfelelő impulzustartományokban jól közelítik a kísérleti eloszlást, ami azt jelenti, hogy a  $q_{\perp}$  szerinti szétválasztás jogos, a  $q_{\perp} = 200$  MeV/c alatti események nagy része a koherens kölcsönhatásra jellemző eloszlással, míg a  $q_{\perp} = 200$  MeV/c feletti események a nem koherens, rugalmatlan eseményekre jellemző eloszlással írható le jól.



8.3 ábra. A 84 darab teljesen kimért és az 1, 2, 4. kritériumokat teljesítő esemény a)  $\Sigma \sin \varphi$  és b)  $q_{\perp}$ -eloszlása

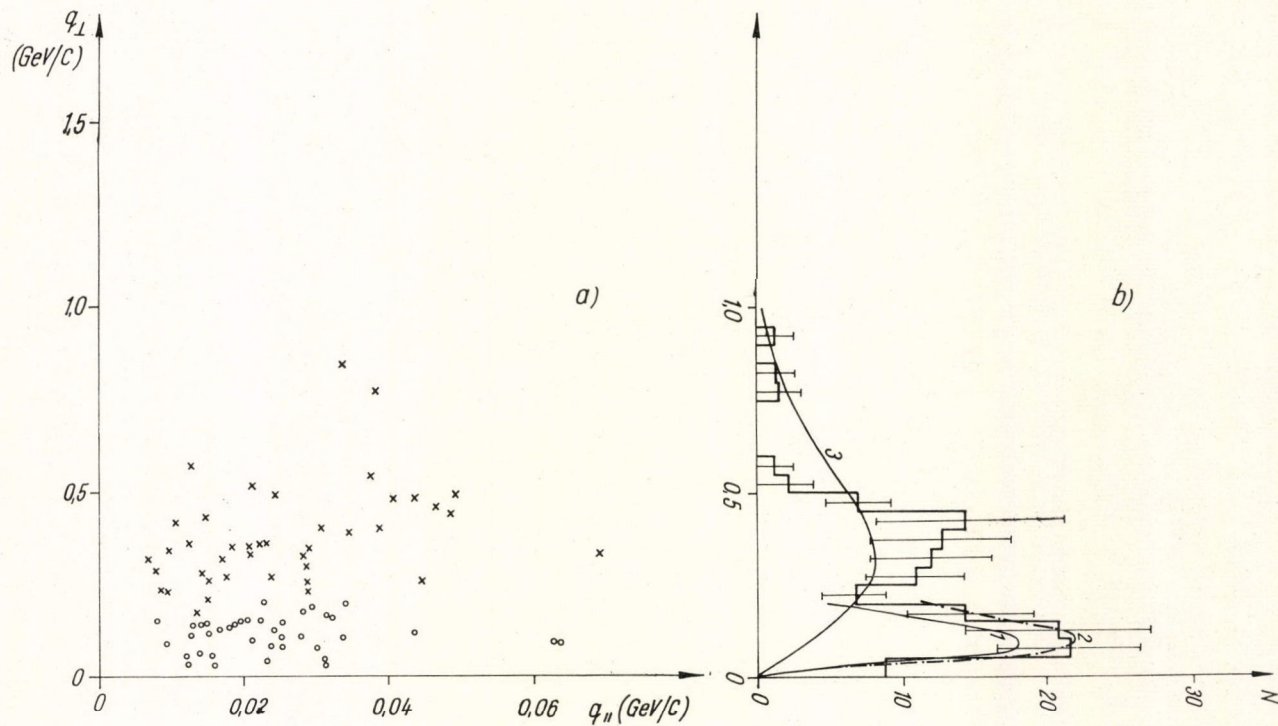
### 8.3 A disszociáló rendszer effektív tömege

Azzal az igen durva feltételezéssel, hogy az 1., 2. és 3. kritériumoknak eleget tevő 169 esemény DD-ből származik és  $\bar{P}_{\perp} = 0,28$  helyettesítéssel<sup>20</sup> kiszámoltuk az  $m^*$  értékeket a (7.17a) és (7.17b) formulák szerint. A megfelelő eloszlásokat a 8.5a és b ábrákon mutatjuk be.

A teljesen (szögre és impulzusra is) kimért és az 1—4. és 6. kritériumoknak eleget tevő 43 esemény DD kölcsönhatásokban (8.1b) és (8.1c) típus „gazdagabb”, mint az előbb analizált 169 esemény, és ezen felül fel van „dúsítva” a (8.1b) típusban, ahol  $\pi^c$  mezon nem keletkezett. Hasonlóan az a 18 esemény, amely még az 5. krité-

<sup>20</sup> Lásd a 4. Táblázatot.





8.4 ábra. A 84 darab teljesen kimért esemény a)  $q_{\perp}$  vs.  $q_{\parallel}$  eloszlása, b)  $q_{\perp}$  gyakoriságeloszlása. Az 1. görbe a (7.9), a 3. görbe pedig a (4.2) alakú eloszlás, a 2. görbe pedig az 1. és 3. görbék összege a  $(0 \leq q_{\perp} \leq 200)$  MeV/c tartományban



riumot is kielégíti, viszonylag még több DD-kölcsönhatást tartalmaz. A (7.14) összefüggés alapján közvetlenül számolt  $m^*$  értékek eloszlása erre a 43 illetve 18 eseményre a 8.6a és b ábrákon látható.

A 8.5 és 8.6 ábrákon látható  $m^*$  eloszlások mind hasonló lefutásúak, az eloszlások maximuma 1 GeV körül van, félszélességük pedig  $\sim 0,2$  GeV. Az eloszlások pontos adatai a 8.I. Táblázatban vannak feltüntetve.

8.I. TÁBLÁZAT

eloszlás	$\bar{m}^*$ (GeV)	$\Gamma$ (GeV)
8.5a ábra	$1,07 \pm 0,03$	0,18
8.5b ábra	$1,05 \pm 0,02$	0,27*
8.6a ábra	$1,05 \pm 0,01$	0,24
8.6b ábra	$1,03 \pm 0,02$	0,29

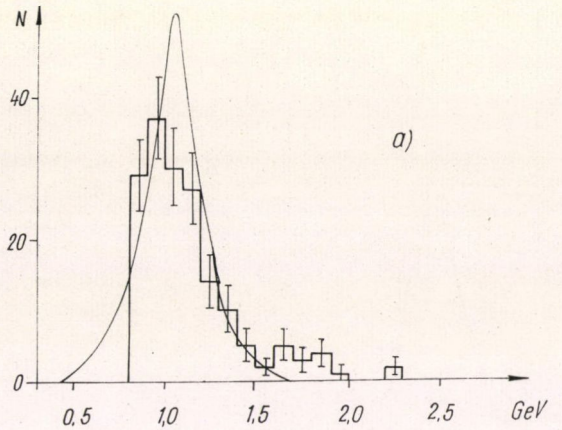
\* Ha az eloszlást  $m^* = 1,6$  GeV-nél levágjuk, akkor  $\Gamma = (0,19 \pm 0,01)$  GeV adódik.

Az  $\bar{m}^*$  értékére kapott eredmények jó egyezésben vannak Allard és munkatársai [98] eredményeivel, akik szintén 3-karú DD események effektív tömegeloszlásban  $m^* = (1,08 \pm 0,02)$  GeV-nél  $\Gamma = 0,075$  GeV félszélességű csúcsot találtak. Ők ezt a csúcsot a Goldhaber és munkatársai [99], valamint az Aachen—Berlin—Birmingham—Bonn—Hamburg—London—München kollaboráció [100, 101] által korábban,  $\pi p$  ütközések termékeként talált  $A_1$  rezonanciaként értékelték.

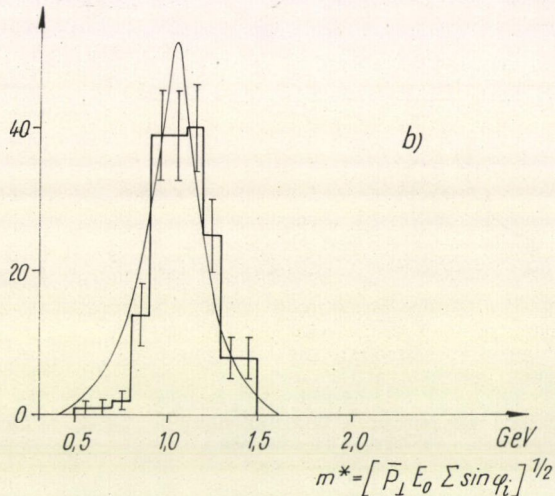
Nézzük meg, nincs-e más lehetőség is ennek a csúcsnak az értelmezésére. Számítsuk ki a DD-ben keletkező  $3\pi$  rendszer effektív-tömeg eloszlását az alábbi feltevések alapján [102]:

1. a target magnak átadott impulzus eloszlás jellemző a DD-ra,
2. a végállapot 3 pionja egymástól függetlenül keletkezett (Fermi modell),
3. a DD folyamat hatáskeresztmetszete  $A^{2/3}$ -nal nő.

Az így kapott fázisgörbét a kísérleti eloszlásokkal összehasonlítva (8.5 és



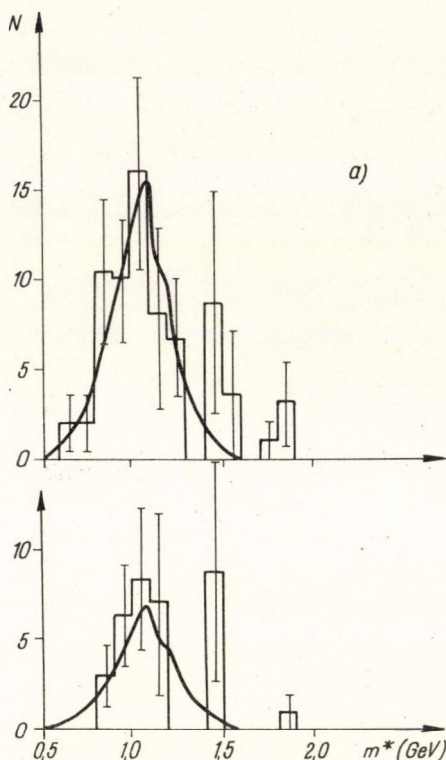
$$m^* = \bar{P}_1 [\sum \cos \varphi_i \sum \sin \varphi_i]^{1/2}$$



$$m^* = [\bar{P}_1 E_0 \sum \sin \varphi_i]^{1/2}$$

8.5 ábra. A disszociáló rendszer  $m^*$  effektív tömegének eloszlása a)  $m^* = \bar{P}_1 [\sum \cos \varphi_i \sum \sin \varphi_i]^{1/2}$  és b)  $m^* = [\bar{P}_1 E_0 \sum \sin \varphi_i]^{1/2}$  összefüggésekből számolva. A folytonos görbék a DD mechanizmus alapján számolt fázisgörbék





8.6 ábra. A disszociáló rendszer effektív tömegének eloszlása a szekundereken mért impulzusból számolva olyan kölcsönhatásokra, amelyek a) az 1—4 és 6 kritériumokat, ill. b) 1—6 kritériumokat kielégítik. A folytonos görbék a DD mechanizmus alapján számolt fázisgörbék

8.6 ábrák) látható, hogy köztük jó egyezés van.

A disszociáló rendszer effektív-tömeg eloszlásában az  $m^* = 1$  GeV körül mutatkozó csúcs magyarázható tehát  $A_1$  rezonancia kelte nélkül is, tisztán azzal, hogy a primer pion az emulzióban levő atommagokon DD-t szenved.

Érdekes megjegyezni, hogy az utóbbi időkben különböző szerzők [103—109] arról írnak, hogy  $A_1$  rezonancia nem létezik, hanem a tömeg-eloszlásban jelentkező csúcsot kinematikai effektusok hozzák létre. Az Aachen—Berlin—CERN kollaboráció viszont még legújabbban is az  $A_1$  rezonancia létezése mellett és a kinematikai effektusokkal való magyarázat ellen hoz kísérleti bizonyítékokat [110]. (A probléma részletes összefoglalását lásd [111]-ben.)

#### 8.4 Nagyenergiájú anomális jetek egy lehetséges értelmezése DD segítségével

Az eddigiekben leírtuk  $\pi$ -mezonoknak magokon (emulzióban) történő DD-ját, és az ezzel kapcsolatos problémákat. Meg szeretnénk még említeni, hogy természetesen más részecskék is képesek ilyen típusú kölcsönhatásra, és ezt pl. 10, illetve 20—24 GeV/c impulzusú protonok esetén emulzióban ki is mutatták [112—113]. Továbbá a [114] szerzők lehetségesnek tartják, hogy az általuk megfigyelt  $K^+d$  kölcsönhatások egy részét is DD-val lehet megmagyarázni.

A DD feltehetőleg jelentős szerepet játszik mezonok fotokeltésében is [115].

Van még egy érdekes terület, ahol az eredmények DD-val nagyarázhatók, és ez a kozmikus sugárzásban észlelt extrém nagy energiájú, egy-kónusú jetek keletkezése [116]. A következőkben a jelen kísérleti anyag alapján megmutatjuk, hogyan értelmezhetők ezek az anomális kölcsönhatások DD segítségével bármiféle két centrum modell [117] feltételezése nélkül.

A kozmikus sugárzásban észlelt extrém nagy energiájú, egykónusú jetek anomális viselkedést mutatnak. Ezeket a kölcsönhatásokat ui. az jellemzi, hogy

1. a szürke és fekete nyomok száma kicsi,
2. a záporrészek a laboratóriumi rendszerben egy szűk kónuszon belül, s így
3. a tömegközépponti rendszerben is erősen előre emittálódnak (aszimmetria), míg
4. a sajátrendszerben az emisszió izotróp,



5. a multiplicitás kicsiny még a Castagnoli [63] módszerrel számolt nagy energiáknál is,

6. előfordul, hogy ezek a kölcsönhatások szekunder jetek, és mind a primer, mind pedig a szekunder jet energiáját meg lehet határozni a Castagnoli módszer segítségével. Ilyenkor az a furcsa helyzet áll elő, hogy a szekunder jet energiájára nagyobb érték adódik mint a primer jetére.

A következőkben kimutatjuk, hogy ha a kozmikus sugárzási részecskék energiájánál alacsonyabb de jól definiált energiájú részecskék — esetünkben pl. 17 GeV/c impulzusú  $\pi^-$ -mezonok — DD eseményeit úgy analizáljuk, mintha nagy energiájú  $pN$  kölcsönhatások lennének, akkor azok a fenti tulajdonságokat fogják mutatni. Ezáltal megmutatjuk, hogy az anomális jetek értelmezése lehetséges DD segítségével.

Az egy-kónuszu jetek első két tulajdonsága evidensen teljesül DD eseményekre is, mivel azokra 1.  $N_g = N_h = 0$  és 2.  $\Sigma \sin \varphi \leq 0,44$ . A többi tulajdonság teljesülését az alábbiakban fogjuk kimutatni. Először is alkossunk meg egy „szótárt”, azaz feleltessük meg egymásnak a jetekre, ill. DD eseményekre vonatkozó jellemző mennyiségeket (lásd 8.II. Táblázat).

## 8.II. TÁBLÁZAT

A jetekre, ill. DD eseményekre vonatkozó jellemző mennyiségek összevetése

jet terminológia	DD terminológia
$E^+$ a töltött szekundereknek átadott energia a laborrendszerben	$E_0$ a primer részecske totális energiája a laborrendszerben
$K_T^+$ ahol $K_T^+$ a töltött részecskére vonatkozó inelaszticitás a tükör rendszerben és $M$ a nukleon tömeg	$q_{11} - T = \frac{\bar{P}_+}{2} \Sigma \sin \varphi_i$ a target magnak átadott longitudinális impulzus és energia különbség
$M^{*c}$ a töltött szekunderekből álló rendszer effektív tömege	$m^*$ a kimenő rendszer effektív tömege
$\gamma_c$ a töltött szekunderekből álló rendszer Lorentz faktora	$\gamma = [\Sigma \csc \varphi_i / \sin \varphi_1]^{1/2} *$ ((7.15) és (7.17a)-ból) a kimenő rendszer Lorentz faktora

\* Ez a kifejezés kis szögekre megegyezik a Castagnoli formulával (bizonyítását lásd [96]-ban).

Ezután számítsuk ki egy „átlagos”, 3 záporrészecskét tartalmazó jet jellemző mennyiségeit úgy, hogy az összes analizálandó 3 karú eseményre átlagoljuk ezeket a mennyiségeket.

A) A Lorentz faktorok átlagára  $\bar{\gamma}_c = 15,9 \pm 0,7$  adódott. Az ebből számolt látszólagos primerenergia a Castagnoli módszer szerint  $\bar{E}_c \simeq (475 \pm 43)$  GeV.



B) A „legvalószínűbb energia”, mely definíció szerint [118]:

$$\bar{E}'_0 \simeq 1,5\bar{E}'/\bar{K}_L \equiv 2\bar{\gamma}_N^2 M,$$

ahol  $K_L$  a totális inelaszticitás a laborrendszerben (és értékét  $K_L=0,55$ -nek választottuk ([116]) és  $\gamma_N$  az ütköző nukleonok tömegközépponti rendszerének Lorentz faktora.  $\bar{E}'_0$  értékére 47 GeV-et kaptunk, amiből  $\bar{\gamma}_N=5,0$  adódott.

A) és B) összevetéséből látható, hogy a Castagnoli és a „legvalószínűbb” energia értéke durván egy 10-es faktorban különbözik egymástól, és ez magyarázni tudja az 1-kónuszú jeteknek az 5. és 6. pontokban leírt anomális tulajdonságát.

C) Ha  $M^*$  az összes szekunder részecskékből álló rendszer effektív tömege ( $M^*=1,5 M^{*t}$ ) akkor  $\bar{\gamma}$  Lorentz faktora a tömegközépponti rendszerben relativisztikus közelítésben ( $\gamma_N^2 \gg \bar{\gamma}^2 - 1$ ):

$$\bar{\gamma} = \frac{K_L + K_T}{2\sqrt{K_L K_T}},$$

ahol  $K_T=1,5K_T^t$ .  $\bar{M}^*$  és  $\bar{\gamma}$  értékére 1,65 GeV. ill. 1,75 adódott.

$\bar{\gamma}_N$  és  $\bar{\gamma}$  értékének összevetéséből látható, hogy a szögeloszlás a  $\gamma_N$ -nel jellemzett tömegközépponti rendszerben aszimmetrikus lesz, ami megegyezik az 1-kónuszú jeteknek a 3. pontban leírt tulajdonságával.

D) Az „átlag” jetre vonatkozó invariáns anizotrópia paraméter  $\bar{\kappa}$  a következő formulákból számolható:

$$\bar{\kappa} = \left[ \frac{1}{3N} \sum_{j=1}^N \left( \sum_{i=1}^3 \lg \lg \varphi_i - \lg \lg \varphi \right)^2 \right]^{1/2}$$

és értékére  $\bar{\kappa} = 0,34 \pm 0,01$  adódott, ami jó egyezésben van az izotróp esetben érvényes  $\kappa=0,36$  értékkel [118] (lásd 1-kónuszú jetek 4. pontban leírt tulajdonsága).

## Összefoglalás

### 1.

a) Meghatároztuk 7 és 17 GeV/c impulzusú  $\pi^-$  mezonok által létrehozott, és  $\pi N$  kölcsönhatásokként kiválasztott események átlagos jellemzőit. Megvizsgáltuk ezen események szekunder részecskéinek szög- és impulzuseloszlását a laboratóriumi, a  $\pi N$  tömegközépponti, és a  $\pi\pi$  tömegközépponti rendszerekben. Tanulmányoztuk a keletkezett szekunderek transzverzális impulzusának eloszlását, a transzverzális impulzus átlagának a szekunderek számától, a szekunder részecske tömegétől, valamint a primer energiától való függését.

b) Az 1. a) pontban leírt vizsgálatok eredményeképpen megállapítottuk, hogy a kismultiplicitású kölcsönhatások túlnyomórészt *periferikus* természetűek, azaz a primer  $\pi$ -mezon a target nukleonnak a pion-felhőjével lép kölcsönhatásba, míg a nagyobb multiplicitású események a centrális  $\pi$ -core ütközéseknek felelnek meg.

c) A fentiek alapján a  $\pi N$  kölcsönhatások teljes rugalmatlan hatáskeresztmetszetének ismeretében a nukleon-core sugarára  $r_{\text{core}} \simeq 0,7 \cdot 10^{-13}$  cm adódott.



2.

a) A periferikus  $\pi N$  kölcsönhatások közül kiválasztottuk a  $\pi^- p \rightarrow p \pi^-$  ( $k\pi^0$ ) és  $\pi^- p \rightarrow n \pi^+ \pi^-$  ( $k'\pi^0$ ) típusúakat, s megvizsgáltuk ezek laboratóriumi-,  $\pi N$ - és  $\pi\pi$ -rendszerbeli szög- és impulzuseloszlásának, valamint a négyesimpulzus-átadások eloszlását.

b) A 2. a) pontban leírt vizsgálatok alapján kimutattuk, hogy a fenti két típusú események jelentékeny részében a *primer pion a target nukleon egy virtuális pionján kvazi-rugalmas, diffrakciós szóródást szenved*. Kimutattuk továbbá, hogy az ilyen esetek  $\sim 25\%$ -ában töltés-cserélő diffrakciós szóródás jön létre.

c) Ismertettük az erős kölcsönhatások periferikus modelljének alapvető elgondolásait, s a modell néhány változatát. Felrajzoltuk a modell keretein belül a 2. a) pontban felírt két reakciónak megfelelő Feynman gráfokat, s a saját, valamint mások mérési eredményeinek felhasználásával megbecsültük a két reakciónak az egyes gráfokból eredő járulékát.

3.

a) A diffrakciós disszociáció elméletének segítségével kritériumokat adtunk meg, és azokkal a rendelkezésre álló kísérleti anyagból kiválasztottuk a diffrakciós disszociációs eseményeket, valamint a diffrakciós disszociációra vonatkozó kölcsönhatási szabad úthossz értékére alsó és felső határokat állapítottunk meg.  $\lambda_{pp}$  alsó határára 7, ill. 17 GeV-en ( $555 \pm 131$ ) m, ill. ( $61 \pm 5$ ) m, felső határára pedig ( $1600 \pm 1600 \pm 800$ ) m, ill. ( $300 \pm 83$ ) m adódott.

b) Hogy lehetővé tegyük a pionok atommagokon történő diffrakciós disszociációjának tanulmányozását nagy statisztikus anyagon, azért a kölcsönhatások kinematikája segítségével — csupán szekunder részecskék emissziós szögének felhasználásával — a kölcsönhatásra jellemző, fontos mennyiségek kiszámítására szolgáló formulákat adtuk meg. A levezetett összefüggések által szolgáltatott értékek eloszlását aztán összehasonlítottuk egy kisebb anyagból, de közvetlen módon számolt értékek eloszlásával, és ez az összevetés azt mutatta, hogy a csupán emissziós szögek felhasználásával nyert összefüggésekből számolt mennyiségek jól közelítik a pontos impulzusmérés segítségével kapható mennyiségeket.

c) Megvizsgáltuk a disszociáló rendszer effektív-tömegeloszlását is, és megmutattuk, hogy az  $m^* \approx 1$  GeV körül mutatkozó csúcs megmagyarázható az  $A_1$  rezonancia keltés nélkül is, pusztán azzal, hogy a primer pion az emulzióban levő atommagokon diffrakciós disszociációt szenved.

d) Végül megmutattuk, hogy a nagy energiájú anomális jeleket lehetséges — bármiféle két centrum modell feltételezése nélkül — csupán a diffrakciós disszociáció segítségével is értelmezni.

### Köszönetnyilvánítások

Köszönetemet fejezem ki *Fenyves Ervinnek*, a fizikai tudományok doktorának, aki a disszertáció megírását lehetővé tette és vizsgálatainkat értékes tanácsaival segítette. Köszönettel tartozom *Bozóki Györgynek* és *Frenkel Andornak*, a fizikai tudományok kandidátusainak, *Nagy Elemér* tudományos munkatársnak és *Surányi Péternek*, a fizikai tudományok kandidátusának a mérések kivitelezésében, és azok diszkussziójában való aktív részvételükért és a disszertáció megírásánál nyújtott



tanácsaikért, *Somogyi Antal*nak, a fizikai tudományok doktorának, a mérések statisztikus kiértékelésénél, valamint a disszertáció megírásánál adott tanácsaiért.

Köszönet illeti továbbá a K. F. K. I. Kozmikus Sugárzási Laboratórium Emulziós csoportjának minden *laboránsát* a scanning, a mérések és a számolások elvégzéséért, valamint a disszertáció gépelésében és az ábrák elkészítésében nyújtott segítségükért.

## 1. Függelék

### *Impulzus meghatározás emulzióban*

Töltött részecske anyagon való áthaladása közben az atommagokon való Coulomb szóródás következtében állandó kismértékű irányváltozást szenved. Az így létrejött átlagos szögeltérés a töltés nagyságával ( $z$ ) és a megtett úttal ( $t$ ) egyenesen, a részecske impulzusának ( $p$ ) és sebességének ( $\beta$ ) szorzatával pedig fordítottan arányos:

$$\bar{\alpha} = Kz \frac{t^{1/2}}{p\beta}. \quad (\text{F1.1})$$

$\bar{\alpha}$  meghatározását koordináták mérésével az ún. konstans cella módszerrel végeztük: a mikroszkóp látóterében vízszintesre állított nyomon egymástól  $t$  távolságra leolvastuk a nyom  $y_i$  ( $i=0, 1, \dots$ ) koordinátáit és képeztük belőle a  $d_i = y_{i+1} - -2y_i + y_{i-1}$  második differenciákat. Az így nyert  $d_i$  mennyiségek abszolút értéke átlaga három részből áll. Tartalmazza a

(i) Coulomb szóródásból származó  $|\bar{d}_c|$  járulékot, ami  $\bar{\alpha}$  meghatározásához tulajdonképpen szükséges ( $\bar{\alpha} = 57,4 |\bar{d}_c|/t$  ha  $\bar{\alpha}$  fokban,  $d$  és  $t$  pedig  $\mu$ -ban van megadva),

(ii) az asztal nem tökéletesen vízszintes mozgásából, az ezüst szemcsék véges méretéből, a leolvasás hibájából származó „zaj”  $|\bar{d}_n|$  járulékát és végül

(iii) az ún. spurious scattering-ből származó  $|\bar{d}_{sp}|$  járulékot:

$$|\bar{d}|^2 = |\bar{d}_c|^2 + |\bar{d}_n|^2 + |\bar{d}_{sp}|^2 = |\bar{d}_c|^2 + |\bar{d}_h|^2. \quad (\text{F1.2})$$

$|\bar{d}_c|$  ismeretében a részecske impulzusa és hibája az alábbi módon számolható:

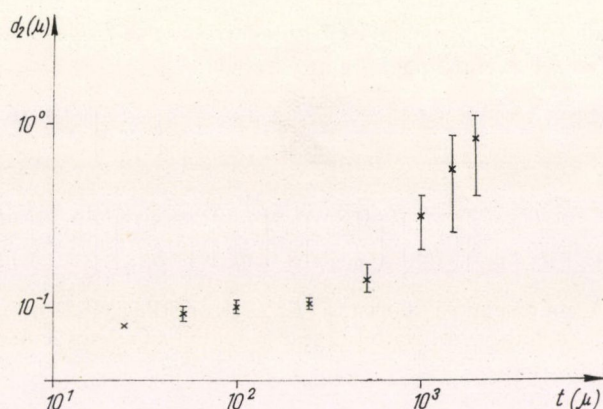
$$p\beta = \frac{Kt^{3/2}}{57,4 |\bar{d}_c|} z \quad (\text{F1.3})$$

$$\frac{\delta p\beta}{p\beta} = \frac{\delta |\bar{d}_c|}{|\bar{d}_c|} = \frac{0,86}{\sqrt{n}}, \quad (\text{F1.4})$$

ahol  $n$  a független cellák száma, és  $k$  az ún. szóródási konstans (mindkét besugárzás esetén  $K=27$ -et használtuk), mely a részecske sebességétől és a használt cellahossztól gyenge függést mutat. Ezzel a kérdéssel részletesebben egy korábbi cikkünkben foglalkoztunk [118].

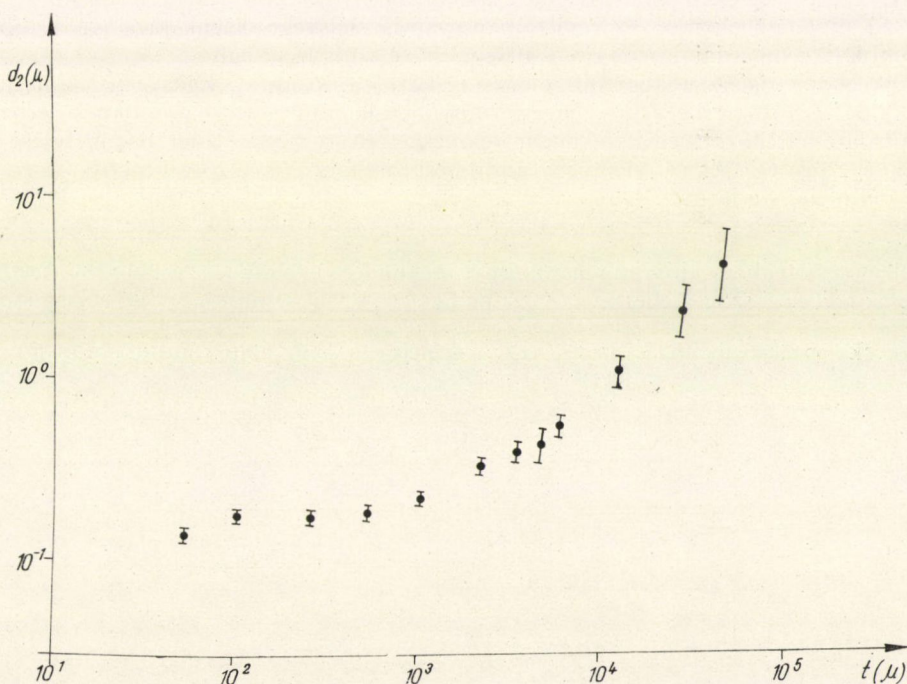


A minket érdeklő  $|\bar{d}_c|$  mennyiséget a közvetlenül mért második differenciákból és a háttér járulékából határozhatjuk meg az (F1.2) összefüggés alapján. Az optimális cellahosszt, ahol a méréseket végeztük mindig úgy választottuk ki, hogy a legkisebb legyen azon cellahosszak közül, melyekre a  $\text{jel/zaj} = d_c/d_h \cong 2$  feltétel teljesült. A háttér járulékát a különböző cellahosszakon mindkét besugárzás esetén az — ismert impulzusú — primer nyomokon végzett szóródás-mérés segítségével határoztuk meg:



F1.1 ábra. A második differenciák háttérből eredő járulékának cellahossz függése a 7 GeV-es lemezekben

$$|\bar{d}_h|^2 = |\bar{d}|^2 - |\bar{d}_{c,p\beta}|, \quad (\text{F1.5})$$



F1.2 ábra. A második differenciák háttérből eredő járulékának cellahossz függése a 17 GeV-es lemezekben



ahol a  $|\overline{d_{c,p\beta}}|$  mennyiség  $p\beta$  ismeretében ( $z=1$ ) (F1.3)-ból határozható meg. A  $|\overline{d_n}|$  és  $|\overline{d_c}|$  mennyiségek relatív hibája:

$$\frac{\delta |\overline{d_h}|}{|\overline{d_h}|} = \left( \frac{|\overline{d}|}{|\overline{d_h}|} \right)^2 = \frac{0,86}{\sqrt{n}}, \quad (\text{F1.6})$$

és

$$\frac{\delta |\overline{d_c}|}{|\overline{d_c}|} = \left[ \left( \frac{|\overline{d}|}{|\overline{d_c}|} \right)^4 \left( \frac{0,86}{\sqrt{n}} \right)^2 + \left( \frac{|\overline{d_h}|}{|\overline{d_c}|} \right)^4 \left( \frac{\delta |\overline{d_h}|}{|\overline{d_h}|} \right)^2 \right]^{1/2} \simeq \left( \frac{|\overline{d}|}{|\overline{d_c}|} \right)^2 \frac{0,86}{\sqrt{N}} \text{ ha } \frac{|\overline{d_h}|}{|\overline{d_e}|} \leq \frac{1}{2}. \quad (\text{F1.7})$$

A méréseket a Koristka  $R_1$  és Koristka MS2 mikroszkópokon végeztük.  $|\overline{d_h}|$ -nak a  $t$  cellahossztól való függése a 7, ill. 17 GeV-es lemezekben az F1.1 és F1.2 ábrákon látható.

## 2. Függelék

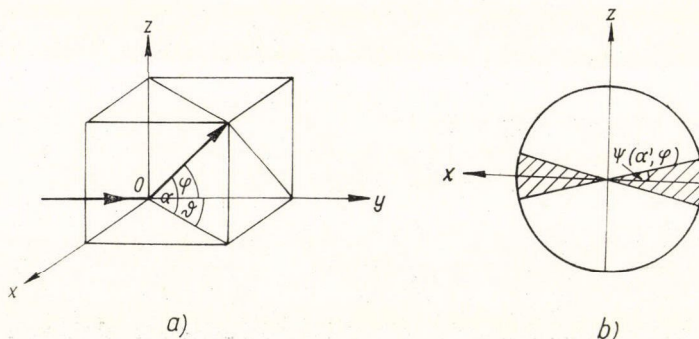
### Egyes nyomokra vonatkozó geometriai súly számolása

Láttuk az 1. Függelékben, hogy  $p\beta$  meghatározásának pontossága a független cellák számától ( $n$ ) függ. Pl. 10%-os hiba eléréséhez (F1.4) szerint  $n=40$ -et kell választani. Mivel az optimális cellahossz nagyenergiájú szekunderek esetén elég nagy, ezért megfelelő pontosságot csak olyan nyomokon lehet elérni, amelyek hosszú utat tesznek meg az emulzióban, vagyis mélységi szögük kicsiny. A többi nyomokat geometriai korrekció segítségével vesszük figyelembe.

A geometriai korrekció számolását az F2.1 *a* és *b* ábrák segítségével mutatjuk be. A primer részecske a  $+y$  tengely irányában haladt és az 0 pontban  $\varphi$  térbeliszög alatt létrehozott egy szekunder részecskét. A részecske laterális, mélységi és azimut szöge  $\Theta$ ,  $\alpha$  és  $\psi$ . Mivel egy adott térbeliszöghöz tartozó geometriai korrekció definíció szerint

$$g(\varphi) = w(\varphi)/w(\alpha', \varphi), \quad (\text{F2.1})$$

ahol  $w(\varphi)$  annak a valószínűsége, hogy a szekunder részecske  $\varphi$  térbeliszög (tetszőleges  $\alpha$  mélységi szög mellett),  $w(\alpha', \varphi)$  pedig annak valószínűsége, hogy a szekunder részecske  $\varphi$  térbeli szög és  $0 \leq \alpha \leq \alpha' < \frac{\pi}{2}$  mélységi szög alatt emittálódik (ahol  $\alpha'$

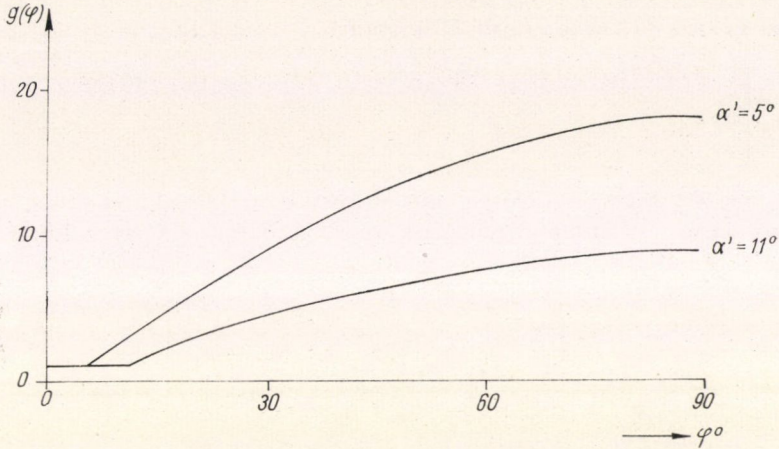


F2.1 ábra.



a szóródásmérések pontosságát biztosító mélységi határszög). Feltételezve, hogy a szekunder részecske azimutális szögeloszlása izotróp, a  $w(\varphi)$  és  $w(\alpha', \varphi)$  valószínűségek  $2\pi$ , ill.  $4\psi(\alpha', \varphi)$ -vel arányosak, vagyis

$$g(\varphi) = \frac{\pi/2}{\psi(\alpha', \varphi)}. \quad (\text{F2.2})$$



F2.2 ábra. Geometriai súly függése az emisszió térbeli szögétől  $\alpha' = 5^\circ$  ill.  $\alpha' = 11^\circ$  mélységi határszögek esetén

Az F2.1 ábrából látható, hogy

$$\psi(\alpha', \varphi) = \arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \varphi}. \quad (\text{F2.3})$$

Ezt a (F2.2)-be behelyettesítve a geometriai súlyra

$$g(\varphi) = \frac{\pi/2}{\arcsin \frac{\sin \alpha'}{\sin \varphi}} \quad (\text{F2.4})$$

adódik.

Az F2.2 ábrán a  $g(\varphi)$  görbéket mutatjuk be  $\alpha' = 5^\circ$ , ill.  $11^\circ$  esetére.

### 3. Függelék

#### Egyes eseményekre vonatkozó geometriai súly számolása

Sokszor előfordul, hogy csak olyan kölcsönhatásokat akarunk tanulmányozni, amelyekben valamennyi szekundert azonosítani lehetett, azaz valamennyi zápor-részecske mélységi szöge  $\alpha_i \leq \alpha'$  volt. Ilyen esetekben a nem teljesen mérhető eseményeket a 2. Függelékben leírtól különböző geometriai súllyal kell figyelembe venni. Az alábbiakban  $n_s = 2$  és 3 esetekre mutatjuk meg a  $\tilde{g}$  geometriai súly számolását.  $n_s > 3$  esetén ezek mintájára lehet a számolást elvégezni.



## 1. Kétkarú események

Tekintsünk egy kétkarú eseményt, és jelöljük az egyes nyomokra vonatkozó geometriai súlyt  $g_1$  és  $g_2$ -vel. Ekkor három esetet különböztethetünk meg:

- ha  $g_1 = g_2 = 1$ , akkor az eseményre vonatkozó geometriai súly:  $\tilde{g} = 1$ ,
- ha  $g_1 = 1$  és  $g_2 \neq 1$  (vagy  $g_2 = 1$  és  $g_1 \neq 1$ ), akkor  $\tilde{g} = g_2$  (vagy  $\tilde{g} = g_1$ ),
- ha  $g_1 \geq g_2 > 1$ , akkor (lásd F3.1 ábrát)

$$\tilde{g} = \begin{cases} g_1 & \text{ha } 0 < \varphi < (\psi_2 - \psi_1) \text{ vagy } \pi - (\psi_2 - \psi_1) < \varphi < \pi \\ \frac{\pi}{\delta_1 + \delta_2} & \text{ha } (\psi_2 - \psi_1) < \varphi < \pi - (\psi_2 - \psi_1), \end{cases} \quad (\text{F3.1})$$

ahol  $\delta_1$  és  $\delta_2$  azok a szögintervallumok, amennyivel az 1. és 2. nyomokat egyszerre (egymáshoz képest szilárdan rögzítettnek képzelve őket) az 0 pont körül el lehet úgy forgatni, hogy még mindkettő benne legyen a  $2l$  vastagságú tartományban:

$$\delta_1 = \begin{cases} \psi_2 - \psi_1 - \varphi & \text{ha } \varphi < (\psi_2 - \psi_1) \\ 0 & \text{ha } \varphi > (\psi_2 - \psi_1) \end{cases};$$

$$\delta_2 = \begin{cases} \varphi + (\psi_2 + \psi_1) - \pi & \text{ha } \varphi > \pi - (\psi_2 + \psi_1) \\ 0 & \text{ha } \varphi < \pi - (\psi_2 + \psi_1) \end{cases}. \quad (\text{F3.2})$$

## 2. Háromkarú események

Legyen a háromkarú esemény három karjára vonatkozó geometriai súly  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $g_3$ .

- Ha  $g_1, g_2, g_3$  közül kettőnek az értéke 1 és a harmadiké  $g_3 \neq 1$ , akkor  $\tilde{g} = g_3$ ,
- Ha  $g_1, g_2, g_3$  közül egynek az értéke 1 és a másik kettőé  $g_3 \geq g_2 > 1$ , akkor  $\tilde{g}$  meghatározása a kétkarú eseteknél a c) pont alatt leírt módon történik.

- Ha  $g_3 \geq g_2 \geq g_1 > 1$

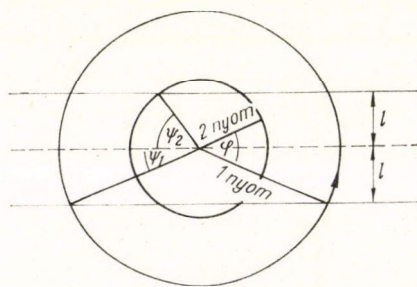
(i) és az  $0 < \varphi_i < \psi_2 - \psi_1$  vagy

$$\pi - (\psi_2 - \psi_1) < \varphi_i < \pi \quad i = 1, 2 \quad (\text{F3.3})$$

egyenlőtlenségek teljesülnek (ahol  $\varphi_i$  az  $i$ -ik és a harmadik nyom által bezárt azimut szög), akkor  $\tilde{g} = g_3$

(ii) és az (F3.3) egyenlőtlenségek csak  $i = 1$  vagy  $i = 2$ -re teljesülnek, akkor  $k$  meghatározása az 1 c. pont szerint történik.

(iii) végül a legkomplikáltabb (és legritkább) eset, amikor a (F3.3) egyenlőtlenség egyetlen  $i$ -re sem teljesül. Mivel ennek az egy esetnek tíznél több további alelete van, melyek mindegyikére különböző formulák érvényesek, azért a megoldást grafikus



F3.1 ábra. Kétkarú eseménynek a primer irányra merőleges síkra vonatkozó target diagramja. A koncentrikus körök középpontja a primér részecske dőféspontja. Az 1. nyom dőféspontja a  $P_1$ , a 2. nyomé a  $P_2$  pont. Az emulzió vastagsága  $2l$ . Az esemény forgatásának irányát a kis nyíl jelzi



úton állítjuk elő. Képzeljük el a F3.1 ábrát 3 karú kölcsönhatás esetére, és forgassuk el, mint az 1 c. esetben a 0 pont körül  $180^\circ$ -kal az egész rendszert. Most is lesznek olyan  $\delta_i$  szögintervallumok, amikor mind a 3 kar egyszerre benne van az előírt tartományban. Ekkor a geometriai súly  $\tilde{g} = \pi/\Sigma\delta_i$  lesz.

#### 4. Függelék

##### *A disszociáló rendszer effektív tömegének hibája*

A (7.14) összefüggésből számolt  $m^*$  érték statisztikus hibájának kiszámításánál figyelembe kell venni, hogy  $E_i$  számolt mennyiség, az egyetlen mért mennyiség az összefüggésben  $P_i$ . Tehát

$$\begin{aligned}\delta m^* &= \left[ \sum \left( \frac{\partial m^*}{\partial P_i} \delta P_i \right)^2 \right]^{1/2} = \left[ \sum \left( \frac{1}{m^*} \left[ \sum E_i \frac{P_i}{E_i} - \sum P_i \right] \delta P_i \right)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \frac{\sum E_i - \sum P_i}{m^*} \sqrt{\sum \delta^2 P_i}.\end{aligned}\quad (\text{F4.1})$$

A (7.17a) és a (7.17b) összefüggések alapján kapott értékek hibája viszont két részből tevődik össze: a

$$\delta m_{1,2}^* = \left[ \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial \varphi_i} \delta \varphi_i \right)^2 + \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial E_0} \delta E_0 \right)^2 + \sum \left( \frac{\partial m_{1,2}^*}{\partial \bar{P}_\perp} \delta \bar{P}_\perp \right)^2 \right]^{1/2} \quad (\text{F4.2})$$

statisztikus hibából, valamint a  $P_{i\perp} \equiv \bar{P}_\perp$  helyettesítéséből származó hibából. Írjuk a (7.17a) összefüggést a következő alakba:

$$(m^*)^2 = \bar{P}_\perp^2 \sum \operatorname{cosec} \varphi_i \sum \sin \varphi_i + \sum (P_{i\perp} - \bar{P}_\perp) \operatorname{cosec} \varphi_i \sum (P_{i\perp} - \bar{P}_\perp) \sin \varphi_i.$$

Bizonyos — jelen esetben teljesülő — feltételek mellett a teljes kifejezés szórása a második tag szórásával egyenlő. Írjuk fel külön a második tagot, és számítsuk ki szórását:

$$y = \sum (P_{i\perp} - \bar{P}_\perp) \operatorname{cosec} \varphi_i \sum (P_{i\perp} - \bar{P}_\perp) \sin \varphi_i = \sum t_i a_i \sum t_i b_i \quad (\text{ahol } a_i b_i = 1)$$

$$\sigma_y^2 = \langle y^2 \rangle - \langle y \rangle^2.$$

$\langle y \rangle$  és  $\langle y \rangle^2$  képzésénél vegyük figyelembe, hogy a  $\langle t_i \rangle \langle t_j \rangle$ -os tagok eltűnnek, és így  $\langle y \rangle$ -ban csak a  $\langle t_i^2 \rangle$ -es tagok,  $\langle y^2 \rangle$ -ben pedig csak a  $\langle t_i^4 \rangle$ , ill. a  $\langle t_i^2 \rangle \langle t_j^2 \rangle$ -es tagok fognak szerepelni:

$$\langle y \rangle = 3 \langle t^2 \rangle$$

$$\langle y^2 \rangle = 3 \langle t^4 \rangle + \langle t^2 \rangle^2 \left( 12 + \sum_{i \neq j} a_i^2 b_j^2 \right),$$

ahol természetesen

$$\langle t^2 \rangle = \int (P_\perp - \bar{P}_\perp)^2 f(P_\perp) dP_\perp = \sigma_{P_\perp}^2 \quad \langle t^4 \rangle = \int (P_\perp - \bar{P}_\perp)^4 f(P_\perp) dP_\perp.$$



Attól függően, hogy az  $f(P_{\perp})$  eloszlást (4.1) vagy (4.2) alakúnak tételezzük fel, a következő eredményt kapjuk:

$$\sigma_{m^*} = \frac{\sigma_{(m^*)^2}}{2m^*} = \frac{\sigma_y}{2m^*} = \frac{\bar{P}_{\perp}^2}{2m^*} \left\{ \frac{\sqrt{5,25 + 0,25 \sum_{i \approx j} \operatorname{cosec}^2 \varphi \sin^2 \varphi_j}}{\sqrt{0,962 + 0,075 \sum_{i \approx j} \operatorname{cosec}^2 \varphi_i \sin^2 \varphi_j}} \right. \quad (\text{F4.3})$$

A (17b) összefüggés esetén a számolást hasonlóan végezhetjük el.  $y$ -nal most az  $E_0 \Sigma(P_{\perp i} - \bar{P}_{\perp}) \sin \varphi_i$  tagot jelölve  $\sigma_y^2$ -re:

$$\sigma_y^2 = E_0^2 \sigma_{p_{\perp}}^2 \sum \sin^2 \varphi_i$$

adódik, és ebből  $m^*$  szórására

$$\sigma_{m^*} = \frac{\sigma_y}{2m^*} = \frac{E_0 \sigma_{p_{\perp}}}{2m^*} \sqrt{\sum \sin^2 \varphi_i}. \quad (\text{F4.4})$$

kifejezést nyerjük.

### Irodalom

1. L. M. Eisberg, W. B. Fowler, R. M. Lea, W. D. Shephard, R. P. Shutt, A. M. Thorndike and W. L. Whittemere, Phys. Rev. **97**, 797, 1955.
2. W. D. Walker, F. Hushfar and W. D. Shephard, Phys. Rev. **104**, 526, 1956.
3. G. Maenchen, W. B. Fowler, W. M. Powell and R. W. Wright, Phys. Rev. **108**, 850, 1957.
4. W. D. Walker, Phys. Rev. **108**, 872, 1957.
5. V. A. Beliaikov, Van Shu-Fen, V. V. Glagolev, N. Dalkhazkav, R. M. Lebedev, N. N. Melnikova, V. A. Nikitin, V. Petrzilka, V. A. Sviridov, N. Suk and K. D. Tolstov, Zurn. Éksp. Teor. Fiz.: **39**, 937, 1960.
6. V. Petrzilka, Proc. of the 1960 Annual Int. Conf. on High Energy Physics at Rochester, p. 82.
7. L. C. Grote, U. Krecer, U. Kundt, K. Lanius, G. Manske and H. W. Meier, Nucl. Phys. **24**, 300, 1961.
8. G. Cocconi, Int. Conf. on Theor. Aspects of Very High Energy Phenomena at CERN. 1961, p. 128.
9. D. R. O. Morrison, ibid p. 153.
10. G. Bozók, E. Fenyves, A. Frenkel, E. Gombosi and P. Surányi, Nuovo Cim. **24**, 29, 1962.
11. D. I. Blohincev, CERN Symposium 2, 1956, p. 1955.
12. D. I. Blohincev, V. S. Barashenkov and B. N. Barbasov, Uspekhi Fiz. Nauk. **68**, 417, 1959.
13. V. I. Veksler, 9<sup>th</sup> Int. Annual. Conf. on High Energy Phys. Kiev, **1**, 1959, p. 211.
14. V. I. Veksler, Proc. of the 1960 Annual Int. Conf. on High Energy Phys. at Rochester. p. 810.
15. D. I. Blohincev, V. S. Barashenkov, Vang Yung, E. K. Mihul, Huang Chu-Chan and Hu-Schi-kei, Int. Conf. on Theor. Aspects of Very High Energy Phenomena at CERN 1961. p. 320.
16. D. R. O. Morrison, Proc. Int. Conf. on Elementary Particles Aix-an-Provence **1**, 1961, p. 407.
17. D. R. O. Morrison, Int. Conf. on High Energy Phys. at CERN, 1962, p. 606.
18. C. Bellini, E. Fiorini, A. J. Herz, P. Negri and S. Ratti, ibid p. 613.
19. Work of emulsion groups in Alma-Ata, Berlin, Budapest, Dubna, Peking and Prague. Int. Conf. on High Energy Phys. at CERN 1962 p. 617.
20. C. Grote, J. Klabuhn, J. Klugow, U. Krecer, U. Kundt, K. Lanius and H. W. Meier, Nucl. Phys. **34**, 649, 659, 1962.
21. G. Bozók, E. Fenyves, A. Frenkel and E. Gombosi, Nuovo Cim. **27**, 668, 1963.
22. G. Bellini, E. Fiorini, A. J. Herz, P. Negri, S. Ratti, C. Baglin, H. Bingham, M. Bloch, D. Drijard, A. Lagarigue, P. Mittner, A. Orkin-Lecourtois, P. Francon and A. Rousset, Nuovo Cim. **27**, 816, 1963.
23. M. I. Ferrero, C. M. Garelli, A. Marzari Chiesa and M. Vigone, Nuovo Cim. **27**, 1066, 1963.
24. D. K. Kopylova, V. B. Ljubimov, M. I. Podgoretsky, Kh. Rizaev and Z. T. Trka, Zurn. Eksp. Teor. Fiz. **44**, 1481, 1963.
25. G. Bozók, E. Fenyves, A. Frenkel and E. Gombosi, Acta Phys. Hung. **16**, 355, 1964.



25. G. Bozókí, E. Fenyves, E. Gombosi and E. Nagy, *Acta Phys. Hung.* 18, 61, 1964.
26. G. Bellini, M. Di Corato, F. Duimio and E. Fiorini, *Nuovo Cim.* 404, 948, 1965.
27. F. Baldassare, A. Caforio, D. Ferraro, A. Ferilli, M. Merlin, S. Semeraro, C. M. Fischer, W. M. Gibson, A. Mason, W. Venus, D. Evans, A. Hossain, W. O. Lock, M. F. Votruba, A. Wathagin, M. A. Shaikat, M. M. Kasim, A. Bonetti, A. Fedrighini, A. J. Herz, A. Pelosi, A. E. Sichirollo, L. Tallone and C. Vegni, *Int. Conf. on Elem. Part., Aix-en-Provence*, 1961, p. 427.
28. F. Baldassare, A. Caforio, D. Ferraro, A. Ferrili, M. Merlin, D. H. Perkins, S. Semeraro, J. C. Combe, W. M. Gibson, W. O. Lock, A. Bonetti, M. Di Corato, A. Fedrighini, A. J. Herz, A. E. Sichirollo, L. Tallonge, G. Vegni, and E. Villar, *Nuovo Cim.* 21, 459, 1961.
29. G. Bellini, E. Fiorini, A. J. Herz, P. Negri and S. Ratti, *Nuovo Cim.* 29, 896, 1963.
30. G. Bellini, M. Di Corato, E. Fiorini, P. Negri, S. Ratti, J. Hennessy, A. Lloret, J. J. Veillet, J. Crussard and J. Ginestet, *Sienna Conference 1963*, p. 621.
31. C. M. Fischer, W. M. Gibson, A. Mason, W. A. Venus and D. Evans, *Nuovo Cim.* 27, 761, 1963.
32. A. Caforio, D. Ferraro and S. Semeraro, *Nuovo Cim.* 32, 1471, 1964.
33. F. R. Huson and W. B. Fretter, *Nuovo Cim.* 33, 1, 1964.
34. S. Ratti, *Nuovo Cim.* 33, 1232, 1964.
35. J. D. Rinaldo, P. L. Jain and P. D. Bharadwaj, *Nuovo Cim.* 36, 1089, 1965.
36. N. P. Bogachov, S. A. Bunyatov, I. M. Gramenicki, V. B. Ljubimov, Ju. P. Merekov, M. I. Podgoreckij, V. M. Sidorov and D. Tuvdendorzh
37. V. S. Barashenkov, V. M. Maltcev, I. Patera, V. D. Toneev, *Joint Inst. for Nucl. Res. report P-2393*, 1965.
38. C. P. Powell, P. H. Fowler and D. H. Perkins, *The Study of Elementary Particles by the Photographic Method*, Pergamon Press, 1959.
39. F. Bonsignori and F. Selleri, *Nuovo Cim.* 15, 465, 1960.
40. C. Goebel, *Phys. Rev. Lett.* 1, 337, 1958.
41. J. Nishimura, *Soryuskiro Kenyu* 12, 24, 1956 (quoted by O. Minakawa, *Suppl. Nuovo Cim.* 11, 125, 1959).
42. G. Cocconi, A. Keester and D. M. Perkins, *Lawrence Rad. Lab. report UCID-1444*, 1961.
43. K. Imaeda and J. Avidan, *Nuovo Cim.* 32, 1497, 1964.
44. E. M. Friedländer, *Nuovo Cim.* 41, 417, 1966.
45. H. H. Aly, M. F. Kaplon and M. L. Shen, *Nuovo Cim.* 32, 905, 1964.
46. K. Pinkau, *Phil. Mag.* 6, 657, 1961.
47. J. S. Takibaev, E. C. Boos and H. P. Pavlova, *Trudy Inst. Jadern. Fiz. Alma-Ata* 6, 90, 1963.
48. P. K. Malhotra, *Thesis*
49. D. R. O. Morrison, *CERN reports* 63-1, 1963.
50. A. Bigi, S. Brandt, A. de Marco, Trabuceo, Ch. Peyrou, R. Sosnowski and H. B. Wroblewski, *Nuovo Cim.*, 33, 1249, 1964.
51. T. Ferbel and H. Taft, *Nuovo Cim.* 28, 1214, 1964.
52. R. F. Piserchio and R. M. Kalbach, *Nuovo Cim.* 26, 729, 1962.
53. M. H. Blue, J. J. Lord, T. G. Parks and C. H. Tsao, *Nuovo Cim.* 20, 274, 1961.
54. P. K. Malhotra, *Nucl. Phys.* 46, 559, 1963.
55. Wang Shu-Fen, T. Visky, J. M. Gramenicki, V. T. Grisin, M. Dalhacsev, P. M. Lebegyev, A. A. Nomofilov, M. J. Podgoreckij, V. N. Sztrellov, *Zurn. Eksp. Teor. Fis.* 39, 957, 1960.
56. P. Dodd, M. Jobes, J. Kinson, B. Tallini, B. R. French, H. J. Sherman, I. O. Skillicorn, W. T. Davies, M. Derrick and D. Radojicic, *Proc. Int. Conf. on Elementary Particles, Aix-en-Provence* 1, 433, 1961.
57. Y. Pal and T. N. Rengarajan, *Phys. Rev.* 124, 1575, 1961. Y. Pal, A. K. Ray and T. N. Rengarajan, *Nuovo Cim.* 28, 1177, 1963.
58. S. J. Goldsack, L. Riddiford, B. Tallini, B. R. French, W. Neale, S. R. Norbury, I. O. Skillicorn, W. T. Davies, M. Derrick, J. M. Mulvey and D. Radojicic, *Nuovo Cim.* 23, 941, 1962.
59. J. Bartke, *Thesis, Univ. of Krakow, Poland* (quoted by [49]).
60. P. Babu, R. Cowsik and Yash Pal, *Nuovo Cim.* 29, 785, 1963.
61. S. Ciurlo, E. Picasso, G. Tomasini, A. Ganotti, G. Lamborizio and S. Mova, *Nuovo Cim.* 27, 791, 1963.
62. E. G. Boos, A. H. Vinickij and Zh. S. Takibaev, *Jadernaja Fizika* 1, 148, 1965.
63. C. Castagnoli, G. Cortini, C. Franzinetti, A. Manfredini and A. Morena, *Nuovo Cim.* 10, 1539, 1953.
64. V. S. Barashenkov and V. M. Maltcev, *Joint Inst. for Nucl. Res. report P-724*, 1961., V. S. Barashenkov: *Izd. „Nauka” Moszkva*, 1966.



65. *J. Bartke*, Instr. of Nucl. Res. Warsaw report 646/VI 1 PH, 1965.
66. *K. J. Foley, S. J. Lindenbaum, W. A. Love, S. Ozaki, J. J. Russell and L. C. L. Yuan*, Phys. Rev. Lett. 11, 425, 1963.
67. *S. D. Drell*, Rev. Mod. Phys. 33, 458, 1961.; Phys. Rev. Lett. 5, 342, 1960.
68. *P. Salzman and G. Salzman*, Phys. Rev. Lett. 3, 377, 1960, Phys. Rev. 120, 599, 1960. 121, 1541; 1961; 125, 1703, 1962.
69. *D. S. Drell and K. Hiida*, Phys. Rev. Lett. 7, 199, 1961.
70. *D. Amati, S. Fubini, A. Stanghellini and M. Tonin*, Nuovo Cim. 22, 569, 1961.
71. *D. Amati, S. Fubini and A. Stanghellini*, Nuovo Cim. 26, 896, 1962.
72. *E. Ferrari and F. Selleri*, Nuovo Cim. 21, 1028, 1961; 27, 1450, 1963; *F. Belleri*, Phys. Lett. 3, 76, 1962.
73. *U. Amaldi and F. Selleri*, Nuovo Cim. 31, 360, 1964.
74. *J. D. Jackson and H. Pilkuhn*, Nuovo Cim. 33, 906, 1964.
75. *R. J. Sopkovich*, Nuovo Cim. 26, 186, 1962.
76. *K. Gottfried and J. D. Jackson*, Nuovo Cim. 34, 735, 1964.
77. *J. D. Jackson*, Rev. Mod. Phys. 37, 484, 1965.
78. *J. D. Jackson, J. T. Donohue, K. Gottfried, R. Keyser and D. E. Y. Svensson*, Phys. Rev. B 139, 428, 1965.
79. *J. Hennessy, J. J. Veillet, M. Di Corato and P. Negri*, Int. Conf. of High Energy Phys. 1962 p. 603.
80. *R. H. Dalitz*, Phys. Rev. 94, 1046, 1954.
81. *O. Skjeggstad*, Proc. of the 1964 Easter School for Physicists 2, p. 1.
82. *P. Fleury, G. Kayes, F. Müller and C. Pelletier*, Int. Conf. of High Energy Phys. 1962. p. 597.
83. *J. J. Veillet, J. Hennessy, H. Bingham, M. Bloch, D. Drijard, A. Lagarrigue, P. Mittner, A. Roussel, G. Ballini, M. Di Corato, A. Fiorini and P. Negri*, Phys. Rev. Lett. 10, 29, 1963.
84. Aachen—Birmingham—Bonn—Hamburg—London—München—Collaboration, Phys. Lett. 5, 153, 1963, Nuovo Cim. 31, 729, 1964. Aachen—Berlin—CERN Collaboration, Phys. Lett. 12, 356, 1964.
85. *G. Bellini, E. Fiorini, P. Negri, J. Hennessy, J. J. Veillet, J. Crussard, J. Ginestet and A. H. Tran*, Phys. Lett. 10, 126, 1964.
86. *I. Derado, V. P. Kenney, H. A. Poirier and W. D. Shephard*, Phys. Rev. Lett. 14, 872, 1965.
87. *S. B. Treiman and C. M. Yang*, Phys. Rev. Lett. 8, 140, 1962.
88. *F. Selleri*, Phys. Lett. 3, 76, 1962.
89. *E. L. Feinberg and J. Pomeranchuk*, Suppl. Nuovo Cim. 3, 65, 1956.
90. *M. L. Good and W. D. Walker*, Phys. Rev. 120, 1855, 1857, 1960.
91. *M. Ademeolo and C. Chiuderi*, Nuovo Cim. 25, 1113, 1962.
92. *S. Z. Belenkij*, Zurn. Eksp. Teor. Fiz. 30, 983, 1956.
93. *S. M. Berman and S. D. Drell*, Phys. Rev. Lett. 11, 220, 1963.
94. *B. Ferretti*, Nuovo Cim. 19, 193, 1961.
95. *C. Fischer*, Ecole Internationale de la Physique des Particules Elementaires Herzeg Novi 1965.
96. *G. Bozoki, E. Gombosi and E. Nagy*, Jadernaja Fizika 2, 945, 1965.
97. Orsay-Ecole Polytechnique—Milan—Saclay—Berkeley Collaboration, Phys. Lett. 19, 431, 1965.
98. Ecole Polytechnique—CERN—Milan—Berkeley Collaboration, Phys. Lett. 12, 143, 1964.
99. *G. Goldhaber, J. L. Brown, S. Goldhaber, J. A. Kadyk, B. C. Shen and G. H. Trilling*, Phys. Rev. Lett. 12, 336, 1964.
100. Aachen—Berlin—Birmingham—Bonn—Hamburg—London (1. C.) — München Collaboration: Phys. Lett. 10, 226, 1964.
101. *S. U. Chung, O. I. Dahl, L. M. Hardy, R. H. Hess, G. R. Kalbfleisch, J. Kirz, D. H. Müller and G. A. Smith*, Phys. Rev. Lett. 12, 621, 1964.
102. *G. Bozoki, E. Fenyves, B. Gombosi and E. Nagy*, Phys. Lett. 18, 206, 1965.
103. *B. C. Shen, G. Goldhaber, S. Goldhaber and J. A. Kadyk*, Phys. Rev. Lett. 15, 731, 1965.
104. *M. Nauenberg and A. Paris*, Phys. Rev. Lett. 8, 82, 1962.
105. *R. T. Deck*, Phys. Rev. Lett. 13, 169, 1964.
106. *N. P. Chang*, Phys. Rev. Lett. 14, 806, 1965.
107. *U. Maor and T. A. O'Halloran*, Phys. Lett. 15, 281, 1965.
108. *L. Seidlits, O. I. Dahl and D. H. Miller*, Phys. Rev. Lett. 15, 217, 1965; Bull. Am. Phys. Soc. 10, 501, 1965.
109. *W. B. Fowler, K. W. Lai, S. Orenstein, D. Radojicic and M. S. Webster, C. E. Barnes*, Phys. Rev. Lett. 16, 41, 1966.



110. Aachen—Berlin—CERN Collaboration, *Phys. Lett.* 22, 112, 1966.
111. G. Goldhaber and S. Goldhaber, *Prepr. of Lawrence Rad. Lab. UCRL-16744*, 1966.
112. S. Abduzamilov, Sz. A. Azimov, L. P. Chernova, R. H. Chernov and V. M. Chudakov, *Jadernaja Fizika* 1, 567, 1966.
113. M. M. Chernyavsky, M. I. Tretyakova and G. B. Zhdanov, *magánközlés*.
114. J. Butterworth, J. L. Brown, G. Goldhaber, S. Goldhaber, A. A. Mirata, J. A. Kadyk and G. H. Trilling, *Phys. Rev. Lett.* 15, 500, 1965.
115. T. M. Gramenitski, I. A. Ivanovskaja, T. Kanarek, L. B. Ohrimanko, A. Prokes, and L. A. Tyihanova, *Zurn. Eksp. Teor. Fis.* 46, 2023, 1946.
116. G. Bozóki, E. Gombosi and E. Nagy, *Phys. Lett.* 17, 65, 1965.
117. P. Ciok, T. Coghen, J. Gierula, R. Holinski, A. Jurak, W. Miesowicz, T. Saniewska and J. Pernegr, *Nuovo Cim.* 10, 741, 1958.
118. T. Coghen, Z. Czachowska, J. Gierula, R. Holinski, A. Jurak, S. Krzywdzinski, H. Miesowicz, K. Rybicki, O. Stanis, W. Walter, P. Ciok, T. Saniewska and A. Tomaszewski, *Suppl. Nuovo Cim.* 1, 1157, 1963.
119. G. Bozóki, E. Gombosi, L. Jenik, E. Nagy and W. Sahini: *Acta Phys. Hung.* 20, 133, 1966.







# FÉLVEZETŐ DETEKTOROK FELOLDÓKÉPESSÉGÉNEK ELMÉLETI ÉS GYAKORLATI HATÁRAI\*

KÁROLYI GYULA

MTA Atommag Kutató Intézet, Debrecen

## 1. Bevezetés

A félvezető detektorok egyik fő alkalmazási területe a magspektroszkópia. Amennyiben a detektorral kölcsönhatásba lépő radioaktív sugárzás teljes mértékben elnyelődik a detektor érzékeny térfogatában, a detektor által szolgáltatott elektromos impulzus amplitúdója arányos az azt kiváltó részecske energiájával. Az ideális detektor jeleinek nagysága állandó, ha a detektált részecskék energiája egyenlő. A valóságban ilyen nem létezik, hanem a jelek amplitúdója egy átlagérték körül ingadozik, bizonytalanságot hozva létre a mérésben. Ezen ingadozás kifejezhető a  $\sigma$  standard deviációval. A standard deviáció számos független összetevőből adódik, a jól ismert

$$\sigma_{\text{total}}^2 = \sum_i \sigma_i^2 \quad (1)$$

módon. Ezen összetevők egy része elvi okok következménye, más része pedig a detektor anyagi minőségének, preparálási technikájának és az üzemeltetés körülményeinek függvénye.

A standard deviáció segítségével definiálhatjuk a detektor feloldóképességét. A gyakorlatban ez több módon lehetséges. Egyrészt szokásos megadni a  $\sigma/A$  értékét százalékban, ahol  $A$  a középérték, másrészt — a félvezető detektorok esetében ez a használatosabb — megadható azon részecske energiája, mely a standard deviációval azonos nagyságú jelet hozna létre. Ugyanekkor a kísérleti úton nyert spektrumok esetében a deviáció mértékéül szolgálhat a monoenergetikus részecskék által szolgáltatott spektrumalak félértékszélessége (FVHM). Ez szintén kifejezhető mind százalékban, mind energiában. Az így nyert, és a korábbiakban definiált mennyiség viszonya függ a spektrum mindenkor alakjától. Gauss-eloszlást feltételezve az FVHM értéke 2,35-ször nagyobb, mint a  $\sigma$  alapján definiált feloldás.

A félvezető detektorok jeleinek fluktuációját létrehozó tényezők két fő csoportba oszthatók. Az egyik csoportba tartoznak a félvezetőben állandóan jelenlevő töltéshordozók statisztikus sebességeloszlásából eredő fluktuációk, a felületi effektusok, valamint a félvezető spektrométert, mint egészet tekintve, az elektronika zaja. Ezek együttesen határozzák meg a rendszer zaját. A másik csoportba sorolható a detektor és részecske kölcsönhatás, valamint a kölcsönhatás során létrehozott töltéshordozók begyűjtésének statisztikája.

A következőkben a félvezető detektor jeleinek fluktuációját tárgyaljuk a fenti felosztásnak megfelelően. Nem kívánok itt foglalkozni a csatolt elektronika problémájával, ami önmagában egy külön studiumot igényel. *Fairstein* és *Hahn* [6] munkájában a problémakör kiváló összefoglalását adja részletes bibliográfiával együtt.

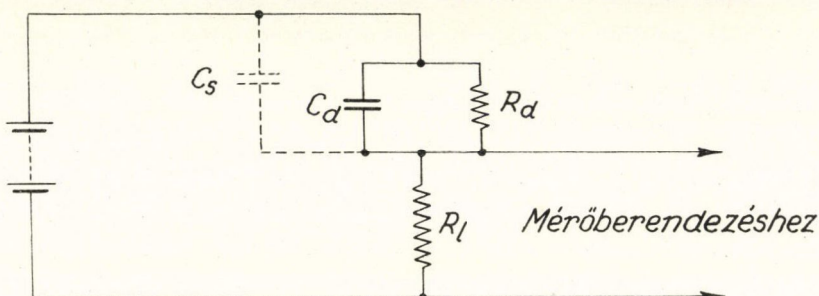
\* Érkezett 1967. X. 20.



## 2. Félvezető detektorok zaja

### 2.1 A zaj komponensei

A detektorban és a csatolt körben különböző típusú elektromos zajok lépnek fel, melyek a detektor jeleire szuperponálódva rontják a számláló feloldását. A detektorban fellépő zajok oka, hogy a számláló nem tökéletes dielektrikum és így szabad elektronokat és lyukakat tartalmaz, melyek a kristályráccsal termikus egyensúlyban vannak. A zaj-effektus számítására tekintsük a félvezető detektor helyettesítő áramkörét, melyet az 1. ábra mutat [1].  $C_s$  jelöli a párhuzamos szórt kapacitást,  $R_d$  és  $C_d$



1. ábra. Félvezető detektor helyettesítő áramköre.  $C_s$  szórt kapacitás,  $R_d$  és  $C_d$  detektor ellenállása és kapacitása,  $R_l$  a terhelő ellenállás

a detektor ellenállása és kapacitása,  $R_l$  pedig a terhelő ellenállás. Tételezzük fel továbbá, hogy a mérőberendezés sávszélességét a detektor köre határozza meg. Ez a gyakorlatban nincs így, sőt a jel/zaj viszony optimalizálása a berendezés sávszélességének megfelelő megválasztásával történik. Arra a kérdésre azonban, hogy hogyan válasszuk meg ezt a sávszélességet, csak a jel és zaj feszültség frekvenciaspektrumának ismeretében adhatunk választ.

A továbbiakban célszerű bevezetni a következő definíciót

$$C = C_d + C_s \quad (2)$$

$$R = \frac{R_l R_d}{R_l + R_d} \quad (3)$$

és a kör időállandója  $\tau = RC$ .

### 2.2 Termikus zaj

Termikus zaj, vagy Johnson zaj minden vezetőben fellép függetlenül attól, hogy áram folyik-e azon keresztül vagy sem. Ennek oka, hogy a töltéshordozók sebességeloszlása nem állandó és így a töltéshordozók eloszlása is egyenlőtlen. Ez mint egy fluktuáló feszültség jelentkezik a vezető két vége közt, melynek átlagértéke zérus, és négyzetátlaga a jól ismert módon fejezhető ki

$$\overline{V^2(f)} df = 4kTR df \quad (4)$$



ahol  $\overline{V^2(f)} df$  az  $R$  ellenálláson  $T$  abszolút hőmérséklet mellett  $df$  sávszélességben észlelhető zajfeszültség négyzetátlag,  $k$  a Boltzmann-állandó.

A termikus zaj „fehér” spektrummal rendelkezik és így esetünkben az  $R_i$  munkaellenálláson fellépő négyzetátlag feszültség felső frekvenciahatárát  $C$  és  $R$  határozzák meg. Így a csatlakozó kör bemenetén észlelt zajfeszültség négyzetátlag a kör időállandóját figyelembe véve, és a teljes frekvenciatartományra kiintegrálva

$$\left. \begin{aligned} \overline{V^2} &= \frac{\overline{V^2(f)} df}{1 + \omega^2 C^2 R^2} \\ \overline{V^2} &= \frac{kT}{C} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

amiből

Egy  $(\overline{V^2})^{1/2}$  amplitúdójú jel létrehozásához szükséges ionpárok száma

$$N = \frac{C}{e} \left( \frac{kT}{C} \right)^{1/2} \quad (6)$$

Mivel  $\Delta N$  ionpár létrehozásához  $\varepsilon \Delta N$  energiájú részecskére van szükség, (ahol  $\varepsilon$  az ionpár gerjesztéséhez szükséges átlagos energia) a termikus zaj által okozott energia fluktuációra következő összefüggést nyerjük

$$\Delta E = \frac{\varepsilon}{e} (kTC)^{1/2} \quad (7)$$

Ebből látható, hogy például szilícium detektor esetén ( $\varepsilon = 3,6$  eV), szobahőmérsékleten a termikus zaj hozzájárulása a standard deviációhoz

$$\Delta E = 1,4 C^{1/2} \text{ keV} \quad (8)$$

ahol  $C$  a kör kapacitása pF-ban.

Érdemes megfigyelni, hogy a termikus zaj nagysága egyedül a  $C$  kapacitástól függ.

### 2.3 Áram okozta zajok

Ha egy nem tökéletes dielektrikum két pontja közt feszültségkülönbséget hozunk létre, elektromos áram keletkezik. Ez az áram az egyes egyedi töltéshordozók mozgásából tevődik össze. Félvezető detektorok esetében a töltéshordozók mozgását és számát meghatározó tényezők, a detektor anyagi minőségén kívül, az elektródák kiképzése, a detektorban levő befogási centrumok száma, valamint a töltéshordozó generálás és rekombináció termikus egyensúlya. Minden egyes folyamat, mely a töltéshordozók mozgását megváltoztatja, vagy megszakítja, megzavarja az áram folytonosságát és így egy további zaj forrásaként jelentkezik. Szilárd testek esetén az áram zajok komplett elméleti tárgyalása túlságosan bonyolult és mind-ezideig nem nyert megoldást. Első közelítésben azonban jó áttekintő képet nyerhetünk a főbb komponensek vizsgálatával, feltételezve, hogy azok egymástól függetlenek.



### 2.3.1 Sörét zaj

Sörét zaj jön létre egy rendszerben, ahol töltéshordozó nyaláb halad át folyamatosan az elektródák között. Ha a nyaláb tagjai közt nincs kölcsönhatás, mint az kissűrűségű nyaláb esetén feltételezhető, a sörét zaj egy I áramközépértékkel helyettesíthető [2], melyre

$$\overline{I^2(f)}df = 2Ie df \quad (9)$$

Feltételezve, hogy a félvezető detektor árama hasonlóan leírható, a bemenő kör által érzékelt zajfeszültség négyzetátlaga

$$\overline{V^2} = \int_0^\infty 2Ie \frac{R^2}{(1 + \omega^2 C^2 R^2)} df \quad (10)$$

A jelenlevő töltéshordozók  $N_c$  számát behelyettesítve, kiintegrálás után nyerjük

$$\overline{V^2} = \frac{N_c \tau}{2\tau_c} \cdot \frac{e^2}{C^2} \quad (11)$$

ahol  $\tau_c$  a felgyűjtési idő. A zajfeszültség négyzetátlaggal egyenlő jel létrehozásához szükséges ionpárok száma

$$\Delta N = \left( \frac{N_c}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{1/2} \quad (12)$$

és így a feloldás

$$\Delta E = \varepsilon \left( \frac{N_c}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{\tau}{\tau_c} \right)^{1/2} \quad (13)$$

Mivel normális körülmények közt  $\tau > \tau_c$ ,  $N$  minimális értéke közel  $N_c^{1/2}$ .

A fenti kifejezés valójában a sörét zaj túlbecslése, mivel azon a feltételezésen alapul, hogy nincs kölcsönhatás az egyes egyedi töltéshordozók közt. Ilyen kölcsönhatást eredményez az elektronnyaláb töltésének tere, mely redukálja az áram fluktuációját és így a sörét zajt is. A sörét zaj csökkenését eredményezi továbbá minden olyan folyamat, mely a félvezetőt elektromosan semleges állapotban igyekszik tartani. Ilyen folyamatok a töltéshordozó generálás és befogás, valamint a rekombináció. Ezek ugyanakkor maguk is zajforrásként lépnek fel. Így a sörét zaj jobb becsléséhez ezen további folyamatokat is figyelembe kell venni.

### 2.3.2 Generációs-rekombinációs zaj

A félvezető árama többek közt abban különbözik az előbbieken feltételezett elektronnyalábtól, hogy az áram zajhoz hozzájárul egy komponens, melynek eredete, hogy a detektor belsejében töltéshordozók generálása és rekombinációja megy végbe. Az ilyen folyamatokban résztvevő töltéshordozók az elektródák közti útnak csak egy részét teszik meg és így az átfolyó áramhoz rövidebb impulzusokkal járulnak hozzá, mint azok, melyek a teljes elektróda távolságot befutják. Hasonlóképp rövid impulzusokat kapunk azon töltéshordozók révén, melyek az egyes befogási centrumokban egy vagy több ízben befogódnak és így a kristályon két vagy több lépésben haladnak át. Bármely ilyen típusú effektus, mely az áramot megzavarja,



további zajok forrása. Ezek általában egy csoportba sorolhatók, s matematikailag azonos módon tárgyalhatók. Az eredő zajt generációs-rekombinációs zajnak nevezzük. *Van der Ziel* [3] kimutatta, hogy a generációs-rekombinációs zaj a következő formában írható fel:

$$\overline{I^2(f)}df = \frac{4\overline{\Delta N_c^2}e^2}{\tau_c^2} \cdot \frac{\tau_1^2}{1 + \omega^2\tau_1^2} df \quad (14)$$

ahol  $N_c$  a töltéshordozók száma a detektorban,  $\tau_1$  az átlagos élettartam. Az egyenlőség csak a  $\tau_1 < \tau_c$  feltételezés mellett érvényes. Ez nem egy lényeges korlátozás, mivel a generációs-rekombinációs zaj csak akkor válik valójában fontos tényezővé, ha  $\tau_1$  elég kicsi ahhoz, hogy a töltéshordozók nagy része több lépésben haladjon keresztül a detektoron.  $\overline{\Delta N_c^2}$  átlag függ a töltéshordozó generálás kinetikájától és így minden egyes esetben külön számítandó. *Sautter* [4] végzett számításokat különböző esetekre, melyek közül kettőt érdemes kiemelni. Nagy szennyezési koncentráció esetén, amikor a donorok vagy acceptorok teljesen ionizáltak  $\overline{\Delta N_c^2} = 0$ , mivel az összes töltéshordozó állandóan szabad. Ekkor generációs-rekombinációs zaj nem lép fel. Másrészt ha a szennyező atomoknak csak kis százaléka ionizált,  $\overline{\Delta N_c^2} = N_c/2$ . A (14) felhasználásával ez esetre a bemenő kör által észlelt zajfeszültség négyzetátlag

$$\overline{V^2} = \int_0^\infty \frac{2N_c e^2}{\tau_c^2} \cdot \frac{\tau_1^2}{1 + \omega^2\tau_1^2} \cdot \frac{R^2}{1 + \omega^2 R^2 C^2} df \quad (15)$$

Normális működési tartományban  $\tau > \tau_c$ , így figyelembe véve a  $\tau_1 < \tau_c$  feltételt  $\tau \gg \tau_1$  nyerjük. Ezen egyenlőtlenséget felhasználva a (15) kiintegrálásából

$$\overline{V^2} = \frac{N_c e^2 \tau_1 R}{2\tau_c^2 C} \quad (16)$$

adódik. Így az ennek megfelelő ionpárok száma

$$\Delta N = \left( \frac{N_c}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{\tau \tau_1}{\tau_c^2} \right)^{1/2} \quad (17)$$

és a feloldás

$$\Delta E = \varepsilon \left( \frac{N_c}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{\tau \tau_1}{\tau_c^2} \right)^{1/2} \quad (18)$$

A kétféle áramzajra nyert kifejezés hasonló, és  $\tau_1 = \tau_c$  esetén értékük megegyezik. Viszont ebben az esetben generációs-rekombinációs zaj nincs, csak sörét zaj lép fel. Ugyanakkor a kétféle zaj eredete fizikailag teljesen eltérő. A generációs-rekombinációs zaj fenti tárgyalása, a töltéshordozók azonos élettartamának feltételezésével, a kérdést erősen leegyszerűsíti és így hasonlóan a sörét zajhoz az effektus túlbecslésére vezet.

A probléma egzakt tárgyalása rendkívül nehézkes, mivel tisztán fizikai okokból, a két típusú zaj többnyire kölcsönösen kizárja egymást. A sörét zaj formula megad egy maximális zaj értéket, ha nincs korreláció a töltéshordozók közt. A generációs-rekombinációs zaj fellépte viszont ezen feltételezést kizárta teszi. Ha a szennyező



atomok csak kis százalékban ionizáltak, erős kölcsönhatás lép fel a töltéshordozók közt és ekkor a generációs-rekombinációs zaj mellett a sörét zaj elhanyagolhatóvá válik. Mindkét zajtípusra  $\Delta N$  maximális értéke  $N_c^{1/2}$  körül ingadozik. Ezen zajok csak nagy térfogatú detektorok, vagy különösen alacsony töltéshordozó sűrűséggel rendelkező anyagok esetében válhatnak lényegessé.

### 2.3.3 Többlet zaj

Az áram okozta zajok azon részét, mely nem sorolható a fenti két jelenség csoportba, többlet zajnak nevezzük. Általában félvezető detektoroknál ez képezi az áram zajok legnagyobb részét, ugyanakkor legkevésbé áll módunkban a jelenség fizikai magyarázatát adni. A többlet zaj egyik összetevője egy, főképp a kis frekvenciákon érvényesülő effektus, melynek frekvencia spektruma  $1/f$ -el arányos, és leginkább az elektroncsövek flicker zajához hasonlítható. *Van der Ziel* könyvében tárgyalja az  $1/f$  zaj kérdését félvezetők esetében, s arra a következtetésre jut, hogy egy lassú diffúziós folyamat lép fel, mely a félvezetőkben az ionoknak a felület felé történő vándorlásában nyilvánul meg, és oly módon befolyásolja az elektron-lyuk pár gerjesztés folyamatát, hogy túlsúlyban alacsony frekvenciás zaj jön létre. Megállapítja továbbá azt is, hogy a többlet zaj nem szükségképpen létező tulajdonsága a félvezetőknek.

Többlet zaj lép fel továbbá meglehetősen kiszámíthatatlan módon az elektródák elkészítésének módjától és a félvezető felületi kezelésétől függően. Ez az egész terület még meglehetősen tisztázatlan így részletesebb tárgyalásával szükségtelen foglalkozni, bár ez nem jelenti a kérdés gyakorlati jelentőségének lebecsülését, mivel az esetek többségében a félvezető zajához a többlet zaj adja a legnagyobb hozzájárulást.

## 2.4 Erős elektromos tér hatása

Az előzőkben feltételeztük, hogy a töltéshordozók sebességeloszlásukat tekintve a kristályráccsal termikus egyensúlyban vannak. Ez erős elektromos tér alkalmazása esetén nem áll fenn. A vezetési sávban mozgó töltéshordozók a tér irányában elmozdulva többlet kinetikus energiára tesznek szert. Az ütközési folyamatok normális körülmények közt korlátozzák a töltéshordozók sodródási sebességét, az elektromos tér által átadott kinetikus energiát a kristályrács termikus energiájává átalakítva. Így az átlagos sodródási sebesség kicsi marad a töltéshordozók termikus sebességéhez képest. Azonban ez az energiaátadási folyamat korlátozott, és ha az elektromos tér által létrehozott energianövekedés egy bizonyos határon túl nő, a töltéshordozók átlagenergiája megnő, s a továbbiakban megszűnik termikus egyensúlyuk a ráccsal. A jelenséget elsőnek *Shockley* [5] írta le, és azt nyerte, hogy a megváltozott sebességeloszlás közelítőleg Boltzman-eloszlás  $T_e$  effektív hőmérsékletre, mely nagyobb, mint a rács hőmérséklete. Ezen töltéshordozókat *Shockley* „forróinak” nevezte. A termikus zaj a töltéshordozók sebességeloszlásából származik és így annak meghatározásánál az (5)-be  $T_e$ -t kell behelyettesíteni. *Shockley* számításai szerint  $T_e$  a következő formában írható fel

$$T_e = T \left( \frac{3\pi}{32} \right)^{1/2} \frac{\mu E}{v_s} \quad (19)$$



ha  $\mu E \gg v_s$ , ahol  $v_s$  a hangsebesség a félvezetőben,  $\mu$  a töltéshordozó mozgékonyág, és  $E$  a térerősség. Bár az elméletet egyes szerzők részleteiben módosították, első közelítésben helyes értéket nyerünk az eredeti összefüggés alkalmazásával, ha  $\mu$  a rácson akusztikus módon létrejött szóródás által korlátozott. Si esetében  $\mu E v_s$ -el összemérhető már  $E > 600 \text{ V cm}^{-1}$  térerősségnél. Ha az alkalmazott tér ezen értéket eléri, a termikus zaj növekedni kezd. Ugyanakkor a térerő növekedésével a töltéshordozó mozgékonyág csökken. Shockley szerint

$$\mu = \frac{2\mu_0}{\left\{1 + \left[1 + \frac{3\pi}{8} \left(\frac{\mu E}{v_s}\right)^2\right]^{1/2}\right\}^{1/2}} \quad (20)$$

A megoldás nem egészen egzakt, és  $\mu$  már gyakorlatilag gyengébb térerősség esetén is eltér  $\mu_0$ -tól, mint az (20)-ból várható. Erre magyarázatot kapunk a félvezető sávszerkezetének figyelembevételével. Ennek részleteivel bővebben nem foglalkozunk, csupán azt szükséges megjegyezni, hogy  $\mu$  a térerősség növekedésével csökken.

Ugyanekkor fellép egy másik szórási folyamat a ráccsal optikai módon való kölcsönhatás révén, mely a többlet kinetikus energiának nagy részét felemészti. A folyamat a töltéshordozók sebességét maximalizálja

$$v_{\max}^2 = \frac{2h\nu_0}{m} \quad (21)$$

ahol  $h\nu_0$  az optikai fonon energiája, és  $m$  a töltéshordozó effektív tömege.

Sokszor célszerűnek látszik gyorsabb impulzusok nyerése, vagy a töltéshordozók felgyújtási hatásfokának növelése céljából nagyobb térerősség alkalmazása, de a fenti jelenségeket a térerősség megválasztásánál mindig messzemenően figyelembe kell venni.

### 3. Statisztikus fluktuációk

Az előzőekben áttekintettük a félvezető detektorok zajának összetevőit, most tegyük vizsgálat tárgyává a detektor-részecske kölcsönhatás, valamint a kölcsönhatás során létrehozott töltéshordozók felgyújtásából adódó statisztikus fluktuációkat. Tárgyalásunkban tételezzük fel, hogy a beérkező részecskék energiája teljes mértékben abszorbeálódik a detektor érzékeny térfogatában. Ha a detektorba érkező részecskenyaláb monoenergetikus, a létrehozott elektromos impulzus amplitúdószórása három tényezőből tevődik össze. Energia-szórást okoz a nyalábon a részecskéknek a belépő ablakon való áthaladása, továbbá fluktuációk adódnak a részecske-detektor kölcsönhatás mechanizmusának, másrészt a létrehozott töltéshordozó párok felgyújtásának statisztikus mivoltából.

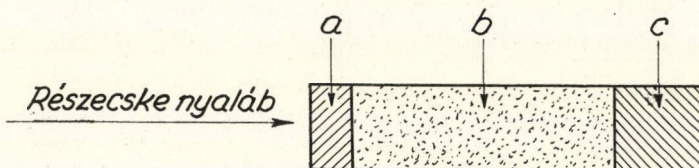
#### 3.1 Ablak effektus

A jelenség részletes tárgyalásához tekintsük a félvezető detektor sematikus rajzát (2. ábra). A beérkező ionizáló részecske az ablakon áthaladva a detektor érzékeny térfogatába jut. Ott rugalmatlan ütközési folyamatok révén oly mértékben lefékeződik, hogy a detektor anyagával termikus egyensúlyba kerül. Ezen folyamat



során a részecske energiájának egy része töltéshordozó párok létrehozására fordítódik, melyek száma arányos a beérkező részecske energiájával.

Mielőtt azonban a részecske a detektor érzékeny térfogatába jut, át kell haladnia az ablakon. Felületi záróréteges és litium drift detektorok esetében ez többnyire



2. ábra. Félvezető detektor sematikus rajza. a) belépő ablak, b) érzékeny térfogat, c) holt zóna. Az arányok erősen torzítottak.

egy 250—500 Å vastagságú aranyréteg, mely a felületi kontaktust biztosítja, míg diffúziós záróréteggű detektoroknál egy 0,2—2 $\mu$  vastag  $n$  típusú réteg. Könnyű ionizáló részecskék és gamma-sugárzás esetén az ablak hatása elhanyagolható, azonban nehéz ionizáló részecskékénél nem.

Vizsgáljuk meg most részletesen az ablak hatását alfa-részecskék esetén. Ha töltött részecskék haladnak át az anyagon, akkor energiájuk egy részét egy sor ütközés révén elvesztik. Ez az energiavesztés felületi záróréteges detektorok és 6 MeV-es kollimált alfa-részecskék esetén 13—27 keV-re tehető, míg diffúziós záróréteges Si detektor esetén 30—100 keV-et is elérhet. Ezzel a jelenséggel nem kívánunk részletesen foglalkozni, csak annyit kell megjegyezni, hogy ezt az értéket méréseink során figyelembe kell venni. Ugyanakkor az energiaátadás lévén statisztikus folyamat, az energiavesztés nem állandó, hanem egy középérték körül ingadozik. Az energiaszórás mértékére először Bohr [7] végzett számításokat a klasszikus mechanika alapján. Williams [8], továbbá Livingston és Bethe [9] fejlesztették ki a szórás elméletét kvantummechanikai alapokon, figyelembe véve az elektronok kötését.

Másrészt Landau [10] kimutatta, hogy egy egyedi ütközésben az  $\varepsilon$  energiavesztés valószínűsége első közelítésben arányos  $\varepsilon^{-2}$ -al. Így a nagy energiavesztéssel járó ütközések száma relatíve kicsi. Ugyanakkor a teljes energiaátadás jelentős részét ezek képezik. Vékony rétegek esetén, ahol a teljes energiavesztés kicsi a részecske energiájához képest, a nagy energiavesztéssel járó ütközések száma oly kicsi, hogy ezen szám véletlen statisztikus fluktuációja jelentős fluktuációt okoz az energiaátadásban is. Ez az úgynevezett Landau-effektus.

A Landau-effektus Vavilov [11] által adott egzakt tárgyalásában Vavilov bevezette a  $k$  dimenzió nélküli paramétert, mely a várható fluktuációra ad felvilágosítást.

$$k \equiv 0,15 \frac{SZz^2}{A} \frac{1-\beta^2}{\beta^4} \quad (22)$$

ahol  $S$  a rétegvastagság g/cm<sup>2</sup>-ben,  $Z$  a rendszám,  $A$  a tömegszám,  $z$  a beérkező részecske töltése, és  $\beta = \frac{v}{c}$ ,  $v$  részecske sebesség mellett. A  $k$  felfogható úgy, mint a teljes energiavesztés és az egy ütközésben elérhető maximális energiavesztés



viszonyának mértéke. Ha a  $k < 0,01$ , a fluktuáció nagy és a jelenség Landau módszerével tárgyalandó. Ha  $0,01 < k < 1$  az eloszlás kevésbé tér el a normálistól, míg ha  $k > 1$  az ily módon adódó fluktuáció elhanyagolható, és a teljes energiavesztésre normális Gauss-eloszlást nyerünk.

Félvezető detektorok esetében 4–10 MeV közé eső  $\alpha$ -energiára  $k$  értéke nagyobb, mint 3. Ebből következik, hogy a fluktuáció Gauss-eloszlást mutat, és a jelenség tárgyalható *Williams*, valamint *Livingston* és *Bethe* módszerével.

Kimutatható, hogy az  $x$  rétegvastagságon áthaladt részecskenyaláb energia-fluktuációjának négyzetátlagja

$$\overline{\Delta E_x^2} = N \int_0^x dx \sum_n E_n^2 \sigma(E_n) \quad (23)$$

ahol  $n$  az  $1 \text{ cm}^3$ -re eső atomok száma,  $E_n$  az  $n$ -edik nívó gerjesztési energiája, és  $\sigma(E_n)$  az  $n$ -edik nívó gerjesztésének hatáskeresztmetszete a beérkező részecskére vonatkozóan.  $\sigma(E_n)$  megadható a következő formában:

$$\sigma(E_n) = \frac{2\pi e^4 z^2}{mv^2} \int \frac{dQ}{Q^2} \times \left| \int \psi_0 \psi_n^* \sum_j \exp[i(p-p')r_j/\hbar] d\tau \right|^2 \quad (24)$$

ahol  $p$  és  $p'$  a beérkező részecske impulzusa az ütközés előtt és után,  $v_j$  a  $j$ -edik elektron helyzetvektora,  $\psi_0$  és  $\psi_n$  az alap és az  $n$ -edik gerjesztett állapot hullámfüggvénye és

$$Q = (p-p')^2/2m \quad (25)$$

A (23) egyenlet az integrálás és szummáció sorrendjének felcserélésével, és a teljeségi reláció felhasználásával megoldható. A megoldás csak a  $\psi_0$  alapállapotú hullámfüggvényt tartalmazza. Feltételezve, hogy  $\psi_0$  az egyedi elektron hullámfüggvények antiszimmetrikus szorzataképp felírható, a következő egyenlőséget nyerjük:

$$\frac{d}{dx} \overline{\Delta E^2} = \frac{2\pi e^4 z^2 N}{mv^2} \sum_k S_k \quad (26)$$

ahol  $S_k$  az atom  $k$ -adik elektronjának hozzájárulása a szóráshoz, egy konstans értéktől eltekintve.  $S_k$ -ra felírható

$$S_k = \int_{Q_{\min}}^{Q_{\max}} dQ \left[ 1 + \frac{4}{3} \frac{E_k - V_{ka}}{Q} - \frac{1}{Q^2} \sum_l (E_l - E_k)^2 \times \left| \int \exp\left[\frac{(p-p')r}{\hbar}\right] \psi_k \psi_l d\tau \right|^2 \right] \quad (27)$$

ahol  $E_k$  a  $k$ -adik elektron energiája,  $V_{ka}$  ennek átlagos potenciális energiája az atomi erőterben, és így  $E_k - V_{ka}$  az átlagos kinetikus energia. A szummáció az összes elektronok által betöltött állapotra kiterjesztendő. Ezáltal a Pauli-elvet is figyelembe vettük.  $Q_{\max}$ , tehát az egy ütközésben az impulzus megmaradás elve alapján  $Q$ -ra megengedhető legnagyobb érték:

$$Q_{\max} = 2mv^2 = \frac{4m}{M} E \quad (28)$$



$Q_{\min}$ -ra kielégítő közelítésben írhatjuk

$$Q_{\min} = MI_k^2/4mE = I_k^2/4mv^2 \quad (29)$$

ahol  $I_k$  a  $k$ -adik elektron átlagos gerjesztési potenciálja. Kis  $Q$  értékeknek a (27)-hez való hozzájárulása igen kicsi, és így  $Q_{\min}$  egzakt értékének megállapítása nem jelentős.

$Q$  kis értékeire ( $Q < I_k$ ) a szögletes zárójel második tagja a (27)-ben részben kompenzált az utolsó tag által, ugyanakkor az első tag relatíve kicsi. Nagy  $Q$ -kra a szumma elhanyagolható, így írhatjuk

$$S_k = Q_{\max} + \kappa'(E_k - V_{ka}) \ln \left( \frac{Q_{\max}}{Q_{\min}} \right) \quad (30)$$

ahol  $\kappa'$  értéke  $2/3$  és  $4/3$  közt van, hidrogénre pontosan  $4/3$ .  $V_{ka}$  átlagos potenciális energia, tiszta Coulomb térre (hidrogén esetén) egyenlő  $2E_k$ -val, míg nehéz atomok külső elektronjaira sokkal nagyobb ( $10E_k$  vagy több). Így  $E_k - V_{ka}$  általában nagyobb, mint az  $I_k$  átlagos gerjesztési potenciál. Ezért  $\kappa'(E_k - V_{ka})$ -t  $\kappa I_k$ -val helyettesíthetjük, ahol  $\kappa > \kappa'$ , közelítőleg  $4/3$  vagy nagyobb. Ennek felhasználásával

$$S_k = 2mv^2 + 2\kappa I_k \ln \left( \frac{2mv^2}{I_k} \right) \quad (31)$$

Amit a (26)-ba behelyettesítve nyerjük:

$$\frac{d}{dx} \overline{\Delta E^2} = 4\pi e^4 z^2 N \left( Z' + \sum_n \kappa_n \frac{I_n Z_n}{mv^2} \ln \frac{2mv^2}{I_n} \right) \quad (32)$$

ahol  $Z'$  az elektronok effektív száma, kizárva azon elektronokat, melyek ionizációs potenciálja a lehetséges energiaátadásnál nagyobb.  $Z_n$  az elektronok száma az  $n$ -edik héjon,  $I_n$  az átlagos gerjesztési energiájuk és  $\kappa_n$   $\kappa$ -nak esetenként megfelelő értéke.

Nagy energiákra (32) a következő formára egyszerűsíthető

$$\frac{d}{dx} \overline{\Delta E^2} = 4\pi e^4 z^2 N Z' \quad (33)$$

melybe ha  $Z'$  helyett  $Z$ -t írunk, Bohr klasszikus mechanikán alapuló számításainak eredményét nyerjük vissza. Így az  $x$  vastagságú rétegen áthaladt monoenergetikus részecskenyaláb energiaszórása a következő formában írható fel.

$$\overline{\Delta E^2} = P x \quad (34)$$

ahol

$$P = P_0 \left( \frac{Z'}{Z} + \frac{\sum_k B_k}{Z} \right) \quad (35)$$

továbbá

$$P_0 = 4\pi e^4 z^2 N Z \quad (36)$$

a klasszikus Bohr-féle szórési paraméter, és

$$B_k = \frac{\kappa_k I_k Z_k}{mv^2} \ln \frac{2mv^2}{I_k} \quad (37)$$



A fenti elmélet alapján Roux [12] végzett számításokat monoenergetikus  $\alpha$ -részecskék spektrumalakjára, diffúziós záróréteges Si detektorok esetén, különböző mértékű kollimációt figyelembe véve.

Számításait kísérletileg is ellenőrizte, és az elméleti értékkel igen jó egyezést kapott. A nyert spektrum félértékszélessége  $\text{Po}^{210}$   $\alpha$ -ira,  $0,55 \mu$  diffúziós rétegvastagság mellett, kollimálatlan nyalábbal  $60 \text{ keV}$ -nek adódott.

Felületi záróréteges detektorok esetén Siffert és munkatársai [13] foglalkoztak a problémával. Elméleti számításokat végeztek az aranyréteg által okozott spektrumalak kiszélesedésére. A számítás eredményeképp az aranyréteg hozzájárulását a vonalszélességhez kevesebb mint  $7 \text{ keV}$ -re becsülik, félértékszélességben. Kísérleti úton vizsgálták a kérdést a szerző és munkatársai [14]. Mérésük eredményeképp a gyakorlatban használatos  $50\text{--}100 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ -es aranyréteg vastagság mellett az okozott fluktuáció  $11\text{--}14 \text{ keV}$  félértékszélességben. Siffert által számított és a mért értékek közötti eltérés magyarázatának vizsgálata megmutatta, hogy az eltérés oka, hogy Siffert számításaiba hiba csúszott. A kísérleti értékek a tényleges elméleti értékkel jó egyezést mutatnak.

A vizsgálatok eredményeképp megállapítható, hogy célszerű minél vékonyabb felületi záróréteg használata, nehéz töltött részecskék detektálása esetén.

### 3.2 Az ionizációs hozam fluktuációja

A félvezető detektor által szolgáltatott elektromos impulzus nagyságát az ionizációs hozam határozza meg. A keletkezett töltéshordozó párok számának, és ezen szám statisztikus ingadozásának szempontjából a primer és szekunder folyamatok együttesen tárgyalhatók. Így a detektor érzékeny térfogatában lejátszódó energiaátadás három különböző típusú kölcsönhatás révén megy végbe. Ezek az atomi ütközések, a magütközések, és a Raman-szórás.

A detektor feloldóképességét meghatározó tényezők közül a legalapvetőbb a létrehozott ionpárok számának a fluktuációja. Ha csak egy típusú kölcsönhatást tételezünk fel, nevezetesen atomi ütközéseket, továbbá feltételezzük, hogy az energiaátadás egymástól független események sorozatából tevődik össze, akkor a monoenergetikus részecskenyaláb által létrehozott töltéshordozó párok száma Poisson-eloszlást mutat, és a fluktuációra fennáll

$$\overline{\Delta N^2} = N \quad (38)$$

A gyakorlatban ez nem teljesül. A probléma tárgyalásával gázokra Fano [15] foglalkozott. Kimutatta, hogy

$$\overline{\Delta N^2} = FN \quad (39)$$

ahol  $F$  az ún. Fano faktor.

$$F = \frac{\overline{\left(n - \frac{E}{\varepsilon}\right)^2}}{\bar{n}} \quad (40)$$

Legyen  $s_j$  a kölcsönhatás hatáskeresztmetszete, mely során  $j$  állapotba jutunk  $E_j$  az abszorbeált energia.  $j$  a következő módon osztályozható:

(e) ha  $E_j < I$ , ahol  $I$  az első ionizációs potenciál



(i1) ha  $I < E_j < 2I$ , azaz egy szabad elektront nyerünk, mely további ionizációra nem képes

(i2) ha  $E_j > 2I$  azaz a szabad elektron további ionizációra képes.

Tételezzük fel továbbá, hogy az egy ütközésre eső ionizációk száma  $n_j = 0$  (e) esetén, és  $n_j = 1$  (i1) és (i2) esetén. A részecskék tényleges energiavesztése a az ütközés során (i2) esetén csak  $I$ , mivel  $E_j - I$  ismételtlen figyelembe vehető. Ekkor

$$F = \frac{\sum_j^{(e)} s_j \left(\frac{E_j}{\varepsilon}\right)^2 + \sum_j^{(i1)} s_j \left(1 - \frac{E_j}{\varepsilon}\right)^2 + \sum_j^{(i2)} s_j \left(1 - \frac{I}{\varepsilon}\right)^2}{\sum_j^{(i1, i2)} s_j} \quad (41)$$

A Fano faktor fenti kifejezését könnyű numerikusan számolni. Az  $s_j$  hatáskeresztmetszetek viszonyának mind elméleti, mind kísérleti adatai felhasználhatók. A formula természetéből adódik, hogy a hatáskeresztmetszet moderált hibájára kevésbé érzékeny.

Fano eredményei jó közelítésben alkalmazhatók félvezető detektorok esetén is, a megfelelő értékek behelyettesítésével. Ily módon a Fano faktor becsléséhez szükséges ismernünk a különböző hatáskeresztmetszetek viszonyát, továbbá az egyes típusú folyamatoknál az átlagosan leadott energia értékét.

Más módszerrel, matematikai statisztika segítségével végzett számításokat Roosbroeck [16] Si-detektorok esetén. A számításokat mind analitikai úton, mind Monte Carlo analízis segítségével végrehajtva, meghatározta az ionizációs hozamot és a Fano faktor értékét az egy ionizációra eső Raman szórások számának függvényében. Shockley [17] empirikus modelljéből adódik, hogy az egy ionizációra eső Raman szórások száma 17,5. Roosbroeck által megadott érték a Fano faktorra  $n=20$  esetén Monte Carlo analízis útján 0,18 és analitikai úton 0,22. Az így nyert eredmények jó egyezést mutatnak a  $\gamma$ -sugárzásra, valamint könnyű töltött részecskékre nyert kísérleti értékekkel, melyre a különböző szerzők által megadott érték 0,1–0,3 között mozog.

Roosbroeck számításaiiban nem vette figyelembe a magütközések felléptét. A jelenség teljes mértékben elhanyagolható, könnyű részecskék és  $\gamma$ -sugárzás esetén, közel elhanyagolható protonokra, nem úgy azonban alfa-részecskék és nehéz ionokkal létrejött kölcsönhatás során.

Tekintsük most mi játszódik le a detektorban a magütközés során. A kristályrács atomjával kölcsönhatásba lépő részecske a rácsatomot kilöki a helyéről és egy Frenkel-defekt párt hoz létre. Legtöbb esetben ez az elsődlegesen kilökött atom elegendő energiával rendelkezik másodlagos defektok létrehozására. A folyamat folytatódik, míg a kilökött atomok energiája a rácsdefektus keltés küszöbe alá nem csökken. A fenti, úgynevezett sugárzási sérülés jelenségét félvezető detektorokra Dearnaley [18] tárgyalja. Gondolatmenete  $\alpha$ -részecskék esetén a következő:

A töltött részecskék és a félvezető rácsatomjai közti kölcsönhatás Rutherford-szórás formájában lép fel. A folyamat hasznos paramétere a  $b$  megközelítési távolság

$$b = \frac{2zZe^2}{\mu v^2} \quad (42)$$



ahol  $z$  és  $Z$  a beeső részecske és a target rendszáma,  $v$  a relatív sebesség és  $\mu$  a redukált tömeg. Ezen paraméter segítségével a  $\sigma_d$  kiütési hatáskeresztmetszet közelítőleg

$$\sigma_d \sim \frac{1}{4} \frac{\pi b^2 E_{Si}}{E_d} \quad (43)$$

ahol  $E_{Si}$  a maximális átadható energia szilíciumban és  $E_d$  a küszöbenergia.  $\alpha$ -részecskékre

$$E_{Si} = 0,437 E_\alpha \quad (44)$$

és feltételezve, hogy  $E_d = 30$  eV  $E_\alpha$ -t MeV-ben megadva

$$\sigma_d(E_\alpha) \simeq \frac{2,36 \cdot 10^{-19}}{E_\alpha} \text{ cm}^2 \quad (45)$$

A primer szórás átlagenergiája

$$\overline{E_{Si}} = E_\alpha \ln \frac{E_{Si}}{E_\alpha} \simeq 30 \ln \frac{E_\alpha}{6,9 \cdot 10^{-5}} \text{ eV} \quad (46)$$

és a kiütések átlagos száma

$$\bar{v} \simeq 0,12 + 0,56 \ln \frac{E_\alpha}{6,9 \cdot 10^{-5}} \quad (47)$$

A  $\text{cm}^3$ -ként  $N_0$  magot tartalmazó anyagban  $dx$  távolságot befutott részecske által létrehozott Frenkel defektusok totális száma

$$N_F = N_0 \sigma_d \bar{v} dx \quad (48)$$

Így a beérkező részecske  $dE$  energiavesztése során létrehozott defektusok száma

$$N_F = \frac{N_0 \sigma_d \bar{v} dE}{dE/dx} \quad (49)$$

ha a  $dE/dx$  fékezőképesség az  $E$  energia függvényében ismert, az egyenlet kiintegrálható és megkapjuk a teljes úthosszon létrehozott defektusok számát. Mivel a folyamat éppen alacsony energiáknál jelentős, ahol a  $dE/dx$ -re csak kísérleti értékek vannak, ezért a számítást csak közelítőleg végezhetjük el. 250 keV alatti energiájú  $\alpha$ -kra a  $dE/dx$ -et konstansnak véve, és értékéül 300 MeV/cm-t választva az eredmény  $N_F \sim 4000$ , ha az  $\alpha$ -részecskék kezdeti energiája 1–10 MeV közé esik.

A magütközéseknek két lényeges hatása van a detektor által szolgáltatott jelekre. Egyrészt a Frenkel defektusok képzésére fordított energia elvész az ionizációs hozam szempontjából, másrészt a kisszámú, de viszonylag nagy energiát felemészítő folyamat statisztikus ingadozása a detektor feloldóképességét jelentős mértékben lerontja.

A magütközések hatását félvezető detektor jeleire Lindhard és Nielsen [19] számították elméleti úton. A szerzők kimutatták, hogy 6 MeV-es  $\alpha$ -részecskékre Si-detektor esetén az effektusnak a félértékszélességhez való hozzájárulása 6 keV, míg az energiavesztésre 12 keV-et kaptak. Dearnaley eredményeit Lindhardéval összehasonlítva, a feloldóképességre megadott hatás jól egyezik, viszont nagy eltérést mutatkozik a két szerző eredményei között az energiavesztésre vonatkozóan.



Mind a magütközések hatásának felderítése, mind pedig az ezzel szoros összefüggésben álló Fano faktor energia és részecske típustól való függésének vizsgálata céljából kísérleti vizsgálatokat kellene folytatni, melyek pontosabb választ adnának az eddigiekben nyitott kérdésekre.

Ezen jelenségek fundamentálisak, és a félvezető detektorok feloldóképességének határait elsősorban ezek szabják meg.

### 3.3 Töltéshordozók felgyűjtése

Bár magspektroszkópai célokra használt detektoroknál ez a kérdés nem merül fel, mégis, hogy a detektorok feloldóképességének tárgyalása teljes legyen, meg kell említenünk a töltéshordozók felgyűjtésének problémáját.

Az elektródákat elérő töltés mennyiségének változása a számáló feloldóképességét három különböző módon befolyásolhatja. Elsősorban töltéshordozó rekombináció léphet fel a kiváltó részecske pályája mentén, mikoris a töltéshordozók által megtett út oly kicsi, hogy a jelhez való hozzájárulásuk elhanyagolható. Erősen ionizáló részecskék, főleg hasadási termékek esetén ez jelentőssé válhat, de legtöbbször az ilyen típusú rekombináció által okozott feloldóképesség romlás lényegesen kisebb, mint a létrehozott ionpárok statisztikus ingadozásából adódó rész.

Másik lehetséges folyamat, hogy a töltéshordozók elhagyják a részecske pályáját és egy bizonyos megtett út után rekombinálódnak. Az okozott standard deviáció számolható abban az esetben, ha a rekombinációs idő definiálható. Az okozott fluktuáció összemérhetővé válik a létrehozott ionpárok fluktuációjával ha a detektor mérete egy bizonyos határon túl nő. A detektor méretének csökkentésével azonban igen gyorsan elhanyagolhatóvá válik.

A részleges felgyűjtés legfontosabb hatása geometriai okokból lép fel. A kérdés részletes tárgyalásától eltekintünk, annyit azonban meg kell jegyeznünk, hogy ha részleges felgyűjtéssel rendelkező számlálót vagyunk kénytelenek használni, azt oly módon célszerű üzemeltetni, hogy az alkalmazott elektromos tér párhuzamos legyen a belépő részecske irányával. Ebben az esetben a geometriai okokból fellépő fluktuáció zéró. Sajnos ez nem mindig megvalósítható. Gamma-sugárzás esetén pl., mely a számlálóban véletlenül nyelődik el, a létrehozott elektronok az összes lehetséges szögben felléphetnek, ezért jó feloldóképességű,  $\gamma$ -detektálási célokra alkalmas kristály készítése szempontjából szükséges jó felgyűjtési hatásfokot biztosítani, lehetőleg nagy számláló térfogat mellett.

A problémákat összefoglalva megállapíthatjuk, hogy egyrészt a spektrométer zaja szempontjából, előnyös kis kapacitású, kis visszaramú és lehetőleg kis térfogatú detektorok használata, optimális erősítőrendszer mellett. Másrészt a statisztikus fluktuációkból adódó vonalszélesség, az ablakeffektustól eltekintve, fundamentális és elsődlegesen ez határozza meg a rendszer feloldóképességét. Ebben a vonatkozásban a lehető legvékonyabb zárórétegek alkalmazásán túl egyedüli tenni-való a kölcsönhatási mechanizmus teljes tisztázása, kísérleti úton.



## IRODALOM

1. *D. C. Northrop and O. Simpson*, Proc. Phys. Soc., 80, 262, 1962.
2. *G. Dearnaley and D. C. Northrop*: Semiconductor Counters for Nuclear Radiations, Sec. ed., Spon Ltd., London, 1966.
3. *A. Van der Ziel*: Noise, Preutice Hall, New York, 1954.
4. *D. Sautter*, Progress in Semiconductors, 4, 127, 1960.
5. *W. Shockley*, Bell System Techn. J., 30, 990, 1951.
6. *E. Fairstein and J. Hahn*, Nucleonics, 23, No. 7., No. 9., No. 11. 1965; No. 1, No. 3. 1966.
7. *N. Bohr*, Phil. Mag., 30, 581, 1915.
8. *E. J. Williams*, Proc. Roy. Soc., A135, 108, 1932.
9. *M. S. Livingston and H. A. Bethe*, Rev. Mod. Phys., 9, 245, 1937.
10. *L. Landau*, J. Phys. USSR, 8, 201, 1944.
11. *P. V. Vavilov*, ZSETF, 32, 920, 1957.
12. *G. Roux*, Nucl. Instr. and Methods, 33, 329, 1965.
13. *P. Siffert*, thesis, University of Strassburg, 1966.
14. *G. Fabri, J. Károlyi and V. Svelto*, Nucl. Instr. and Methods, 50, 50, 1967.
15. *U. Fano*, Phys. Rev., 72, 26, 1947.
16. *W. van Roosbroeck*, Phys. Rev., 139, 1702, 1965.
17. *W. Shockley*, Czech. J. Phys., B11, 81, 1961.
18. *G. Dearnaley*, IEEE Trans. on Nucl. Sci. NS-10, No. 1. 106, 1963.
19. *J. Lindhard and V. Nielsen*, Phys. Letters, 2, 209, 1962.







# DETEKTORCSOPORT NEUTRONSZÓRÁS VIZSGÁLATÁHOZ

KONCZOS GÉZA és MADARÁSZ ZOLTÁN

Központi Fizikai Kutató Intézet, Szilárdtestfizikai Laboratórium, Budapest

Nagy felületű neutrondetektálás céljaira alkalmazott bórt trifluorid töltésű neutronszámlálócsövek készítésének leírását adjuk. A számlálócsövek karakterisztikái néhány %-os eltéréssel megegyeznek, így módon előnyösen alkalmazhatók 10–50 db-os párhuzamosan kötött kapcsolásban is.

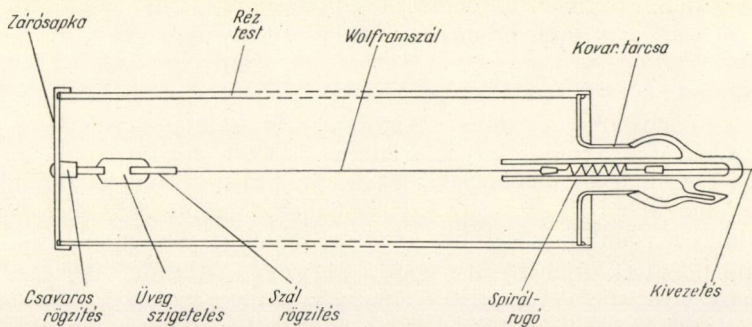
## Bevezetés

A  $\text{BF}_3$  gázzal töltött proporcionális számlálócsöveket számos neutronfizikai mérésnél használják. A számlálócsövek előállításával és tulajdonságaival széles körű irodalom foglalkozik [1]. Kevés adatot találunk az irodalomban arra vonatkozóan, hogyan biztosítható a csövek elektromos adatainak azonossága. Ez a probléma ott merül fel, ahol a számlálócsöveket nem egymástól függetlenül használják fel, hanem több számlálócsövet párhuzamosan kapcsolva üzemeltetnek.

A Központi Fizikai Kutató Intézet Szilárdtestfizikai Laboratóriumában folyó neutronspektrométeres vizsgálatok kisintenzitású termikus neutronnyalábok detektálását tették szükségessé, aránylag nagy felületen (kb.  $10 \text{ dm}^2$ ). A feladat megoldásához megvizsgáltuk, hogy az általunk alkalmazott számlálócsőgyártási eljárás milyen mértékben biztosítja a számlálócsövek azonos elektromos karakterisztikáját.

## A számlálócsövek szerkezete

Számlálócsöveink szerkezete hasonlít a Varsói Magfizikai Intézetben kidolgozott [2] számlálócsövekéhez (1. ábra). A katód anyaga OFHC vörösrézcső 1 mm-es falvastagsággal. Felső részéhez keményforrasztással erősítjük a fém-üveg átmenetet biztosító tárcsát. A cső alsó részén ugyancsak fém-üveg átmenet és üvegszigetelés rögzíti az  $\varnothing 0,05 \text{ mm}$ -es W-huzalt, az anódot.



1. ábra.



*Az alkatrészek előkészítése, összeszerelése és ellenőrzése*

A számlálócsövek alkatrészeinek előkészítése nagy gondot és körütekintést igényel. Az alkatrészeken maradó szennyezések a csövek korai tönkremenetelét okozhatják.

A katód rézcsövek felületének tisztítása polírozó fürdőben történt. A fürdő összetétele: 1 rész  $\text{ccHNO}_3$ , 1 rész  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , 1 rész  $\text{CH}_3\text{COOH}$  [3]. Marás után minden esetben gondos mosás, desztillált vizes öblítés és végül alkoholos mosás következett.

A fém-üveg kötést hordozó fémtárcsák anyaga: Vd 50 jelű üvegbe forrasztható ötvözet, a Csepel Fémű gyártmánya. A tárcsák mélyhúzással készültek. Üvegezés előtt nedves  $\text{H}_2$  áramban hőkezeltük  $800^\circ\text{C}$ -on  $2^h$  hosszát [4]. Üvegezés után az alkatrészeket 1:1 hígítású  $\text{HCl}$ -ben martuk, majd mostuk és szárítottuk. A fém-üveg kötés minőségét sztereomikroszkóp alatt ellenőriztük.

Az összeszerelés első lépése: a kovártárcsa és a rézcső összeforrasztása keményforrasszal (1. ábra). A keményforraszt vákuumolvasztással készítettük, összetétele: 28% Cu, 72% Ag. A forrasztás művelete  $\text{H}_2$  atmoszférában történt, függőleges helyzetű indukciós fűtésű csökemencében. A forrasztás befejezése után az indukciós tekercs mozgatásával a rézcsövet végig izzítottuk. Ily módon tiszta Cu felületet nyertünk, mely a későbbiek folyamán „getterként” viselkedik esetleges  $\text{O}_2$  nyomok megkötésére.

A csövek szerelésének második lépéseként az alsó zárósapka beforrasztása következik, a fent leírt módon. A cső ekkor már tartalmazza valamennyi alkatrészét, a wolframszálat az üvegszigetelő közdarabbal együtt.

A szerelés műveletét a felső kivezető huzal üvegbeforrasztása zárja le.

A töltésre előkészített csövet vákuumzárásra megvizsgáljuk halogénes lyukkereső segítségével. Csak a gondosan átvizsgált és ellenőrzött csövek kerülhetnek töltésre.

*A számlálócsövek töltése*

A számlálócsövek töltésére olajdiffúziós szivattyúval működő egyszerű vákuumrendszert használtunk. Az olajdiffúziós szivattyú tányérszelepe fölé csatlakozott a számlálócsövek szívócsonkja. Ugyanide csatlakozott a  $\text{BF}_3$  gázt fejlesztő rész kimenővezetéke és a töltőnyomás mérő. A szivattyú részben fémalkatrészekből áll, fémszelepek felhasználásával, melyek tömítéseit teflonbetéttel láttuk el, ugyanis ezt az anyagot a  $\text{BF}_3$  gáz nem támadja meg. A csatlakozó részek üvegalkatrészekből vannak. A gázfejlesztő rész rasotherm üvegből van, üvegcsapokkal. Az alkalmazott csapzár Apiezon N.

A vákuumrendszerre egy töltési alkalomra 5 db számlálócsövet forrasztottunk, melyeket egyszerű elektromos kályha segítségével  $400^\circ\text{C}$ -ra fűtöttünk fel. Állandó szivattyúzás közben a számlálócsöveket 24 óra hosszát tartottuk  $400^\circ\text{C}$ -on. Az elért legjobb vákuum  $5 \cdot 10^{-5}$  Torr volt. Tapasztalataink szerint ez a kezelés elegendő volt arra, hogy a számlálócsövek belsejéből a szennyezéseket eltávolítsuk.

A számlálócsövek töltésére  $\text{B}^{10}$  izotópban 91%-ra dúsított  $\text{BF}_3$  gázt használtunk. A gázt  $\text{CaF}_2\text{BF}_3$  komplexből szabadítottuk fel,  $400^\circ\text{C}$ -ra való felfűtéssel. (A szállító cég: Quarz et Silize, Paris). A gázfelszabadulásnál kellemetlen szennyezések mutatkoztak. Ezek hatástalanítására a gázfejlesztőt követő első csapdára szén-



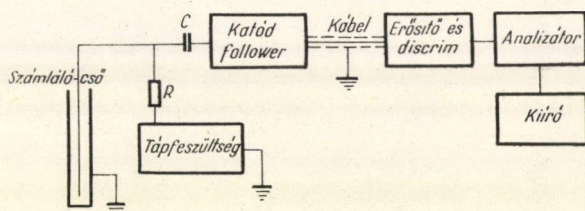
savhó hűtést alkalmaztunk. A gázt további három csapda segítségével, cseppfolyós  $N_2$ -el átdesztilláltuk. A számlálócsövek megtöltése előtt a  $BF_3$  gázt újra megtisztítottuk. A töltendő csövek csonkja előtt alkalmazott cseppfolyós  $N_2$ -el hűtött csapdában kondenzáltattuk, majd a gáznemű szennyezéseket szivattyúzással eltávolítottuk. A csapdát ezután felmelegítettük, a  $BF_3$  gáz megtöltötte a vákuumrendszer egy részét és a számlálócsöveket. Utána a  $BF_3$  gázt ismét kondenzáltattuk s a leírt tisztítási műveletet legalább négyszer megismételtük. A művelet közben a gáz tisztulási fokát, megfelelő módon vákuumméréssel ellenőriztük.

A számlálócsöveket 630 Hg mm nyomású  $BF_3$  gázzal töltöttük meg.

### Elektromos karakterisztikák

A csöveket használat előtt egyenként kimértük Po-Be neutronforrás segítségével. A neutronforrás Cd köpennyel ellátott paraffinmoderátorban volt elhelyezve, úgyszintén a mérendő csövek is. A Po-Be neutronforrás kb. 0,1 Curie erősségű volt.

Minden csőnél megmértük a differenciális és integrális amplitúdó spektrumot és a feszültség- (plátó-) görbét. Utána a méréseket megismételtük ötös csoportokban, öt cső párhuzamos kapcsolásában. Az alkalmazott elrendezést a 2. ábra mutatja vázlatosan.



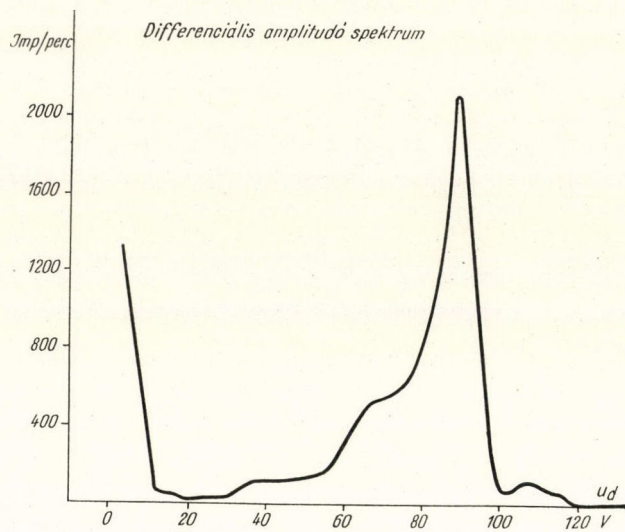
2. ábra

Adatok: Katódfollower erősítési tényező:	20 x
Erősítő erősítési tényező	120 x
"R" munkaellenállás	0,1 M ohm
"C" jelátvivő kondenzátor	2 nF
Közepes működési feszültség	2500 V
Diszkriminátor feszültség a plátógörbe felvételeknél:	15 V
Az alkalmazott amplitúdóanalizátor (NTA—512 tip.)	512 csatornás

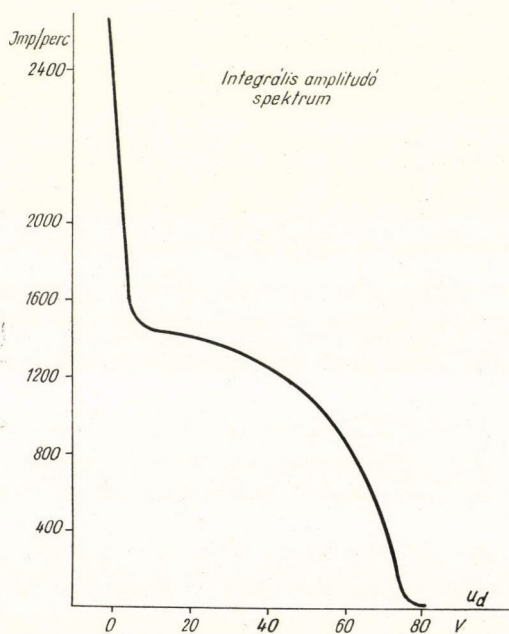
A 3., 4. és 5. ábra egy ötös csőcsoport együttes, közös karakterisztikáit mutatja. Látható, hogy a közös differenciális amplitúdóspektrum meglehetősen keskeny, a csoport egy csőként működik párhuzamos kapcsolásban. A differenciális spektrumban jól kivehetők a  $Li^7$ -nek megfelelő impulzusok is a 108 V-os diszkriminátor állásnál, a  $(n\alpha)$  reakció  $\alpha$  jelei mellett. Látható, hogy a gamma háttér spektruma teljesen elkülönül az  $\alpha$  jelektől.

A leírt módon készített számlálócsövek neutronspektrométerekben kerültek felhasználásra [5], [6].



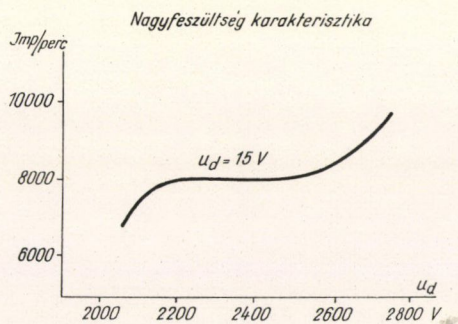


3. ábra



4. ábra





5. ábra

A szerzők köszönetet mondanak *Kroó Norbertnek* és munkatársainak a számlálócső karakterisztikák kiméréseért, *Takács Jánosnak* a technológiai kísérletekben való közreműködéséért.

## IRODALOM

1. Neutron Detectors. International Atomic Energy Agency, Vienna 1966/N° 18. 1—18. old.
2. *A. Kazimierski*, The design, technology and properties of boron trifluoride proportional counters. *Nukleonika* 4, 199, 1959.
3. *W. J. Mc. G. Tegart*: The electrolytic and chemical polishing of metals. Pergamon Press, London, 1956.
4. *W. Espe*, Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. Band I. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1959.
5. *L. Bata, E. Kisdi-Kosztó, N. Kroó, L. Muzsnay, L. Pál, F. Szlávik* and *G. Zsigmond*, Neutron spektrometer for inelastic scattering investigations in condensed systems. *K. F. K. I. Reports* 2/1966, 1—38. old.
6. *J. Gordon, P. Pellionisz, I. Vizi, A. Szkatula*, and *G. Zsigmond*, A single crystal neutron spectrometer at the pulsed reactor in Dubna, *K. F. K. I. Reports*, 8/1967, 1—13. old.







# LABORATÓRIUMI HIDROGÉNCSEPPFOLYÓSÍTÓ BERENDEZÉS

BALLA JÁNOS

MTA KFKI Szilárdtestfizikai Laboratórium, Budapest

Laboratóriumi igényeket kielégítő 5,8 l/h teljesítményű hidrogéncseppfolyósítót építettünk. A berendezés  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  katalizátor alkalmazásával 90%-os koncentrációjú folyékony parahidrogén, néhány szeleppállás megváltoztatása és neon gáz használata esetén pedig cseppfolyós neon előállítására alkalmas. Ismertetjük a cseppfolyósító szerkezetét és működését, a normál hidrogén üzemben mért főbb paramétereket, továbbá a parahidrogén és neon üzem számolt jellemzőit.

## Bevezetés

A  $100^\circ\text{K}$ -nál kisebb hőmérsékletek elérésére szolgáló hűtőközegek, mint a folyékony oxigén-, nitrogén-, neon-, hidrogén és hélium azonos térfogatrészének közelítő párolgáshő aránya 72,8:60:18,5:10:1, forráspontjuk 760 Torr nyomásnál  $90^\circ\text{K}$ ,  $77^\circ\text{K}$ ,  $27^\circ\text{K}$ ,  $20^\circ\text{K}$  és  $4,2^\circ\text{K}$ .

E tulajdonságok ismeretében megállapítható, hogy a folyékony hélium normál forráspontja feletti — más hűtőközeggel áthidalható — hőmérsékleteket nagyobb hőkapacitású mintáknál, vagy nagyobb hűtendő térfogatoknál cseppfolyós héliummal rendkívül gazdaságtalanul lehet előállítani. A megállapítás különösen az elektronika, a vákkuumtechnika, a magfizika és a nagyenergiájú részecskék fizikája területén felmerülő hűtési feladatokra vonatkozik, amelyeknél gyakran nagy tömegek (pl. egy 100 kOe térerősségű szupravezető szolenoid), illetve nagy térfogatok (buborékkamrák, kryoszivattyúk) fordulnak elő. Bár hazai kutatóintézetekben a felsoroltakhoz mérhető nagygényű „hideg” fogyasztók jelenleg nincsenek, a tudományos kutatás hűtési problémáinak optimális megoldása érdekében gondoskodtunk a már rendelkezésünkre álló folyékony nitrogén és folyékony hélium közötti két hűtőközeg, a cseppfolyós hidrogén és a cseppfolyós neon előállításáról. Berendezésünket az 1961-ben épített 2,5 l/h teljesítményű hidrogéncseppfolyósító [1] technológiai rendszerének kismértékű átalakításával, a részegységek korszerűsítésével és a cseppfolyósító blokk (hőcserélő-csoport) teljes átépítésével hoztuk létre.

## A) Normál összetételű folyékony hidrogén előállítása

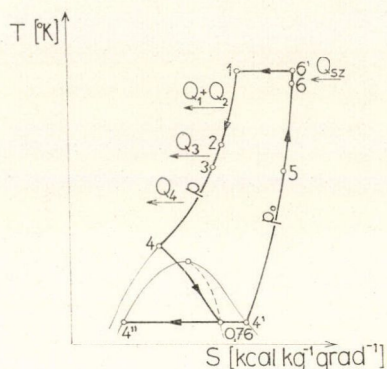
### *Hűtőkörfolyamat*

Készülékünkben a legegyszerűbben megvalósítható folyékony nitrogén előhűtési Linde-körfolyamatot építettük meg, amelynek folyamatábráját az 1. ábra, technológiai vázlatát a 2. ábra, főbb termodinamikai jellemzőit az I. táblázat tartalmazza.

A  $p = 120 \dots 150$  ata nyomásra komprimált tiszta hidrogén gázt  $(1-x)$  illetve  $x$  arányban osztjuk el az I. expandált hidrogén hőcserélő és a II. redukált nyomású

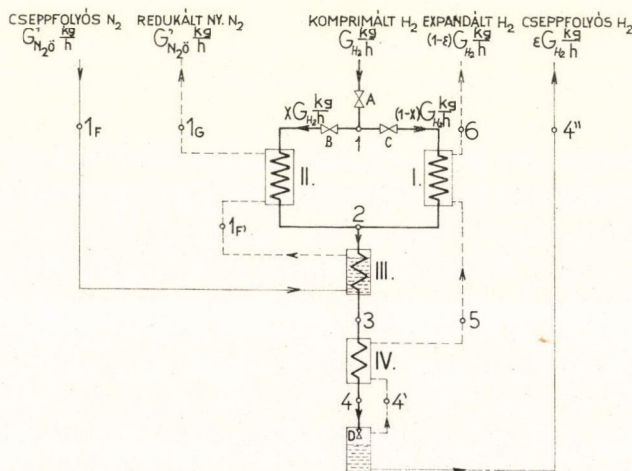


nitrogén gáz (gőz) hőcserélő között. A 2-es állapotú komprimált hidrogén áramokat egyesítjük és átvezetjük a redukált nyomású folyékony nitrogénbe merülő III. hőcserélőn, mely után a hidrogén hőmérséklete kicsiny eltéréssel megközelíti a folyékony nitrogén hőmérsékletét. Az előhűtés utáni 3-as állapotú gáznál a fojtási effektus — az inverziós görbéből megállapíthatóan [2] — pozitív, tehát fojtásnál a gáz hűlni fog. A IV-es alaphőcserélőben a komprimált hidrogén a nem cseppfolyósodott expandált hidrogénnel létrejövő hőcsere következtében jelentős mértékben tovább hűl (4-es állapot). Ezután következik túszeleppel a Joule—Thomson expanzió, mely alatt a gáz nyomása  $p_0 = 1,3 \dots 1,5$  ata-ra csökken, hőmérséklete a kritikus hőmérséklet ( $T_k = 33,19^\circ\text{K}$ ) alá esik és  $\varepsilon\%$ -ban cseppfolyósodik. A cseppfolyósodott gázmennyiség pótlására szobahőmérsékleten tiszta hidrogén gázt vezetünk a rendszerbe, így az izotermikus komprimálásnál mindig rendelkezésünkre áll a megfelelő gáztérfogat, s ezzel biztosítjuk a cseppfolyósító blokkban a kívánt mennyiségi arányokat.



1. ábra. A foly.  $N_2$  előhűtési Linde-módszerrel történő hidrogén cseppfolyósítás elvi vázlata  $Q_2 \dots Q_4$  — a hőcserélőkben elvont hőmennyiség;  $Q_{sz}$  — hőfelvétel a kompresszor szívó oldalán

a hidrogén és nitrogén T-S diagramjából [3], [4] leolvastuk a hozzá tartozó entalpia értékeket. Ezek ismeretében a hőcserélők hőegyensúlyát felírva meghatározzuk



2. ábra. A cseppfolyósítási ciklus technológiai vázlata. A — elzáró szelep; B, C — szabályozó szelepek; D — fojtószelep; I — az expandált hidrogén hőcserélője; II — hőcserélő a redukált nyomású nitrogén ágban; III — hőcserélő a redukált nyomású folyékony nitrogénben; IV — alaphőcserélő a fojtás utáni hidrogén ágban



a nyerhető folyadékhányadot, a folyékony nitrogén felhasználást, a 2-es állapot entalpiáját és hőmérsékletét, az I-es és II-es hőcserélőkön átáramló komprimált hidrogén mennyiségét, a 4-es állapot entalpiáját és hőmérsékletét, majd a hőcserélőben elvonandó hőmennyiségek értékét.

1. Elméleti és tényleges folyadéktermelés.

A IV-es hőcserélő hőegyensúlya

$$I_3 = \varepsilon I_{4''} + (1 - \varepsilon) I_5,$$

ebből az elméleti fajlagos folyadéktermelés

$$\varepsilon = \frac{I_5 - I_3}{I_5 - I_{4''}} = 0,244$$

$$\frac{\text{kg folyékony H}_2}{\text{kg H}_2 \text{ gáz}}.$$

A kompresszor szállítóteljesítménye 20 m<sup>3</sup>/h, az óránként szállított hidrogén gáz súlya  $G_{\text{H}_2} = 1,8 \text{ kg/h}$ , tehát az elméleti folyadéktermelés

$$G'_{\text{H}_2f} = \varepsilon G_{\text{H}_2} = 0,44 \text{ kg/h, térfogata } V'_{\text{H}_2f} = 6,2 \text{ l/h.}$$

Tartós üzemben mért tényleges folyadéktermelés

$$V_{\text{H}_2f} = 5,8 \text{ l/h, } G_{\text{H}_2f} = 0,41 \text{ kg/h.}$$

A tényleges fajlagos folyadéktermelés

$$\varepsilon_t = 0,228 \frac{\text{kg folyékony H}_2}{\text{kg H}_2 \text{ gáz}}.$$

Az elméleti és tényleges folyadékmennyiség közötti különbséget a készülék „hidegzónáját” (IV-es hőcserélő és folyékony hidrogén tartály) ért hőszivárgások okozzák.

A számolásnál figyelembe vett fajsúlyok:

$$\gamma_g = 0,08987 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \quad \text{hidrogén gázra,}$$

$$\gamma_f = 0,0708 \frac{\text{kg}}{\text{l}} \quad \text{folyékony hidrogénre.}$$

2. Az előhűtésre szükséges cseppfolyós nitrogén mennyisége.

Az I—II—III. hőcserélőből álló ún. „melegzóna” hőegyensúlya

$$I_1 - I_3 = (1 - \varepsilon)(I_6 - I_5) + G'_{\text{N}_2}(I_{1G} - I_{1F}),$$

# I. TÁBLÁZAT

A hűtőkörfolyamat termodinamikai jellemzői

Állapot	Abszolút nyomás $p [\text{kg/cm}^2]$	Hőmérséklet $T [^\circ\text{K}]$	Entalpia $I [\text{kcal/kg}]$
1	120	295	1010
2	120	98	344
3	120	65	277
4	120	44	147
4'	1,5	22	172
4''	1,5	22	69
5	1,5	64	278
6	1,5	290	976
6'	1,0	295	994
1 <sub>F</sub>	0,15	64	7
1 <sub>F'</sub>	0,15	64	44
1 <sub>G</sub>	0,15	290	103



amelyből a fajlagos elméleti nitrogén felhasználás

$$G'_{N_2} = \frac{(I_1 - I_3) - (1 - \varepsilon)(I_6 - I_5)}{I_{1G} - I_{1F}} = 2,33 \frac{\text{kg folyékony } N_2}{\text{kg } H_2 \text{ gáz}}.$$

Óránként felhasznált elméleti nitrogén mennyiség

$$G'_{N_2\dot{o}} = G_{H_2} G'_{N_2} = 4,2 \frac{\text{kg folyékony } N_2}{h}.$$

Tartós üzemben mért tényleges folyékony nitrogén felhasználás

$$G_{N_2\dot{o}} = 4,6 \frac{\text{kg}}{h},$$

térfogata  $5,67 \frac{l}{h}$ .

Egy liter ténylegesen előállított folyékony hidrogénre jutó nitrogén felhasználás 0.98 l.

Az elméleti és a tényleges nitrogén szükséglet közötti eltérést a melegzónai hőcserélőhöz jutó hőszivargások eredményezik.

3. A 2-es állapot entalpiája és hőmérséklete.

Az I-es hőcserélő hőegyensúlya

$$(1 - x)(I_1 - I_2) = (1 - \varepsilon)(I_6 - I_5) = 528 \frac{\text{kcal}}{h}.$$

Kifejezzük  $x$  értékét

$$x = 1 - \frac{528}{I_1 - I_2}$$

A II-es hőcserélő hőegyensúlya

$$x(I_1 - I_2) = G'_{N_2}(I_{1G} - I_{1F});$$

$x$  értékét helyettesítve

$$\left(1 - \frac{528}{I_1 - I_2}\right)(I_1 - I_2) = G'_{N_2}(I_{1G} - I_{1F}) = 138 \frac{\text{kcal}}{h}.$$

Az összefüggésből a 2-es állapot entalpiája

$$I_2 = 344 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}},$$

és ehhez a hidrogén T-S diagramjából a  $p = 120$  ata izobáron találjuk a keresett hőmérsékletet:

$$T_2 = 98^\circ \text{K}.$$

4. Az I-es és a II-es hőcserélőn átáramoltatott komprimált hidrogén mennyisége:

$$x = 1 - \frac{528}{I_1 - I_2} = 0,21,$$



tehát a II-es hőcserélőn a komprimált hidrogén 21 %-át, az I-es hőcserélőn pedig a komprimált hidrogén 79 %-át kell átbocsátanunk.

5. A 4-es állapot entalpiája és hőmérséklete.

A IV-es hőcserélő hőegyensúlya

$$I_3 - I_4 = (1 - \varepsilon)(I_5 - I_4)$$

Ebből

$$I_4 = I_3 - (1 - \varepsilon)(I_5 - I_4) = 147 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}},$$

$$T_4 = 44^\circ \text{K}.$$

6. A hőcserélőben elvonandó hőmennyiségek.

$$\text{I-es hőcserélőben: } Q_1 = G_{\text{H}_2}(1 - x)(I_1 - I_2) = 947 \text{ k cal/h},$$

$$\text{II-es hőcserélőben: } Q_2 = G_{\text{H}_2}x(I_1 - I_2) = 252 \text{ k cal/h},$$

$$\text{III-as hőcserélőben: } Q_3 = G_{\text{H}_2}(I_2 - I_3) = 211 \text{ k cal/h},$$

$$\text{IV-es hőcserélőben: } Q_4 = G_{\text{H}_2}(I_3 - I_4) = 144 \text{ k cal/h}.$$

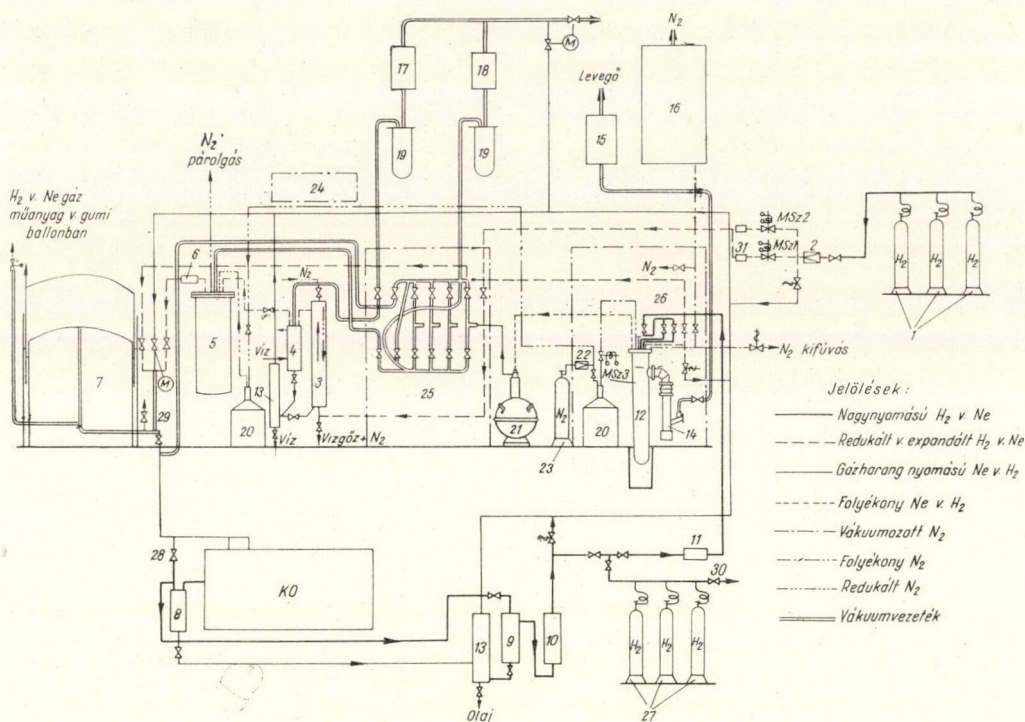
A hűtőkörfolyamatot alkotó gépek és készülékek technológiai összefüggése a berendezés kapcsolási vázlatán (3. ábra) látható. A hőcserélőket, a fojtószelepet és a folyékony hidrogén tartályt magában foglaló cseppfolyósító blokk bővebb ismertetésére a részegységeknél visszatérünk.

#### *A berendezés működése*

A külső palacktárolóban elhelyezett 3 db 40 lit. űrtartalmú palackban (1) tárolt nagynyomású elektrolitikus vízbontásból származó technikai tisztaságú hidrogén nyomását a nagymembrános reduktorról (2) 3,5 atm-ra csökkentjük, és a gázt a gázharang (7) telítési magasságával vezérelt mágnesszelepeken (MSZ1, MSZ2), valamint az utánuk kapcsolt égésgátlókon (31) keresztül a gázszárítón (3), a víz-hűtésű kondenzátoron (4), az alacsony hőmérsékletű adszorpciós gáztisztítón (5) és a kisnyomású szűrőn (6) átáramoltatva az 1,25 m<sup>3</sup> űrtartalmú olajzáras gázharangba (7) engedjük. A gázharang felső állásában a gáz túlnyomása kb. 155 mmV<sub>o</sub>. A 20 m<sup>3</sup>/h teljesítményű 150 atm végnyomású víz-hűtésű gázkompresszor (KO) a hidrogént 120...150 atm nyomásig sűríti. Az olajszennyeződést 2 db durvaleválasztó (8,9) és a szénrel töltött finomleválasztó (10) távolítja el, az esetleges mechanikus szennyeződéseket pedig a nagynyomású szűrő tartja vissza. A kezelőpultba (26) épített cseppfolyósító blokk (12) előtt a teljesen tiszta nagynyomású hidrogén gázt (1 - x), illetve x arányban osztjuk és a blokkba engedjük.

Az ismertetett folyamatban cseppfolyósodott hidrogén a cseppfolyósító blokk folyadéktartályában gyűlik össze, illetve távozik az expandált és szobahőmérsékletig felmelegedett hidrogén gáz, amely a tisztító blokkot (3, 4, 5, 6) megkerülve visszaáramlik a gázharangba. A keletkezett folyadékkal azonos súlyú gázmennyiség automatikus pótlásáról a gázharang által vezérelt mágnesszelepek gondoskodnak.





3. ábra. A hidrogéncseppfolyósító kapcsolási vázlat. 1 — nagynyomású gázpalack; 2 — nagymembrános reduktor; 3 — gázszárító; 4 — vízhűtésű kondenzátor; 5 — alacsony hőmérsékletű adszorpciós gáz tisztító; 6 — kisnyomású szűrő; 7 — gázharang; 8—9 — durva olajleválasztó; 10 — finom olajleválasztó; 11 — nagynyomású szűrő; 12 — cseppfolyósító blokk; 13 — gáztalánító; 14 — olajdiffúziós szivattyú; 15—16—17—18 — kétfokozatú elővákuumszivattyúk; 19 — kifagyasztó; 20 — folyékony nitrogén Dewar-edény; 21 — folyékony hélium Dewar-edény; 22 — nitrogén reduktor; 23 — nitrogén gázpalack; 24—25 — műszerfal; 26 — kezelőpult; 27 — nagynyomású gázpalack; 28 — visszaeresztő szelep; 29 — analízis szelep a kisnyomású oldalon; 30 — analízis szelep a nagynyomású oldalon; 31 — égésgátló; MSZ1, MSZ2 — mágnesszelep hidrogén közegre; MSZ3 — mágnesszelep folyékony nitrogénre; M — műveleti szelep a hidrogén — neon üzem átváltására; KO — kompresszor

A cseppfolyósítási ciklus alatt a zárt rendszerben összegyűlt víz és olaj gázvesztés nélkül eltávolítására a gáztalánítók (13) szolgálnak.

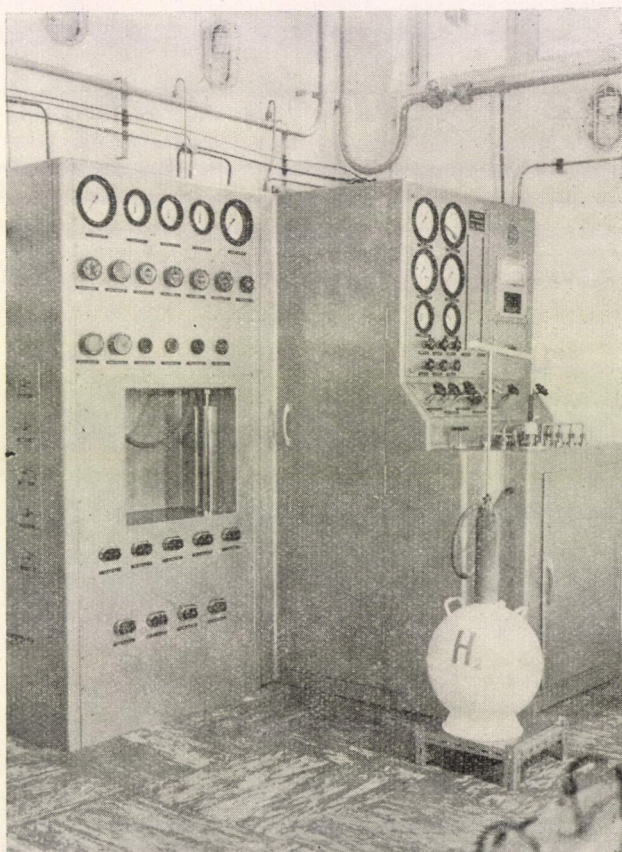
A cseppfolyósító blokk hőszigetelése céljából a vákuumköpeny evakuálására 100 l/s szívósebességű olajdiffúziós szivattyút (14) és elővákuumszivattyút (15) használunk. A III-as hőcserélőben levő folyékony nitrogént 0,15 ata nyomásig a 150 m<sup>3</sup>/h szívósebességű szivattyúval (16) vákuumozzuk. A cseppfolyósító berendezés egyes szerkezeti elemeinek üzemkezdet előtti légtelenítése, a csőrendszerben maradt gáz átszivattyúzása a gázharangba, a gázszárító (3) és az alacsony hőmérsékletű adszorber (5) regenerálása, a tárolóedényekből elpárolgó hidrogén elszívása 2 db elővákuumszivattyúval (17, 18) történik. Levegő-üzemben és regeneráláskor e szivattyúk előtt folyékony nitrogén hűtésű kifagyasztókat (19) alkalmazunk. A vá-



kuumszivattyúk indítását, üzemük ellenőrzését a műszerfalakon (24, 25) végezhetjük el, amelyek a szükséges kapcsolókat, szelepeket és műszereket tartalmazzák.

A cseppfolyósító blokkban (12) és a gáztisztítóban (5) felhasznált folyékony nitrogént 25 l űrtartalmú fém szállítóedényekben (20) tároljuk. A folyadék áttöltése a cseppfolyósítónál (12) a 3-as pont (l. a 2. ábrát) hőmérséklete által vezérelt mágnes-szeleppel (MSZ3) automatikusan, a tisztítónál (5) kézi működtetéssel van megoldva. Az áttöltéshez szükséges redukált nyomású nitrogén gázt nagynyomású palackból (23) reduktoron (22) keresztül nyerjük.

A cseppfolyósító blokk folyadéktartályának befogadóképessége 6 liter, így 65 percenként kell a folyadékot a cseppfolyós nitrogénnel előhűtött és gázharang nyomású hidrogén gázzal előzőleg feltöltött 10 l űrtartalmú Dewar-edénybe (21) átszivornyázni. Áttöltésnél és a megtöltött edényekből elpárolgó gázt a műszerfalba (25) szerelt csővezetéken keresztül vagy a gázharangba vagy a szabadba engedhetjük, illetve elővákuumszivattyúval (18) a megtöltött edények folyadékát redukált nyomás alá is helyezhetjük.



4. ábra. Részlet a gépteremből



A cseppfolyósítás befejezésekor a berendezésben levő tisztított hidrogén gázt a belső palackállványra kapcsolt palackokba (27) sűrítjük. Következő induláskor e palackokból lehet a gázharangot feltölteni.

A cseppfolyósító blokk indulás utáni lehűlése alatt még nem képes a kompresszor által szállított teljes gázmenyiség átbotcsátására. A felesleges mennyiségű gázt a kompresszor nagynyomású oldaláról megkerülő szeleppel (28) engedjük vissza a szívócsőbe.

A hidrogén ismert tulajdonságait figyelembe véve a berendezés üzembiztoságát (robbanásbiztoságát) csak teljesen tiszta, levegőt (oxigént) nyomokban sem tartalmazó hidrogénnel lehet elérni. A harmincpercenként előírt szennyezettség-vizsgálathoz kisnyomású és nagynyomású oldalról a 29-es, illetve 30-as szelepek segítségével tudunk mintát venni.

A cseppfolyósító üzem zavartalanságának biztosítására gondoskodtunk a vízkimaradás, áramkimaradás, túlnyomás, a helyiség megengedettnél magasabb hidrogén koncentrációja, valamint a gázharang túltöltés és túlürítés elleni automatikus védelméről.

Hidrogén-üzemről neon-üzemre való átálláskor a teljes rendszert vákuumozással és nitrogén gáz feltöltéssel többször át kell öblíteni, majd ismételt evakuálás után lehet a neon gázt a készülékbe engedni. A neon-üzem megkezdése előtt az M jelű műveleti szelepek átállításával a teljes csőrendszert hermetikusan zárttá kell tenni.

A 4. ábrán a gépterem egy részét mutatjuk be: a cseppfolyósító blokk kezelőpultja (26), folyékony hidrogén átemelés közben és a vákuumszivattyúk műszerfala (25) látható.

### *Részegységek*

1. A technikai hidrogén külső letöltő állomása (1, 2, MSZ1, MSZ2, 31).

Leírását 1. az előbbi fejezetben. Szerelvényei közül a gázharang által vezérelt robbanásbiztos kivitelű mágnesszelepek (típus sz.: HÜ-41—12) külön említést érdemelnek (5. ábra).

2. Műszerfal I. (25).

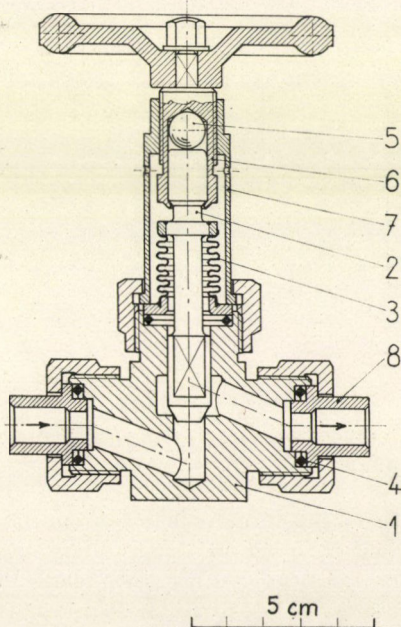
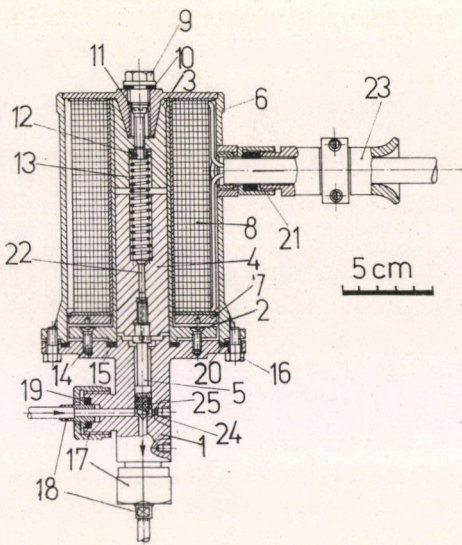
Leírása az előbbi fejezetben. Szerelvényei közül a hermetikus zárast biztosító — s így a kriogéntechnikában széles körben alkalmazható — csőmembrános elzárószelepet (típus sz.: HÜ-13) mutatjuk be (6. ábra).

3. Gáztisztító blokk (3, 4, 5, 6, 13).

a) A sorba kapcsolt gázszárító (3) és vízhűtésű kondenzátor (4) a tisztítás első fázisát, a technikai minőségű hidrogén gáz szárítását végzik szobahőmérsékleten. A gázszárító (7. ábra) nyomásálló acélhenger ( $p_{\max} = 150$  att), belső terének alsó kétharmad része az előszárításra szolgáló szilikagéllal (KSZM márka), felső harmada pedig a gáz finomszárítására szintetikus zeolittal (Klinosorb-4) van megtöltve. Az adszorbensekből elhordott mechanikus részecskék leválasztásáról a molekulaszűrő fölé helyezett üvegyaprot szűrő gondoskodik. A szilikagél súlya



5. ábra. Mágnesszelep redukált nyomású hidrogénre,  $p_{\max}=6$  att. 1 — szelepház alsó rész; 2 — szelepház felső rész; 3 — vasmag álló rész; 4 — vasmag mozgó rész; 5 — szelepszár; 6 — mágnes köpeny; 7 — zárólemez; 8 — tekercs; 9 — zárócsavar; 10 — tömítőgyűrű; 11 — szabályozó csavar; 12 — vezetőgyűrű; 13 — rugó; 14 — tömítő csavar; 15 — tömítőgyűrű; 16 — zárócsavar; 17 — hollandi anya; 18 — csőkapcsoló; 19—20 — tömítés; 21—23 — fokozott biztonságú tömszelence; 22 — vasmag kiemelő csavar; 24 — teflon szeleptű; 25 — rögzítő csap



6. ábra: Csőmembrános elzáró szelep,  $p_{\max}=6$  att. 1 — szelepház; 2 — szelepszár; 3 — duplafalú csőmembrán; 4 — lágy réz tömítőgyűrű; 5 — acélgolyó; 6 — menetes mozgató szár; 7 — tartócső



3000 g, a töltettel lekötött nedvesség súlya a gáz teljes szárítását megkövetelve kb. 300 g, a töltet kimerülését 600—700 g. A szintetikus zeolit súlya 900 g, pórus-átmérője 4 Angström, a granulált szemcsék átlagos mérete 1—1,4 mm, 20 °C-on 2—12 Hgmm parciális vízgőz nyomások között kb. 120—150 g nedvességet lehet a töltettel leválasztani. A molekulaszűrő ismert tulajdonságai [5] következtében a szárítót elhagyó gáz nedvességet legfeljebb nyomokban tartalmaz, így alkalmassá válik a soronkövetkező alacsonyhőmérsékletű adszorpció tisztításra.

A gázszárító regenerálása: felmelegítés a nyomásálló köpeny külső felületére tekercselt 1 kW-os fűtőellenállás segítségével 150—170 °C hőmérsékletig és átfűtés száraz nitrogén gázzal a fő áramlási iránnyal ellentétesen 100—120 percig; hőntartás és vákuumozás  $2 \cdot 10^{-2}$  Torr nyomásig 3—4 óra időtartamban a vízhűtésű kondenzátoron (4) keresztül.

A regenerálási hőmérsékletet EKC-1 típusú ejtőkengyeles hőmérsékletszabályozó tartja a megengedett határok között. A kondenzátor a szárító nagymértékű igénybevétele esetén a regenerálás második fázisában még nem elhanyagolható mennyiségben távozó vízgőzt cseppfolyós állapotba viszi át, és ezzel megakadályozza a vákuumvezetékek elszennyeződését. A gázalanító (13) szerepét már megismertük.

b) Az alacsonyhőmérsékletű adszorber (5) rozsdamentes acélból készített nyomásálló ( $p_{\max} = 150$  att) edény (8. ábra), melynek belső terében két üvegyapot szűrő között 1000 g AG-2 márkájú aktív szén töltetet helyeztünk el. A nyomásálló edényt nitrogén fürdővel vesszük körül, így biztosítjuk a 77 °K-os adszorpció hőmérsékletét. A folyadék felszíne felett 2 db, lágyforrasztással egymással jó hőkontaktusba hozott  $\varnothing 6 \times 0,75$  mm méretű 15 m hosszú rézcső képezi a bemenő meleg és a kimenő hideg gázáramok közötti hőcserélőt. A folyadékból elpárolgott hideg nitrogén gáz a csövekhez képest keresztáramban távozik, így jelentősen hozzájárul a meleg ág lehűtéséhez. A hideg részek hőszigetelésére rozsdamentes acélból készített statikus vákuumköpenyt használunk. Az aktív szén vákuumozását a nagyátmérőjű közepső tartó csövön keresztül végezzük el.

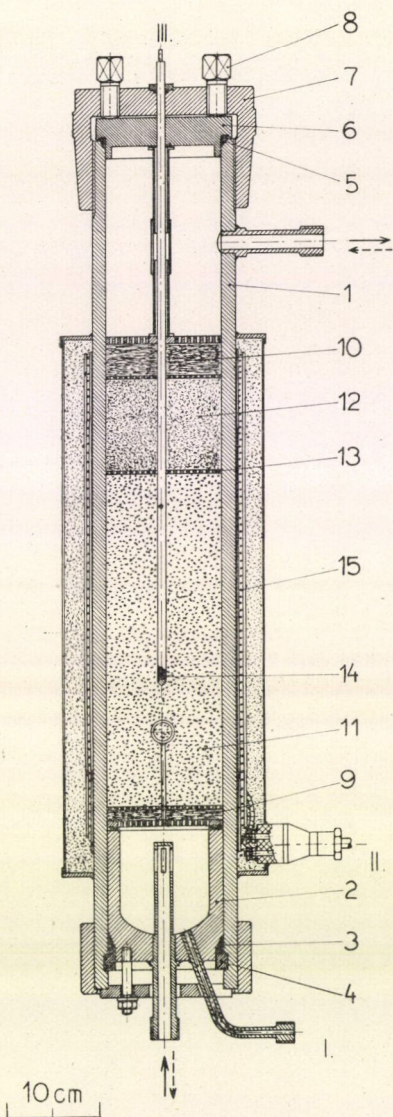
Az AG-2 márkájú aktív szén adszorpció izotermáinak ismeretében [6] a közel atmoszferikus nyomású hidrogén gázra és a benne levő szennyeződésekre vonatkozóan a következő dinamikus adszorpció kapacitással számolhatunk: hidrogénre 140 cm<sup>3</sup>/g, nitrogénre 220 cm<sup>3</sup>/g, oxigénre 300 cm<sup>3</sup>/g. A technikai tisztaságú hidrogén tömegspektrométerrel meghatározott maximális szennyezettsége: N<sub>2</sub>=0,60%, O<sub>2</sub>=0,20%, CO<sub>2</sub>=0,05%, CH<sub>4</sub>=0,01%, nemes gázok 0,01%. A szennyeződések zömét képező oxigén és nitrogén összege  $a=0,8\%$ , 250 cm<sup>3</sup>/g közepes kapacitást és  $G_{sz}=1000$  g szénmennyiséget figyelembe véve a tisztítható hidrogén térfogata

$$V_{H_2} = \frac{250 [\text{cm}^3/\text{g}] G [\text{g}]}{a [\%] 10^4} \cong 31 \text{ m}^3.$$

Mérési eredményeink a számítás helyességét igazolták: 35 m<sup>3</sup> hidrogén tisztítása után az alacsonyhőmérsékletű adszorbert elhagyó gázból vett mintában az alkalmazott nagy érzékenységű ( $10^{-3}$  térfogat %) módszerrel oxigént nyomokban sem tudtunk kimutatni.

Folyékony nitrogén felhasználás: az adszorber szobahőmérsékletre üzemi hőmérsékletre való lehűtéséhez kb. 12 l; állandósult üzemben a cseppfolyósodott hidrogént pótló technikai tisztaságú hidrogén gáz és szennyeződései adszorpció megkötésénél keletkező hő, a külső hőbeszívások és a nem tökéletes hőcsere

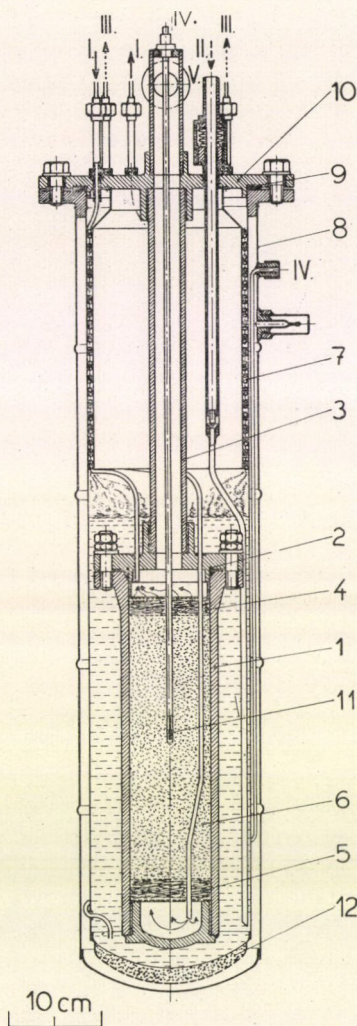




7. ábra. Gázszárító,  $p_{\max}=150$  att. 1 — nyomásálló henger; 2 — tömítő fenék; 3 — lágy réz tömítés; 4 — támasztó gyűrű; 5 — lágy réz tömítőgyűrű; 8 — szorító csavar; 9—10 — szűrő; 11 — szilikagél; 12 — molekulaszűrő; 13 — elválasztó lemez; 14 — platina hőérzékelő; 15 — fűtőtekercs I — nedvesség lefűtása; II — fűtőtekercs csatlakozása; III — hőérzékelő kivezetése

Áramlási irány:

———— hidrogénre szárításnál,  
 - - - - - nitrogénre regenerálásnál



8. ábra. Alacsony hőmérsékletű adszorpciós gáztisztító,  $p_{\max}=150$  att. 1 — nyomásálló edény; 2 — lágy réz tömítés; 3 — tartócső; 4, 5 — szűrő; 6 — aktív szén; 7 — hőcserélő; 8 — vákuumköpeny; 9 — tömítőgyűrű; 10 — fedél; 11 — platina hőérzékelő; 12 — aktív szén a vákuumköpenyben I — redukált nyomású hidrogén gáz; II — folyékony nitrogén betöltés; III — nitrogén párolgás és biztonsági szelep; IV — hőérzékelő kivezetés; V — csatlakozás a vákuumrendszerhez



következtében óránként 1,5 l. A nitrogén szintet folyadékmentes Hampson-méteren mérjük. A megengedett alsó és felső szint közötti értéktartás kézi szabályozással.

Az aktív szén regenerálása: 120–150 °C hőmérsékleten  $2 \cdot 10^{-2}$  Torr nyomásig vákuumozva 3–4 óra időtartamban. Regeneráláskor a vákuumköpenyt eltávolítjuk, és a nyomásálló edényre alulról rávezetjük a 0,5 kW-os kimelegítő kályhát. A hőmérséklettartást EKC-1 típusú ejtőkengyeles hőmérsékletszabályozó biztosítja.

c) A kisnyomású szűrő (6) az adszorber (5) szűrőin átjutott mechanikus részecskék leválasztását végzi, a betétet finom szitaszövet és vatta rétegekből állítottuk össze.

Megjegyezzük, hogy a gázszárító (3) és az alacsonyhőmérsékletű adszorber (5) azonos  $p_{\max} = 150$  atm üzemi nyomása a kompresszor nélküli, nagynyomású palackból való cseppfolyósítás [7] lehetőségét szolgálja. Ebben az esetben a kondenzátor elhagyásán túlmenően a kisnyomású szűrőt (6) nagynyomásúval (11) kell helyettesíteni, mely után a gáz közvetlenül egy igen egyszerű szerkezetű cseppfolyósító edénybe vezethető.

#### 4. Gázharang (7).

Hasznos térfogata 1,25 m<sup>3</sup>, a gáz túlnyomása a harang felső állásában 155 mmV<sub>o</sub>. Zárófolyadék To-45 márkájú transzformátorolaj. A harangra elhelyezett munkalécék működtetik a HÜ-68 típusú robbanásbiztos mikrokapcsolókat, amelyek adott harangállásoknál a kívánt vezérlést, illetve védelmet biztosítják. A túltöltés elleni védelmet mechanikus úton, az úszóra szerelt lejtővel működtetett rugós biztonsági szeleppel (típus sz.: HÜ-107) oldottuk meg. A szelepen át távozó gázt műanyag vagy gumiballonba gyűjtjük össze.

#### 5. Kompresszor és olajleválasztó blokk (KO, 8, 9, 10, 11, 13)

a) A fekvő elrendezésű vízűtésű nagynyomású gázkompresszor szállítóteljesítménye 20 m<sup>3</sup>/h, végnyomása 150 ata, fokozatainak száma három, az első fokozat kettős működésű. Fordulatszám 370/perc, teljesítményszükséglet 8 kW, motorteljesítmény 12 kW. Tömszelencéje, csatlakozásai és szerelvényei gáztömörek. A fokozatok utáni biztonsági szelepek lefúvató csövei a szívócsőbe vannak bekötve.

b) A kompresszorból elhordott olaj teljes eltávolítását több készülék sorba-kapcsolásával biztosítottuk. Első tag a kompresszorra szerelt durvaleválasztó (8), amely után a gáz még jelentős mennyiségű olajat tartalmaz. Irányeltérítéssel és sorozatos ütköztetéssel a következő készülékben (9) folytatódik az olajmentesítés, majd az aktív szén töltetű adszorber (10) az olajgőzöket is leválasztja. A nagynyomású szűrő (11), finom szitaszövet és vatta rétegekből összeállított betétjén fentakadnak a finomleválasztóból (10) elhordott mechanikus szemcsék. A durvatisztítóból (8, 9) lefúvató olaj gázvesztés nélkül eltávolítását a gázalanító (13) teszi lehetővé.

#### 6. A tiszta hidrogén belső töltőállomása

3 db 40 l űrtartalmú gázpalack töltésére — ürítésére szolgál. Maximális töltési nyomás 150 ata.



## 7. Vákuumszivattyú-telep

Felszerelt szivattyúk: Kétfokozatú elővákuumszivattyú (15),  $V = 20 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}$ , a cseppfolyósító blokk vákuumköpenyéhez, típus: DEWAG 42/2.

Kétfokozatú elővákuumszivattyú (16),  $V = 150 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Torr}$ , a nitrogénfürdő vákuumozására, típus: B-28.

Kétfokozatú elővákuumszivattyú (17),  $V = 8 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}$ , a gázszáritó (3) és a kondenzátor (4) vákuumozására, típus: DEWAG 40/2.

Kétfokozatú elővákuumszivattyú (18),  $V = 20 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $p = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ Torr}$ ; a gáztisztító (5) regenerálására, a teljes berendezés légtelenítésére vagy gáztalanítására, a szállító- és tároló edények vákuumozására, típus: DEWAG 42/2.

2 db folyékony nitrogén hűtésű kifagyasztó (19).

## 8. Műszerfal II. (24)

A szivattyútelep mellett helyeztük el. Magában foglalja a mutatós manovákuummérőket és a négy mérőhelyes átkapcsolható termokeresztéses vákuummérőt, a gázszáritó és gáztisztító hőmérsékletszabályozóit, a cseppfolyósító gépterem légterének hidrogén szennyezettségét mérő automatikus gázanalizátort, a szivattyúk kapcsolóinak távműködését és a gépterem erőátviteli hálózatának biztonsági túlnyomás-kapcsolóját.

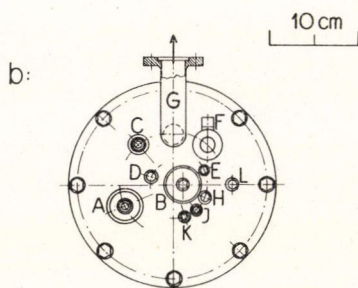
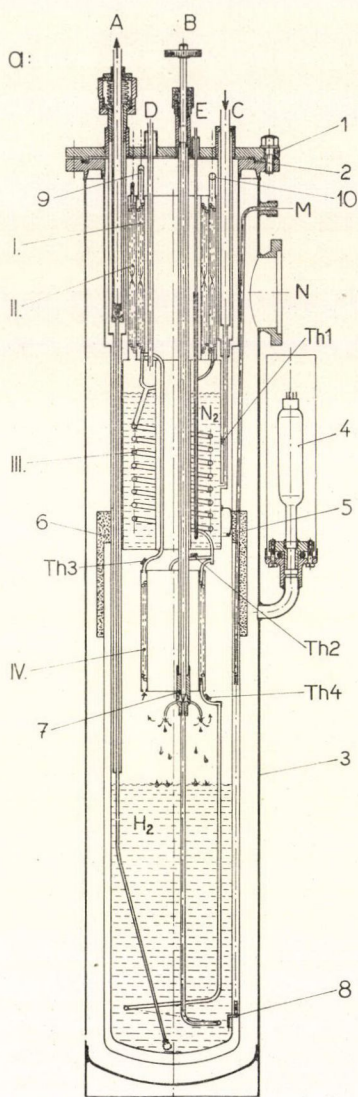
## 9. Cseppfolyósító blokk (12)

A 2. ábrán bemutatott technológiai vázlat alapján megépített cseppfolyósító blokk (9. ábra) hőcserélőinek néhány jellemző értékét a II. táblázatban foglaltuk össze.

A három-három párhuzamos nagynyomású ágból álló I-es és II-es keresztáramú hőcserélő tengelyirányban osztott, és a párhuzamos csövek megfelelő összekötésével (belső a külsőhöz, középső a középsőhöz, külső a belsőhöz) minden ágban azonos csőhosszat, azonos áramlási ellenállást és azonos hőterhelést nyerünk. A csövek közötti hézag tengelyirányban mindkét hőcserélőnél 0,3 mm, sugárirányban az I-es hőcserélőnél 0,1 mm, a II-esnél a nitrogén fürdő könnyebb vákuumozása céljából 0,15 mm. A radiális hézagok tartását bronzlemezről kivágott lemezcsíkokkal biztosítottuk. A hőcserélők burkoló köpenyei újzüst lemezből készültek. Az I-es belső hőcserélőre feltekercselt II-es hőcserélőt külső köpeny és végelező nélkül a 10. ábrán láthatjuk. Az ábrán a belső paláston jól kivehető az I-es hőcserélőn keresztáramban haladó expandált hidrogén beömlési helye.

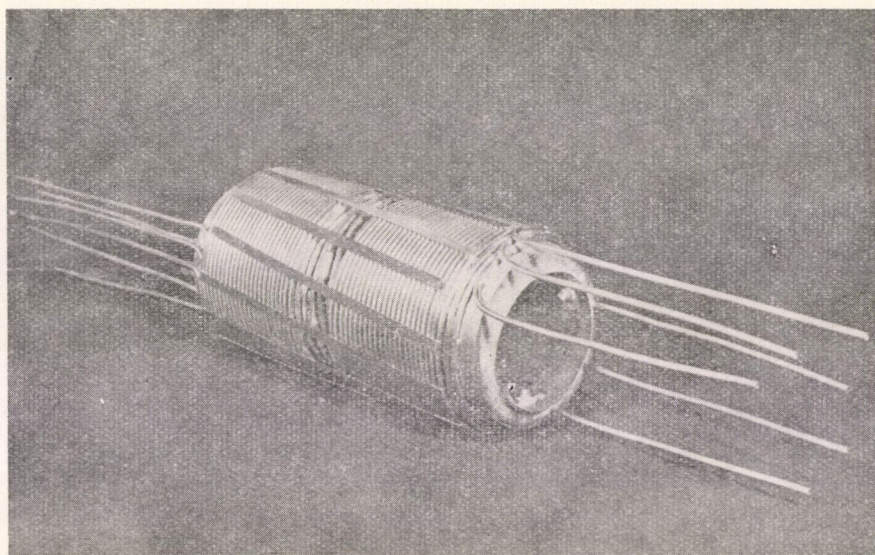
A III-as hőcserélő nitrogén tartályát újzüst lemezből készítettük. A külső palást alsó szakaszán lágyforrasztással rögzített hasított vörösréz körlemez az aktív szén, a réz árnyékoló bura és a nitrogén fürdő közötti jó hővezetést biztosítja. A nitrogén tartályba felülről bevezettük a szintmagasság mérésére szolgáló Hampson-méter felső és alsó nyomásérzékelőjét. A Thl jelű termopár a tartály felületi hőmérsékletét érzékeli. Parahidrogén üzemnél az orto-pára konverzió első reaktorát a folyékony nitrogén szintje alatt helyezzük el úgy, hogy a III-as hőcserélőbe a katalizátor befogadására alkalmas nagyobb átmérőjű egymenetű csőspirált iktatunk





9. ábra. A cseppfolyósító blokk szerkezete. 1 — fedél; 2 — teflon tömítőgyűrű; 3 — vákuumköpeny; 4 — vákuummérő cső; 5 — rugalmas körlemez; 6 — aktív szén; 7 — fojtószelep; 8 — Hampsonméter alsó nyomásérzékelő cső; 9 — expandált hidrogén gáz kivezető cső; 10 — redukált nitrogén gáz kivezető cső. a — metszet; b — felülnézet A — folyékony hidrogén kiemelés; B — fojtószelep felső kivezetés; C — cseppfolyós nitrogén betöltés; D — nitrogén tartály biztonsági szelep és vákuummérő csatlakozás; E — nitrogén szintjelző alsó nyomásérzékelő csővének kivezetése; F — termoelemek hermetikus csővének kivezetése; G — csatlakozás a nitrogén vákuumszivattyúhoz; H — expandált hidrogén kivezetése; I — komprimált hidrogén bevezetés az I. hőcserélőbe; K — komprimált hidrogén bevezetés a II. hőcserélőbe; L — hidrogén szintjelző felső és biztonsági szelep kivezetés; M — hidrogén szintjelző alsó kivezetés; N — csatlakozás a diffúziós szivattyúhoz I — az expandált hidrogén hőcserélője; II — hőcserélő a redukált nyomású nitrogén ágban; III — hőcserélő a redukált nyomású folyékony nitrogénben; IV — alaphőcserélő a fojtás utáni hidrogénágban Hőmérsékletek: Th1 — a nitrogén fürdőn; Th2 — a komprimált hidrogén hőmérséklete a IV-es hőcserélő előtt; Th3 — az expandált hidrogén hőmérséklete a IV-es hőcserélő elhagyása után; Th4 — a komprimált hidrogén hőmérséklete a IV-es hőcserélő után





10. ábra. A „melegzónai” hőcserélők szerkezete

be, és lágyforrasztással jó hőkontaktusba hozzuk a nitrogén tartály külső hengerpalástjával.

A IV-es hőcserélő keresztáramú, a két párhuzamos, nagynyomású ág körül radiális irányban 0,1 mm, tengelyirányban 0,3 mm hézagot állítunk be. A hengerpalástok és a végelező gyűrűk anyaga újezüst, az alsó végelezőn 3 mm átmérőjű furatokon át áramlik be az expandált hidrogén. A hőcserélőt 3 db  $6 \times 1$  mm keresztmetszetű rozsdamentes acél lemezcikkal rögzítettük a nitrogén tartályhoz. A hőcserélő komprimált hidrogén ágának hőmérsékletét belépéskor Th2, kilépéskor Th4, — a hőcserélőből kiáramló expandált hidrogén hőmérsékletét pedig Th3 termopárral mérjük. A jelzett helyek hőmérséklete alapján ellenőrizzük a II-es és IV-es hőcserélők működését.

Az alaphőcserélőt elhagyó komprimált hidrogén  $\varnothing 3 \times 0,5$  mm méretű csőben (anyaga CuNi 70/30) áramlik az expanziós szelep felé. A folyékony hidrogénbe merülő egy menetű spirálon áthaladt gáz állandó hőmérséklettel ér az expanziós szelephez, s így a cseppfolyósítás kezdeti szakaszának nyomásingadozásait mérsékli a készülék folyadéktermelésének csökkentése nélkül.

A Joule—Thomson fojtószelep házának anyaga újezüst, a szeleptű, a szelepszár és a tartócső rozsdamentes acél. A mozgató menet és a tömítés felül, szoba-hőmérsékletű részen van elhelyezve. A nagynyomású hidrogén a ház alsó nyílványán ömlik be, és a szelepházba oldalról beforrasztott 3 db, lefelé néző csőcsonkon keresztül áramlik ki a fojtás utáni folyadék-gőz keverék. Parahidrogén előállításánál a szelepház alsó menetes szakaszára lehet csatlakoztatni a konverzió második fokozatát képező reaktort.

A folyékony hidrogén összegyűjtésére és a hőcserélő csoport hőszigetelésére folyamatosan vákuumozott rozsdamentes acél vákuumköpenyt használunk. A köpeny



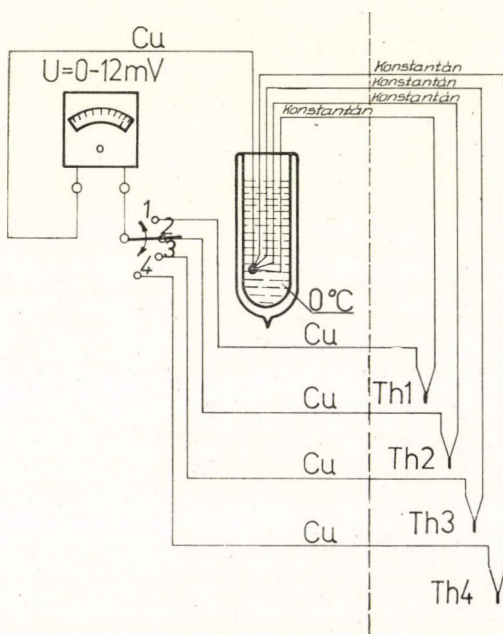
## II. TÁBLÁZAT

### A hőcserélők jellemző értékei

Hőcserélő jele	Csőelrendezés és méret [mm]	A cső anyaga	Komp. H <sub>2</sub> hőát. tény. $\alpha_1$ [kcal/m <sup>2</sup> hfok]	Expan-dált H <sub>2</sub> hőát. tény. $\alpha_2$ [kcal/m <sup>2</sup> hfok]	Red. nyom. N <sub>2</sub> gáz h. tény. $\alpha_3$ [kcal/m <sup>2</sup> hfok]	Red. nyom. foly. N <sub>2</sub> h. t. $\alpha_4$ [kcal/m <sup>2</sup> hfok]	Hőátbo-csátási tény.* $k$ [kcal/m <sup>2</sup> hfok]	Szükséges felület $F$ [m <sup>2</sup> ]	Tényleges felület $F_t$ [m <sup>2</sup> ]
I.	3 párhuzamos csőspirál $\varnothing 3 \times 0,5$	CuNi 70/30	2260	6080	—	—	1650	$3,8 \cdot 10^{-2}$	0,2
II.	3 párhuzamos csőspirál $\varnothing 3 \times 0,5$	CuNi 70/30	650	—	90	—	80	0,21	0,29
III.	1 csőspirál $\varnothing 5 \times 0,75$	Cu	2300	—	—	2000	1070	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$3 \cdot 10^{-2}$
IV.	2 párhuzamos csőspirál $\varnothing 3 \times 0,5$	CuNi 70/30	4400	730	—	—	625	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$8,8 \cdot 10^{-2}$

\* meghatározásánál elhanyagoltuk a csőfal hővezetési ellenállását

alsó szakaszán a 300 °K és 22 °K hőmérsékletű falak között a sugárzás útján történő hőátvitel csökkentése céljából tükrörfényesre polírozott réz árnyékoló burát helyeztünk el. A bura hőmérséklete közel azonos a nitrogén fürdő hőmérsékletével. A hideg árnyékoló hengeren levő aktív szén vákuumzavarok esetén a statikussá tett vákuum-



11. ábra. A termoelemek kapcsolási vázlata

köpenyben elősegíti a kívánt vákuum fenntartását. A vákuumköpenyben vezetjük be a cseppfolyós hidrogén szintjelzőjének alsó nyomásvevő csővét. A termokeresztes és ionizációs vákuummérő csöveket két csonkon gumitömítéssel csatlakoztatjuk. A köpeny felső szobahőmérsékletű karimáján tömítettük az expandált hidrogén nyomása alatt levő szerkezeti elemeket.

A cseppfolyósító blokk sárgaréz-ből készített fedelén forrasztással hermetikusan rögzítettük a teljes hőcserélő csoportot, a folyékony hidrogén és nitrogén vákuum köpenyű ürítő, illetve töltő csöveit, a termopárok ki-vezetéseit, a nitrogén vákuumozó csonkot, az expanziós szelepet, a hidrogén be- és kivezetéseit, továbbá az ellenőrző műszerek csőcsatlakozásait. A blokk szerkezete a vákuumköpeny eltávolítása után lehetőséget ad a felsorolt részek ellenőrzésére és javítására.

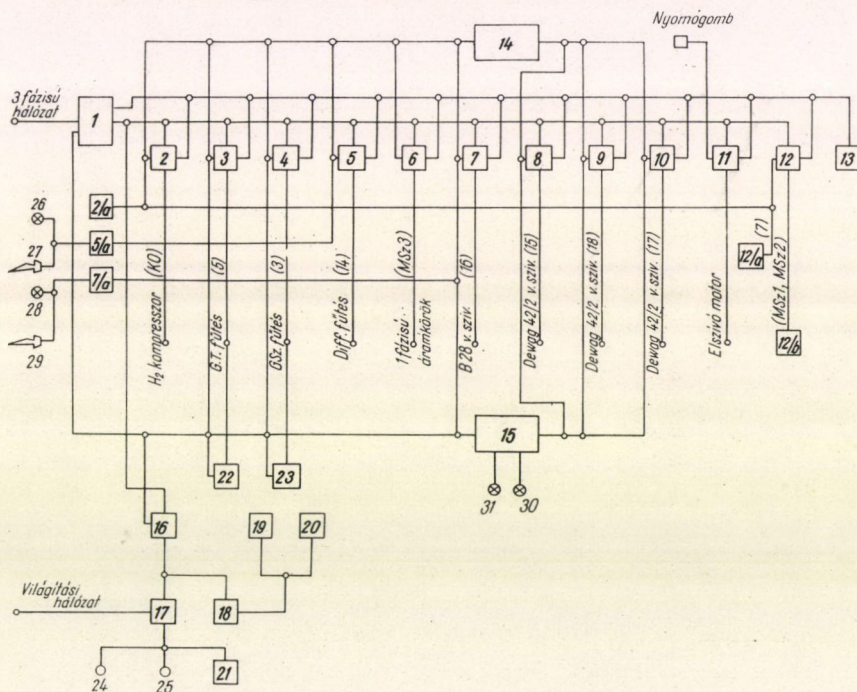


A hőcserélőkre helyezett 4 db réz-konstantán termopár referencia pontja a cseppfolyósítón kívül olvadó jégben van. A termoelemek elvi kapcsolását lásd a 11. ábrán.

A cseppfolyósító blokk működésének ellenőrzéséhez szükséges műszereket (nyomás- és vákuummérők, hőmérők, szintjelzők), valamint a kézi működtetés szelepeit beépítettük a blokk kezelőpultjába (26).

## 10. Elektromos berendezések

A megismert részegységek, illetve a teljes berendezés biztonságos működtetése szempontjából döntő jelentősége van a robbanásbiztos elektromos készülékeknek és a gondos szerelésnek. Az elektromos berendezések blokk-vázlatát a 12. ábrán mutatjuk be, amelyen a legfontosabb tételek mellett az azonosítás megkönnyítésére zárójelben a 3. ábra megfelelő számjelzéseit is feltüntettük.



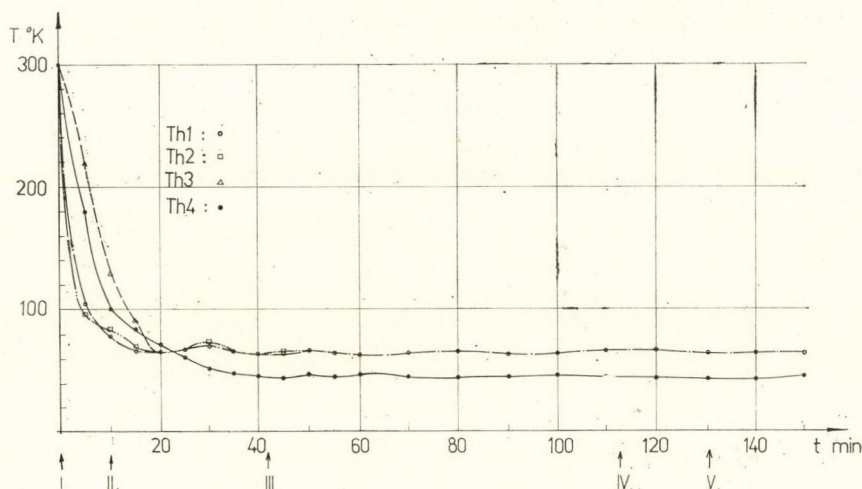
12. ábra. Az elektromos berendezések blokk-vázlata. 1 — főkapcsoló; 2 — hidrogénkompresszor elektromos készülékei; 2/a — víznyomás kapcsoló; 3 — a gázisztító fűtés; 4 — gázszűrő fűtés; 5 — diffúziós szivattyú fűtés; 5/a — víznyomás kapcsoló; 6 — egyfázisú áramkör MSZ3-hoz; 7 — nitrogén vákuumszivattyú meghajtó motor; 7/a — víznyomás kapcsoló; 8—9—10 — elővákuumszivattyú meghajtó motor; 11 — elszívó ventilátor meghajtó motor; 12 — gázharang automata; 12/a — gázharang elektromos berendezései; 12/b — gáztöltőrendszer; 13 — jelzőlámpák; 14 — vezérlés a cseppfolyósító gépteremben; 15 — vezérlés a szivattyúállomástól; 16 — segédáramkör; 17 — vészvilágítás és akkutöltő; 18 — feszültségstabilizátor; 19 — vákuummérő; 20 — hidrogén-analizátor; 21 — akkumulátorok; 22—23 — hőmérsékletszabályozó; 24 — vészlámpa a szivattyúállomásnál; 25 — vészlámpa a cseppfolyósító gépteremben; 26 — jelzőlámpa; 27 — vészkiáltó; 28 — jelzőlámpa; 29 — vészkiáltó; 30 — a hidrogéncseppfolyósító erőátviteli hálózatának jelzőlámpája; 31 — a hidrogénkompresszor jelzőlámpája



### Teljesítmény és üzemeltetési tapasztalatok

Normál hidrogén üzemben a folyékony nitrogén előhűtés megkezdésétől a hidrogén cseppfolyósításának kezdetéig 40–45 perc ún. felfutási időre van szükség. A hidrogén cseppfolyósításának első perceiben az expandált ág nyomása érthetően ingadozik, a fojtószelep kézi szabályozásával azonban a megengedett értékhatár alatt ( $p_{0 \max} = 1,7\text{--}1,8$  ata) lehet tartani.

Állandósult üzemben a teljesítmény 5,8 l folyékony hidrogén óránként. A felhasznált cseppfolyós nitrogén mennyisége a cseppfolyósítóban 5,67 l/h, a tisztítóban 1,5 l/h. Egy liter folyékony hidrogénre vonatkozó összes nitrogén felhasználás 1,24 l. A fajlagos energiafelhasználás, tehát a kompresszor és a nitrogén vákuumszivattyú által felvett elektromos energia, továbbá a felhasznált folyékony nitrogént terhelő energia (ez utóbbi a levegőfeldolgozó iparban termelt nitrogénre átlagosan 2,976 kWh/kg) összege: 4,7 kWh/l folyékony hidrogén.



13. ábra. A cseppfolyósító blokk működését jellemző hőmérséklet értékei. Th1, Th2, Th3, Th4 — mint a 9. ábrán. I — folyékony nitrogén betöltése a cseppfolyósító blokkba; II — első folyékony nitrogén utántöltés; III — a hidrogén cseppfolyósodásának kezdete; IV — folyékony hidrogén átemelés Dewar-edénybe; V — további folyékony nitrogén utántöltés

A cseppfolyósodás kezdeti percei után a berendezés működése igen stabil, beavatkozást alig igényel. A 13. ábrán a normál hidrogén üzemet jellemző hőmérsékleti görbéket ábrázoltuk. A görbék menetéből megállapíthatjuk, hogy a kívánt előhűtési hőmérséklet folyékony nitrogén utántöltés alatt is fenntartható. Állandósult üzemben Th1, Th2 és Th3 értékei között mérhető eltérést nem tapasztaltunk.

A folyékony hidrogén áttöltésénél (10 l űrtartalmú előhűtött fém Dewar-edénybe) 12–15%-os veszteség adódott, 2 l űrtartalmú előhűtött üvegedénybe való áttöltéskor a veszteség 7–8%.

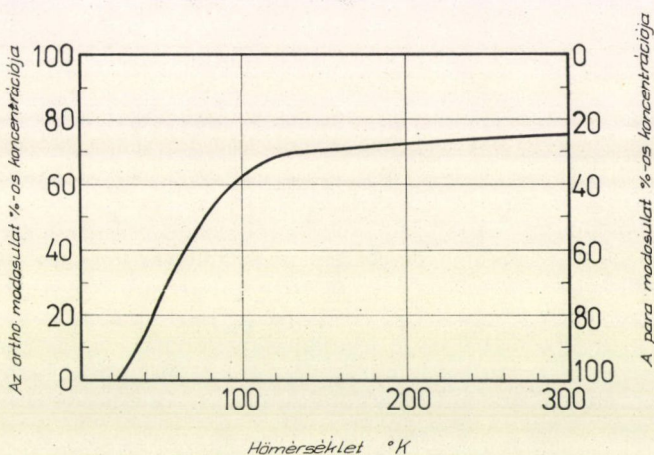
A berendezés próbaüzemeltetése kezdetén történt néhány dugulástól eltekintve üzemzavar nem fordult elő.



### B) Para módosulatban dús folyékony hidrogén előállítása

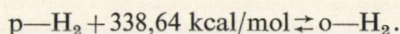
A hidrogénmolekula két ismert alakban, az orto- és para-alakban létezik. A két módosulat közötti különbséget a hidrogén atommagok spinjeinek egymáshoz viszonyított beállásában találjuk, amikor azok molekulákat alkotnak. A molekulát alkotó két hidrogén atom-mag spinje négyféle módon állhat be és kimutatható [2], hogy az orto-állapotnak a para-állapottal szemben háromszoros megvalósulási lehetősége van. Mivel a magspinek mágneses nyomatéka és kölcsönhatása igen kicsi, a spinváltás spontán nem történik meg, ezért a hidrogén két módosulata két külön gázként viselkedik. Alacsony hőmérsékleten megnő a magspinek különböző beállításából adódó kölcsönhatás, és az orto-módosulat átalakul az alacsony hőmérsékleten stabilabb para-módosulatba.

A különböző spinszatosításnak a rotációs termek átalakulására való hatását vizsgálva azt találjuk, hogy a spinszatosítás para-alakja csak a hidrogén páros számú rotációs energiaszintjein, az orto-alak pedig csak a páratlan rotációs energiaszinteken fordul elő. Az orto- és para-módosulat egyensúlyi koncentrációját a hőmérséklet függvényében a 14. ábra szemlélteti.



14. ábra. A hidrogén orto-para módosulatának egyensúlyi koncentrációja a hőmérséklet függvényében

Szobahőmérsékleten egyensúlyi állapotban a hidrogén 75% orto és 25% para-módosulatban van jelen. A cseppfolyós nitrogén forráspontján (77,4 °K) 50—50% a koncentráció megoszlása, a folyékony hidrogén forráspontján (20,3 °K) 0,3% orto és 99,7% para az egyensúlyi koncentráció. Ha a szobahőmérsékletnek megfelelő egyensúlyi koncentrációval rendelkező hidrogént folyadékállapotban a 20,3 °K hőmérséklethez tartozó egyensúlyi koncentrációra konvertáljuk, molekuláinak 75%-a vesz részt az átalakításban. Az átmenet reakcióegyenlete [8]



A hidrogén párolgáshője 215,9 kcal/mol, a konverziós hő és a párolgáshő hányadosa



1,57; ez azt jelenti, hogy a folyékony állapotban átalakult hidrogén minden grammja 1,57 g folyadékot párologtat el.

A leírt folyamat idézi elő a normál összetételű (75% *o*-H<sub>2</sub> és 25% *p*-H<sub>2</sub>) cseppfolyós hidrogén intenzív párologását a jó hőszigetelést biztosító vákuumköpenyes tárolóedényekben. A normál összetételű folyékony hidrogén 10 l űrtartalmú szabványos Dewar-edényből való elpárolgását mérve [9] azt tapasztalták, hogy 24 óras tárolás alatt az eredeti mennyiség 20%-a, 4 nap alatt 42%-a, 7 nap alatt pedig 50%-a párologott el, szemben a hőszivárgások alapján várható kb. 0,5%/24 óra értékkel. Ha ugyanezt a tartályt 92%-para-koncentrációjú cseppfolyós hidrogénnel töltik fel, 4 nap után az eredeti mennyiségnek csupán 1,8%-a párolog el, és a párologási félidő minimálisan 100 nap. Ebből következik, hogy hosszabb időtartamú tárolás esetén (pl. folyékony hidrogén hűtésű beépített targetek, buborékkamrák, biológiai minták stb.) cseppfolyós parahidrogént célszerű alkalmazni.

Ennek érdekében az orto-para konverziót a cseppfolyósítási ciklusban, magában a cseppfolyósító berendezésben kell létrehoznunk oly módon, hogy az átalakulást egy vagy két fokozatban katalizáljuk. Megépített készülékünkben a reakció két lépésben — a III-as hőcserélővel egy egységet képező első reaktorban gáz fázisban, illetve az expanziós szelepre erősíthető második reaktorban folyadék fázisban — történhet.

A folyékony hidrogén tervezett para-koncentrációja 90%, a reaktorok hőmérséklete 64 °K, illetve 22 °K. A folyékony nitrogénben mutatózó többlet fogyasztást, a para módosulatban dús folyadék várható mennyiségét, a katalizátor anyagát és a reaktorok térfogatát a 14. ábrából vett egyensúlyi koncentrációk alapján határozzuk meg. A számolást a cseppfolyósító állandósult üzemére vonatkoztatva a normál hidrogén üzemben mért adatok felhasználásával végezzük azzal a feltételezéssel, hogy a folyadékból elpárolgó katalizált hidrogén molekulák a berendezés magasabb hőmérsékletű ferro- vagy paramágneses részeit — amelyek mágneses tere a mag-spineket megfordíthatja — az igen rövid tartózkodási idő következtében para-állapotban hagyják el. E feltételezés helyességét kísérleti tapasztalatok igazolják: gáz fázisban katalizátor nélkül gyakorlatilag nincs átalakulás, a cseppfolyósító berendezés szerkezeti részei pedig mint katalizátorok lassú átalakulást eredményeznek. A konverzióban tehát csak a cseppfolyósított gáz pótlására bevezetett normál összetételű hidrogén gáz orto-állapotú molekulái vesznek részt.

Az orto-para átalakulás hőtani vizsgálata lehetőséget ad a folyékony nitrogén fogyasztásban és a folyékony hidrogén termelésben mutatózó különbségek meghatározására.

## 1. A folyékony nitrogén felhasználás növekedése

Kiindulási adatok:

- a III-as hőcserélő előtti koncentráció 75% *o*-H<sub>2</sub> és 25% *p*-H<sub>2</sub>;
- a  $T=64^{\circ}\text{K}$  hőmérsékletű reaktort elhagyó gáz egyensúlyi koncentrációja 40% *o*-H<sub>2</sub> és 60% *p*-H<sub>2</sub>;
- a hidrogén mólsúlya 2,016 kg/mól\*;
- a keringtetett gáz mennyisége,  $G_{\text{H}_2}=1,8 \text{ kg/h}$ ;

\* (mól=kilómól)



a keringtetett mólok száma:  $n = 0,892$  mól/h;

a tényleges fajlagos folyadéktermelés,  $\varepsilon_t = 0,228 \frac{\text{kg folyékony H}_2}{\text{kg H}_2 \text{ gáz}}$ ;

a várható fajlagos p-folyadéktermelés [13],  $\varepsilon_p = 0,16 \frac{\text{kg folyékony H}_2}{\text{kg H}_2 \text{ gáz}}$ ;

az átalakulási hő  $64^\circ\text{K}$  hőmérsékleten  $336,65$  kcal/mól [8];

a cseppfolyós nitrogén párolgáshője,  $r_{\text{N}_2} = 59,6$  kcal/N<sub>m<sup>3</sup></sub> =  $47,6$  kcal/kg folyékony N<sub>2</sub>,

Az első reaktorban konvertált gáz mennyisége

$$n_{K1} = 0,35 \cdot n \cdot \varepsilon_p = 5,0 \cdot 10^{-2} \frac{\text{mól}}{\text{h}}.$$

A reaktorban felszabaduló hő

$$q_{K1} = n_{K1} 336,65 = 16,8 \text{ kcal/h.}$$

A nitrogénfogyasztás növekedése

$$G_{\text{N}_2(K1)} = \frac{q_{K1}}{r_{\text{N}_2}} = 0,28 \frac{\text{kg}}{\text{h}},$$

ami a normál üzemben tapasztalt fogyasztáshoz viszonyítva kb. 6%-os emelkedést jelent. Ez a kismértékű növekedés az adott szivattyútelsítmény ( $150 \text{ m}^3/\text{h}$ ) mellett nem okoz problémát a fürdő  $0,15$  ata nyomásig történő vákuumozásánál.

## 2. A 90 % para-koncentrációjú folyékony hidrogén mennyiségének meghatározása

Kiindulási adatok:

a  $T = 22^\circ\text{K}$  hőmérsékletű reaktor előtti egyensúlyi koncentráció 40% *o*-H<sub>2</sub> és 60% *p*-H<sub>2</sub>;

a reaktor utáni koncentráció 10% *o*-H<sub>2</sub> és 90% *p*-H<sub>2</sub>;

a para-módszatban dús folyékony hidrogén párolgáshője  $22^\circ\text{K}$ -nál [10],

$$r_{p-\text{H}_2} = 209,94 \frac{\text{cal}}{\text{g mól}} = 7,4 \frac{\text{K cal}}{\text{l foly. } p-\text{H}_2}$$

értékkel vehető számításba;

a ténylegesen termelt normál összetételű cseppfolyós hidrogén mennyisége,

$$V_{\text{H}_2f} = 5,8 \frac{\text{l}}{\text{h}}.$$

A második reaktorban konvertált gáz mennyisége

$$n_{K2} = 0,3 \cdot n \cdot \varepsilon_p = 4,28 \cdot 10^{-2} \text{ mól/h.}$$

A reaktorban felszabaduló hő

$$q_{K2} = n_{K2} 338,64 = 14,5 \text{ kcal/h.}$$



Az elpárolgó folyékony hidrogén mennyisége

$$V_{H_2(K2)} = \frac{q_{K2}}{r_{p-H_2}} = 1,96 \text{ l/h.}$$

Az óránként nyerhető 90%-os koncentrációjú folyékony parahidrogén mennyisége tehát 3,84 l. A folyadéktermelés elméleti csökkenése para-üzemben kb. 34%.

Megjegyezzük, hogy a tényleges csökkenés gyakorlati tapasztalatok alapján [13] az elméleti értéknél kisebbre várható.

### 3. A katalizátor anyagának megválasztásánál

a reakciót jellemző sebességállandó nagyságát és a katalizátor könnyű aktiválási lehetőségét vettük elsősorban figyelembe. Ennek alapján  $Fe(OH)_3$  katalizátor alkalmazását irányozunk elő, amelynek sebességállandója az adott reaktorhőmérsékleteknél  $K_{64^\circ K} = 1,0 - 2,3 \cdot 10^{-3}$  illetve  $K_{22^\circ K} = 0,9 - 2,1 \cdot 10^{-3} \text{ gmól/cm}^3 \text{ s}$  értékek között változik. Regenerálását kiszerezés nélkül, a reaktor csövek +  $130^\circ C$ -ra történő hevítésével és egyidejű vákuumozásával lehet elvégezni. Az aktiválás szükséges időtartama 24 óra, befejezése után a katalizátort szobahőmérsékleten hidrogén gázzal kell feltölteni [11].

### 4. A katalizátorok térfogatát

a reakciót leíró differenciálegyenlet integráljának parahidrogén teljesítményre vonatkozó alakjából határozzuk meg.

A katalizálás kinetikájának vizsgálatánál [2] feltételezzük, hogy a reakció sebességállandója nem függvénye a hőmérsékletnek. A  $d\tau$  idő alatt konvertált mólok száma

$$dN_p = \alpha K(N - N_p)d\tau, \quad (1)$$

ahol:  $K \left[ \frac{\text{g móll}}{\text{cm}^3 \text{ s}} \right]$  — a reakció sebességállandója;

$N$  — a katalizátoron átáramló összes mólok száma;

$N_p$  — a para módusulat móljainak száma;

$\alpha$  — arányossági tényező, amely a katalizátor fajlagos terhelését jel-

lemzi pl.  $\alpha = \frac{\beta V_K}{V}$  alakban;

$V_K [\text{cm}^3]$  — a katalizátor térfogata;

$V [\text{m}^3]$  — a katalizátoron átáramló teljes hidrogén mennyiség;

$\beta$  — arányossági tényező.

A differenciálegyenlet integrálja  $\tau=0$ ,  $\tau$  határok között

$$[\ln(N - N_p)]_{N_{p,0}}^{N_{p,\tau}} = [-\beta V_K / V K \tau]_0^\tau, \quad (2)$$

vagy

$$\frac{N - N_{p,\tau}}{N - N_{p,0}} = e^{-\beta V_K / V K \tau}. \quad (3)$$



Folyamatos katalízisnél időegységre vonatkoztatva (1 index) és a (3) egyenlet bal oldalán  $N_1$ -gyel osztva az

$$\frac{1 - N_{p,1}/N_1}{1 - N_{p,01}/N_1} = e^{-\beta V_k/VK} \quad (4)$$

alakot nyerjük, amelyben:

- $N_1$  — a katalizátoron egységnyi idő alatt átáramló összes mólok száma;
- $N_{p,1}$  — parahidrogén mól-szám  $\tau=1$  időpillanatban;
- $N_{p,01}$  — parahidrogén mól-szám  $\tau=0$  időpillanatban.

Ha a katalízis a hidrogén normál forráspontjához közeli hőmérsékleteken történik — ahol a parahidrogén egyensúlyi koncentrációja nagyobb, mint 99% —, a (4) egyenletbe az  $N_{p,1}/N_1$  és  $N_{p,01}/N_1$  mólszám-viszonyok helyett közelítésként behozhatjuk a  $C/C_p$  és  $C_0/C_p$  koncentráció-viszonyszámokat. Ezzel

$$\frac{V}{V_k} = \frac{\beta K}{\ln \frac{1 - C_0/C_p}{1 - C/C_p}} \quad (5)$$

kifejezéshez jutunk, ahol:

- $C_0$  [%] — parahidrogén koncentráció a katalizátor előtt;
- $C_p$  [%] — a parahidrogén egyensúlyi koncentrációja a katalízis hőmérsékletén;
- $C$  [%] — tényleges parahidrogén koncentráció a katalizátor után.

Katalizátorok aktivitásának kísérleti vizsgálatánál [12] nyert eredmények alapján a katalizátor aktivitását jellemző sebességállandót

$$K = \frac{n}{V_k} \ln \frac{1 - C_0/C_p}{1 - C/C_p} \left[ \frac{\text{g mól}}{\text{cm}^3 \text{ s}} \right] \quad (6)$$

egyenlettel lehet kifejezni, melyben

- $n \left[ \frac{\text{g mól}}{\text{s}} \right]$  — az egységnyi idő alatt nyert parahidrogén mennyisége.

Ezzel gyakorlati számításokra alkalmas összefüggéshez jutottunk, amelyből az ismeretlen  $\beta$  arányossági tényezőt kiküszöböltük. Ha a reakció a hidrogén normál forráspontjától távol eső hőmérsékleteken (pl. a folyékony nitrogén hőmérsékletén) folyik le, a koncentráció-viszonyszámok helyett természetesen a megfelelő mól-viszonyszámokat kell a (6) egyenletbe helyettesíteni.

A (6) összefüggést felhasználva a számszerű értékek

$(n_{K1} = 1,39 \cdot 10^{-2} \text{ g mól/s}, K \cong 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ g mól/cm}^3 \text{ s}, N_1 = 0,248 \text{ g mól/s},$

$N_{p1} = 0,148 \text{ g mól/s}, N_{p01} = 0,062 \text{ g mól/s})$

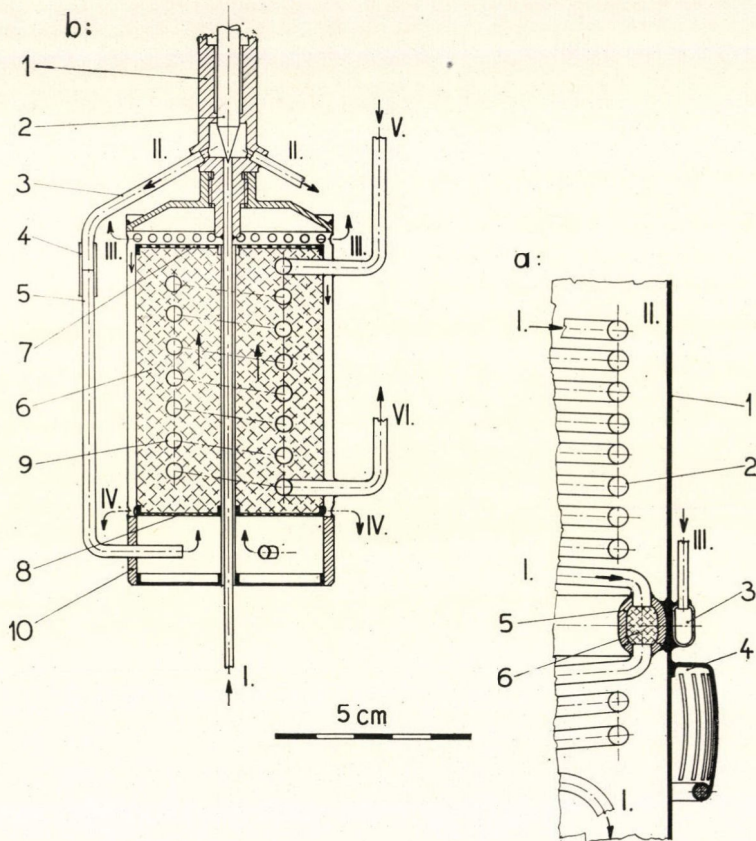
behelyettesítése után az első reaktor térfogatára  $V_{K1} = 6,7 \text{ cm}^3$  értéket kapunk. Mint már említettük, az első reaktort a III-as hőcserélőbe iktatott nagyobb átmérőjű egyenletes csőspirál képezheti, amelyben finom fém szitaszövettel határolva kb.  $25 \text{ cm}^3$  vashidroxidot lehet elhelyezni. A katalizátor terhelése kb.  $115 \text{ g hidrogén/cm}^2 \text{ h}$ .



A második reaktor térfogatának közelítő értéke a parahidrogén teljesítményre vonatkozó, gyakorlati számításokra alkalmas

$$V_{p-H_2} = \frac{44,72 \cdot V_K K}{\lg \left( 1 - \frac{C_0}{C_p} / 1 - \frac{C}{C_p} \right)} \left[ \frac{1}{h} \right] \quad (7)$$

egyenletből [12] az értékek



15. ábra. A reaktorok szerkezetének és elhelyezésének elvi vázlata. a — a 64 °K hőmérsékletű reaktor vázlata; 1 — folyékony nitrogén tartály; 2 — nitrogénbe merülő hőcserélő; 3 — a fűtőközeg csatornája; 4 — rugalmas körlemez; 5 — reaktor ház; 6 —  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  katalizátor; I — komprimált hidrogén; II — folyékony nitrogén; III — folyékony fűtőközeg a katalizátor regenerálására b — a 22 °K hőmérsékletű reaktor vázlata; 1 — a fojtószelep háza; 2 — szeleptű; 3 — felső összekötő cső; 4 — csőkapcsoló; 5 — alsó összekötő cső; 6 —  $\text{Fe}(\text{OH})_3$  katalizátor; 7–8 — finom fém szita-szövet szűrő; 9 — csőspirál a fűtőközeg részére; 10 — reaktor ház; I — komprimált hidrogén gáz; II — fojtás utáni folyadék-gőz elegy; III — para módosulatban dús gőz kiáramlása a reaktorból; IV — para módosulatban dús folyadék kiömlése a reaktorból; V — folyékony fűtőközeg beömlése; VI — fűtőközeg kiáramlása



( $V_{p-H_2} = 3,84$  l/h,  $K \cong 1 \cdot 10^{-3}$  g mól/cm<sup>3</sup> s,  $C_0 = 60\%$ ,  $C_p = 98,5\%$ ,  $C = 90\%$ ) helyettesítésével:  $V_{k2} = 55$  cm<sup>3</sup>. A reaktor hengeres alakú, átmérője az optimális katalizátor terhelésre vonatkozó kísérleti eredmények [12], [13] figyelembe vételével  $d = 4,8$  cm, így terhelése kb. 120 g hidrogén óránként a reaktorfelület 1 cm<sup>2</sup> nagyságú elemén. A betölthető katalizátor mennyisége kb. 110 cm<sup>3</sup>. A szelepházból kivezető 3 db újezüst cső meghajlított végződéseit a reaktor alsó terébe forrasztjuk, ahonnan a folyadék-gőz elegy felfelé áramolva áthalad a katalizátoron. A katalizátor feletti furatokon keresztül a gőz a IV-es alaphőcserélőbe áramlik, a két henger közötti résen lecsurgó folyadék pedig az alsó lyukakon át kifolyik a cseppfolyósító blokk hidrogén tartályába. A reaktorok vázlatát a 15. ábrán mutatjuk be.

### C) Neon cseppfolyósítása

A folyadékállapotú neon-hűtőközeget kedvező fizikai és kémiai tulajdonságai [14] miatt az utóbbi években növekvő mennyiségben alkalmazzák. Hármasponti hőmérséklete 24,57 °K, normál forráspontja 27,2 °K; folyadékkriosztátban tehát e hőmérséklet határok között különösebb nehézség nélkül tetszés szerinti hőmérsékletet előállíthatunk. Nyomáskriosztátban a folyadék alkalmazhatósága kb. 43 °K hőmérsékletig, a kritikus pont ( $p_{KR} = 26,86$  atm,  $T_{KR} = 44,74$  °K [15]) közelségéig terjed. Hármaspont alatti tartományban a szilárd neon még elfogadható hővezetési tényezője következtében  $T = 16$  °K hőmérsékletig ( $p = 1,2$  Torr) alkalmazható.

Hidrogénnel összehasonlítva a következő előnyöket tapasztaljuk: Azonos előhűtési hőmérséklet ( $T_{1F}$ ) mellett neonnal nagyobb a fajlagos folyadéktermelés,

$$\varepsilon \left[ \frac{\text{kg cseppfolyós gáz}}{\text{kg bevezetett gáz}} \right].$$

Azonos előhűtési hőmérsékletet feltételezve azonos mennyiségű bevezetett gázból nyert folyadék normál párolgási hőmérsékleten történő elpárolgotatásakor neon esetében lényegesen nagyobb az ún. összehasonlító hűtőtéljesítmény,

$$\varepsilon^* \left[ \frac{\text{k cal}_{T_s}}{\text{kg bevezetett gáz}} \right].$$

A neon párolgáshője, s ezzel volumetrikus hűtőtéljesítménye  $q_v \left[ \frac{\text{k cal}}{1 \text{ folyadék}} \right]$  jelentősen meghaladja a hidrogénét (16. ábra).

Neon használatánál — annak magas ára miatt — a gázt vissza kell nyerni. A visszanyerést a héliumnál alkalmazott módszerrel (gáztömör gumi- vagy műanyag ballonok, csőhálózat) lehet elvégezni. Ez a művelet a hidrogénnel szemben többletmunkát jelent, amit kompenzál a hidrogén alkalmazásánál kötelező biztonsági intézkedések és robbanásbiztos készülékmegoldások elmaradása.

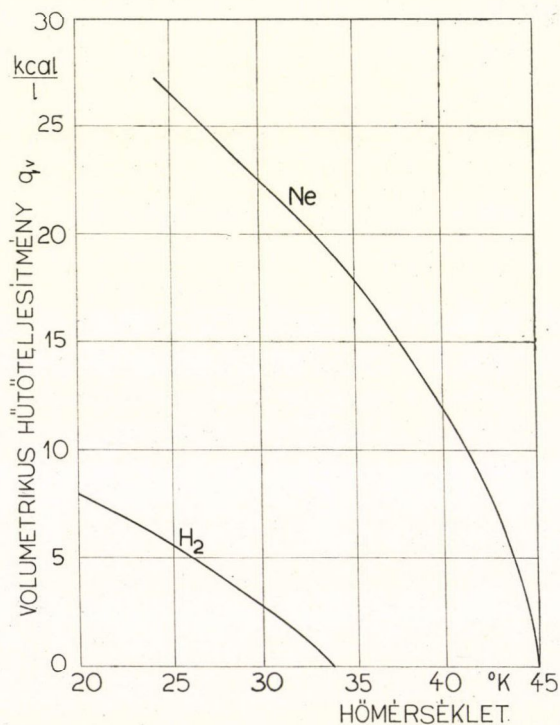
A laboratóriumi hidrogéncseppfolyósító berendezés a már ismertetett módon a hidrogén üzem befejezésétől számított 6 óra múlva neon cseppfolyósítására alkalmasá tehető. A hidrogénre bemutatott módszerrel kiszámoltuk és a III. táblázatban



## III. TÁBLÁZAT

A neon körfolyamat termodinamikai jellemzői [16]

Állapot	Abszolút nyomás $p$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	Hőmérséklet $T$ [°K]	Entalpia $I$ [kcal/kg]
1	120	295	267,5
2	120	95	213,8
3	120	65	198
4	120	45	192,5
4'	1,3	28,2	200,6
4''	1,3	28,2	179,6
5	1,3	64	208,3
6	1,3	290	264,98
6'	1,0	295	266,2
1 <sub>F</sub>	0,15	64	7
1 <sub>F'</sub>	0,15	64	44
1 <sub>G</sub>	0,15	290	103



16. ábra. A cseppfolyós hidrogén és cseppfolyós neon hűtőközegek volumetrikus hűtőtéljesítménye.



összefoglaltuk a neon körfolyamat termodinamikai jellemzőit. A táblázat értékeivel a neon üzem várható teljesítménye:

elméleti fajlagos folyadéktermelés,  $\varepsilon_{Ne} = 0,365 \frac{\text{kg foly. Ne}}{\text{kg Ne gáz}}$ ;

elméleti folyadéktermelés  $G'_{Ne} = 6,46 \text{ kg/h}$ ,

térfogata  $V'_{Nef} = 5,48 \text{ l/h}$ .

A berendezés egységeinél végzett ellenőrző számítások alapján megállapítottuk, hogy a hidrogéncseppfolyósító részegységei — a cseppfolyósító blokk hőcserélőit is beleértve — változtatás nélkül alkalmasak neon cseppfolyósítására.

### Köszönetnyilvánítás

Köszönetemet fejezem ki *dr. Horváth Márton*nak értékes tanácsaiért és a neon ciklus paramétereinek ellenőrzéséért, valamint *Gábor József* és *Pintér Attila* technikusoknak a berendezés építésében kifejtett gondos munkájukért.

### IRODALOM

1. Balla J., Fizikai Szemle. 14, 8, 1964.
2. Horváth M.: A vegyipari hidegtechnológia alapjai, Budapest, 1963.
3. H. W. Wooley, R. B. Scott, F. G. Brickwedde, Research Paper RP 1939, Vol. 41., U. S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, 1948.
4. D. B. Chelton, D. B. Mann: Cryogenic Data Book, 64, Boulder, Colorado, 1956.
5. B. Schaub, J. P. Nolin, Le Vide, No 118, 1965.
6. M. P. Malkov, I. B. Danilov, A. G. Zeldovics, A. B. Fradkov: Szpravocsnyik po Fiziko-Tyehni-cheszkim Asznovam Glubokovo Ohlaszdényija, Moszkva, 1963.
7. F. E. Simon, Physikalische Zeitung, 34, 1933.
8. R. B. Scott: Cryogenic Engineering, Princeton, 1959.
9. A. B. Fradkov, Pribori i Tyehnika Ekszperimenta, No. 4., 108, 1958.
10. J. C. Mullins, W. T. Ziegler, B. S. Kirk, Advances in Cryogenic Engineering, 8, 116, 1962.
11. R. A. Bujanov, A. G. Zeldovics, J. K. Pilipenko, Himicseszkaja Promislenoszt, 2, 1961.
12. R. A. Bujanov, A. G. Zeldovics, J. K. Pilipenko, Pribori i Tyehnika Ekszperimenta, No. 8, 188, 1961.
13. F. Schmeissner, W. Wiedeman, Kältetechnik 14, 9, 1962.
14. L. Bewilogna, Kältetechnik 17, 6, 1965.
15. V. J. Johnson: Properties of Materials at low Temperature, A. Compedium 5.003, New York 1961.
16. R. D. McCarty, R. B. Stewart, Advances in Cryogenic Engineering, 9, 161, 1964.



# KÖNYVISMERTETÉS

## KVANTUMMECHANIKA ÉS FIZIKAI VILÁGKÉP

Müller Antal:

Akadémiai Kiadó, Budapest 1967.

A 134 oldalas könyvecske nem könnyű olvasmány. Szerzője a filozófus és fizikus igényességével törekszik a tárgyalt kérdések taglalására. A könyv gondolatmenete a következő. A mikrofizika eredményei a klasszikus fizikai szemlélet módot a mikrofizika területén túlhaladtá tették, nem váltak be de Broglie interpretációs törekvései sem. Szükségessé vált a véletlen és az okság-determinizmus fogalma természettudományi tartalmának áértelmezése, valamint a korrespondencia-elv bizonyos fokú általánosítása alapján egyes ismeretelméleti konklúziók levonása. A szerző tanulmányának második felében ezeknek a feladatoknak az elvégzését tűzi ki célul. Fejtegetéseit a determinizmus problémájának tárgyalásával zárja le egy — a véleménye szerint — a fizikán belül jogosan leegyszerűsített formában. (T. Gy.)

F. Kohlrausch:

### PRAKTISCHE PHYSIK

Teubner Könyvkiadó Stuttgart 1968.

E sorok írója is a Kohlrausch-sal a kezében végezte — több mint 30 éve — az egyetemet. Ma is ott a polcán a 2 kötetes Kohlrausch másodikban — lényegében változatlanul — kiadott 19-edik kiadása.

A Kohlrausch ma már klasszikussá vált, ami szükségképpen maga után vonta a további lépéseket. A fejlődés egyik irányát pl. Exner: Moderne Messtechnik képviseli, a másikat pedig Walcher szintén stuttgarti kiadásban 1966-ban megjelent rövidített és részben modernizált „Kohlrausch-a” (Praktik der Physik).

Felmerült azonban a következő probléma. Az új mérési módszerek elválaszthatatlanok a ma is élő „régiektől”, a rövidített — főleg nem fizikusoknak szánt — praktikumok pedig azt a hitet keltetik, hogy mindössze ennyi a fizika és ezt ismervén a nem szakfizikusok már tudják „az egész fizikát”.

Ezek miatt be kellett következnie, hogy megjelenjen maga az új Kohlrausch külsőleg, belsőleg modernizálva, kibővítve új fejezetekkel. Egyes szerzők és szövegek a régi: ami régi az nem szükségképpen elavult. Elmaradtak azonban a csak történelmi, vagy pedagógiai szempontból érdekes metódikák. Így is a régi 544, ill. 578 oldalas 2 kötet helyett 621, 621 oldalszámú két kötethez egy 210 oldalas táblázatokat tartalmazó harmadik kötet járul. A Kohlrausch modernizálása nemcsak új nyomdatechnikát hozott, hanem új mérési problémák ismertetését is. Ilyenek: rezgési és rázkódási mérések épületeken; hangerősség és zajmérések. Új anyagok tulajdonságai vákuumzsír, ragasztóanyag stb. adatai bővít; új eszközök, mint a direktíró kompenzográfok teszik teljessé az új Kohlrauscht.

(T. Gy.)

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat beérkezett: 1968. III. 15. — Példányszám: 500 — Terjedelem: 10,85 (A/5) ív

68-5892 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK  
KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám:  
43-790-057-181) útján eszközölhetők



Ára: 10,— Ft

Előfizetés kötetenként: 42,— Ft

INDEX: 26.491

## TARTALOMJEGYZÉK

	oldal
<i>Gombosi Éva</i> : 7 és 17 GeV/c impulzusú $\pi^-$ -mezonok diffrakciós jellegű kölcsönhatásai emulzióban	189
<i>Károlyi Gyula</i> : Félvezető detektorok feloldóképességének elméleti és gyakorlati határai.....	263
<i>Konczos Géza és Madarász Zoltán</i> : Detektorcsoport neutronszerzés vizsgálatához.....	279
<i>Balla János</i> : Laboratóriumi hidrogénceppfolyósító berendezés .....	285

## KÖNYVISMERTETÉS

<i>Müller Antal</i> : Kvantummechanika és filozófia (T. Gy.) .....	312
<i>F. Kohlrausch</i> : Praktische Physik. (T. Gy.) .....	312



307.226

# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

4. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK

### FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratból évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, sima, fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írjanak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.



# MEZON ÉS BARION REZONANCIÁK, SZÓRÁSAMPLITÚDÓK\*

GÁLFI LÁSZLÓ és KUNSZT ZOLTÁN

Eötvös Loránd Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézet, Budapest

## A. MEZON ÉS BARION REZONANCIÁK

### I. Bevezetés

A fizikusok napjainkban dolgozzák ki a hadron rendszerek spektroszkópiájának részletekbe menő analizisét. Olyan állapotokat tanulmányoznak, melyek a legfeljebb nukleáris hossznyi hatótávolságú erős kölcsönhatások létezésének következményei. Ezen hadron állapotok legtöbbje  $10^{-23}$  sec idő alatt elbomlik. Ma már elismertté vált, hogy a hadron állapotoknál megfigyelt sokféle „csomósodás” uniter multipletteknek felel meg, azaz olyan azonos spin-paritású, de különböző izospinű és hipertöltésű állapotok csoportjaiként jelennek meg, melyeket az  $SU(3)$  uniter csoport kvantumszámai — Casimir operátorainak sajátértékei — is jellemeznek. Ezek az eredmények arra utalnak, hogy az erős kölcsönhatások felelősek az  $SU(3)$  szimmetriát kielégítő hadron állapotok létezéséért.

Az atomok, a molekulák és atommagok tanulmányozásában szerzett tapasztalatok alapján, elég természetesen adódik a hadron állapotok számára az az interpretáció, hogy a megfigyelt mezon és barion állapotoknak egy alapvetőbb struktúrájuk van: az  $SU(3)$  alapábrázolásának megfelelő triplett objektumok, *M. Gell-Mann* elnevezése szerint, kvarkok kötött állapotaikként kezelhetjük a hadron állapotokat.

Ezt a feltevést az 1964-ben felfedezett  $SU(6)$  szimmetria még jobban megerősítette. Az  $SU(6)$  szimmetria a sztatikus spin tér és az izospin tér összeházasításán alapul. Ugyanakkor a rezonanciák olyan részecskékre esnek szét, melyeknek mozgása relativisztikus. Ha az  $SU(6)$  szimmetriának tehát mélyebb jelentése van, akkor annak relativisztikus (Lorentz invariáns) jelentéssel kell rendelkeznie. Ekkor úgy tűnik, hogy az  $SU(6)$  szimmetriát szükségképpen bizonyos relativisztikus szimmetria nem relativisztikus közelítésének kell tekinteni (mely a Lorentz-csoport és az  $SU(3)$  összeházasításán alapul). Ezért nagyon sok próbálkozás történt egy ilyen relativisztikus csoport megtalálására. Sok komoly nehézség merült fel ezzel kapcsolatban, s bár ezek a próbálkozások sok egyéb érdekes eredményre vezettek, ma már elég általánosan elfogadott tény, hogy egy ilyen mindent magába foglaló relativisztikus szimmetria lehetőségét el kell vetni. Ez nem jelenti szükségképpen azt, hogy az  $SU(6)$  szimmetriát is fel kell adni. Ugyanis, ha a megfigyelt hadron állapotok az  $SU(3)$  triplét objektumok kötött állapotai, s ha ezek az objektumok a kötött állapotokon belül nem relativisztikus mozgást végeznek, akkor lehetséges, hogy

\* Előadás a VII. Magyar Elméleti Fizikai Iskolán, Visegrád, 1967. október. Érkezett 1967. december 16.



a megfigyelt multiplett szerkezet a megfelelő dinamika egy nem relativisztikus közelítésének következménye; a kvarkok közötti erők közelítőleg spin, uniter-spin függetlenséget mutatnak. Ebben az esetben az alacsonyan fekvő hadron állapotok határozott  $SU(6)$  multipletteknek felelnének meg. De nem következne ebből, hogy van az  $SU(6)$  szimmetriának általánosítása relativisztikusan. Magasabban gerjesztett hadron állapotoknál elképzelhető, hogy a triplet objektumok belső mozgása relativisztikussá válik, s így a kialakult állapotok egyre jobban eltérnek az  $SU(6)$  sémától.

Az  $SU(6)$  szimmetria tehát még jobban plauzibilissé tette a kvark hipotézist.

A kvarkmodell sok részletét kidolgozták már, és sokszor adott csodálkozássra okot az, hogy egy-egy naív feltevessel milyen jól le lehet írni a kísérleti helyzetet. A kvarkmodellt mint „segédeszköz” ma a következőképpen használják a fizikusok: mindent naivan elsőrendben számolnak, bár tudják, ha túl komolyan vennék a kvarkmodellt, értelmetlen eredményekre jutnának, s azzal nyugtatják meg magukat, hogy bár nem tudjuk mi az oka annak, hogy a magasabb rendű korrekciók figyelembevétele lényegtelen, a természet tudja. S ahelyett, hogy egy eleve rossz modellt próbálnának jobban megalapozni, arra összpontosítják figyelmüket, hogy megvizsgálják, milyen feltevéseket kellett egy adott sikeres eredményhez felhasználni. A felesleges feltevéseket elhagyva a modellből, lépésről lépésre talán pontosabb képhez juthatunk el.

Ennek megfelelően arra fogjuk használni mi is a kvarkmodellt a rezonanciák fenomenologikus leírásában, hogy az adatok kaotikus halmazába egy kis rendszert vigyünk, s hogy segítsen bennünket a memorizálásban.

Név	B (barion szám)	Q (töltés)	I (izospin)	$I_3$	S (ritkaság)	J (spin)
$p$	1/3	2/3	1/2	$\frac{1}{2}$	0	1/2
$n$	1/3	-1/3	1/2	$-\frac{1}{2}$	0	1/2
$\lambda$	1/3	-1/3	0	0	-1	1/2

A kvarkok jellemző kvantumszámait ( $SU(3)$  és  $SU(6)$ -ból következően)

Mindhárom kvark paritását megállapodás szerint  $+1$ -nek választjuk. A kvarkok az  $SU(3)$  háromdimenziós, ill. az  $SU(6)$  hatdimenziós alapábrázolását alkotják.

A kvarkmodell alapfeltevése: a mezonok  $q\bar{q}$ , a barionok  $qqq$  kötött állapotok. (Mezonokra  $B=0$ , barionokra  $B=1$ ). A kvarkmodell mellett szól, hogy bár a rezonanciák száma rohamosan növekszik, még nem találtak olyan rezonanciákat, melyeket ne lehetne  $q\bar{q}$ , ill.  $qqq$  kötött állapotokként felfogni (meg kell jegyezni, hogy nem megerősített bizonyítékok már vannak ilyen állapotokra). Ugyanakkor még nem találták meg a kvarkokat.

Eddig gyorsítókat használó kísérletekben, kozmikus sugárzást vizsgáló kísérletekben és különböző kémiai módszerekkel, ill. a töltéseken alapuló spektroszkópiai módszerekkel keresték a kvarkokat. A kvarkok sorsával kapcsolatos elméleti vizsgálatokra nagy szükség lenne, mivel nincs semmilyen biztos irányt adó elmélet ezekhez a kísérletekhez, s a vaktában keresés nem látszik gyümölcsözőnek.



## II. Mezon rezonanciák

A kvark modellben a mezon állapotokról felteszik, hogy azok kvark antikvark kötött állapotok. Így azonos spin-paritás mellett a mezonok kilenc tagból álló multipletteket, nonetteket alkotnak, melyek az  $SU(3)$  csoport nyolc- és egydimenziós ábrázolásaiból állnak. A két  $I=0$   $Y=0$  állapotot az  $SU(3)$ -at sértő erők határozzák meg: azok az oktett és szinglett állapotok valamilyen szuperpozíciói. Ezt a szuperpozíciót a keveredési szög jellemzi.

$$\psi_8 = (\bar{p}p + \bar{n}n - 2\bar{\lambda}\lambda)/\sqrt{6}$$

$$\psi_1 = (\bar{p}p + \bar{n}n + \bar{\lambda}\lambda)/\sqrt{3}$$

Azt a hipotézist használva, hogy az  $SU(3)$  multipletteken belül a tömegfelhasadást a  $\lambda$  kvarknak megfelelő  $A$  egy-test operátorral lehet leírni, a tömegmátrix:

$$M_0^2 = \begin{pmatrix} m_8^2 + \frac{4}{3} A & -\frac{2\sqrt{2}}{3} A \cdot A \\ -\frac{2\sqrt{2}}{3} A \cdot A & m_1^2 + \frac{2}{3} A \end{pmatrix},$$

ahol  $m_1$  a  $\{1\}$  szinglett állapot tömege,  $m_8$  az  $\{8\}$  oktett  $I=0$   $Y=0$  állapotának megfelelő tömeg,  $A$  egy átfedési integrál. Új állapotokat vezetve be, ez a mátrix diagonalizálható. Az

$$\psi'_0 = \cos \Theta \psi_1 + \sin \Theta \psi_8$$

$$\psi''_0 = \sin \Theta \psi_1 + \cos \Theta \psi_8$$

állapotok a sajátállapotok. A megfelelő sajátérték számítással az

$$(M_0'^2 - M_1^2)(M_0''^2 - M_1^2) - \frac{4}{3}(M_K^2 - M_1^2)(M_0'^2 + M_0''^2 - 2M_K^2) = \frac{8}{9}(M_K^2 - M_1^2)(1 - A^2)$$

Schwinger-formula adódik, ahol  $M_K$  az  $I=1/2$   $Y=\pm 1$  állapot tömege,  $M_1$  az  $I=1$   $Y=0$  állapot tömege. A keveredési szög

$$\sin \Theta = \frac{M_0'^2 - m_8^2}{M_0'^2 - M_0''^2} \quad \text{ahol} \quad m_8 = \sqrt{M_K^2 + \frac{M_K^2 - M_1^2}{3}}.$$

A  $q\bar{q}$  kötött állapot minden  $L$  belső relatív pályamomentumhoz négy nonettet ad, a spin-szinglett és -triplett állapotoknak megfelelően. Spektroszkópiai jelöléssel a négy konfiguráció

$$^{2S+1}L_J \rightarrow ^1L_L, \quad ^3L_{L-1}, \quad ^3L_L, \quad ^3L_{L+1}.$$

Az állapotok teljes impulzuszmomentuma  $J$ , paritása  $P = (-1)^{L+1}$  és az  $I=0$   $Y=0$  állapotok töltéssparitása  $C = (-1)^{L+S}$ . Így a modell a következő alacsonyan fekvő állapotokat jósolja

$$\begin{array}{lll} L=0 & ^1S_0 & J^{PC} = 0^{-+} \text{ pszeudoskalár nonett} \\ & ^3S_1 & J^{PC} = 1^{--} \text{ vektor nonett} \end{array}$$



$L = 1$	$^1P_1$	$J^{PC} = 1^{+-}$	axiálvektor nonett
	$^3P_0$	$J^{PC} = 0^{++}$	skalár nonett
	$^3P_1$	$J^{PC} = 1^{++}$	axiálvektor nonett
	$^3P_2$	$J^{PC} = 2^{++}$	tenzor nonett

Az  $L=0$  rotációs szinteket már megtalálták. Az  $L=1$  rotációs szintek közül a  $J^{PC}=2^{++}$  tenzor nonettet lehetett szignifikánsan azonosítani. A másik három nonett helyzete még nagyon zavaros.

A multiplettekbe soroláshoz a spin-paritás tulajdonságok mellett az  $SU(3)$  szimmetria jóslásait is fel lehet használni a tömegfelhasadást és a bomlási módusokat illetően. Ilyen analízisből lehet az alábbi eredményeket megkapni:

a) *Pszeudoskalár nonett*

Nyolc mezon besorolásával kapcsolatban nincs probléma  $\pi(I=1, Y=0)$   $\eta(I=0; Y=0)$   $K$  és  $\bar{K}(I=1/2, Y=\pm 1)$ . A tömeg négyzetek elég jól kielégítik az

$$M^2 = M_0^2 + M_\pi^2 \left[ I(I+1) - \frac{1}{4} Y^2 \right]$$

Gell-Mann—Okubo-féle tömegformulát. A nonett kilencedik tagjának a  $X^\circ$  (968) mezont szokták venni. Ekkor a Schwinger-féle tömegformula  $A=0,68$  érték mellett teljesül jól és a jellemző paraméterekre  $m_1=828$  MeV  $m_8=138$  MeV  $\Theta_0=10^\circ$  értékek adódnak.

A pszeudoskalár mezonoknál egy érdekes probléma, hogy vannak egy tizedik pszeudoskalár mezonra is bizonyítékok. Bár az  $E(1420)$  mezon spin-paritására az  $1^{++}$  lehetőség sincs kizárva  $0^{-+}$  mellett, nagyon valószínűnek látszik, hogy  $0^{-+}$  a  $J^{PC}$  értéke. Ekkor felvetődhet az a kérdés nem lehetne-e az  $E$  mezon a kilencedik pszeudoskalár mezon. Ez különösen akkor látszotna vonzónak, amikor missing mass spektrométerrel a  $\delta^\pm$  (960)-nak elnevezett csúcsokat megtalálták. Felmerült a lehetőség, hogy az  $X^\circ$  talán egy izotriplett tagja, melynek további tagjait  $\delta^\pm$  adja. Ezt a lehetőséget ma már kizártnak mondhatjuk. Ennek eldöntésére Rittenberg végzett buborékkamrás kísérleteket a  $K^-p$  szórást vizsgálva [1]

$$K^-p \rightarrow \Lambda X^\circ$$

$$K^-n \rightarrow \Lambda X^-$$

A reakciók hatáskeresztmetszeteit kapcsolatba lehet hozni az izospin invarianciával, ha  $X^\pm, X^\circ$  egy izomultipletthez tartozik. A jóslott arányok:

	$I=0$	$I=1$
$K^- + p \rightarrow \Lambda + X^\circ$	1	1
$K^- + n \rightarrow \Lambda + X^-$	0	2

A talált események:

$K^- + p \rightarrow \Lambda + X^\circ$	$19 \pm 6$	esemény
$K^- + n \rightarrow \Lambda + X^-$	0	esemény



Így nagyon valószínűtlen, hogy  $X^0$  egy izotriplett tagja lenne. Azóta a  $\delta^\pm$  (963) mezonokat megpróbálták buborékkamrás kísérletekben is megfigyelni, de nem sikerült. Így  $\delta^\pm$  létezése eléggé bizonytalan.

Ha az  $E(1420)$  mezonról elfogadjuk, hogy pszeudoskalár, akkor azt a radiális gerjesztés első tagjának tekinthetjük  $n=2$  főkvantumszámmal, ami azt jelentené, hogy további nyolc pszeudoskalár mezont kell a kvarkmodell alapján jósolni.

#### b) *A vektor nonett*

Régóta ismert jól meghatározott tagokkal:  $\rho$  (769) ( $I=1, Y=0$ )  $K^*$  (891) ( $I=1/2, Y=\pm 1$ )  $\omega$  (783) ( $I=0, Y=0$ ) és  $\Phi$  (1019) ( $I=0, Y=0$ ). A Schwinger-féle tömegreláció  $A \approx 1$ -gyel teljesül, a jellemző paraméterek  $m_1=810$   $m_8=769$   $\Theta_1=40^\circ$ . A nonett megközelíti az ideális ( $A=1$ ) nonettet: a szinglett és oktett közötti felhasadás nagyon kicsi.

A vektor mezonokkal kapcsolatban csak néhány nyitott kérdés van, mint pl. a  $\omega - \rho$  interferencia, ami az  $\omega$  két pionos bomlásait befolyásolja és mint pl.  $\varphi$  és  $\omega$  bomlási módusainak pontosabb ismerete.

A pszeudoskalár és vektornonettek érdekesek az *elektromágneses átmenetek* szempontjából is. Az alábbi átmenetek valósulnak meg:

$$P \rightarrow V + \gamma$$

$$V \rightarrow P + \gamma$$

$$P \rightarrow \gamma + \gamma$$

Két ilyen típusú folyamat ismeretes: az  $\omega \rightarrow \pi^0 + \gamma$  és az  $X^0 \rightarrow \rho^0 + \gamma$ . A folyamatok  $M1$  átmenetek, melyeket a kvark spin átfordulása eredményez. Az  $M1$  operátor alakját csak az  $SU(3)$  szimmetria korlátozza: a foton úgy transzformálódik, mint egy oktett  $U=0$  tagja. ( $U = U$ -spin) A mágneses momentum operátor alakja:

$$\mathcal{M} = \mu \left( \frac{2}{3} \sigma_p - \frac{1}{3} \sigma_n - \frac{1}{3} \sigma_\lambda - \frac{2}{3} \sigma_{\bar{p}} + \frac{1}{3} \sigma_{\bar{n}} + \frac{1}{3} \sigma_{\bar{\lambda}} \right).$$

A skála faktort pl. a nukleonok mágneses momentumának kiszámításából határozhatjuk meg. Eredményül  $\mu = \mu_p$  adódik, ahol  $\mu_p$  a proton teljes mágneses momentuma. Ilyen számításból  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma) = 1,18$  MeV adódik. Ez jól egyezik a  $\Gamma(\omega \rightarrow \pi^0 \gamma) = 1,15 \pm 0,17$  MeV kísérleti értékkel. Az  $X^0$  sugárzási bomlása is jól ismert nagy elágazási aránnyal  $\frac{\rho^0 \gamma}{\eta \pi \pi} = 33 \pm 5\%$ . Figyelembe véve az  $X^0 - \eta$  keveredést a jóslott sugárzási szélesség  $\Gamma(X^0 \rightarrow \rho^0 \gamma) = 0,155$  MeV. Ez a jóslás jelenleg nem ellenőrizhető, mert csak annyit tudunk, hogy  $\Gamma(X^0) \leq 4$  MeV.

A  $\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma$ ,  $\eta \rightarrow \gamma \gamma$  folyamatok szintén jól ismertek; az  $SU(3)$  jóslás azt adja a bomlási amplitúdóra, hogy

$$A(\eta_8) = A(\pi^0)/\sqrt{3}.$$

A kölcsönhatás alakja

$$A(P) \cdot P \{ \mathcal{E}(1) H(2) + \mathcal{E}(2) \mathcal{H}(1) \}.$$

$P$ : a pszeudoskalár mezon oktett téroperátora,  $\mathcal{E}$ ,  $\mathcal{H}$  a foton tér komponensei. Figyelembe véve a fotonimpulzustól való függést felhasználva a kísérleti  $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma \gamma) =$



$= 7,4 \pm 1,5$  eV értéket,  $\Gamma(\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma) \sim 165$  keV. Ugyanakkor az  $A(X^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  amplitúdó nem hozható kapcsolatba az  $SU(3)$  szimmetria segítségével az  $A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  amplitúdóval, így az  $X^0 - \eta$  keveredés ezt a jóslást jelentősen befolyásolja.

$$A(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = -A(X^0 \rightarrow \gamma\gamma) \tan \Theta_0 + \frac{A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)}{\sqrt{3} \cos \Theta_0}$$

Az  $X^0 \rightarrow \gamma\gamma$  folyamatra nincs semmilyen felhasználható kísérleti adat. Ugyanakkor a Gell-Mann által javasolt  $P \rightarrow V + \gamma \rightarrow \gamma\gamma$  modell határozott jóslást ad [2]:

$$\frac{A(X^0 \rightarrow \gamma\gamma)}{A(\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma)} = 2\sqrt{2}$$

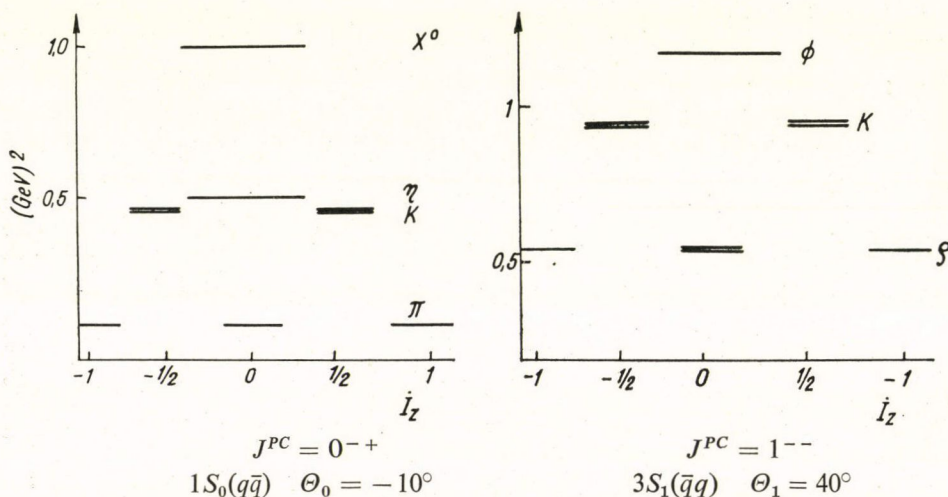
Ez a hozzákeveredés lényeges növekedésre vezet a  $\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma)$  jóslt arányban,  $\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = 0,37$  keV-et adva. Egy előzetes mérést az  $\eta \rightarrow \gamma\gamma$  folyamatról az 1966-os Berkeley-i Konferencián publikáltak, ami a Primakoff-effektus nagyon tiszta megfigyelésén alapult.  $\Gamma(\eta \rightarrow \gamma\gamma) \sim 1$  keV-et kaptak. Ez jóval nagyobb, mint a jóslt érték.

A legvalószínűbb, hogy az  $X^0 \rightarrow \gamma\gamma$ -ra vonatkozó modell-számítás megbízhatatlan, mivel nagyon nagy  $A(X^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  érték kellene, hogy a jóslásokat a kísérleti értékkel egyezésbe hozzuk.

Egy másik lehetőség, hogy előfordulhat valamilyen lényeges  $SU(3)$ -at sértő effektus az  $A(\eta_8 \rightarrow \gamma\gamma)$   $A(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$  közötti relációban, a nagy  $\pi^0 - \eta$  tömegkülönbség következményeként.

Összefoglalva a két nonett tulajdonságait:

Talán tizedik  $E(1420)$ ?



c) *A skalár nonett*

A  $J^{PC} = 0^{++}$   $3P_0(q\bar{q})$  nonett helyzete még teljesen tisztázatlan.

$I=0$  jelöltek:

$$\eta_\nu(1050) \quad S_0(720) \quad \sigma(410)$$



Még egyik mezon sincs megerősítve. A  $\tau$  mezonra csak közvetett bizonyítékok vannak, az  $\eta$ , púp egy nagy szórási hossz következménye is lehet.  $S_0(720)$  ellen is vannak legújabb eredmények.

$I=1$  jelöltek:

$$\begin{aligned} \pi_v(1003) \\ \delta(965) \end{aligned}$$

$\pi_v(1003)$ -at csak  $p\bar{p}$  annihilációs kísérletekben találták meg; szintén lehet nagy szórási hossz következménye is. A  $\delta$  mezon helyzetét már disszkutáltuk — spin-paritása ismeretlen, a legújabb eredmények szerint nem találták meg buborékkamrás kísérletekben [3].

$I=\frac{1}{2}$  jelöltek:

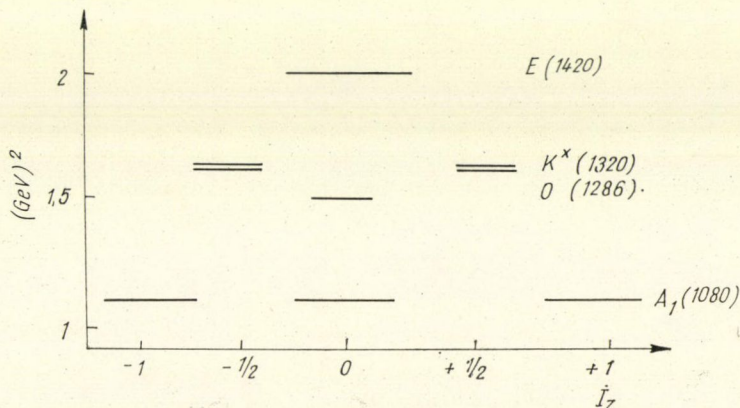
$$\begin{aligned} \kappa(720) \\ K_v(1080) \end{aligned}$$

Egy általános analízist végeztek a  $\kappa$  helyzetet illetően. Majdnem biztosan lehet állítani, hogy ilyen mezon nincs [4]. A  $K_v(1080)$  mezont még nem erősítették meg.

Érdekes lenne, ha az  $O^{++}$  nonettet az  $\eta_v(1050)$   $\pi_v(1003)$   $K_v(1080)$ ,  $\eta'$ ? mezonok alkotnák. Ez egy nagyon degenerált nonett volna, s a gyenge kölcsönhatásokban, a gyenge hadron áram  $\Delta I = \frac{1}{2}$ ,  $\Delta S = 1$ ,  $S = 1$  kiválasztási szabályának magyarázatánál lenne jelentős [5].

d) Az axiálvektor nonett

A  $J^{PC} = 1^{++}$ ,  $3P_1(q\bar{q})$  nonett helyzete relatíve jól áll. A következő sémát állíthatjuk fel, bár még sok adatra lenne szükség, hogy ezt a sémát véglegesen fenn-tarthassuk.



Ezt a sémát a bomlási módusok szempontjából Shen leellenőrizte, s a durva kísérleti adatok sehol nem kerültek ellentmondásba ezzel a besorolással [1].

Az

$$1^+ \rightarrow 1^- + 0^-$$

bomlásokra a  $H\text{Sp}(U_9[V_9, P_9])$  csatolási sémából kaptak jóslásokat, ahol  $U_9$  az



$1^{++}$ ,  $V_9$  az  $1^{--}$ ,  $P_9$  a  $O^{-+}$  „nonett-tenzora”, ami az  $SU(3)$ -as oktett és szinglett tenzorokból a következőképpen épül fel:

$$N_b^a = O_b^a + \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_b^a S.$$

$S$ : szinglett,  $O$ : oktett,  $N$ : nonett.

Ebből a sémából  $\Theta_{1+} = 29,7^\circ$  keveredési szög adódik.

Ez a séma a következő jóslásokat adja:

I. TÁBLÁZAT

Rezonancia	Bomlási mód	Szélesség (exp.)	Mátrix elem	Jóslott $\Gamma$
$A_1(1080)$	$\varrho\pi$	$130 \pm 40^a$	$4H^2$	125
$K^*(1320)$	$K^*\pi$	$80 \pm 20^b$	$1,5H^2$	44
	$\varrho K$		$1,5H^2$	26
	$\omega K$	$6 \pm 4^b$	$1,5 \sin^2 \Theta H^{2c}$	9
$D(1286)$	$„K^*\bar{K}”^d$	$40 \pm 10^a$	$6 \sin^2 \Theta H^2$	$d$
$E(1420)$	$K^*\bar{K}^-$	$76 \pm 9^a$	$6 \cos^2 \Theta H^2$	$56^e$

a: A *Rosenfeld*-táblázat szerint

b: *Shen* kísérlete

c: az  $\omega\varphi$  keverési szög  $\Theta$ ,  $\sim 40^\circ$ -ot vettünk

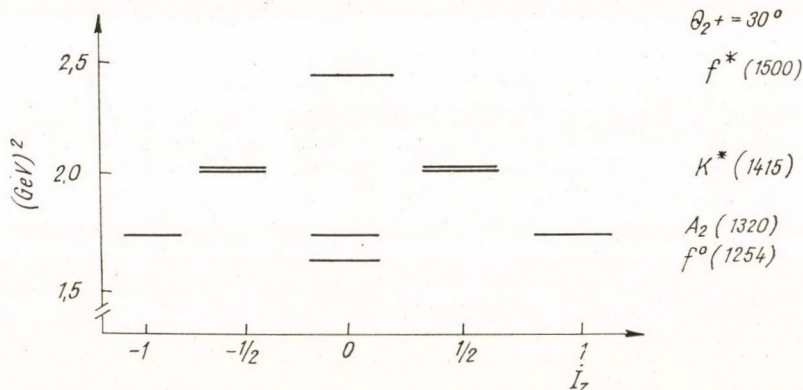
d: A  $D$  tömeg a  $K\bar{K}$  produkció alatt van; ezért az egyszerű fázistér becslés nem alkalmazható.

e:  $\sim 28^\circ$  keverési szöggel számoltunk

Természetesen ez az osztályozás nagyon spekulációs jellegű. Az  $E$  mezon spinje valószínű  $O^-$ , a  $D$  mezon spin-paritása sincs megerősítve, a  $K^*$  mezon helyére vannak más jelöltek is pl.  $K(1440)$ . Az  $A_1(1080)$  mezon spinje sincs megerősítve, s a legújabb kísérletek szerint ezen tömeg körül további rezonanciák lehetségesek.  $A_1(1080)$  ellen nemrégén voltak olyan ellenvetések, hogy az  $A_1$ -nek megfelelő kiemelkedést a tömegspektrumban kinematikai effektusok, pl. Deck-effektus okozza. A legújabb kísérletek  $A_1$  létezése mellett szólnak [6].

e)  $A$  tenzor nonett

A  $J^{PC} = 2^{++} \ 3P_2(q\bar{q})$  nonett elég nagy pontossággal ismert. Az alábbi sémát erősítették meg az elmúlt két évben a kísérletek:





A Schwinger-formula  $A \approx 1$ -gyel teljesül. A nonett tagjainak pontosabb adatai az M. Táblázatban találhatók. Bár ez a nonett elég jól ismert kísérletileg, sok részlet kérdés tisztázatlan még a bomlási módusokkal kapcsolatban. A következő főbb kérdések maradtak megválaszolatlanul:

i)  $A_2$  spinje még diszkusszió alatt áll. *Morisson* [6] egy legutóbbi érdekes kísérlete (a hatáskeresztmetszet változását vizsgálta a bejövő mezon impulzusának függvényében) azt suggerálja, hogy  $A_2$ -vel együtt egy  $2^-$  vagy  $1^+$  spin paritású rezonancia is jelen van ennél a tömegértéknél.

ii)  $A_2$  figyelemre méltó felbomlását figyelték meg a CERN-missing mass spektrométerrel is.

iii) A  $2^{++}$  nonett mindegyik tagjára a kisebb arányú bomlási módusok még nincsenek jól meghatározva. A nonett keveredési szöge  $\Theta_{2^{++}} = 30^\circ$ . A kétrészecskes  $2^+ \rightarrow 0^- + 0^-$ , ill.  $2^+ \rightarrow 1^- + 0^-$  típusú bomlásait *Glashow* és *Sokolow* [7] analizálták.

A töltéskonjugációt őrző csatolás egzakt  $SU(3)$  szimmetriában

$$F \text{Sp}(T_8\{P_8, P_8\}) + \frac{1}{\sqrt{6}} G f_1 \text{Sp}(P_8 P_8)$$

a  $2^{++} \rightarrow 0^{-+} + 0^{-+}$  bomlásokra és  $H \text{Sp}(T_8[U_8, P_8])$  a  $2^{++} \rightarrow 1^{--} + 0^{-+}$ -ra. Ahol  $T_8, V_8, P_8$  a megfelelő  $2^+, 1^-, 0^-$  oktett tenzorok,  $f_1$  a  $2^+$  szinglett.

Az  $F$  és  $G$ , ill.  $H$  paraméterekkel az összes  $2^+$  bomlás csatolási állandója kifejezhető.

*Glashow* és *Sokolow* kimutatták, hogy a  $2^{++} \rightarrow 0^{-+} + 0^{-+}$  bomlások esetén egy paraméteres csatolási sémát is lehet adni, ami nagyon jól egyezik a tapasztalattal. Ez az ún. nonett csatolási séma, amit már az d) pontban említettünk. A

$$V_9 = V_8 + \frac{1}{\sqrt{3}} \omega \cdot I \quad \text{Sp } V_9 \neq 0$$

$$T_9 = T_8 + \frac{1}{\sqrt{3}} f_1 \cdot I \quad \text{Sp } T_9 \neq 0$$

$$P_9 = P_8 + \frac{1}{\sqrt{3}} X_1^0 I \quad \text{Sp } P_9 \neq 0$$

nonett tenzorokat vezetve be, felírhatjuk megint az összes lehetséges  $SU(3)$  invariánst. Mellékfeltételként még azt a megszorítást tesszük, hogy a  $\text{Sp } T_9, \text{Sp } V_9, \text{Sp } P_9$  kifejezések faktorként sohase jelenjenek meg. Így egyértelmű  $T-P-P, V-V-P$  csatolás adódik. A  $T V P$  csatolás pedig nem változik meg.  $G = 2\sqrt{2}F$

$$F \text{Sp}(T_9\{P_9, P_9\}) \quad \text{és} \quad H \text{Sp}(T_9[V_9, P_9]) = H \text{Sp}(T_8[V_8, P_8]).$$

A kapott eredmények a II. Táblázatban láthatók.

A megfigyelt kísérleti adatoknál [4] adatait használtuk fel.



## II. TÁBLÁZAT

bomlási mód <sup>a</sup>	általános alak <sup>b</sup>	$F^2 H^2$ -vel kifejezve <sup>b</sup>	fázistér <sup>d</sup>	jósolt arány (MeV) <sup>e</sup>	megfigyelt arány (MeV) <sup>f</sup>
$f \rightarrow \pi\pi$	$3(2F \sin \theta + G \cos \theta)^2$	$35,7 F^2$	53,6	100	100
$f \rightarrow K\bar{K}$	$4(F \sin \theta - G \cos \theta)^2$	$15,2 F^2$	5,3	2,4	$2,3 \pm 0,6$
$f \rightarrow \eta\eta$	$(2F \sin \theta - G \cos \theta)^2$	$2,1 F^2$	1,5	0,2	N. I.
$A_2 \rightarrow \pi\eta$	$8 F^2$	$8 F^2$	25,2	11	$4 \pm 8$
$A_2 \rightarrow K\bar{K}$	$12 F^2$	$12 F^2$	9,2	6	$6 \pm 3$
$K^{**} \rightarrow K\pi$	$18 F^2$	$18 F^2$	45,1	42	$48 \pm 9$
$K^{**} \rightarrow K\eta$	$2 F^2$	$2 F^2$	13,7	1,4	$2 \pm 3$
$f' \rightarrow \pi\pi$	$3(2F \cos \theta + G \sin \theta)^2$	$0,30 F^2$	101,8	1,7	$< 15$
$f' \rightarrow K\bar{K}$	$4(F \cos \theta + G \sin \theta)^2$	$20,8 F^2$	28,4	31	$> 30$
$f' \rightarrow \eta\eta$	$(2F \cos \theta + G \sin \theta)^2$	$9,9 F^2$	17,9	9	N. I.
$A_2 \rightarrow \varrho\pi$	$4 H^2$	$4 H^2$	13,2	70	$68 \pm 8$
$K^{**} \rightarrow K^* \pi$	$1,5 H^2$	$1,5 H^2$	13,3	26	$34 \pm 9$
$K^{**} \rightarrow K^* \varrho$	$1,5 H^2$	$1,5 H^2$	3,9	8	$9 \pm 5$
$K^{**} \rightarrow K\omega$	$1,5 \sin^2 \varphi H^2$	$0,62 H^2$	3,1	2,5	$0,9 \pm 1,8$
$f' \rightarrow K^* \bar{K} + \bar{K} K^*$	$6 \cos^2 \theta H^2$	$4,5 H^2$	2,8	17	$< 44$

a: minden töltésállapotot beleértve,  $K^{**} = K(1420)$

b:  $\theta = \theta_2 = 30^\circ$   $\varphi = \theta_1 = 40^\circ$

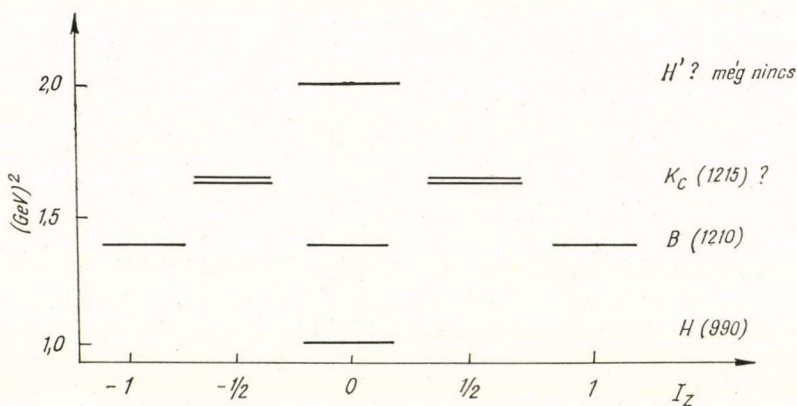
d:  $\frac{p^5}{M^2} \cdot 10^{-3} (\text{GeV})^3$  egységekben  $TPP$  és  $p^5 \cdot 10^{-3} (\text{GeV})^5$   $TVP$  esetén

e: az aláhúzott értékekkel számolták ki a paramétereket

f: N. I. azt jelenti még nincsenek kísérleti adatok

-  $1^{+-}$  axiálvektor nonett

A  $J^{PC} = 1^{+-} {}^1P_1(q\bar{q})$  nonett szintén nagyon kialakulatlan jelenleg. Bár a kísérleti adatok nagyon kis mértékben jelzik, egy spekulatív sémát itt is rajzolhatunk:





A  $H$  mezon vizsgálatát megnehezíti, hogy a tömegértéke közel van  $A_1$  mezon tömegéhez, és ugyancsak a  $\varrho\pi$  csatornában keletkezik. Mivel  $A_1$  izospinje egy, a  $H$ -é pedig zérus, ha a  $\varrho^0\pi^0$  spektrumot vesszük fel, ott csak  $H$  jelenhet meg. Benson és munkatársai csinálnak ilyen analízist, s a legújabb eredmények azt mutatják, hogy létezik a  $H$  mezon.

A  $B$  mezon mezon spin-paritását sem tudjuk még pontosan. A bomlástermékek szögeloszlásán alapuló analízis az  $1^-$  és  $1^+$  lehetőségeket favorizálja, mivel a  $\pi\pi$  bomlási módust még nem figyelték meg, az  $1^+$  nagyon valószínű. A  $B$  mezon  $\omega\pi$ ,  $\varphi\pi$  bomlási módusainak aránya az  $\omega-\varphi$  keveredésre nagyon érzékeny.

A  $B$  mezont először  $\pi p$  ütközésben találták meg, de nem hittek benne, mivel a kiértékelést a Deck-effektus zavarta. Végül 1966-ban Baltay és munkatársai [1] proton-antiproton annihilációban is találtak egy  $B$  csúcsot, s ez megerősítette a  $B$  mezon létezését.

$$p^- + p \rightarrow B^\pm + \pi^\mp \rightarrow \omega^0 + \pi^+ + \pi^-$$

#### g) Magasabb mezon rezonanciák

Az 1966. évi Berkeley-i Konferenciára világossá vált, hogy több mezon rezonancia van lokalizálva az 1650 MeV-es tartományban [1].

i) Találtak egy (1650) ún.  $g$  mezont a  $\pi^+\pi^-$  tömegspektrumban. Így  $I \geq 0$ . Találtak 1620 MeV körül a  $\pi^+\pi^0$  spektrumban is rezonanciát,

$$\begin{array}{ll} a & \pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n \\ & \pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p \end{array} \quad \text{reakciók vizsgálatában.}$$

Néhány bizonyítékot közöltek arra, hogy a  $(\pi\pi\pi\pi)^-$   $(\varrho\pi\pi)^-$   $(\varrho\varrho)^-$  spektrumokban 1680 MeV-nál szintén találtak csúcsokat. Elképzelhető, hogy ez egyetlen mezon rezonancia jelentkezése különböző csatornákból.

A buborékkamrás vizsgálatok szerint erre a  $g$  mezonra nagyon valószínű az  $I = +1$   $J^{PC} = 3^{--}$  besorolás.

ii) A  $\pi\pi\pi$  spektrumban is találtak csúcsokat 1640 MeV körül, a  $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+p$  reakcióban 7–8,5 GeV/c-vel bejövő  $\pi^+$  pion impulzus esetén. Ez lenne az ún.  $\sigma(1640)$  rezonancia. Kvantumszámairól csak annyit tudunk, hogy  $I \geq 1$  és a spin-paritás a  $0^-$ ,  $1^+$ ,  $2^-$ ,  $3^+$  stb. lehet.  $G$  paritása  $+1$ . Az M. Táblázatban ez a  $\pi(1640)$  rezonancia. Mindig mind  $\sigma$  szélessége nagy.

iii) A magasabb  $I=1$  szinteket Focacci és munkatársai tanulmányozták a CERN missing mass spektrométerrel, a visszalökött proton spektrumát vizsgálva [8]

$$\pi^- + p \rightarrow p + (m^*)^-.$$

A megfigyelt spektrum az éles csúcsok egész sorozatát alkotja, az  $I=1$   $Y=0$  mezon rezonanciák fokozatos gerjesztésének megfelelően egészen 2400 MeV-ig. A kvark-modellben természetes interpretációként adódik rotációs gerjesztéseknek tekinteni azokat, bár a spin-paritásuk még ismeretlen.

Az  $R(\sim 1700 \text{ MeV})$  csúcs az  $L=2$ , az  $S(\sim 1930 \text{ MeV})$  csúcs az  $L=3$ , a  $T(\sim 2195 \text{ MeV})$  csúcs az  $L=4$  és az  $U(\sim 2382 \text{ MeV})$  csúcs az  $L=5$ -höz tartozó gerjesztéseknek felelhet meg. Mint már említettük a  $q\bar{q}$  modell minden  $L$  értékhez négy nonettet jósol, melyeket a spin-pálya kölcsönhatás tol el, mégpedig az  $L$ -től függően, az alábbi módon:



	${}^3L_{L-1}$	${}^3L_L$	${}^1L_L$	${}^3L_{L+1}$
A spin-pálya kölcsönhatás együtthatói	$-2K-2$	$-2$	$0$	$2L$

Látható, hogy nagyobb  $L$  értékekre a két  $J=2$  állapot a  $J = L \pm 1$  állapotokhoz képest közel fekszik egymáshoz. Így a négy nonett helyett az állapotok sémája mint triplett jelenik meg. (Persze csak missing mass spektrométerben, ugyanis a  ${}^3L_L$  és  ${}^1L_L$  állapotok ellentétes  $G$  paritásúak.)

Ezzel nagyon jó egyezésben van az, hogy Focacci kísérleteiben az  $R$  mezon csúcs mint három keskeny csúcs jelenik meg.

	$R_\alpha(1632)$	$R_\beta(1699)$	$R_\gamma(1748)$
Így $q\bar{q}$ modellben	$R_\alpha$	$a$	${}^3D_1$
	$R_\gamma$	$a$	${}^3D_3$
			$J^{PC} = 1^{--}$
			$J^{PC} = 3^{--}$

nonettek tagja lehet,  $R_\beta$ -ről pedig feltehetjük, hogy két nem-felbomlott állapotból áll

$$R_\gamma \begin{cases} {}^3D_2 \\ {}^1D_2 \end{cases} \quad \begin{matrix} J^{PC} = 2^{--} \\ J^{PC} = 2^{+-} \end{matrix}$$

Érdekes megjegyezni, hogy a  ${}^3D_1$  nonett-vektor mezon állapot. Az  $I=0$   $I=1$  tagjai fontos szerepet játszhatnak a barionok elektromágneses szerkezete szempontjából.

iv. Az  $|S| = +1$  mezonokra az  $M=1650$  MeV-es tömegtartományban ugyancsak vannak indikációk.

$K\rho$  reakcióban egy  $K^*(1789 \pm 10)$   $\Gamma \sim 80$  MeV rezonanciát találtak. A Rosenfeld-táblázatban ez szerepel  $K_A^*(1800)$ -ként. (Az  $A$  index arra utal, hogy a spin-paritása  $0^-, 1^+, 2^-, 3^+$  stb. lehet.) Ezt a mezont szokták  $L$  mezonnak is nevezni. Legerősebben a  $K\pi$  tömegeloszlásban jelentkezik, de megjelent a  $K\rho$ ,  $K^*(890)\pi$ ,  $K^*(1420)\pi$ ,  $K\omega$  csatornáknak is. Azon tény alapján, hogy a  $K^*\eta$  csatorna  $K^*\pi$ -hez képest nagyon elnyomott, Kane [10] javasolta, hogy ez egy  $C = -1$  nonett tagja. A  $K\pi$  hiánya pedig  ${}^3D_2$  nonetre utal. Ezért ez az  $R_\beta(1699)$  mezonnal lehet kapcsolatban (?). Összefoglalásul annyit mondhatunk, hogy az már mindenképpen bizonyosodott, hogy nagyobb energiák felé léteznek keskeny nagy tömegű rezonanciák.

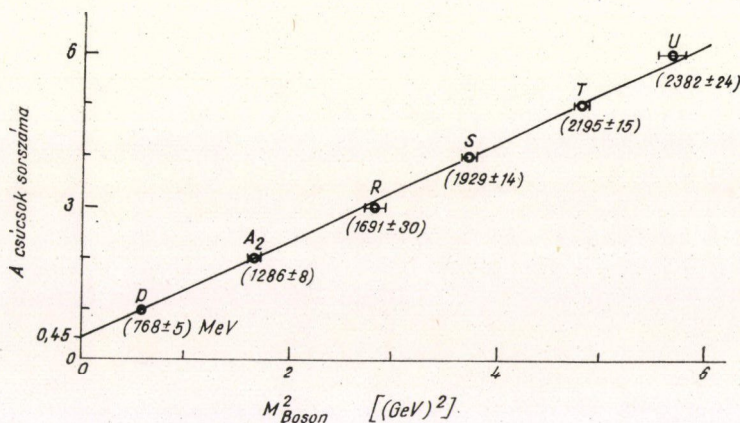
v. A Focacci-féle kísérlet analízise. Focacci kimutatta, hogyha a  $\rho$ ,  $A_2$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $U$  mezonokhoz az  $n=1, 2, \dots, 6$  számokat rendeljük, akkor a (tömeg) $^2$  közel lineáris függvénye lesz ezeknek a számoknak. A  $q\bar{q}$  modellben legegyszerűbb lehetőség azt feltenni, hogy rotációs gerjesztésekkel állunk szemben, ahol  $n$  a teljes spint jelmezné.

Az így kapott egyenes ekkor épp az  $(I, Y) = (1, 0)$  állapotokat felfűző Regge-trajektória (1. ábra).

Az  $E^2$  szerinti lineáris extrapoláció az  $E^2=0$  egyenest  $n=0,45$ -nél metszi. Ez jól egyezik azzal az értékkel, amit a  $\rho$  trajektóriára a szórás kísérletekből, teljes hatáskeresztmetszetekből kaptak! (fizikai impulzus átadásnál).

Megjegyezzük, hogy a páros és páratlan szignatúrájú Regge-trajektóriák itt egybe esnek ( $\rho$  és  $A_2$  ugyanazon a trajektórián van). A rotációs gerjesztésekre akkor





1. ábra. Focacci és munkatársainak adatai, a csúcsok sorszáma látható a tömeg négyzetének függvényében

kapunk ilyen lineáris energia függést a  $J-M^2$  síkon, ha a potenciál elég sima és nyitott, mint a  $V_0 + \lambda r^2$  függvény [9]. Ha a  $V(r)$  a  $V_0 + \lambda r^2$  alaktól nem különbözik lényegesen ott, ahol a  $q\bar{q}$  hullámfüggvény lényeges, ott a rotációs gerjesztések energiája precízen  $L$  lineáris függvénye lesz. Ha ezt a képet komolyan vesszük, akkor az eddig megtalált mezonok tulajdonságaiból az effektív potenciál jellemző paramétereit meghatározva kiderül, hogy a Regge-trajektóriákat  $J$ -vel  $10^2$  spin értékig folytatni kell, mielőtt az balra visszafordulna.

A  $q\bar{q}$  modellben négy Regge-trajektória adódik a négy nonetnek megfelelően. A nonettek közti energiakülönbséget a spin-pálya kölcsönhatás okozza. Amennyiben a  $q\bar{q}$  erők spin függősége elhanyagolható ez a négy trajektória párhuzamos lesz a  $J-M^2$  síkban, nagy  $J$  értékekre. A Focacci-kísérletek szerint a nonettek közti energia különbség nagyobb energiák felé rohamosan csökken, ez azt jelentheti, hogy a spin-pálya kölcsönhatás hatótávolsága jóval kisebb, mint a szuper-erős  $V(r)$  kölcsönhatásé. A legcsodálatosabb vonás a Focacci-rezonanciáknál a csúcsok élessége. Pl. a  $T$  mezon szélessége 13 MeV, annak ellenére, hogy tömege 2195 MeV. A legegyszerűbb magyarázat erre az lehet, hogy a nagy pályamomentum okozta centrifugális gát akadályozza meg a részecskék gyors szétesését.

Ha  $R$  azon tartomány rádiusza melyből a kijövő mezonok felbukkannak, a gáton való áthaladás amplitúdóját egy  $l$  pályamomentumú bemenő hullám amplitúdójával mérhetjük, az  $R$  határon. A szóráselméletből ismeretes, hogy az amplitúdót a végtelenben egyre normálva

$$j_l(kR) \approx \frac{(kR)^l}{l!!} \left\{ 1 - \frac{(kR)^2}{4l+6} + \dots \right\},$$

az első tag addig jó közelítés, amíg

$$(kR)^2 \ll 4l+6.$$

Pl. ha  $kR=1$  és  $l=4$ ,  $j_l(kR) \sim 10^{-3}$ . 2 GeV-es tömegtartományban a tipikus impulzus  $k \leq 1$  GeV/c ( $R \sim 0.2 \cdot 10^{-13}$  cm). Két-test bomlásokra a szélesség

$$\Gamma(M^* \rightarrow PP) = \gamma \left( \frac{k}{M} \right) \left( \frac{(kR)^l}{l!!} \right)^2.$$



A  $\rho$  és  $f$  mezonnal való összehasonlítás  $\gamma = 10^5$  MeV értéket ad. Ha ezzel a  $\gamma$  értékkel  $J=4$   $M=2$  GeV adatokkal számítjuk ki a szélességet, 0,1 MeV-et kapunk!

Persze a két-test bomlásokat nem lehet domináns bomlásoknak tekinteni, hiszen a magasabb impulzuszórántumú állapotoknál kaszkádszerű bomlások is lehetségesek, s a kinyíló csatornák száma gyorsan nő  $M$  növekedtével. Ha az egyes bomlási amplitúdók még gyorsabban csökkennek  $M$  növekedésével, a gerjesztett állapotok szélessége keskeny maradhat, sőt még csökkenhet is. Ez a jelenség jól ismert az atomfizikában, pl. a magasan gerjesztett hidrogén atomnál.

Ez az interpretáció még azt a lehetőséget is megengedi, hogy léteznek nagy tömegű rezonanciák kicsi spin értékekkel, melyek a  $q\bar{q}$  rendszer radiális gerjesztésével kapcsolatosak; ezeknek a részecskéknél a szélessége jóval nagyobb lehet a kisebb centrifugális gát miatt. Ilyen rezonanciák detektálása ugyanakkor nagyon nehéz lenne.

### III. Barion rezonanciák

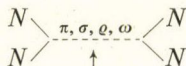
#### 1. Nukleon rezonanciák

Nukleon rezonanciáknak az  $Y=1$ ,  $I=\frac{1}{2}$ ,  $3/2$  és  $B=1$  kvantumszámokkal jellemzett állapotokat nevezik. ( $N_{\frac{1}{2}}^*$ ,  $N_{\frac{3}{2}}^*$ , ill.  $N$ ,  $\Delta$  jelölések szokásosak.)

A nukleon rezonanciákat  $N-N$  és  $\pi N$  szóráshban lehet tanulmányozni.

##### a) $A$ $N-N$ szórásh

Alacsony energián a  $N-N$  szórásh az egy-bozont-kicserélő modellel lehetett jól leírni [11]. A kicserélt mezonok  $\pi$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$ ,  $\omega$ ; szoktak további mezonokat is figyelembe venni a kísérleti adatok elemzésében, mint  $f^0$ ,  $\varphi$ ,  $\sigma$  (egy  $I=1$  skalár), s többé-kevésbé sikerült egy ilyen modell alapján a szórásh kísérletek eredményeit reprodukálni.



A folyamatokat a fenti Feynman-gráffal lehet jellemezni. Viszonylag kevés paraméterrel lehet nagyon sok kísérleti adatot ily módon kielégítően leírni. Ezek a vizsgálatok a mezonok utáni kutatás szempontjából lehetnek érdekesek, ugyanis első pillantásra úgy tűnhet, hogy ilyen mérésekből közvetett módon adódhatnak bizonyítékok mezon rezonanciák létezésére. Ma már világos azonban, hogy ilyen naiv azonosítást nem lehet csinálni. A mezon kicserélés minden tagja valószínű a részecské egy egész sorának összegét képviseli, melyek bizonyos kioltások révén úgy viselkednek, mint egy alacsony tömegű egy-részecske állapot. Így az a tény pl., hogy szükség van egy  $\sigma$  pólusra 437 MeV körüli tömeggel, nem jelenti azt, hogy a kísérleti fizikusok azt várhatnák, hogy ennél a tömegnél egy csúcs lesz a dipion produkciós kísérletekben.

Az inelaszticitás 300 MeV felett kezd fontossá válni a  $NN$  szóráshban éppúgy, mint a  $\pi N$  szóráshban. Így nukleon rezonanciákra bizonyítékokat ilyen kísérletekből kell várunk. Dubnában már tíz éve végeznek ilyen kísérleteket [12]. A fázistolás értékét 400 és 630 MeV között adták meg. A megoldások csupán a  $n\bar{p}$  szóráshnál nem egyértelműek. Bár nagyon sok adat van 400 és  $630 \pm 30$  MeV körül, s egy kisebb kiterjesztésre 970 MeV-ig, úgy tűnik egy energia függő fázisanalízist ezekből az adatok-



ből nem lehet kapni. A mérési pontok közötti távolság túl széles ahhoz, hogy a folytonosságot teljesen kihasználhassuk, vagy hogy észre tudjuk venni az erősen abszorptív rezonanciákat. Így, míg a  $\pi N$  szóráskísérletekben 1967-ben nagyon sok új rezonanciát találtak, a  $NN$  kísérletek nem adtak semmi új információt. A meglevő analízis alapján nem lehet megtalálni azokat a rezonanciákat, melyeket a  $\pi N$  szóráspan legújabban felfedeztek. Mindenesetre remélni lehet, hogy a  $NN$  fázisanalízis vizsgálatában a közeli jövőben nagy fellendülés lesz.

A  $NN$  kísérletekben deuteron rezonanciákra is vannak bizonyítékok  $m = 2750$  MeV-nél talán egy  $d^{*?}$ -t, de a kvantumszámok meghatározására még nincs mód.

#### b) A $\pi N$ szórá

Az alacsony energiájú szórá, a rezonancia kutatás szempontjából hasonló okokból lehet érdekes, mint a  $NN$  szórásnál. Ugyanakkor lehetőség van a  $\pi\pi$  szórá fázistolásának a meghatározására, ami a CP sértés szempontjából jelentős.

A nukleon rezonanciák utáni kutatás szinte kizárólag formációs kísérletekkel történik. Ennek az az oka, hogy a nukleon rezonanciákat nagyon nehéz buborékkamrás mérésekben megtalálni, s ugyanakkor a  $\pi N$  rugalmas szórá igen nagy pontossággal mérhető.

A nukleon rezonanciák egyik jellemző vonása, hogy a tényleges kísérletek nagyon keveset jelentenek, amíg nem kombinálják azokat öt-hat másik laboratórium méréseivel és nem táplálják be azokat egy hatalmas számítási programmal egy számítógépbe, hogy elvégezzék a fázisanalízist. A  $\pi N$  szórá fázisanalízisen alapuló tanulmányozása 1964–1965-ben indult meg szisztematikus módszerekkel, amikor kiderült, hogy nagyon sok előzetesen nem várt rezonancia van jelen a  $\pi N$  kölcsönhatásban. Azóta jelentős javulás történt a kísérletekben s az analízis módszereiben egyaránt. Különösen 1967-ben tettek nagy lépést előre, amikor a Saclayben, Berkeleyben és CERN-ben dolgozó csoportoknak sikerült egy nagy energiatartományra elvégezni az energiafüggő-fázisanalízist. Saclayben már befejeződtek a kísérletek, Berkeleyben és CERN-ben tovább folytatják azokat.

Az összes előzőleg meghatározott rezonancia mindhárom analízisből kiadódott. S mindhárom analízis megegyezett abban, hogy nem lehet csak ezekkel a rezonanciákkal megmagyarázni a kapott fázistolások alakját. Így vagy valami komoly szisztematikus hiba van mindhárom kísérletben, vagy további rezonanciák léteznek.

Mivel a CERN mérések pontosabbak, mint a Saclay-csoport által végzett mérések, s ugyanakkor előrehaladottabb állapotban vannak, mint a Berkeley-csoport mérései, a CERN adatokat ismertetjük [13].

A CERN kísérletben 2190 MeV tömegértékig mennek el, és 59 energiapontonál 4102 kísérleti adat áll rendelkezésre. Nyilvánvalóan a fázisanalízis elvégzése a folytonos megoldás kiválasztása, a görbék simítása roppant nagy munka. Eredményül azt kapták, hogy nagyon szép és jól simuló illesztést lehet kapni a kísérleti görbékhez, s majdnem az összes parciális hullámmplitúdókra vonatkozó diszperziós relációkra, ha felteszik, hogy a kilenc ismert rezonancián kívül ebben az energiatartományban további kilenc rezonancia van.

A Berkeley-csoport előzetes eredményei lényegében ugyanezt az eredményt mutatják, csak a megoldások még hullámosabbak, s mind a Saclay-, mind a Berkeley-fázisokban két rezonancia látszik a  $P_{11}$  és  $S_{11}$  hullámokban. (Spektroszkópiái  $L_{2I,2J}$



jelölést használunk  $L$ =pályamomentum  $I$ =izospin,  $J$  teljes spin.) A már eddig ismert jól meghatározott rezonanciák a B. Táblázatban láthatók. Az 1967-es mérések alapján további rezonanciákra vannak bizonyítékok:

A III. Táblázatban láthatók azok a rezonanciák, melyeket legalább két mérésben láttak (Berkeley, CERN, Saclay).

Van még három eset, amelynél mindhárom kísérletben láttak valamit, de az adatok eltérők. Ezekre a CERN kísérlet eredményei a IV. Táblázatban láthatók.

### III. TÁBLÁZAT

Valószínű rezonanciák

hullám	tömeg	$\Gamma_{\text{tot}}$	$\Gamma_{e1}/\Gamma_{\text{tot}}$	Jelölés
$S_{11}$	1548	116	0,326	$N(1570) 1/2^-$
$P_{33}$	1688	281	0,098	$\Delta(1688) 3/2^+$
$F_{35}$	1913	350	0,163	$\Delta(1910) 5/2^+$
$P_{31}$	1934	339	0,299	$\Delta(1930) 1/2^+$
$D_{13}$	2057	293	0,260	$N(2060) 3/2^-$

### IV. TÁBLÁZAT

A rezonanciákként való interpretáció kétséges

hullám	tömeg	$\Gamma_{\text{tot}}$	$\Gamma_{e1}/\Gamma_{\text{tot}}$	Jelölés
$D_{33}$	1691	269	0,137	$\Delta(1690) 3/2^-$
$P_{13}$	$\sim 1863$	$\sim 296$	0,207	$N(1860) 3/2^+$
$D_{35}$	$\sim 1954$	$\sim 311$	0,157	$\Delta(1950) 5/2^-$

### V. TÁBLÁZAT

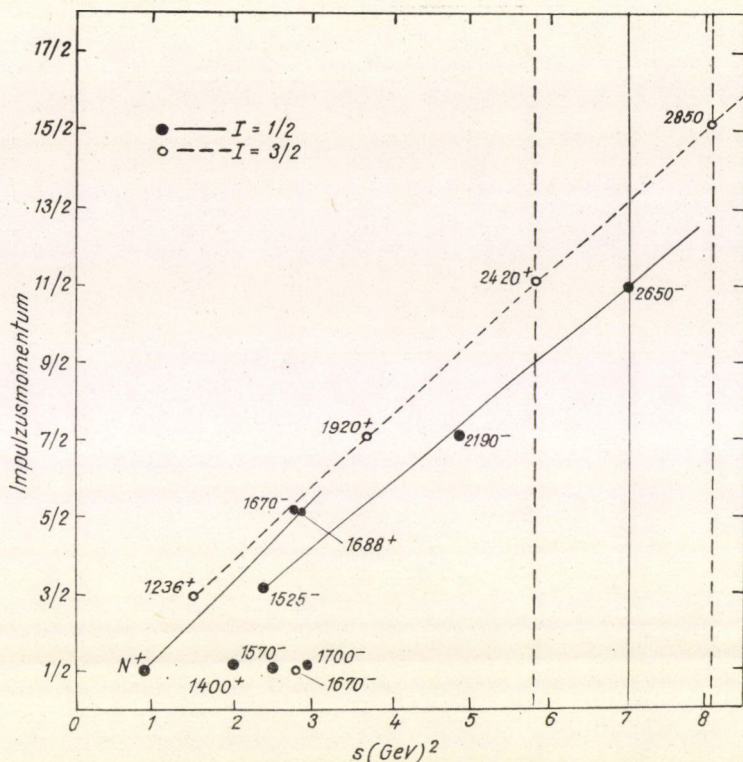
Nem megerősített rezonanciák

hullám	tömeg	$\Gamma_{\text{tot}}$	$\Gamma_{e1}/\Gamma_{\text{tot}}$	Jelölés
$P_{11}$	1751	327	0,320	$N''(1750) 1/2^+$
$F_{17}$	1983	225	0,128	$N(1980) 7/2^+$
$H_{19}$	$\sim 2450$	$\sim 350$	$\sim 0,4$	$N(2450) 9/2^+$

Végül három olyan rezonancia van, mely határozottan csupán az egyik analízisben jelent meg (V. Táblázat). Nagyobb energiákon Londonban [14] is csináltak analízist az V. Táblázat harmadik adatát onnan vettük.

Láthatjuk, hogy a rezonanciák mind erősen inelasztikusak, így a  $\pi N \rightarrow \pi\pi N$  csatornában jóval erőteljesebben jelentkeznének. Sajnos ezt a reakciót csak buborékkamrában lehet vizsgálni, de a buborékkamrás mérések nagy energiákon nem kielégítő pontosságúak és nagyon fáradságosak.





2. ábra. A nukleon rezonanciák Regge-trajektóriái; a függőleges vonalak azoknak a rezonanciáknak felelnek meg, melyeknek a spinje ismeretlen.

## 2. A KN kölcsönhatás

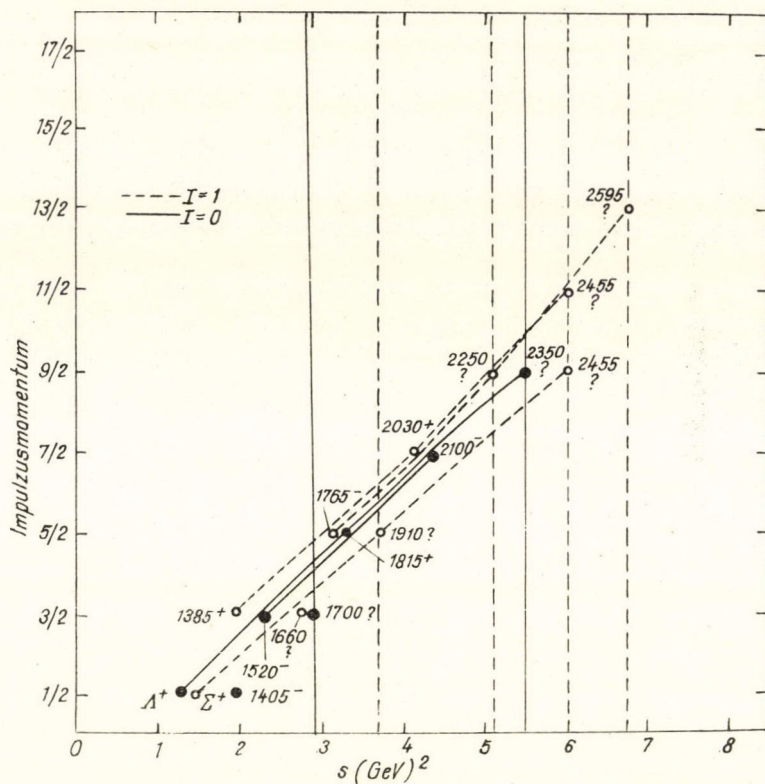
Ma már tudjuk, hol kell keresni a rezonanciákat és hogyan kell meghatározni kvantumszámait.

Az  $S = -1$  rezonanciák száma az utóbbi három évben jelentősen megnőtt. Az  $S = -2$  rezonanciáknál megállás történt, míg az elméleti szempontból különösen érdekes  $S = +1$  rezonanciákra legújabbban vannak, még nem teljesen megerősített bizonyítékok. Az  $S = -2$  rezonanciákkal kapcsolatos stagnálást a kísérleti technika magyarázhatja. Csak produkciós kísérletekben lehet ezeket a rezonanciákat vizsgálni.

Az  $S = +1$  rezonanciák ritka megjelenését részben a kísérleti technika magyarázhatja ugyancsak; emellett az  $SU(6)_W$  szimmetria szerint az  $S = +1$  rezonanciákra a  $KN$  bomlási mód tiltott. — Így ezeket a rezonanciákat  $KN$  reakciókban csak  $SU(6)_W$  sértésével lehet előállítani. A ritka barion rezonanciák kísérleti helyzetének ismertetése [15]-ben található. A kísérleti adatok pedig a B. Táblázatban. Az  $S = +1$  rezonanciáknál a  $Z_0(1863)$  és  $Z_1(1910)$  púpok létezését a  $KN$  szóráshoz úgy tűnik, nem lehet kinematikai effektusokkal megmagyarázni.

A 2. ábrán a nukleonok a 3. ábrán a mezonok Regge-trajektóriái láthatók.



3. ábra. Az  $S = -1$  hiperon rezonanciák Regge-trajektóriái.

### B) AZ $SU(3)$ SZIMMETRIA ALKALMAZÁSA ERŐS KÖLCSÖNHATÁSOKBAN

A vizsgált kölcsönhatások két csoportba oszthatók: három részecske és négy-részecske vertexek. Utóbbiakat fogjuk vizsgálni. A szórás általános képlete

$$A + B \Rightarrow C + D.$$

Feltesszük, hogy a szórásamplitúdó  $\langle C, D | T | A, B \rangle$   $SU(3)$ -invariáns mennyiség. Az  $|A, B\rangle$  kezdeti, és  $|C, D\rangle$  végállapotot kifejtjük  $SU(3)$  irreducibilis reprezentációinak teljes rendszere szerint:

$$|A, B\rangle = \sum_{\sigma_i, \chi_i} a_i(\sigma_i, \chi_i) |\sigma_i, \chi_i\rangle$$

$$|C, D\rangle = \sum_{\sigma_f, \chi_f} a_f(\sigma_f, \chi_f) |\sigma_f, \chi_f\rangle.$$

Itt  $a_i$  és  $a_f$  a Clebsch-Gordan-együtthatók,  $|\sigma, \chi\rangle$  az irreducibilis reprezentáció:

$$R_A \otimes R_B = \oplus_{\sigma} \nu_{\sigma} R_{\sigma},$$



$v_\sigma (\cong 0)$  a  $\sigma$  reprezentáció multiplicitása, ezeket különbözteti meg a  $\chi$  index. Az így kapott kifejtéseket ismét összeszorozzuk, s a szorzatból az  $SU(3)$ -invariáns részt választjuk ki. Az irreducibilis reprezentációk ortogonalitása miatt csak az azonos  $|\sigma\rangle$ -k szorzatából lesz skalár, ezért a lineárisan független amplitúdók száma

$$\sum_{\sigma} v_{\sigma_i} v_{\sigma_f}.$$

Három típusú szórást fogunk vizsgálni, kísérletileg ezek figyelhetők meg:

$$8+8 \Rightarrow 8+8; \quad 8+8 \Rightarrow 8+10; \quad 8+8 \Rightarrow 10+\overline{10}.$$

1. Tekintsük először az első. A  $8 \otimes 8$  dekompozícióból látszik, hogy nyolc lineárisan független amplitúdó van. Legyen ezek jelölése:

$$A_1, A_{8ss}, A_{8sa}, A_{8as}, A_{8aa}, A_{10}, A_{\overline{10}}, A_{27}.$$

A  $K_\alpha + L_\beta \Rightarrow M_\gamma + N_\delta$  szórásfolyamat — ebben már az oktettek adott tagjai szerepelnek — amplitúdóját  $A(\alpha + \beta \Rightarrow \gamma + \delta)$ -val jelöljük. Hogy ezt kifejtsük az előző redukált amplitúdók szerint, ahhoz kellene a megfelelő Clebsch—Gordan-együtthatók. Defináljuk az  $\Omega$  mátrixot, melynek megfelelő elemei a CG-együtthatók:

$$\langle \sigma, x_i; \mu | 8_\alpha, 8_\beta \rangle = [\Omega_\mu^{(\sigma, x_i)}]_{\alpha\beta}$$

$$\langle \sigma, x_f; \nu | 8_\gamma, 8_\delta \rangle = [\Omega_\nu^{(\sigma, x_f)}]_{\gamma\delta}.$$

Itt  $\mu$  és  $\nu$  a  $\sigma$  reprezentáció komponenseit jelölik. A normálás:

$$\sum_{\alpha, \beta} [\Omega_\mu^{(\sigma, x)}]_{\alpha\beta} [\Omega_{\mu'}^{(\sigma', x')}]^{\beta\alpha} = \delta_{\sigma\sigma'} \delta_{xx'} \delta_{\mu\mu'}.$$

Két 8 ábrázolás szorzatának redukációjánál az  $\Omega$  mátrix vagy szimmetrikus vagy antiszimmetrikus:

$$\Omega^{(\sigma, x)} = \varepsilon(\sigma, x) \Omega^{(\sigma, x)T}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon(\sigma, x) &= 1, & \text{ha } (\sigma, x) &= 1, 8_s, 27 \\ &= -1, & \text{ha } (\sigma, x) &= 8_a, 10, \overline{10}. \end{aligned}$$

Az  $A(\alpha + \beta \Rightarrow \gamma + \delta)$  amplitúdó kifejtése a redukált amplitúdók szerint:

$$A(\alpha + \beta \Rightarrow \gamma + \delta) = \sum_{\sigma} \sum_{x_i x_f} P_{\alpha\beta; \gamma\delta}(\sigma, \chi_i, \chi_f) A_{\sigma\chi_i \chi_f}, \quad \text{ahol}$$

$$P_{\alpha\beta; \gamma\delta}(\sigma, \chi_i, \chi_f) = \sum_{\mu} [\Omega_\mu^{(\sigma, \chi_i)}]_{\alpha\beta} [\Omega_\mu^{(\sigma, \chi_f)}]_{\gamma\delta} \quad \text{projekciós operátor}$$

Szimmetriatulajdonságai az előzőek alapján:

$$P_{\alpha\beta; \gamma\delta} = \varepsilon(\sigma, \chi_f) P_{\alpha\beta; \delta\gamma}, \quad P_{\alpha\beta; \gamma\delta} = \varepsilon(\sigma, \chi_i) P_{\beta\alpha; \gamma\delta}$$

$$P_{\alpha\beta; \gamma\delta} = \varepsilon(\sigma, \chi_i) \varepsilon(\sigma, \chi_f) P_{\beta\alpha; \delta\gamma}.$$

A definícióból közvetlenül adódik a megfordított reakció operátora:

$$P_{\gamma\delta; \alpha\beta}(\sigma, \chi_i, \chi_f) = P_{\alpha\beta; \gamma\delta}(\sigma, \chi_f, \chi_i).$$



## Alkalmazások:

a) pszeudoskalár mezon  $-J^P = \frac{1}{2}^+$  barion szórás

$T$ -invarianciát feltételezve két független  $A\sigma_{\chi if}$  redukált amplitúdó van, mert  $A_{sas} = A_{ssa}$ . Csak megfigyelhető reakciókra szorítkozunk: a target proton vagy neutron (deutérium), a beeső részecske töltött  $\pi$ - vagy  $K$ -mezon. Töltésszimmetriát alkalmazva ezzel ekvivalens, ha targetként csak a protont tekintjük, viszont a bombázó részecskékhez hozzátesszük a semleges  $K$ -mezonokat:  $K^0$ -ot és  $\bar{K}^0$ -ot. Hat tiszta elasztikus és huszonegy pszeudoelasztikus reakció írható így le. Jelölések:  $e_k$ , ill.  $p_k$ .

Az unitér szimmetria alkalmazása 19 összefüggést ad,  $T$ -invariancia egyet, így adódik a várt két független szórásamplitúdó. Az  $SU(3)$  redukált amplitúdók szerinti kifejtést a VI. táblázat mutatja [16].

VI. TÁBLÁZAT

Szórás	jelölés	$A_1$	$A_{8ss}$	$A_{27}$	$A_{8aa}$	$A_{10}$	$A_{\bar{10}}$	$A_{8sa}$	$A_{8as}$
$\pi^- p \Rightarrow \pi^- p$	$e_1$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
$K^+ \Sigma^-$	$p_1$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
$\pi^0 n$	$p_2$		$-\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{3}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{60}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{60}\sqrt{2}$
$K^0 \Sigma^0$	$p_3$		$-\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{3}\sqrt{2}$	$\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{60}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{60}\sqrt{2}$
$\eta^0 n$	$p_4$		$-\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$\frac{1}{20}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{60}\sqrt{6}$
$K^0 \Lambda^0$	$p_5$		$-\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{20}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{60}\sqrt{6}$
$\pi^+ p \Rightarrow \pi^+ p$	$e_2$			$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$			
$K^+ \Sigma^+$	$p_6$			$\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{2}$			
$K^- p \Rightarrow K^- p$	$e_3$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$		
$K^+ \Xi^-$	$p_7$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{40}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$		
$K^0 \Xi^0$	$p_8$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
$\bar{K}^0 n$	$p_9$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{40}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
$\pi^+ \Sigma^-$	$p_{10}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{40}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{60}$
$\pi^- \Sigma^+$	$p_{11}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{40}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{12}$	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{60}$
$\pi^0 \Sigma^0$	$p_{12}$	$\frac{1}{8}$	$-\frac{1}{10}$	$-\frac{1}{40}$					$-\frac{1}{60}$
$\pi^0 \Lambda^0$	$p_{13}$		$\sqrt{3}/10$	$-\frac{1}{10}$		$-\frac{1}{4}\sqrt{3}$	$\frac{1}{4}\sqrt{3}$		$-\frac{1}{60}\sqrt{3}$
$\eta^0 \Sigma^0$	$p_{14}$		$\sqrt{3}/10$	$-\frac{1}{10}$		$\frac{1}{4}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{4}\sqrt{3}$		$-\frac{1}{60}\sqrt{3}$
$\eta^0 \Lambda^0$	$p_{15}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$-\frac{9}{40}$					$-\frac{1}{60}$
$K^+ p \Rightarrow K^+ p$	$e_4$			1					
$\bar{K}^0 p \Rightarrow \bar{K}^0 p$	$e_5$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{60}$
$K^+ \Xi^0$	$p_{16}$		$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{6}$	$\frac{1}{60}$	$-\frac{1}{60}$
$\pi^0 \Sigma^+$	$p_{17}$				$-\frac{1}{3}\sqrt{2}$	$\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{30}\sqrt{2}$	
$\pi^+ \Sigma^0$	$p_{18}$				$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{30}\sqrt{2}$	
$\eta^0 \Sigma^+$	$p_{19}$		$\sqrt{3}/5\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}/5\sqrt{2}$		$\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$-\frac{1}{30}\sqrt{6}$
$\pi^+ \Lambda^0$	$p_{20}$		$\sqrt{3}/5\sqrt{2}$	$-\sqrt{3}/5\sqrt{2}$		$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$-\frac{1}{30}\sqrt{6}$
$K^0 p \Rightarrow K^0 p$	$e_6$			$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$K^0 p \Rightarrow K^+ n$	$p_{21}$			$\frac{1}{2}$			$-\frac{1}{2}$		



Az izospin-invariancia 10 összefüggést ad a 27 amplitúdó között. Az  $SU(3)$ -szimmetriából adódó összszabályokat ezekből úgy határozhatjuk meg, hogy az  $I$ -spin multipletteket a megfelelő  $U$ -spin multipletekkel helyettesítjük, így ismét kapunk 10 összefüggést. A 20 összefüggés közül csak 19 lineárisan független [16].

$I$ -spin-invariancia:

$U$ -spin-invariancia:

$$e_3 - e_5 - p_9 = 0$$

$$e_3 - e_1 - p_{11} = 0$$

$$e_4 - e_6 - p_{21} = 0$$

$$e_4 - e_2 - p_6 = 0$$

$$p_7 - p_8 - p_{16} = 0$$

$$p_7 - p_{10} - p_1 = 0$$

$$e_1 - e_2 + \sqrt{2}p_2 = 0$$

$$e_5 - e_6 + \frac{1}{\sqrt{2}}p_{17} - \sqrt{\frac{3}{2}}p_{19} = 0$$

$$p_1 - p_6 + \sqrt{2}p_3 = 0$$

$$p_{16} - p_{21} + \frac{1}{\sqrt{2}}p_{18} - \sqrt{\frac{3}{2}}p_{20} = 0$$

$$p_{10} - p_{11} - \sqrt{2}p_{17} = 0$$

$$p_8 - p_9 - \frac{1}{\sqrt{2}}p_2 + \sqrt{\frac{3}{2}}p_4 = 0$$

$$p_{10} - p_{11} + \sqrt{2}p_{18} = 0$$

$$p_8 - p_9 + \frac{1}{\sqrt{2}}p_3 - \sqrt{\frac{3}{2}}p_5 = 0$$

$$p_{10} + p_{11} - 2p_{12} = 0$$

$$p_8 + p_9 + \frac{\sqrt{3}}{2}(p_{13} + p_{14}) - \frac{1}{2}(p_{12} + 3p_{15}) = 0$$

$$p_{19} - \sqrt{2}p_{14} = 0$$

$$\sqrt{3}p_{13} + \sqrt{2}p_2 + p_9 - p_{12} = 0$$

$$p_{20} - \sqrt{2}p_{13} = 0$$

$$\sqrt{3}p_{14} + \sqrt{2}p_3 + p_8 - p_{12} = 0$$

A  $T$ -invarianciából adódó összefüggés:  $P_8 = P_{10}$ .

A fentiekből nyerhető gyakorlatilag érdekes egyenlőségek:

$$A(K^-p \Rightarrow K^0 \Xi^0) = A(K^-p \Rightarrow \pi^+ \Sigma^-)$$

$$A(\pi^-p \Rightarrow K^+ \Sigma^-) = A(K^-n \Rightarrow K^0 \Xi^-)$$

$$A(\pi^-p \Rightarrow \pi^-p) = A(K^-p \Rightarrow K^-p) + A(K^-p \Rightarrow \pi^- \Sigma^+)$$

$$A(K^+p \Rightarrow K^+p) = A(\pi^+p \Rightarrow \pi^+p) + A(\pi^+p \Rightarrow K^+ \Sigma^+)$$

Az első háromszög-egyenlőséget *Abarbanel* és *Callan* [17] vizsgálták. Különböző eredményeket kaptak. Az egyes folyamatok

$$\pi^- + p \Rightarrow \pi^- + p \quad (1)$$

$$K^- + p \Rightarrow K^- + p \quad (2)$$

$$K^- + p \Rightarrow \Sigma^+ + \pi^- \quad (3)$$



differentiális hatáskeresztmetszetei egyenes energiákon teljesítik, másoknál sértik az  $SU(3)$  szimmetria

$$\sqrt{\frac{d\sigma_1}{d\Omega}} = \sqrt{\frac{d\sigma_2}{d\Omega}} + \sqrt{\frac{d\sigma_3}{d\Omega}}$$

jóslatát.

b) Az előzőhöz hasonlóan lehet vizsgálni vektormezonok keletkezését pszeudo-skalár mezon —  $J^P = \frac{1}{2}^+$  barion szórásban:

$$M + B \Rightarrow V + B$$

Ebben az esetben  $T$ -invariancia nem használható, nyolc lineárisan független redukált amplitúdó van. Három összefüggés adódik, amit össze lehetne hasonlítani a kísérleti eredményekkel, ha azok nem lennének nagyon silányak:

$$A(\pi^- p \Rightarrow \varrho^- p) = A(K^- p \Rightarrow K^{*-} p) + A(K^- p \Rightarrow \varrho^- \Sigma^+)$$

$$A(K^+ p \Rightarrow K^{*+} p) = A(\pi^+ p \Rightarrow \varrho^+ p) + A(\pi^+ p \Rightarrow K^{*+} \Sigma^+)$$

$$A(K^- p \Rightarrow K^{*+} \Xi^-) = A(\pi^- p \Rightarrow K^{*+} \Sigma^-) + A(K^- p \Rightarrow \varrho^+ \Sigma^-)$$

c) barion ( $J^P = \frac{1}{2}^+$ )-barion ( $J^P = \frac{1}{2}^+$ ) szórás.

Az  $SU(3)$  redukált amplitúdók szerinti kifejtést a VII. táblázat mutatja. A gyakorlatilag megfigyelhető folyamatokat tüntetjük fel, amikor a target proton, a bejövő részecske nukleon,  $A$  vagy töltött  $\Sigma$ . Ez kilenc folyamat,  $A_1$  együtthatója minden esetben 0, így két redukált amplitúdó marad.

VII. TÁBLÁZAT

	$A_{8ss}$	$A_{27}$	$A_{8aa}$	$A_{10}$	$A_{\overline{10}}$	$A_{8sa}$	$A_{8as}$
$pp \Rightarrow pp$		1					
$np \Rightarrow np$		$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{2}$		
$\Sigma^+ p \Rightarrow \Sigma^+ p$		$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$			
$\Sigma^- p \Rightarrow \Sigma^- p$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{5}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{5}$
$\Sigma^- p \Rightarrow \Sigma^0 n$	$-\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$\frac{3}{10}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{3}\sqrt{2}$	$-\frac{1}{6}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{10}$	$\frac{1}{2}\sqrt{10}$
$\Sigma^- p \Rightarrow \Lambda n$	$-\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$-\frac{3}{2}\sqrt{30}$	$\frac{1}{2}\sqrt{30}$
$\Lambda p \Rightarrow \Lambda p$	$\frac{1}{20}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\sqrt{5}$	$\frac{1}{4}\sqrt{5}$
$\Lambda p \Rightarrow \Sigma^0 p$	$-\frac{3}{20}\sqrt{3}$	$\frac{3}{20}\sqrt{3}$	$\frac{1}{4}\sqrt{3}$		$-\frac{1}{4}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{60}$	$-\frac{3}{2}\sqrt{60}$
$\Lambda p \Rightarrow \Sigma^+ n$	$\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$-\frac{3}{10}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{6}$		$\frac{1}{2}\sqrt{6}$	$-\frac{1}{2}\sqrt{30}$	$\frac{3}{2}\sqrt{30}$

Az izotópspin-invariancia két összefüggést ad a kilenc amplitúdó között, így az  $SU(3)$ -szimmetria nem ad további összefüggéseket.

d) barion—antibarion szórás

Gyakorlati szempontból az antiproton—proton szórás érdekes. Egy elasztikus és kilenc pszeudoelasztikus reakció van. A redukált amplitúdók szerinti kifejtést a VIII. táblázat mutatja  $I$ -spin-invarianciából egy összefüggés,  $U$ -spin-invarianciából egy bonyolult és kísérletileg ellenőrizhetetlen összefüggés adódik.



VIII. TÁBLÁZAT

végállapot	$A_1$	$A_{8s}$	$A_{27}$	$A_{8aa}$	$A_{10}$	$A_{\overline{10}}$	$A_{8sa}$	$A_{8as}$
$\bar{p}p \Rightarrow \bar{p}p$	$1/8$	$1/5$	$7/40$	$1/3$	$1/12$	$1/12$		
$\Rightarrow \bar{\Xi}^--\Xi^-$	$1/8$	$1/5$	$7/40$	$-1/3$	$-1/12$	$-1/12$		
$\Rightarrow \bar{\Xi}^-\Xi^-$	$-1/8$	$1/10$	$1/40$	$1/6$	$-1/12$	$-1/12$	$-1/2\sqrt{5}$	$1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{n}n$	$-1/8$	$1/10$	$1/40$	$-1/6$	$1/12$	$1/12$	$1/2\sqrt{5}$	$1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Sigma}^-\Sigma^-$	$1/8$	$-1/10$	$-1/40$	$-1/6$	$1/12$	$1/12$	$-1/2\sqrt{5}$	$1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Sigma}^+\Sigma^+$	$1/8$	$-1/10$	$-1/40$	$1/6$	$-1/12$	$-1/12$	$1/2\sqrt{5}$	$1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Sigma}^0\Sigma^0$	$-1/8$	$1/10$	$1/40$					$-1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Sigma}^0\Lambda^0$		$-\sqrt{3}/10$	$\sqrt{3}/10$		$1/4\sqrt{3}$	$-1/4\sqrt{3}$		$-1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Lambda}^0\Sigma^0$		$-\sqrt{3}/10$	$\sqrt{3}/10$		$-1/4\sqrt{3}$	$-1/4\sqrt{3}$		$-1/2\sqrt{5}$
$\Rightarrow \bar{\Lambda}^0\Lambda^0$	$-1/8$	$-1/10$	$9/40$					$1/2\sqrt{5}$

2. Vizsgáljuk a  $8+8 \Rightarrow 8+10$  típusú szórást. A

$$8 \otimes 8 = 1 \oplus 8_s \oplus 8_a \oplus 10 \oplus \overline{10} \oplus 27 \quad \text{és} \quad 8 \otimes 10 = 8 \oplus 10 \oplus 27 \oplus 35$$

dekompozíciókból látszik, hogy négy lineárisan független amplitúdó van:

$$A_{8a}, A_{8s}, A_{10}, A_{27}$$

a) Első alkalmazásként az  $M+B \Rightarrow M+B^*$  szórást vizsgáljuk.  $B^*J^P = \frac{3}{2}^+$  bariont jelent. A redukált amplitúdók szerinti kifejtést a 4. táblázat mutatja. A hat kezdeti állapot azonos az elasztikus szórásnál szereplő kezdeti állapotokkal. A 28 amplitúdó között az izotópspin-invariancia 16 összefüggést ad.  $U$ -spin-invarianciából 12 összefüggés adódik, ezek közül nyolc lineárisan független az előzőektől. Ezek a következők:

$$\frac{\alpha_2}{\sqrt{3}} = \alpha_5 = \alpha_{17} = \alpha_{19}$$

$$\alpha_7 - \alpha_{10} - \alpha_{11} = 0 \quad \alpha_3 - \sqrt{3}\alpha_4 - 2\alpha_6 = 0$$

$$\alpha_1 - \alpha_{15} - \alpha_{20} = 0 \quad \sqrt{2}\alpha_6 - \alpha_{16} - \alpha_{18} = 0$$

$$\sqrt{3}\alpha_3 + \alpha_4 - \sqrt{6}\alpha_{21} - \sqrt{2}\alpha_{22} = 0$$

Definiáljuk a  $\tau = |\alpha|^2$  mennyiséget, amely fázisfaktortól eltekintve a differenciális hatáskeresztmetszet:

$$\tau = F\sigma, \quad \text{ahol} \quad F = \frac{E^{*2} p_{\text{in}}}{p_{\text{out}}}; \quad E^*, p_{\text{in}}, \quad \text{ill.} \quad p_{\text{out}}$$

a teljes energia, a bejövő, ill. kimenő részecskék impulzusa tömegközépponti rendszerben.

A közvetlenül adódó

$$\frac{1}{3} \tau(\pi^- p \Rightarrow \pi^+ N^{*-}) = \tau(\pi^- p \Rightarrow K^+ Y^{*-}) = \tau(K^- p \Rightarrow K^+ \Xi^{*-}) = \tau(K^- p \Rightarrow \pi^+ Y^{*-})$$

reláció mellett lehet gyártani továbbiakat.



## IX. TÁBLÁZAT

Szórás	jelölés	$A_{27}$	$A_{88}$	$A_{10}$	$A_{8a}$
$\pi^- p \Rightarrow \pi^- N^{*+}$	$\alpha_1$	$1/5$	$-1/5$	$-1/3 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$\pi^+ N^{*-}$	$\alpha_2$	$-\sqrt{3}/20$	$-\sqrt{3}/5$	$1/2 \sqrt{6}$	$1/\sqrt{15}$
$\pi^0 N^{*0}$	$\alpha_3$	$-3/20 \sqrt{2}$	$\sqrt{2}/5$	$1/12$	$-2/3 \sqrt{10}$
$\eta^0 N^{*0}$	$\alpha_4$	$-3/4 \sqrt{6}$		$-1/4 \sqrt{3}$	
$K^+ Y^{*-}$	$\alpha_5$	$-1/20$	$-1/5$	$1/6 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$K^0 Y^{*0}$	$\alpha_6$	$3/10 \sqrt{2}$	$1/5 \sqrt{2}$	$1/6$	$-1/3 \sqrt{10}$
$\pi^+ p \Rightarrow \pi^+ N^{*+}$	$\alpha_7$	$-1/4$		$1/2 \sqrt{2}$	
$\pi^0 N^{*++}$	$\alpha_8$	$3/4 \sqrt{6}$		$-\sqrt{3}/4$	
$\eta^0 N^{*++}$	$\alpha_9$	$-3/4 \sqrt{2}$		$-1/4$	
$K^+ Y^{*+}$	$\alpha_{10}$	$1/4$		$1/2 \sqrt{2}$	
$K^+ p \Rightarrow K^+ N^{*+}$	$\alpha_{11}$	$-1/2$			
$K^0 N^{*++}$	$\alpha_{12}$	$\sqrt{3}/2$			
$K^0 p \Rightarrow K^0 N^{*+}$	$\alpha_{13}$	$1/2$			
$K^+ N^{*0}$	$\alpha_{14}$	$-1/2$			
$K^- p \Rightarrow K^- N^{*+}$	$\alpha_{15}$	$-1/20$	$-1/5$	$-1/6 \sqrt{2}$	$-1/3 \sqrt{5}$
$\bar{K}^0 N^{*0}$	$\alpha_{16}$	$1/20$	$1/5$	$1/6 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$K^+ \Xi^{*-}$	$\alpha_{17}$	$-1/20$	$-1/5$	$1/6 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$K^0 \Xi^{*0}$	$\alpha_{18}$	$1/4$		$1/6 \sqrt{2}$	$-2/3 \sqrt{5}$
$\pi^+ Y^{*-}$	$\alpha_{19}$	$-1/20$	$-1/5$	$1/6 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$\pi^- Y^{*+}$	$\alpha_{20}$	$1/4$		$-1/6 \sqrt{2}$	$2/3 \sqrt{5}$
$\pi^0 Y^{*0}$	$\alpha_{21}$	$-1/10$	$1/10$		$-1/2 \sqrt{5}$
$\eta^0 Y^{*0}$	$\alpha_{22}$	$-\sqrt{3}/10$	$\sqrt{3}/10$		$1/2 \sqrt{15}$
$\bar{K}^0 p \Rightarrow \bar{K}^0 N^{*+}$	$\alpha_{23}$	$1/20$	$1/2$	$1/6 \sqrt{2}$	$1/3 \sqrt{5}$
$K^+ N^{*++}$	$\alpha_{24}$	$-\sqrt{3}/20$	$-\sqrt{3}/5$	$-1/2 \sqrt{6}$	$-1/\sqrt{15}$
$K^+ \Xi^{*0}$	$\alpha_{25}$	$1/5$	$-1/5$	$1/3 \sqrt{2}$	$-1/3 \sqrt{15}$
$\pi^+ Y^{*0}$	$\alpha_{26}$	$-3/10 \sqrt{2}$	$-1/5 \sqrt{2}$	$1/6$	$-1/3 \sqrt{10}$
$\pi^0 Y^{*+}$	$\alpha_{27}$	$3/10 \sqrt{2}$	$1/5 \sqrt{2}$	$-1/6$	$1/3 \sqrt{10}$
$\eta^0 Y^{*+}$	$\alpha_{28}$	$-3/5 \sqrt{6}$	$3/5 \sqrt{6}$		$1/\sqrt{30}$

Az első [18]:

$$\begin{aligned} & \tau(\pi^- p \Rightarrow \pi^0 N^{*0}) + \tau(\pi^- p \Rightarrow \eta^0 \pi^{*0}) + \tau(K^- p \Rightarrow K^0 N^{*0}) + \tau(K^- p \Rightarrow K^0 \Xi^{*0}) = \\ & = 2[\tau(\pi^- p \Rightarrow K^0 Y^{*0}) + \tau(K^- p \Rightarrow \pi^0 Y^{*0}) + \tau(K^- p \Rightarrow \eta^0 Y^{*0})] \end{aligned}$$

nehezen hasonlítható össze a kísérleti eredményekkel. A másodikat [19]:

$$\begin{aligned} \tau(K^+ p \Rightarrow K^0 N^{*++}) &= 3\tau(\pi^+ p \Rightarrow \eta^0 N^{*++}) + \tau(\pi^+ p \Rightarrow \pi^0 N^{*++}) - \\ & - 3\tau(\pi^+ p \Rightarrow K^+ Y^{*+}) \end{aligned}$$



összevetve a mérésekkel jó egyezést találtak.

mérési eredmények (mb·BeV<sup>2</sup>)

	bal oldal	jobb oldal
$Q \sim 300$ MeV	$25 \pm 6$	$28 \pm 6$
$Q \sim 500$ MeV	$21 \pm 5$	$19 \pm 5$

Itt  $Q = E^* - M_3 - M_4$ , ahol  $M_3$  és  $M_4$  a keletkező részecskék tömege.  $Q > 120$  MeV esetén az egyezés általában jó.

b) A fentiek — megszorításokkal — alkalmazhatóak arra az esetre, amikor vektormezon keletkezik:

$$M + B \Rightarrow V + B^*.$$

A nagy  $\omega - \varphi$  mixing miatt figyelembe kell vennünk a  $8 + 8 \Rightarrow 1 + 10$  folyamatot is, amit egyetlen  $B_{10}$  amplitúdó ír le. Az olyan átmeneteket, amelyekben  $\omega$  vagy  $\varphi$  mezon keletkezik, öt redukált amplitúdó és a  $\lambda$  mixing-szög írja le. Ilyenkor az amplitúdók közötti és hatáskeresztmetszetek közötti összefüggések jóval bonyolultabbak, mint az előzőekben, a másodikból egyenlőtlenség lesz:

$$3\tau(\pi^+ p \Rightarrow K^{*+} Y^{*+}) + \tau(K^+ p \Rightarrow K^{*0} N^{*++}) - \tau(\pi^+ p \Rightarrow \varphi^0 N^{*++}) \leq \\ \leq 3[\tau(\pi^+ p \Rightarrow \varphi N^{*++}) + \tau(\pi^+ p \Rightarrow \omega N^{*++})].$$

A következő reakciókat kell figyelembe vennünk:

$$\begin{aligned} K^+ p &\Rightarrow N^{*++} K^{*0} & (a) \\ \pi^+ p &\Rightarrow N^{*++} \varphi^0 & (b) \\ \pi^+ p &\Rightarrow N^{*++} \varphi^0 & (c) \\ \pi^+ p &\Rightarrow y^{*+} K^{*+} & (d) \\ \pi^+ p &\Rightarrow N^{*++} \omega^0 & (e) \\ \pi^+ p &\Rightarrow N^{*++} \omega & (f) \\ \pi^+ p &\Rightarrow N^{*++} \varphi & (g) \end{aligned}$$

Itt  $\varphi^0$  az oktett,  $\omega^0$  a szingulett tagja,  $\varphi$  és  $\omega$  a fizikai mezonok:

$$\varphi^0 = \cos \lambda \varphi + \sin \lambda \omega$$

$$\omega^0 = -\sin \lambda \varphi + \cos \lambda \omega.$$

Így  $\tau_c = \cos^2 \lambda \tau_g + \sin^2 \lambda \tau_f - \text{Re}(\alpha_g \alpha_f^*)$ . Mérési eredményekből  $\tau_g \ll \tau_f$  (kb. 0,20 és 8 mb BeV<sup>2</sup>), ezért közelítőleg  $\tau_c \sim \sin^2 \lambda \tau_f \sim 0,4 \tau_f$ . Ezt írva most már az egyenlőségbe jó egyezést találtak a kísérleti adatokkal:

$$\tau_a = \tau_b + 3\tau_c - 3\tau_d$$

mérési eredmények (mb·BeV<sup>2</sup>)

	bal oldal	jobb oldal
$Q \sim 210$ MeV	$16 \pm 2$	$20 \pm 3$
$Q \sim 450$ MeV	$7,5 \pm 2,9$	$9,8 \pm 3,5$



c) Barion—barion és antibarion—barion ütközésekben is keletkezhet  $J^P = \frac{3}{2}^+$  barion:

$$B + B \Rightarrow B + B^*; \quad \bar{B} + B \Rightarrow \bar{B} + B^*.$$

Az első reakció az unitér szimmetria szempontjából nem érdekes, mert a rendelkezésre álló nagy energiájú bairon-nyaláb proton-nyaláb. Így csak  $pp$  és  $pn$  ütközéseket vizsgálhatunk, ezekben pedig csak  $N^*$  keletkezhet. A második reakciónál gyakorlatilag az antiproton—proton inelasztikus szórás érdekes. Nyolc fizikai amplitúdó van, a végállapotokat tüntetjük fel:

$$\begin{array}{cccccccc} \bar{p}N^{*+} & \bar{n}N^{*0} & \bar{\Sigma}^{-} & \bar{\Sigma}^{*0} & \bar{\Sigma}^{+} & Y^{*-} & \bar{Y}^{*0} & \bar{\Lambda}^{*0} \\ \alpha_{15} & \alpha_{16} & \alpha_{17} & \alpha_{18} & \alpha_{19} & \alpha_{20} & \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{array}$$

$I$ -spin-invarianciából két összefüggés adódik, a további kettőt az  $U$ -spin-invariancia adja:

$$A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{\Sigma}^{-} \Sigma^{*-}) = A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{\Sigma}^{-} Y^{*-})$$

$$\sqrt{3} A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{\Lambda}^{*0} Y^{*0}) - A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{\Sigma}^{*0} Y^{*0}) = A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{n}N^{*0}) - A(\bar{p}p \Rightarrow \bar{\Sigma}^{*0} \Sigma^{*0}).$$

A kísérletileg megfigyelt reakciók  $\bar{p} + p \Rightarrow \bar{B} + B + \pi$  típusúak és a  $B\pi$  vagy  $\bar{B}\pi$  rendszerek rezonanciáit keresik.

3. Utolsóként vizsgáljuk a  $8 + 8 \Rightarrow 10 + \bar{10}$  típusú szórást. Mivel  $8 \otimes 8 = 1 \oplus 8_s \oplus 8_a \oplus 10 \oplus \bar{10} \oplus 27$  és  $10 \otimes \bar{10} = 1 \oplus 8 \oplus 27 \oplus 64$  négy lineárisan független amplitúdó van:  $A_1, A_{8a}, A_{8s}, A_{27}$ .

Alkalmazásként a  $B + \bar{B} \Rightarrow B^* + \bar{B}^*$  reakciókat, ezek közül is az antiproton—proton ütközéseket vizsgálhatjuk. A redukált amplitúdók szerinti kifejtést a X. táblázat tartalmazza:

X. TÁBLÁZAT

végállapot	$A_{27}$	$A_{8s}$	$A_{8a}$	$A_1$
$N^{*++} \bar{N}^{*++}$	$\frac{9}{20} \sqrt{7}$	$-\frac{1}{5} \sqrt{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$N^{*+} \bar{N}^{*+}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{7}$		$\frac{2}{3} \sqrt{10}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$N^{*0} \bar{N}^{*0}$	$\frac{1}{20} \sqrt{7}$	$\frac{1}{2} \sqrt{2}$	$-\frac{1}{3} \sqrt{10}$	$\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$N^{*-} \bar{N}^{*-}$	$\frac{3}{20} \sqrt{7}$	$-\frac{2}{5} \sqrt{2}$		$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$Y^{*+} \bar{Y}^{*+}$	$\frac{11}{20} \sqrt{7}$	$\frac{1}{5} \sqrt{2}$	$\frac{1}{3} \sqrt{10}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$Y^{*0} \bar{Y}^{*0}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{7}$			$\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$Y^{*-} \bar{Y}^{*-}$	$-\frac{1}{20} \sqrt{7}$	$-\frac{1}{5} \sqrt{2}$	$-\frac{1}{3} \sqrt{10}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$\Sigma^{*0} \bar{\Sigma}^{*0}$	$-\frac{11}{20} \sqrt{7}$	$-\frac{1}{5} \sqrt{2}$	$\frac{1}{3} \sqrt{10}$	$\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$\Sigma^{*-} \bar{\Sigma}^{*-}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{7}$		$-\frac{2}{3} \sqrt{10}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$
$\Omega^{-} \bar{\Omega}^{-}$	$-\frac{9}{20} \sqrt{7}$	$\frac{1}{5} \sqrt{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{10}}$	$-\frac{1}{4} \sqrt{5}$

$I$ -spin- és  $U$ -spin-invariancia 3—3 összefüggést ad a tíz amplitúdó között.



M. a. TÁBLÁZAT  
Pszeduoskalár mezon nonett + E(1420)

Név	Jel ( $J^P$ )	$I^G/J^P/C$ = meg- erősítve	Tömeg M (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arányok %
$\eta(549)$	$\eta(0^-)$	$0^+(0^-)^+$	$548,6 \pm 0,6$	$< 10$	$\left. \begin{array}{l} \gamma\gamma \\ \pi^0\gamma\gamma \\ 3\pi^0 \end{array} \right\} \text{semleges}$ $\left. \begin{array}{l} \pi^+\pi^-\pi^0 \\ \pi^+\pi^-\gamma \\ \pi^0e^+e^- \\ \pi^+\pi^-e^+e^- \end{array} \right\} \text{töltött}$ bomlások bomlá- sok	$(33,5 \pm 27) \%$ $(19,6 \pm 26) \%$ $(20,2 \pm 3,1) \%$ $(21,7 \pm 1,5) \%$ $(4,9 \pm 0,6) \%$ $(0,1) \%$ $(0,1 \pm 0,1) \%$
$\pi^\pm(140)$	$\pi(0^-)$	$1^-(0^-)^+$	139,58	$2,604 \pm 0,007 \cdot 10^{-8} \text{ sec}$	$\mu\nu$ $e\nu$ $\mu\nu\gamma$ $\pi^0e\nu$ $e\nu\gamma$	100 $(1,24 \pm 0,03)10^{-4}$ $(1,24 \pm 0,25)10^{-4}$ $(1,03 \pm 0,07)10^{-8}$ $(3,0 \pm 0,5) 10^{-8}$
$\pi^0(135)$			134,98	$0,89 \pm 0,18 \cdot 10^{-16} \text{ sec}$	$\gamma\gamma$ $\gamma e^+e^-$ $\gamma\gamma\gamma$ $e^+e^-e^+e^-$	$(98,8) \%$ $(1,169) \%$ $(< 5) 10^{-6}$ $(3,47) 10^{-5}$
$\eta'(958)$ vagy $X^0$	$\eta(0^-)$	$0^+(0^-)^+$	$958,3 \pm 0,8$	$< 4$ semlegesek kivéve $\eta\pi\pi - t$	$\eta\pi\pi$ $\pi^+\pi^-\gamma$	$67 \pm 7$ $22 \pm 4$ $11 \pm 8$
$K^\pm(494)$	$K(0^-)$	$1/2(0^-)$	$493,82 \pm 11$	$1,236 \cdot 10^{-8} \pm 0,003 \text{ sec}$	$\mu\nu$ $\pi\pi^0$ $\pi\pi^+\pi^-$ $\pi\pi^0\pi^0$ $\mu\pi^0\nu$ $e\pi^0\nu$ $e\nu$ $\pi\pi^\mp e^\pm\nu$ $\pi\pi^\pm e^\mp\nu$ $\pi\pi^\mp \mu^\pm\nu$ $\pi\pi^\pm \mu^\pm\nu$ $\pi\pi^0\gamma$ $\pi\pi^+\pi^-\gamma$ $\pi e^+e^-$ $\pi\mu^+\mu^-$	$(63,42 \pm 0,38)$ $(21,11 \pm 0,35)$ $(5,57 \pm 0,03)$ $(1,71 \pm 0,07)$ $(3,40 \pm 0,22)$ $(4,80 \pm 0,16)$ $(2,1 \pm 1,7)10^{-5}$ $(3,8 \pm 0,8)10^{-5}$ $(< 2) 10^{-6}$ $(\leq 1,4) 10^{-5}$ $(< 3) 10^{-6}$ $(2,2 \pm 0,7)10^{-4}$ $(10 \pm 4) 10^{-5}$ $(< 1,1) 10^{-6}$ $(< 3) 10^{-6}$
$K^0(498)$	$K_S$		$497,87 \pm 0,16$	$0,87 \times 10^{-10} \pm 0,009$	$\pi^+\pi^-$ $\pi^0\pi^0$	$(69,3 \pm 1,2) \%$ $(30,7) \%$
	$K_L$			$5,73 \times 10^{-8}$	$\pi^0\pi^0\pi^0$ $\pi^+\pi^-\pi^0$ $\pi\mu\nu$ $\pi e\nu$ $\pi^+\pi^-$ $\pi^0\pi^0$ $\pi^+\pi^-\gamma$ $e\mu$ $\gamma\gamma$ $\mu^+\mu^-$ $e^+e^-$	$(22,6 \pm 2,1) \%$ $(12,6 \pm 5) \%$ $(27,8 \pm 1,3) \%$ $(36,6 \pm 1,5) \%$ $(0,153 \pm 0,007) \%$ $(0,36 \pm 0,09) \%$ $(< 0,3) \%$ $(< 1,4) 10^{-5}$ $(< 1,3 \pm 0,6) 10^{-4}$ $(< 2,5) 10^{-6}$ $(< 3) 10^{-5}$
$E(1420)$	$\eta(A)$	$0^+(0^-)^+$	$1415 \pm 6$	$74 \pm 15$	$K\bar{K} + \bar{K}K$ $\pi\nu(1003)\pi$ $\pi\pi Q$	$53 \pm 10$ $47 \pm 10$ nem látták



M. b. TÁBLÁZAT  
Vektor, axiálvektor, axiálvektor mezonok

Név	Jel( $J^P$ )	$I^G/J^P/C$ = meg- erősítve	Tömeg M (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arányok %
$\omega(783)$	$\varphi'(1^-)$	$0^-(1^-)_-$	$783,3 \pm 0,7$	$12,2 \pm 1,3$	$\pi^+\pi^-\pi^0$ $\pi^+\pi^-$ $\pi^0\gamma$ $\eta$ +semlegesek $\pi^+\pi^-\gamma$ $\pi^0\pi^0\gamma$ $e^+e^-$ $\mu^+\mu^-$	$\approx 90$ látták $9,7 \pm 0,8$ $< 1,5$ $< 5$ $< 1$ $0,0005 \pm 0,003$ $< 0,10$
$\varphi(1019)$	$\varphi(1^-)$	$0^-(1^-)_-$	$1018,6 \pm 0,5$	$3,6 \pm 0,8$	$K^+K^-$ $K_LK_S$ $\pi^+\pi^-\pi^0$ $e^+e^-$ $\mu^+\mu^-$	$48 \pm 3$ $40 \pm 3$ $12 \pm 4$ $< 0,2$ $< 0,5$
$\varrho^\pm(760)$			774	128	$\pi\pi$ $\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ $\pi^+\pi^-\pi^0$ $\pi^0\gamma$ $\eta\pi^\pm$ $e^+e^-$ $\mu^+\mu^-$	100 $< 0,2$ $< 0,2$ $< 0,4$ $< 0,8$ $0,0041 \pm .0024$ $.0057 \pm .0027$
$\varrho^0(760)$	$\varrho(1^-)$	$1^+(1^-)_-$	780	128		
$K^*$ $K(890)$	$K(1^-)$ $m_0 - m =$ $= 6,3 \pm 4,1$	$\frac{1}{2}(1^-)$	$992,4 \pm 0,6$	$49,6 \pm 1,4$	$K\pi$ $K\pi\pi$	$\approx 100$ $< 0,2$
$D(1285)$	$\eta'(A)$	$0^+(1^+)_{+}$	$1285 \pm 4$	$32 \pm 8$	$K\bar{K}\pi$ $K^*\bar{K} + \bar{K}^*K$ $\pi\pi\varrho$	csak ezt látták nem látták
$A(1080)$	$\pi(1^+)$	$1^-(1^+)_{+}$	$1058 \pm 12$	30—130	$3\pi$ $K\bar{K}$ $\eta\pi$ $\eta'\pi$	$\approx 100$ $< 0,25$ $< 1,5$ $< 1,5$
$K_A(1320)$	$K(A)$ ?	$\frac{1}{2}(1^+)_{-}$ ??	$1309 \pm 6$	$70 \pm 45$	$K^*\pi$ $K\varrho$ $K\omega$ $K\pi$ $K\eta$ } domináns	átfedés $< 3$ $< 2$ $< 2$
$H(990)$	$\varphi(A)$ ?	$0_-(1^+)_{-}$	990	$\sim 80$	$3\pi$	csak ezt látták
$B(1210)$	$\varrho(A)$ ?	$1^-(1^+)_{+}$	$1208 \pm 12$	$119 \pm 24$	$\omega\pi$	$\approx 100$
$K_c(1215)$ nincs meg- erősítve						



## M. c. TÁBLÁZAT

Skalár mezonok, tenzor mezonok, magasabb mezon rezonanciák

Név	Jel ( $J^P$ )	$I^G/J^P/C$	Tömeg M (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arányok %
$\eta_V(1050)$	$\eta(0^+)$	$0^+(0^+)_+$	1050	50	$\pi\pi$ $\bar{K}K$	$<70$ $>30$
$\pi_V(1003)$	$\pi(0^+)$	$1^-(2^+)_+$	1008	$70 \pm 15$	$K^\pm K^0$ $\eta\pi$	nagy
$K_V(1080)$	$0^+?$ nincs megerősítve					
$f(1250)$	$\eta'(2^+)$	$0^+(2^+)_+$	$1254 \pm 12$	$117 \pm 15$	$\pi\pi$ $2\pi^+ 2\pi^-$ $KK^-$	nagy $<4$ $2,3 \pm 0,6$
$f'(1500)$	$\eta(2^+)$	$0^+(2^+)_+$	$1514 \pm 16$	$86 \pm 23$	$\pi\pi$ $K\bar{K}$ $K^*\bar{K} + \bar{K}^*K$ $\eta\eta$	$<14$ $>60$ $<40$ nem látták
$A_2(1300)$	$\pi(2^+)$	$1^-(2^+)_+$	$1311 \pm 11$	$88 \pm 5$	$\varrho\pi$ $K\bar{K}$ $\eta\pi$ $\eta'\pi$ $\pi^+\pi^-\pi^0$ kivéve ( $\varrho\pi$ )	$90 \pm 3$ $3,7 \pm 1,3$ $6,3 \pm 2,9$ $1,5$ 17
$K_V(1420)$	$K(2^+)$	$1/2(2^+)$	$1417 \pm 8$	$87 \pm 8$	$K\pi$ $K^*\pi$ $K\varrho$ $K\omega$ $K\eta$	$52 \pm 3$ $35 \pm 3$ $9 \pm 3$ $1,5 \pm 0,7$ $2,3 \pm 0,9$
$\pi(1640)$	$\pi(A)$ ?	$\cong 1^-(A)_+$ ?	$1640 \pm 20$	$100 \pm 20$	$3\pi$ $[\varrho\pi]$ $[f\pi]$ $KK^-$	domináns $<40$
$\varrho(1650)$	$\varrho(V)$	$1^+(3^-)_-$	$1637 \pm 23$	$150 \pm 50$	$2\pi$ $4\pi$ $\varrho\pi\pi$ $KK^-$ $\omega\pi$	megfigyelték } valószínű } látták
$K_A(1800)$	$K(A)$	$1/2(A)$	$1787 \pm 10$	$80 \pm 20$	$K\pi$ $K'\pi$ $K(1420)\pi$ $K\varrho$ $K\omega$ Maradék $K\pi\pi$	$<10$ $35 \pm 12$ $8 \pm 5$ $7 \pm 5$ $10 \pm 3$ $40 \pm 15$

Vannak meg nem erősített bizonyítékok  $\sigma(410)$   $S_0(720)$   $\delta(965)$   $K_S K_S(1440)$   $\varrho(1410)$   $A_2(1320)$   $K^{*3/2}(1175)$   $K_s^*(1270)$   $K^*(1360)$  és  $\varrho(1740)$   $\pi(1820)$   $\eta'(1700)$   $\eta_A(1704)$   $\varphi_A(1689)$   $R(1710)$   $S(1960)$   $T(2190)$   $U(2390)$  mezonok létezésére.



B. a. TÁBLÁZAT  
Nukleon rezonanciák

Név	$I(J^P) = \text{jól meghatározott}$	Tömeg (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arány %
p n	$\frac{1}{2}(1/2^+)$	938,256 $\pm 0,005$ 939,550 $\pm 0,005$	0 $(1,01 \pm 0,03)10^3$ sec	$p e^- \nu$	100%
$N(1688)$	$\frac{1}{2}(3/2^+)F_{15}$	1688	110	$N\pi$ $N\pi\pi$ $\Delta K$ $N\eta$	65 $\sim 25$ $< 0,13$ $< 1,5$
$N(1570)$	$\frac{1}{2}(1/2^-)S_{11}$	1570	130	$N\pi$ $N\eta$	$\sim 30$ $\sim 70$
$N(1670)$	$\frac{1}{2}(5/2^-)D_{15}$	1670	140	$N\pi$ $N\pi\pi$ $\Delta K$ $N\eta$	40 $\sim 60$ $< 1,6$ $< 2,5$
$N(1525)$	$\frac{1}{2}(3/2^-)D_{13}$	1525	105	$N\pi$ $N\pi\pi$	65 35
$N(2190)$	$\frac{1}{2}(7/2^-)$	2190	200	$N\pi$ $\Delta K$	30 ?
$N(2650)$	$\frac{1}{2}(11/2^-)$	$2650 \pm 10$	$\sim 300$	$N\pi$ $\Delta K$	7 ?
$N(3030)$	$\frac{1}{2}(15/2^-)$	3030	400	$N\pi$	0,7
$N'(1400)$	$\frac{1}{2}(1/2^+)P_{11}$	$\sim 1400$	$\sim 200$	$N\pi$	70
$N'(1700)$	$\frac{1}{2}(1/2^-)S_{11}$	1700	240	$N\pi$	100
Nem megerősített adatok vannak $\frac{3}{2}^-(2057)$ $\frac{3}{2}^+(1860)$ $\frac{1}{2}^+(1751)$ $\frac{7}{2}^+(1983)$ $\frac{9}{2}^+(2450)$ ? (3696) további $N$ rezonanciákra					
$\Delta(1236)$	$\frac{3}{2}(3/2^+)P_{33}$	$^{++}1236,0 \pm \pm 0,6$	$120 \pm 2$	$N\pi$ $N\pi^+\pi^-$	100 0
$\Delta(1920)$	$\frac{3}{2}(7/2^+)$	1920	200	$N\pi$ $N\pi\pi$	50 látták
$\Delta(2420)$	$\frac{3}{2}(11/2^+)$	$2423 \pm 10$	$\sim 275$	$N\pi$ $\Sigma K$	10 ?
$\Delta(2850)$	$\frac{3}{2}(15/2^+)$	$2850 \pm 12$	$\sim 300$	$N\pi$	3
$\Delta(3230)$	$\frac{3}{2}(19/2^+)$	3230	440	$N\pi$	0,6
$\Delta(1670)$	$\frac{3}{2}(1/2^-)S_{31}$	1670	$\sim 180$	$N\pi$ $N\pi\pi$	40 ?

Nem megerősített adatok vannak  $\frac{1}{2}^+(1934)$   $\frac{3}{2}^+(1688)$   $\frac{5}{2}^+(1913)$   $\frac{3}{2}^-(1691)$   $\frac{5}{2}^-(1954)$  további  $\Delta$  rezonanciákra



## B. B. TÁBLÁZAT

 $S \neq 0$  barionok

Név	$I(J^P)$	Tömeg (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arány %
$\Lambda(1115)$	$0(\frac{1}{2}^+)$	$1115,58 \pm 0,10$	$2,54 \times 10^{-10} \pm 0,03$ sec	$p\pi^-$ $n\pi^0$ $p e \nu$ $p \mu \nu$	$(66,4 \quad )\%$ $(33,6 \pm 1,1)\%$ $(0,88 \pm 0,15)10^{-3}$ $(1,35 \pm 0,60)10^{-4}$
$\Lambda(1815)$	$0(\frac{5}{2}^+)$	$1816,2 \pm 2,1$	$75,6 \pm 6,0$	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Sigma(1385)\pi$ $\Lambda\eta$	70 11 10 1
$\Lambda(1405)$	$0(\frac{1}{2}^-)$	$1403 \pm 3$	$50 \pm 5$	$\Sigma\pi$	100
$\Lambda(1830)$	$0(\frac{3}{2}^-)$	1827	77	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$	8 24
$\Lambda(1520)$	$0(\frac{3}{2}^-)$	$1518,8 \pm 1,5$	$16 \pm 2$	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Lambda\pi\pi$	$44 \pm 4$ $46 \pm 4$ $10 \pm 1$
$\Lambda(2100)$	$0(\frac{7}{2}^-)$	$2103 \pm 10$	$143 \pm 10$	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$ $\Lambda\eta$ $\Xi K$ $\Lambda\omega$	33 4 < 3 1 < 10
$\Lambda'(1670)$	$0(\frac{1}{2}^-)$	1670	18	$\Lambda\eta$ $N\bar{K}$	látták
$\Lambda'(1690)$	$0(\frac{3}{2}^-)$	$1690 \pm 6$	$52 \pm 5$	$N\bar{K}$ $\Sigma\pi$	25 46
$\Lambda(2350)$	$0(?)$	$2352 \pm 11$	$210 \pm 50$	$N\bar{K}$ csak $\sigma$ teljesben látták	
$\Sigma(1190)$	$1(\frac{1}{2}^+)$	$(+)1189,47 \pm 0,08$	$0,810 \times 10^{-10} \pm 0,13$ sec	$p\pi^0$ $n\pi^+$ $p\gamma$ $n\pi^+\gamma$ $\Lambda e^+\nu$	$(52,8 \quad )\%$ $(47,2 \quad )\%$ $(1,9 \pm 0,4)10^{-3}$ $(=1 \quad )10^{-3}$ $(2,2 \pm 0,7)10^{-5}$
		$(0)1192,56 \pm 0,11$	$< 1,0 \times 10^{-14}$ sec	$\Lambda\gamma$ $\Lambda e^+e^-$	$(100 \quad )\%$ $(5,45)10^{-3}$
		$(-)1197,44 \pm 0,09$	$1,65 \times 10^{-10} \pm 0,03$ sec	$n\pi^-$ $ne^- \nu$ $n\mu^- \nu$ $\Lambda e^- \nu$ $n\pi^-\gamma$	$(100 \quad )\%$ $(1,25 \pm 0,17)10^{-3}$ $(0,62 \pm 0,12)10^{-3}$ $(0,66 \pm 0,11)10^{-4}$ $(=1 \quad )10^{-3}$
$\Sigma(1910)$	$1(\frac{5}{2}^+)$	$1910 \pm 10$	60	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	8 10 3
$\Sigma(1385)$	$1(\frac{3}{2}^+)$	$(+)1382,2 \pm 0,9$ $(-)1388 \pm 3,0$	$37 \pm 3$	$\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$	$91 \pm 3$ $9 \pm 3$
$\Sigma(2030)$	$1(\frac{7}{2}^+)$	$2028 \pm 14$	$120 \pm 10$	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Sigma\pi$ $\Xi K$	11 36 9 < 2



B. c. TÁBLÁZAT  
 $S \neq 0$  barion rezonanciák

Név	$I(J^P)$	Tömeg (MeV)	Szélesség $\Gamma$ (MeV)	Bomlási mód	Elágazási arány %
$\Sigma(1660)$	$1(\frac{3}{2}^-)$	1660	50	$\Lambda(1405)\pi$ $\Sigma\pi$ $\Lambda\pi$ $N\bar{K}$	nagy ? ? kicsi
$\Sigma(1770)$	$1(\frac{3}{2}^-)$	$1768,8 \pm 3,6$	$95 \pm 12$	$N\bar{K}$ $\Lambda\pi$ $\Lambda(1520)\pi$ $\Sigma(1385)\pi$ $\Sigma\eta$ $\Sigma\pi$	45 15 17 15 0,5 $\sim 1$
$\Sigma(2250)$	$1(\frac{3}{2}^-)$ ?	$2252 \pm 10$	$200 \pm 20$	$N\bar{K} \rightarrow \sigma$ teljesen látták	

Vannak bizonyítékok még  $\Sigma(1780)$   $\Sigma(1690)$   $\Sigma(3000)$   $\Sigma(2455)^{11/2}+$  ?  $\Sigma(2595)^{13/2}-$  további rezonanciákra

$Z_0(1865)$ $Z_1(1900)$	$0(?)$ $1(?)$	1864 1910	180 180	$NK$ $\sigma$ teljesen látták $NK$ $\sigma$ teljesen látták	
$\Xi(1315)$	$\frac{1}{2}(1\frac{1}{2}^+)$	(0) 1314,7 $\pm 1,0$	$3,0 \times 10^{-10}$ $\pm 0,5$ sec	$\Lambda\pi^0$ ( $p\pi^-$ , $pe^-v$ , $\Sigma^+e^-v$ , $\Sigma^-e^+v$ , $\Sigma^\pm\mu^\pm v$ , $p\mu^-v$ )	100% $< 0,7\%$
		(-) 1321,2 $\pm 0,2$	$1,74 \times 10^{-10}$ $\pm 0,05$ sec	$\Lambda\pi^-$ $\Lambda\mu^-v$ , $\Sigma^0e^-v$ , $\Sigma^0\mu^-v$ , $ne^-v$ $\Lambda e^-v$ $n\pi^-$	100% $< 5\%$ ( $2,5 \pm 1,8$ ) $10^{-3}$ ( $< 5$ ) $10^{-3}$
$\Xi(1530)$	$\frac{1}{2}(\frac{3}{2}^+)$	(0) 1528,9 $\pm 1,1$ (-) 1533,8 $\pm 1,9$	$7,3 \pm 1,7$	$\Xi\pi$	100
$\Xi(1815)$	$\frac{1}{2}(?)$	$1815 \pm 3$	$16 \pm 8$	$\Lambda\bar{K}$ $\Xi\pi$ $\Xi\pi\pi$ $\Sigma\bar{K}$	$\sim 65$ $\sim 10$ $\sim 25$ $< 2$
$\Xi(1930)$	$\frac{1}{2}(?)$	$1933 \pm 16$	$140 \pm 35$	$\Xi\pi$ $\Lambda\bar{K}$	látták

$\Xi(1705)$  létezése kérdéses

$\Omega^-$	$0(\frac{3}{2}^+)$ ?	$1674 \pm 3$	$1,0 - 2,0 \times 10^{-10}$ sec	$\Xi\pi$ $\Lambda\bar{K}$	( $\sim 50$ )% ( $\sim 50$ )%
------------	-------------------------	--------------	------------------------------------	------------------------------	----------------------------------



*I*-spin-invariancia:*U*-spin-invariancia:

$$\alpha(N^-) + \alpha(N^+) = 2\alpha(N^0) \quad \alpha(N^-) + \alpha(\Xi^-) = 2\alpha(y^-)$$

$$\alpha(N^0) + \alpha(N^{++}) = 2\alpha(N^+) \quad \alpha(y^-) + \alpha(\Omega^-) = 2\alpha(\Xi^-)$$

$$\alpha(y^-) + \alpha(y^+) = 2\alpha(y^0) \quad \alpha(N^0) + \alpha(\Xi^0) = 2\alpha(y^0)$$

Ezekből egy-egy összefüggés adódik a hatáskeresztmetszetekre:

$$3[\tau(N^+) - \tau(N^0)] = \tau(N^{++}) - \tau(N^-)$$

$$3[\tau(Y^-) - \tau(\Xi^-)] = \tau(N^-) - \tau(\Omega^-)$$

## IRODALOM

1. *G. Golhaber*, Pictorial Atlas of Boson Resonances University of California Berkeley.
2. *M. Gell-Mann, D. Sharp, W. G. Wagner*, Phys. Rev. Letters 8, 261, 1962.
3. *W. Bauner és munkatársai*, Phys. Lett. 1967. Aug. 2.
4. *Rosenfeld és munkatársai*, Rev. Mod. Phys. 1967. jan.
5. *Cabibbo*, Lectures at Brandeis University 1965 preprint.
6. *H. Morisson*, Phys. Lett. 1967. jún. 23.
7. *Glashow és Socolow*, Phys. Rev. Lett.
8. *Focacci és munkatársai*, Phys. Rev. Lett. 17, 890, 1966.
9. *Dalitz*: Proceedings of Lipreri Summer School 1966. preprint.
10. *C. Kane*, preprint 1967.
11. *Scotti és Wong*, Phys. Rev. 138, 145, 1965.
12. *Kazarinov és munkatársai*, Zsur. Ekszp. u Teor. Fiz. Piszma 4, 110, 1966.
13. *Lovelace*: Nukleon Resonances CERN, preprint TH 837, 1967.
14. *Riley és munkatársai*, Heidelbergi Konferencia 1967.
15. *Ferro—Luzzi*, Rapporteur's talk at the 1966 Berkeley-i Konferencia.
16. *M. Gourdin*, Unitarity Symmetries.
17. *H. Abarbanel, C. Callan*, Phys. Lett 16, 191, 1965.
18. *S. Meshkov, C. A. Levinson, H. J. Lipkin*, Phys. Rev. Letters 10, 361, 1963.
19. *S. Meshkov, G. A. Snow, G. B. Yodh*, Phys. Rev. Lett. 12, 187, 1964.



# KÖNYVISMERTETÉS

---

*Zimmer H.-G., Geometrische Optik Springer-Verlag, 1967.*

A mű két nagyobb fejezetből áll. Az első az ideális optikai leképzéssel, a második a képhibákkal foglalkozik.

Az első fejezet viszonylag kis matematikai apparátussal, de sok illusztrációval vezet be az optikai leképzés elméletébe. Az egyszerű lencsék működésének és törvényeinek leírása után a lencsendszerekkel és alkalmazásaival ismerteti meg a fejezet. Kitér a ritkább alkalmazásokra is.

A második fejezet a képhibák elméletének alapelveit a szokásosnál részletesebben tárgyalja, viszonylag bő matematikai apparátussal.

A könyv igen alkalmas arra, hogy áthidalja az egyetemi tankönyvek és a részletesebb szakkönyvek közötti távolságot.

*Becker, R., Theory of Heat, Springer-Verlag, 1967.*

A szerzőnek ez a műve, amely immár második kiadásban jelenik meg angolul, a hasonló témájú kézikönyvek egyik legjobbjaként.

A könyv hét fejezetből áll. Az I. fejezetben a klasszikus termodinamika igen világos kifejtését találhatjuk. A II. fejezet a statisztikus mechanika alapelveit és alapösszefüggéseit fejti ki. A III. fejezetben találhatjuk a kvantum-statisztika alapjait. A statisztikus mechanika alapjainak alkalmazása a IV. fejezettel kezdődik, az ideális és reális gázok tárgyalásával. Az V. fejezet a szilárd testek statisztikus fizikai tárgyalásával foglalkozik. A termodinamikai fluktuációkkal, ezeken belül a Brown-mozgással a VI. fejezetben ismerkedhetünk meg. A VII. fejezet végül az irreverzibilis folyamatok termodinamikájába enged bepillantást.

Az ismertetett művet egyetemi hallgatók tankönyvként, fizikusok és mérnökök pedig kézikönyvként használhatják.

*Praveczi Endre*



# A NAGYENERGIÁJÚ REGGE-PÓLUS ELMÉLET NÉHÁNY ÚJ EREDMÉNYE\*

SEBESTYÉN ÁKOS és SURÁNYI PÉTER

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

**Bevezetés.** Az utóbbi időben sok olyan kísérletet végeztek el, amelyek részletes bepillantást biztosítottak a nagy energiájú kölcsönhatások jelenségeibe. Az eredmények lehetővé tették a Regge-pólusok elméletének pontos összehasonlítását a kísérletekkel. Az elmélet — úgy tűnik — képes minden lényeges kérdésre választ adni. Néhány részletben (például a pion-nukleon töltéscserés szórás polarizációjának energiafüggése, vagy a proton-neutron, illetőleg antiproton-proton töltéscserés szórás hatáskeresztmetszetének az impulzusátadáستól való függése) az elmélet természetes kiterjesztése megoldja a látszólagos ellentmondásokat. Természetesen az a kezdeti törekvés, hogy csupán egy pólus segítségével adjunk magyarázatot sok kérdésre, ma már messze túlhaladott. Az már az első pillanattól világosan látszott, hogy minden elemi résznek pólus felel meg, így a rugalmas szórás esetén számos pólus hozzájárulását egyszerre becsülhetjük meg, ha egyforma együtthatót (reziduumot) tulajdonítunk nekik. Ekkor — mint az ellenőrizhető — a járulékok a jelenlegi gyorsítóenergiákon nem elhanyagolhatóak.

A jelen cikknek nem célja az elmélet mai állásának teljes ismertetése. Inkább néhány olyan nyitott kérdést vizsgálunk meg, amelyek eldöntésében a további, nagyobb energián végzett kísérletek valószínűleg lényeges szerepet fognak játszani. A cikk több részre oszlik aszerint, hogy milyen részecskék folyamataival és milyen impulzusátadásokkal van dolgunk.

## I.

A következőkben egész röviden felelevenítünk néhány, a továbbiakban lényeges fogalmat és megfontolást. Tudjuk, hogy valamely elemirészecske szórás viselkedését nagy energiákon (az  $s$  csatorna amplitúdóit nagy  $s$  értékeknél) a keresztezett csatorna ( $t$  vagy  $u$  csatorna) amplitúdójának viselkedése szabja meg nem fizikai  $\cos \Theta$  ( $\cos \Theta \rightarrow \infty$ ) érték esetén. Így ez utóbbi vizsgálata felvilágosítást nyújthat az eredeti csatorna amplitúdójára vonatkozóan, Tekintsük hát az

$$f(E, \cos \Theta) = \sum_l a_l(E) P_l(\cos \Theta)$$

kifejezést. Ez  $\cos \Theta \rightarrow \infty$  esetén nem konvergál. A kifejezést a Sommerfeld—Watson transzformáció segítségével az

$$f(E, \cos \Theta) = \frac{1}{2i} \int_C \frac{P_l(-\cos \Theta)}{\sin \pi l} a_l(E) dl$$

alakra hozzuk. A  $C$  kontúr a komplex  $l$  síkon az  $i\varepsilon + \infty$ -ból indul és az origónál megkerüli a valós tengelyt, majd a  $-i\varepsilon + \infty$ -hoz tart.

Az analitikus folytatás  $l$ -ben a Carson-tétel miatt lehetséges, hacsak  $a_l$  nem nő  $\sin \pi l$ -nél jobban. Mint azt Yukawa potenciálok szuperpozíciójára bebizonyított-

\* Surányi Péternek a VII. Magyar Elméleti Fizikai Nyári Iskolán elhangzott előadása alapján.



ták, A  $C$  kontúr kinyitható úgy, hogy az integrálás a  $(-\frac{1}{2}-i\infty, -\frac{1}{2}+i\infty)$  egyenes mentén az imaginárius tengellyel párhuzamosan történik; közben véges számú pólusa lehet az első síknegyedben az  $a_l(E)$  függvénynek. Így

$$f(E, \cos \Theta) = \frac{1}{2i} \int_{-\frac{1}{2}-i\infty}^{-\frac{1}{2}+i\infty} \frac{P_l(-\cos \Theta)}{\sin \pi l} a_l(E) dl + \sum_i \frac{\beta_i(E)}{\sin \pi \alpha_i} P_{\alpha_i}(\cos \Theta).$$

Itt az első tag neve háttérintegrál; ez  $(\cos \Theta)^{-\frac{1}{2}}$  szerint tart zérushoz.  $\beta_i(E)$  a pólusok reziduuma  $\alpha_i$  pedig az a hely, ahol a 1 síkon a pólus elhelyezkedik. Mivel  $P_\alpha(\cos \Theta) \sim (\cos \Theta)^\alpha$  ha  $\cos \Theta \rightarrow \infty$ , ezért az asszimptotikus viselkedést az a pólus szabja meg, amelyre  $\operatorname{Re} \alpha_i > \operatorname{Re} \alpha_k$   $k \neq i$ . Meg kell jegyezni, hogy az  $\alpha_i(E)$  függvény az energiában diszperziós összefüggést elégíti ki

$$\alpha_i(E) = \frac{1}{\pi} \int_K^\infty \frac{\operatorname{Im} \alpha_i(E')}{E' - E} dE',$$

$K$  itt a folyamat küszöbenergiáját jelenti; ez a szórás folyamatok nem relativisztikus kvantummechanikájában zérus. E reláció szerint, ha  $E < K$ , akkor  $\alpha(E)$  tisztán valós, ha pedig  $E > K$ , akkor  $\alpha_i(E)$ -nek nem zérus imaginárius része van. Ha mostmár  $\alpha_i(E)$  valós egész szám  $E < K$  esetén, akkor az amplitúdónak pólusa van, amely kötött állapotnak felel meg. Ha  $\alpha_i(E)$   $E > K$ -ra valamely  $E_0$  energia környezetében

$$\alpha_i(E) \cong n + \operatorname{Re} [\alpha'_i(E_0)](E - E_0) + i \operatorname{Im} \alpha_i(E)$$

alakú, ahol  $n$  egész szám és  $\operatorname{Im} \alpha_i(E)$  kicsiny, akkor

$$\frac{1}{\sin \pi \alpha_i(E)} \cong \frac{1}{\operatorname{Re} \alpha'_i(E_0)} \times \frac{1}{E - E_0 + \frac{i\Gamma}{2}},$$

ahol  $\frac{\Gamma}{2} = \frac{\operatorname{Im} \alpha_i(E_0)}{\operatorname{Re} \alpha'_i(E_0)}$ . Ez a képlet azonban nem más, mint egy Breit—Wigner-formula,

ami azt jelenti, hogy a küszöbenergia felett  $\alpha_i(E)$  fenti viselkedése egy  $\frac{\Gamma}{2}$  félszélességű rezonanciát ír le.  $\alpha_i(E)$  neve az  $i$ -edik Regge-trajektória. Reális részének tipikus lefolyása általában olyan, hogy emelkedően metszi át a pozitív  $\operatorname{Re} \alpha$  tengelyt. Ha ezután a trajektória reális része csökkenni is kezd, a csökkenés mértéke, mint az bebizonyítható, nem haladhat meg egy bizonyos határt. Az utóbbi megállapítás az elmélet kauzalitásával kapcsolatos.

Ami az elemirész fizikát illeti, itt nem áll rendelkezésre Schrödinger-egyenlet az amplitúdó analitikus viselkedésének tanulmányozására. Mivel itt a Regge-pólusok létének hiánytalan bizonyítása az általános esetben még várat magára, azt az utat választjuk, hogy a potenciálszórás esetére megtanultakat itt egyszerűen feltelevesszük.



## II.

A továbbiakban a mezon—nukleon szórásst fogjuk vizsgálni nagy energián ( $s \rightarrow \infty$ ) előre szórás esetén ( $t=0$ ). Tekintsünk például a pion—nukleon szórásst; ha  $a$  és  $b$  a be- és kimenő pion hermitikus izotóp indexe, akkor az  $s$  és  $u$  csatorna  $T$ , illetőleg  $\bar{T}$  amplitúdói között a keresztezési szimmetria — amely az elemirész fizikában szemben a nem relativisztikus kvantummechanikával új vonásként jelenik meg — a következő reláció fennállását követeli meg

$$T_{ab}(s, t) = \bar{T}_{ba}^*(u, t),$$

ha kiprojiáljuk az  $ab$  indexek teljes  $I$  izotóp tartalmát, azaz ha

$$T_{ab}(s, t) = \sum_I P_{ab}^I T^I(s, t),$$

akkor

$$T^I(s, t) = (-1)^{\tau_1} \bar{T}^{*I}(u, t),$$

ahol a  $(-1)^{\tau_1}$  a projekciós operátorok szimmetria tulajdonságaiból következő előjel szabály; pionokra például  $\tau_2=0$   $\tau_1=1$ ,  $\tau_0=0$ . Definiáljuk most a

$$T_{\pm}^I(s, t) = \frac{1}{2} (T^I(s, t) \pm \bar{T}^I(s, t))$$

amplitúdót.

Erre fennáll, hogy

$$T_{\pm}^I(u, t) = \pm (-1)^{\tau_1} T_{\pm}^{*I}(s, t),$$

ha a képletben szereplő teljes előjel függvényt, azaz a  $\pm (-1)^{\tau_1}$ -t  $(-1)^{\tau}$ -val jelöljük, ahol  $\tau$  függvénye a  $\pm$ -nak és az  $I$  indexnek, akkor

$$T_{\pm}^I(u, t) = (-1)^{\tau} T_{\pm}^{*I}(s, t). \quad (1)$$

Tegyük fel most a potenciálszórásban megtanultak általánosításaként, hogy

$$T_{\pm}^I(s, t) = f_{\pm}^I(t) s^{\alpha_{\pm}^I(t)},$$

ez (1) segítségével és annak figyelembevételével, hogy  $s \cong -u$  ha  $s$  igen nagy és  $t \cong 0$  a

$$f_{\pm}^{I*}(t) = (-1)^{\tau} f_{\pm}^I(t) e^{i\pi\alpha_{\pm}^I(t)}$$

egyenletre vezet, melynek megoldása

$$f_{\pm}^I(t) = [1 + (-1)^{\tau} e^{-i\pi\alpha_{\pm}^I(t)}] g_{\pm}^I(t).$$

Az előbbiek szerint tehát az amplitúdó a következő alakú tagok összege

$$\frac{[1 + (-1)^{\tau} e^{-i\pi\alpha_{\pm}^I(t)}]}{\sin \pi\alpha_{\pm}^I(t)} \beta_{\pm}^I(t) S^{\alpha_{\pm}^I(t)}$$

Itt is a távoli asszimptotikát az a pólus adja meg, amelyre  $\text{Re } \alpha_i > \text{Re } \alpha_k$   $k \neq i$ . A kap-



csos zárójellel összefoglalt tényező neve szignatúra faktor. Az  $\alpha(t)$  függvény diszperziós relációnak tesz eleget:

$$\alpha(t) = \frac{i}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{\text{Im}\alpha(t')}{(t'-t)} dt',$$

az integrál  $4\mu^2$  alsó határa éppen a pion—nukleonszórás  $t$  csatornájának küszöbe. Ha  $t < 4\mu^2$ , akkor  $\alpha(t)$  valós; továbbá

$$\xi^{\tau}(t) = i(-1)^{\tau+1} + \frac{1 + \cos \pi \alpha_{\pm}^I(t)}{\sin \pi \alpha_{\pm}^I(t)}$$

a  $(-1)^{\tau}$  előjel neve szignatúra, jelöljük ezt  $\xi$ -vel. A képletből látszik, hogy ha  $\alpha$  páros, akkor pólusa van a  $\xi^{\tau}(t)$  kifejezésnek, ha  $\alpha$  páratlan, akkor  $\text{Re } \xi^{\tau}(t) = 0$ . Az optikai tétel felhasználásában a teljes hatáskeresztmetszet most már felírható

$$\sigma_{\text{tot}} = \frac{u\pi}{k\sqrt{s}} \text{Im } T(s, 0) \cong \sum \xi_i \beta_i(0) S^{\alpha_i(0)-1}.$$

Az előzőekből látszik, hogy az elmélet előreszórás esetén a szórási amplitúdóra általában az

$$A_i(s, 0) = \sum_j c_{ij} \xi_j^{\tau} S^{\alpha_j}$$

alakot sugalja. Itt  $\xi_j^{\tau}$  a szignatúra-faktor:

$$\xi_j^{\tau} = \frac{-1 \mp e^{-i\pi\alpha_j}}{\sin \pi\alpha_j},$$

a  $C_{ij}$  együtthatók valósak;  $s$  a tömegközépponti rendszerben mért teljes energia négyzete, az  $\alpha_j$  paraméterek valósak. Az optikai tétel segítségével nyerjük, hogy

$$\sigma_{\text{tot}} \cong \sum c_{ij} \xi_j^{\tau} S^{\alpha_j-1}.$$

Jelenlegi elképzeléseink szerint e sor minden tagjának valamely a teljes impulzusmomentum kivételével jól meghatározott diszkrét kvantumszámokkal bíró rendszer kicserélődése felel meg. Így megkülönböztethetjük például a Pomerancsuk, a  $\rho$  stb. pólusoknak megfelelő tagokat. A szokásos kicserélődő rendszerek főbb tulajdonságait és  $\alpha_j$  kísérleti értékeit az 1. sz. táblázat tartalmazza.

1. TÁBLÁZAT

	$\xi$	$G$	$(-1)^J P$	$\alpha$	$I$
$P$	+1	+1	+1	$\sim 1$	0
$P'$	+1	+1	+1	$\sim 0,7$	0
$\omega, \varphi$	-1	-1	+1	$\sim 0,5$	0
$\rho$	-1	+1	+1	$\sim 0,5$	1
$R(A_2)$	+1	-1	+1	$\sim 0,4$	1



Az  $\alpha_j$  értékek az impulzusátadástól függő Regge-trajektóriák értéke  $t=0$  esetén.  $P$  trajektóriára  $\alpha_p=1$  ( $t=0$ ), amint azt általában felteszik. Később látni fogjuk, hogy nincs kizárva az, hogy  $\alpha_p$  valamivel kisebb, mint 1. A táblázat szerint a  $P'$  kvantumszámái egyértelműek. Az  $SU(3)$  bevezetésével azonban az a kérdés, hogy a  $P'$  szingulet vagy oktet tag-e, nyitva marad. A többi trajektória  $SU(3)$  transzformációs tulajdonsága rögzített.

$SU(2)$  használatára szorítkozva a táblázat alapján az eddig mért rugalmas és töltéscserés előreszórások amplitúdóinak a következő kifejezéseket nyerjük

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^- p) = a_p \xi_p s^{\alpha_p} + a_{p'} \xi_{p'} s^{\alpha_{p'}} + a_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho}$$

$$A(\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p) = a_p \xi_p s^{\alpha_p} + a_{p'} \xi_{p'} s^{\alpha_{p'}} - a_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho}$$

$$A(\pi^- p \rightarrow \pi^0 n) = -\sqrt{2} a_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho}$$

$$A(\pi^- p \rightarrow \eta n) = a_R \xi_R s^{\alpha_R}$$

$$A(K^- p \rightarrow K^- p) = b_p \xi_p s^{\alpha_p} + b_{p'} \xi_{p'} s^{\alpha_{p'}} + b_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho} + b_\omega \xi_\omega s^{\alpha_\omega} + b_R \xi_R s^{\alpha_R}$$

$$A(K^+ p \rightarrow K^+ p) = b_p \xi_p s^{\alpha_p} + b_{p'} \xi_{p'} s^{\alpha_{p'}} - b_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho} - b_\omega \xi_\omega s^{\alpha_\omega} + b_R \xi_R s^{\alpha_R}$$

$$A(K^\mp n \rightarrow K^\mp n) = b_p \xi_p s^{\alpha_p} + b_{p'} \xi_{p'} s^{\alpha_{p'}} \mp b_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho} \pm b_\omega \xi_\omega s^{\alpha_\omega} - b_R \xi_R s^{\alpha_R}$$

$$A \left( \begin{matrix} K^+ n \\ K^- p \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} K^0 p \\ \bar{K}^0 n \end{matrix} \right) = \mp 2\sigma_\rho \xi_\rho s^{\alpha_\rho} + 2b_R \xi_R s^{\alpha_R}$$

A nukleon-nukleon, valamint az antinukleon-nukleon amplitúdókat a következő helyettesítésekkel nyerhetjük:

$$K^+ \rightarrow p; \quad K^0 \rightarrow n; \quad K^- \rightarrow \bar{p}; \quad \bar{K}^0 \rightarrow \bar{n}; \quad b_i \rightarrow c_i$$

A teljes hatáskeresztmetszeteket tizenhét paraméter határozza meg ( $\alpha_p=1$ ). A kísérleti eredmények e tizenhét paraméterrel kitűnően leírhatók.

$SU(3)$  szimmetria esetén  $a_p = b_p$ ;  $a_{p'} = b_{p'}$ , ha mind  $P$ , mind  $P'$  uniter szingulett; ha  $P'$  oktet tag, akkor  $a_{p'} = -2b_{p'}$ . Ugyanígy  $a_\rho = 2b_\rho$ ;  $a_k = \sqrt{\frac{8}{3}} b_R$ . Így a paraméterek száma 14-re csökken. A 14 paraméter segítségével még mindig jó egyezést lehet elérni a kísérletekkel. Meghatározható a  $\text{Re } A / \text{Im } A$  arány is  $t=0$  esetre. A kapott fázisok a kísérlettel jó egyezést mutatnak<sup>[1,2]</sup>. Meg kell azonban jegyezni, hogy az  $SU(3)$  modellben adódó

$$2[\sigma(\pi^+ p) + \sigma(\pi^- p)] = \sigma(K^+ p) + \sigma(K^- p) + \sigma(K^+ n) + \sigma(K^- n)$$

egyenlőség a kísérlettel nem egyezik meg. Ez az eltérés kiküszöbölhető azonban egy pozitív szignatúrájú izoskalár oktet trajektória bevezetésével; ez azonban ismét a szabad paraméterek számának növelését jelenti. A teljes hatáskeresztmetszet energiafüggésének gazdaságosabb leírására *Cabbibo* et al [5,6] két uniter nonett trajektória bevezetését javasolták. Ezek a Dashen- és Gell—Mann-féle  $U(6) \otimes U(6)$  csoport vektor és skalár generátoraihoz csatolódnak. A  $p_1$  és  $p_2$  impulzusú  $A$  és  $B$  részecske csatolását a nonetekhez a következő egyenletek adják:

$$\begin{aligned} \delta(p_1 - p_2) F_{ijk} \gamma_{AB}^V(o) &= \langle A^i(p_i) | V^j | B^k(p_2) \rangle \\ \delta(p_1 - p_2) [\gamma_{AB}^{s,f} F_{ijk} + \gamma_{AB}^{s,d} D_{ijk}] &= \langle A^i(p_i) | S^j | B^k(p_2) \rangle, \end{aligned}$$



itt  $\gamma_{AB}^v, \gamma_{AB}^{sf}, \gamma_{AB}^{sd}$  a különböző reziduum függvények zérus hármas impulzusátadásra. Ha  $A$  és  $B$  pszeudoskalár részecskék, akkor  $\gamma_{AB}^{sf}=0$ . A csatolást leíró egyenletek a szimmetrikus határesetben kiszámíthatók. A trajektóriák különbözhetnek és a vektor trajektóriák esetére egy oktet-szingulet keveredést be lehet vezetni. Ezen eljárásban a legérdekesebbek a skalár generátorokhoz kapcsolódó pozitív szignatúrájú trajektóriák. Ha bevezetjük az

$$S(AB) = \sigma_{tot}(AB) + \sigma_{tot}(\bar{A}B)$$

menyiséget, akkor a

$$S(pp) = 12t_0 + 6t_8 + 2(F+D)^2 t_3$$

$$S(pn) = 12t_0 + 6\lambda^2 t_8 - 2(F+D)^2 t_3$$

$$S(\pi^+ p) = 8t_0 + 4 \left( F + \frac{1}{3} D \right) t_8$$

$$S(k^+ p) = 8t_0 - 2 \left( F - \frac{1}{3} D \right) t_8 + 2(F+D) t_3$$

$$S(k^+ n) = 8t_0 - 2 \left( F - \frac{1}{3} D \right) t_8 - 2(F+D) t_3,$$

kifejezéseket nyerjük, ahol

$$t_i = \frac{\Gamma\left(\alpha_i + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\alpha_i + 1)} \left( \frac{s_i}{s_i} \right)^{\alpha_i - k}$$

és  $S_i = S - 2m_A^2 - 2m_B^2$ ,  $S_i$  normálási együttható  $\lambda$  pedig a keverési paraméter. Ha kielégülnek a  $\alpha_0 > \alpha_8$ ,  $\alpha_0 > \alpha_3$  relációk, akkor végtelen nagy energiákra a

$$\frac{2}{3} S(pp) = \frac{2}{3} S(pn) = S(\pi^+ p) = S(k^+ p) = S(k^+ n)$$

összefüggéseket nyerjük, amelyeket először egy quark modellből vezettek le és amelyek nagy energiákon valóban jól kielégülnek.

Az analízis mindkét esetben egyforma számú paraméter illesztésével történik. Azonban a két módszer között két lényeges különbség van.

1. Az első módszer segítségével történő analízisnél  $\alpha_p = 1$  feltevéssel éltünk, míg a Cabbibo-eljárásnál  $\alpha_p = 0,925 \pm 0,08$ , azaz 1-nél kisebb. Ezen érdekes eredmény következtében valamennyi elemi rész teljes hatáskeresztmetszet növekvő energiánál asszintotikusan csökken. Ez a csökkenés azt eredményezi, hogy 30 és 60 GeV között a teljes hatáskeresztmetszetek átlagosan 5 százalékkal válnak kisebbé.  $\alpha_p$  fenti értéke a következő — ugyancsak igen érdekes asszimptotikus kifejezést adja a fázisokra

$$\frac{Re A}{Im A} \approx -0,12.$$

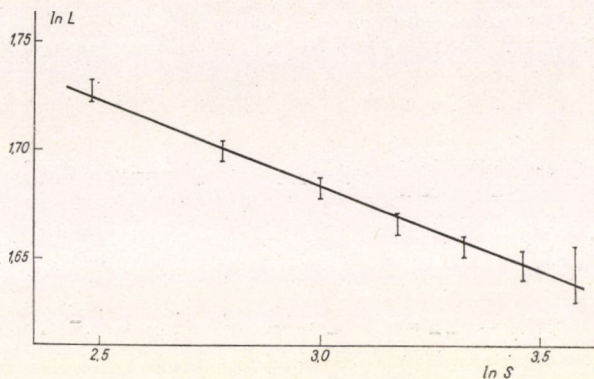
Ha a Cabbibo-egyenletrendszerhez az első módszer sémájából kívánunk eljutni, akkor fel kellene tennünk az  $a_p = b_p = \frac{2}{3} C_p$  összefüggést az  $\alpha_p = 1$  helyett.



2. A  $P'$  most egy uniter nonet tagja így a kvantum számai mások. Az első rendszer jelölései szerint ez az  $a_{p'} = -2b_{p'}$  egyenlőséget jelenti az  $a_{p'} = b_{p'}$  összefüggés helyett.

A második módszer mellett szól a következő érv is: ha az

$$L = \log [S(U^+p) + S(k^+u) + S(u^+p)]$$



1. ábra

mennyiséget  $\log S$  függvényében ábrázoljuk, akkor a Cabbibo-eljárás alapján az

$$L = C_1 + (\alpha - 1) \log S$$

egyenest, míg az első eljárásból az

$$L = \log (\bar{c} + \bar{c} S^{\alpha-1})$$

görbét nyerjük. Az 1. ábra Cabbibo módszere mellett szól.

### III.

A barion rezonanciák a pion-nukleon szórást a hátraszórás körül ( $u \sim 0$ ) befolyásolják, szemben a mezon rezonanciákkal, amelyek az előreszórásnál ( $t \sim 0$ ) következésképpen a teljes hatáskeresztmetszetben vannak a pion—nukleon folyamatokra hatással. A hátraszórás tanulmányozását az  $u$  csatorna pólusszerkezete határozza meg. Ez azonban mezon—barion szórásnál ismét mezon—barion szórás, amelynek elég komplikált a kinematikája. Emlékeztessünk hát ennek néhány részletére. (L. pl. M. Jacob, G. Wick, *Annals of Physics* 7, 404, 1959.)

Ha feltesszük a paritás megmaradást és eltekintünk egyelőre az izotópspin okozta komplikációktól, akkor a pion—nukleon szórás amplitúdója a következő alakú:

$$T = A + \gamma k B, \quad (2)$$

ahol  $A$  és  $B$  csak az  $s, t, u$  invariánsoktól függenek.

$$S = (k_1 + p_1)^2, \quad t = (k_1 - k_2)^2, \quad u = (k_1 - p_2)^2$$



$k_1, k_2; p_1, p_2$  a pionok, illetőleg a nukleonok négyes impulzusa a kezdeti és a vég-állapotban.  $A$  és  $B$  rögzített, s mellett  $u$  és  $t$ -ben diszperziós relációkat elégít ki

$$A(s, u, t) = \frac{1}{\pi} \int_{4\mu^2}^{\infty} \frac{A_t(s, t')}{t' - t} dt' + \frac{1}{\pi} \int_{(M+\mu)^2}^{\infty} \frac{Au(s, u')}{u' - u} du \quad (3)$$

$B$ -re hasonló összefüggés áll fenn. Itt  $t$  és  $u$  indexek az illető változóbeli imaginárius részt jelölik. A levonást mindenütt elhagytuk, mivel ez a következőkben nem okoz bonyodalmat.

A pozitív energiájú adott spin vetületű állapotokat bevezetve  $T \times 2$ -es mátrix:

$$T = \begin{pmatrix} t_{++} & t_{+-} \\ t_{-+} & t_{--} \end{pmatrix} = f + \sigma n g = f_1 + \frac{(\sigma k_1)(\sigma k_2)}{k^2} f_2, \quad (4)$$

itt  $n = \frac{k_1 \times k_2}{k}$ . Az  $f, g; f_1, f_2$  mennyiségeket az egyenlet definiálja. Több amplitúdó a paritás őrzés miatt nem lép fel. Ha  $k_1$  párhuzamos a  $z$  tengellyel, akkor

$$t_{++} = t_{--} = f, t_{+-} = -ige^{i\Phi}, t_{-+} = ige^{-i\Phi}. \quad (5)$$

Igaz továbbá, hogy

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{E+M}{8\pi W} [A + (W-M)B] \\ f_2 &= \frac{E-M}{8\pi W} [-A + (W-M)B] \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

ahol

$$W = \sqrt{s} \quad \text{és} \quad E = \frac{W^2 - M^2 + \mu^2}{2W}.$$

Az  $f_1(-w) = -f_2(w)$  összefüggés (6) és annak a ténynek a következménye, hogy  $A$  és  $B$  a  $W \rightarrow -W$  helyettesítéskor változatlan maradt. Igaz továbbá, hogy

$$\begin{aligned} f(W, \Theta) &= f_1(W, \Theta) + \cos \Theta f_2(W, \Theta) \\ -ig(W, \Theta) &= \sin \Theta f_2(W, \Theta). \end{aligned}$$

A (4) alatti reprezentációról helicitás reprezentációra a

$$\begin{pmatrix} \cos \frac{\Theta}{2} - e^{-i\Phi} \sin \frac{\Theta}{2} \\ e^{i\Phi} \sin \frac{\Theta}{2} \cos \frac{\Theta}{2} \end{pmatrix}$$

mátrix segítségével áttérve nyerjük a

$$T = \begin{pmatrix} f_{++} & f_{+-} \\ f_{-+} & f_{--} \end{pmatrix} = \cos \frac{\Theta}{2} (f_1 + f_2) + i \sin \frac{\Theta}{2} (f_1 - f_2) (\cos \Phi \sigma_y - \sin \Phi \sigma_x) \quad (8)$$

kifejezést. Az  $f^{++}, f^{+-}, f^{-+}, f^{--}$  mennyiségeket az egyenlet definiálja; ezek kifejez-



hetők a helicitás formalizmus segítségével az adott  $J$  teljes impulzusmomentumú altérben a  $T$  mátrix  $\lambda_1$ , és  $\lambda_2$  helicitású állapotok közötti mátrix elemével:

$$f_{\lambda_2 \lambda_1}(W, \Theta, \Phi) = \frac{1}{p} \sum_J (J+1) T_{\lambda_2 \lambda_1}^J(W) d_{\lambda_2 \lambda_1}^J(\Theta) e^{i(\lambda_2 - \lambda_1)\Phi}, \quad (9)$$

itt

$$d_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}^J = \frac{\cos \frac{\Theta}{2}}{J+1} [P'_{J+\frac{1}{2}}(\cos \Theta) - P'_{J-\frac{1}{2}}(\cos \Theta)]$$

$$d_{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}^J = \frac{\sin \frac{\Theta}{2}}{J+1} [P'_{J-\frac{1}{2}}(\cos \Theta) + P'_{J+\frac{1}{2}}(\cos \Theta)].$$

Nyilvánvaló, hogy  $f_{\lambda_1 \lambda_2}$  nem határozott paritású állapotokat köt össze; mivel azonban

$$P|JM\lambda\rangle = (-1)^{J-\frac{1}{2}}|JM-\lambda\rangle,$$

ezért a határozott paritású következképpen határozott  $L$  pálya impulzusmomentummal rendelkező állapotok az alábbi módon állíthatók elő

$$\left| JM \frac{1}{2} \right\rangle \pm \left| JM - \frac{1}{2} \right\rangle.$$

Ezek paritása  $(-1)^{J\mp\frac{1}{2}}$  tehát  $L = J \mp \frac{1}{2}$ . A megfelelő pálya impulzusmomentummal rendelkező amplitúdókat  $f^{J\pm\frac{1}{2}, \mp}$ -val jelölve

$$T_{\pm}^J = \frac{1}{2} (f_{J\pm\frac{1}{2}, \mp} \pm f_{J\mp\frac{1}{2}, \mp}), \quad (10)$$

az  $f_{J\pm\frac{1}{2}, \mp}$  amplitúdók az unitaritási feltétel miatt a következő alakba írhatók

$$f_{J\pm\frac{1}{2}, \mp} = \frac{1}{p} e^{i\delta_J^{\pm}} \sin \delta_J^{\pm},$$

$f_1$  és  $f_2$  kifejezhető (9) és (10) segítségével

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \sum_{J+\frac{1}{2}} [f_{J-\frac{1}{2}, +} P'_{J+\frac{1}{2}}(\cos \Theta) - f_{J+\frac{1}{2}, -} P'_{J-\frac{1}{2}}(\cos \Theta)] \\ f_2 &= \sum_{J+\frac{1}{2}} [f_{J-\frac{1}{2}, +} P'_{J-\frac{1}{2}}(\cos \Theta) - f_{J+\frac{1}{2}, -} P_{J+\frac{1}{2}}(\cos \Theta)] \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

A komplex impulzusmomentumra való folytatás az ismert Froissart—Gribov-formula segítségével tesszük meg; ez nem egyéb, mint a (4) diszperziós összefüggésekben egy változó helyettesítése és utána az amplitúdó kiprojiciálása parciális hullámokba:

$$A_{J-\frac{1}{2}}(s) = \frac{1}{\pi k^2} \int dx' \left[ A_t(s, x') + (-1)_{J-\frac{1}{2}} A_\mu \left( s, x' + \frac{(M^2 - \mu^2)^2}{s} \right) \right] Q_{J+\frac{1}{2}} \left( 1 + \frac{x}{2k^2} \right).$$



Mint az szokásos két analitikus folytatást vezetünk be az exponenciális növekedés elkerülésére.

$$A_{J-\frac{1}{2}}^e = \frac{1}{\pi k^2} \int dx' [A_t + A_u] Q_{J-\frac{1}{2}} \\ A_{J-\frac{1}{2}}^0 = \frac{1}{\pi k^2} \int dx' [A_t - A_u] Q_{J-\frac{1}{2}} \quad (12)$$

A  $B_{J-\frac{1}{2}}^e$  és  $B_{J-\frac{1}{2}}^0$  amplitúdók hasonlóan definiálhatók. A (11) sorfejtés megfordítása adja a

$$f_{J\mp\frac{1}{2},\pm} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx [f_1 P_{J\mp\frac{1}{2}} + f_2 P_{J\pm\frac{1}{2}}] \quad (13)$$

egyenleteket. (13)-nak (5)-tel és (12)-vel való összevetése szolgáltatja a

$$f_{J\pm\frac{1}{2},\mp}^{o,e} = \frac{E+M}{16\pi W} [A_{J\mp\frac{1}{2}}^{o,e} + (W-M) B_{J\mp\frac{1}{2}}^{o,e}] + \frac{E-M}{16\pi W} [-A_{J\pm\frac{1}{2}}^{o,e} + (W+M) B_{J\pm\frac{1}{2}}^{o,e}] \quad (14)$$

kifejezéseket.

Látható, hogy az  $A$  és  $B$  analitikus folytatása az  $f_{\pm}$  amplitúdók analitikus folytatását szolgáltatja.

Megjegyezzük, hogy fennáll a

$$f_{J-\frac{1}{2},+}^{o,e}(-W) = -f_{J+\frac{1}{2},-}^{o,e}(W) \quad (15)$$

ún. Mac Dowell-féle azonosság, amely lényegében a (6) egyenlet következménye.

Vessük most már fel a kérdést: melyek a Regge-pólusok járuléka a pion-nukleon hátraszóráshoz? A differenciális hatáskeresztmetszet az  $f$ ,  $g$ , ill.  $f_1$ ,  $f_2$  mennyiségekkel kifejezve a következő

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f|^2 + |g|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + 2 \operatorname{Re} f_1 f_2^* \cos \Theta, \quad \text{itt}$$

$$\cos \Theta = -1 - \frac{u - \frac{(M^2 - \mu^2)^2}{s}}{k^2},$$

tehát

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f_1 - f_2|^2 - \frac{u - \frac{(M^2 - \mu^2)^2}{s}}{k^2} \operatorname{Re} f_1 f_2^*. \quad (16)$$

A (16) képletben  $s$  csatornabeli mennyiségek szerepelnek,  $\operatorname{Re} f_1 f_2^*$  szorzója hátraszórásnál eltűnik.

Az izospin figyelembevétele az amplitúdónál a következő összefüggéseket szolgáltatja:

$$f_{1,2}^+ = f_{1,2}^{\frac{3}{2}}; \quad f_{1,2}^- = \frac{2}{3} f_{1,2}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} f_{1,2}^{\frac{3}{2}},$$

ahol a  $\pm$  felső index a  $\pi^\pm p$  szórást, az  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$  felső index a teljes izotópspint jelenti.



A keresztezett ( $u$ ) csatorna amplitúdóit az  $s$  csatornabeliekkel a

$$f_{1,2}(\sqrt{s}, u) = \frac{E \pm M}{8\pi W_s} [\pm A(s, t, u) + (W_s \mp M) B(s, t, u)]$$

$$f_{1,2}(\sqrt{u}, s) = \frac{E \pm M}{8\pi W_u} [\pm A(u, t, s) + (W_u \mp M) B(u, t, s)]$$

összefüggések és az  $A(s, t, u) = A(u, t, s)$ ;  $B(s, t, u) = -B(u, t, s)$  relációk adják:

$$\begin{aligned} f_1^+(\sqrt{s}, u) &= \frac{Es + M}{2\sqrt{s}} \left[ (\sqrt{u} - \sqrt{s} + 2M) \frac{\frac{2}{3} f_1^{\frac{1}{2}}(\sqrt{u}, s) + \frac{1}{3} f_1^{\frac{3}{2}}(\sqrt{u}, s)}{E_u + M} + \right. \\ &\quad \left. + (\sqrt{u} + \sqrt{s} - 2M) \frac{\frac{2}{3} f_1^{\frac{1}{2}}(-\sqrt{u}, s) + \frac{1}{3} f_1^{\frac{3}{2}}(-\sqrt{u}, s)}{E_u - M} \right] \\ f_1^-(\sqrt{s}, u) &= \frac{Es + M}{2\sqrt{s}} \left[ (\sqrt{u} - \sqrt{s} + 2M) \frac{f_1^{\frac{3}{2}}(\sqrt{u}, s)}{E_u + M} + (\sqrt{u} + \sqrt{s} - 2M) \frac{f_1^{\frac{3}{2}}(-\sqrt{u}, s)}{E_u - M} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$f_1^{\frac{1}{2}}(\sqrt{u}, s)$  és  $f_1^{\frac{3}{2}}(\sqrt{u}, s)$  azok az amplitúdók, amelyekhez az  $u$  csatorna Regge-pólusai járulékot adnak. Visszatérve a (14) képletre, a kinematikai szingularitások kiküszöbölése céljából helyesebb a

$$f_{J \pm \frac{1}{2}}^{o,e} \frac{16\pi W}{(2k^2)^{J-\frac{1}{2}}(E \pm M)}$$

mennyiség  $J$ -beli analitikus viselkedését tanulmányozni, mivel

$$A_{J \mp \frac{1}{2}}^{o,e} \sim (2k^2)^{J \mp \frac{1}{2}}.$$

A Reggeizálás végeredményeként nyerjük a nukleontrajektóriára

$$\begin{aligned} f_{1,2}^{\pm}(\sqrt{s}, u)_N &= \frac{(Eu - M)(2k_u^2)^{\alpha_N(W_u) - \frac{1}{2}} b_N(W_u)}{32W_u \cos \pi \alpha_N(W_u)} \times \\ &\times [P'_{\alpha_N(W_u) \mp \frac{1}{2}}(Z_u) \mp P'_{\alpha_N(W_u) \mp \frac{1}{2}}(-Z_u)] - \frac{(Eu + M)(2k_u^2)^{\alpha_N(W_u) - \frac{1}{2}} b_N(-W_u)}{32W_u \cos \pi \alpha_N(W_u)} \times \\ &\times [P'_{\alpha_N(-W_u) \pm \frac{1}{2}}(Z_u) \pm P'_{\alpha_N(-W_u) \pm \frac{1}{2}}(-Z_u)], \end{aligned} \quad (18)$$

ahol

$$4k_u^2 = u - 2(M^2 + \mu^2) + \frac{(M^2 - \mu^2)^2}{u}$$

$$Z_u = -\frac{[s - M^2 - \mu^2 + 2E_u(W_u - E_u)]}{2k_u^2}$$



és  $b_N$  a redukált reziduum. A képlet levezetésénél a Mac Dowell-féle szimmetriát fel kell használni.

Látható, hogy a Mac Dowell-szimmetria miatt a nukleontrajektóriával együtt egy olyan trajektória is fellép, amely a  $-W_u$  argumentumot tartalmazza. Ha az  $s$  csatorna asszimptotikáját vizsgáljuk, akkor  $W_u = \sqrt{u}$  tiszta imaginárius.  $\alpha_N$  viszont a változó valós függvénye az  $u$  csatorna küszöbe alatt, ezért ekkor a két tag (18)-ban két komplex konjugált pólus járulékát adja. Ez a hatáskeresztmetszetben nem vehető észre, a polarizációban azonban Kinoshita szerint igen.

Ha  $W$  valós, akkor negatív  $W$  esetén az  $\alpha_N = J$  félegész értékeknek kötött állapotok felelnek meg,  $\alpha_N(-W)$  ekkor ugyanolyan szignatúrájú, de ellentétes paritású állapotokat, illetőleg rezonanciákat ad.

Ha például  $\alpha_N$  csak  $W^2$  függvénye, akkor a nukleon és minden nukleon rezonancia elfajult paritás dublet. Ezt a függést, bár mint az könnyen belátható az,  $\alpha$ -ra vonatkozó diszperziós összefüggéseknek ellent mond, első közelítésben a kísérlet is alátámasztja.

Chiu és Stack a pion—proton szórás szögeloszlását analizálták hátraszórás közelében.

A Legendre-polinomok  $P_l(z) \cong 2^l \pi^{-\frac{1}{2}} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + l)}{\Gamma(1 + l)} z^l$  asszimptotikus alakját használva nyerjük az  $u$  csatornabeli amplitúdó nukleontrajektória járulékára a következő kifejezést

$$(f_1^{\frac{1}{2}}(\sqrt{u}, s))_N = - \frac{E_u + M}{\sqrt{\pi} W_u} \cdot \frac{b_N(-W_u)}{\cos \pi \alpha_N(-W_u)} \cdot \frac{\Gamma(1 + \alpha_N)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \alpha_N\right)} \times \\ \times (1 + e^{i\pi(\alpha_N - \frac{1}{2})}) \left(\frac{S}{S_0}\right)^{\alpha_N(-W_u) - \frac{1}{2}} \quad (19)$$

Az elhanyagolt tagok a vezető tagnak legalább  $\frac{1}{s}$ -szeresei.

A (19) képletben szereplő  $\Gamma(1 + \alpha)$  szorzó  $\alpha = -1, -2, \dots$  esetében nem fizikai pólust ad. Ha a Mandelstam-szimmetriát felhasználjuk  $J = -\frac{1}{2}$  körül, akkor

$$f_{J-\frac{1}{2},+}^J = f_{-(J+\frac{1}{2}),-}^{-(J+1)},$$

amelyből következik, hogy ha a vezető pólus  $J = -1$ -en menne át, akkor ugyanilyen erős járulék lenne 0-nál is, ami lehetetlen, mert akkor ez lenne a vezető pólus. Felírhatjuk tehát, hogy  $b_N(W^0) = 0$  ott, ahol  $\alpha_N(W^0) = -1$ .

Ha leválasztjuk a közeli zérus helyeket figyelembe vevő szorzókat, akkor

$$(f_1^{\frac{1}{2}}(\sqrt{u}, s))_N = - \frac{E_u + M}{W_u} \gamma \left(\alpha_N + \frac{1}{2}\right) \left(\alpha_N + \frac{3}{2}\right) \times \\ \times \frac{1 + ie^{-i\pi\alpha_N}}{\cos \pi \alpha_N} \left(\frac{S}{S_0}\right)^{\alpha_N - \frac{1}{2}} \quad (20)$$



itt  $\alpha = -\frac{1}{2}$ -nél 0 hely van, itt a szignatúra faktor reális része eltűnik.  $\alpha = -\frac{3}{2}$ -nél pedig véges a függvény, mert a szignatúra faktornak pólusa van.  $\gamma$  itt lassan változó függvény, amely többek között a reziduumot is tartalmazza.

A  $\Delta$  trajektória hozzájárulása ellentétes szignatúrájú, ennek hatása az  $f_{\frac{3}{2}}$  amplitúdóban jelentkezik:

$$(f_1^{\frac{3}{2}}(\sqrt{u}, s))_A = \frac{E_u + M}{W_u} \bar{\gamma} \left( \alpha_A + \frac{1}{2} \right) \left( \alpha_A + \frac{3}{2} \right) \times$$

$$\times \frac{1 - ie^{-i\pi\alpha_A}}{\cos \pi\alpha_A} \left( \frac{S}{S_0} \right)^{\alpha_A - \frac{1}{2}} \quad (21)$$

$f_2, f_1$ -ből mindkét képletben a  $W_u \rightarrow -W_u$  helyettesítéssel nyerhető.

Mivel definíció kérdése, hogy a (18) képletben melyik tag járulékat tekintjük a fizikai nukleon pólusnak, ezért paritás és impulzuszórántum meggondolások alapján azt szokás kikötni, hogy

$$\alpha_N(-M_N) = \frac{1}{2}$$

$$\alpha_N(-1688) = \frac{5}{2},$$

ugyanígy

$$\alpha_A(1238) = \frac{3}{2}$$

$$\alpha_A(1924) = \frac{7}{2}.$$

A fenti összefüggésekből ha feltesszük, hogy  $\alpha_N = \alpha_0 + \beta W^2$ , akkor már közelítő trajektória egyenletet határozhatunk meg. Chiu és Stack pontosabb illesztése szerint van egy 0-tól szignifikánsan különböző, de a többi együtthatónál jóval kisebb lineáris tag is

$$\alpha_i = \alpha_i^0 + \alpha_i^1 W_u + \alpha_i^2 W_u^2,$$

ahol  $i = N, A$  és  $\alpha_N^0 = -0,34$ ,  $\alpha_N^1 = 0,093 \text{ (GeV)}^{-1}$ ,  $\alpha_N^2 = 1,052 \text{ (GeV)}^{-2}$ . Az illesztéskor a reziduum részre a szerzők a következő alapot tették fel

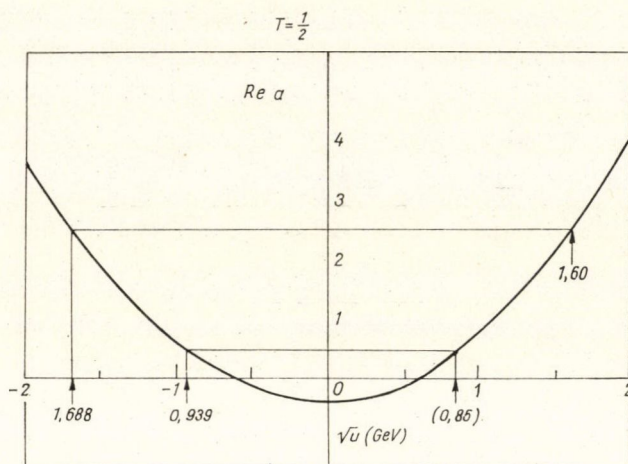
$$\gamma_A = \gamma_A^0 e^{a_A \sqrt{u} + b_A u}$$

$$\gamma_N = (\sqrt{u} - \sqrt{u_0}) \gamma_N^0 e^{a_N \sqrt{u} + b_N u}.$$

Az exponenciális alapot kényelmi szempontból vezették be, a  $\gamma_N$  előtti zárjeles kifejezésre azért van szükség, mert az fenti illesztése kiadta, hogy  $\alpha_N(850) = \frac{1}{2}$ , ez pedig egy negatív paritású nukleont jelentene; a  $(\sqrt{u} - \sqrt{u_0})$  kifejezésben  $u_0$  helyes választásával elérhető, hogy itt a  $\gamma_N$  reziduum függvény eltűnjék.

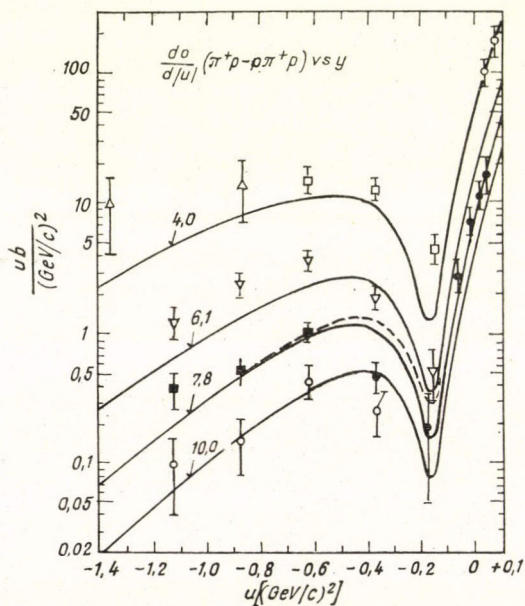
A trajektória illesztése (lásd az 2., 3. ábrákat) megmutatta, hogy  $\alpha_N(1600) = \frac{5}{2}$  ezt a negatív paritású rezonanciát valóban megtalálták. Az illesztésnél figyelembe vették azt a követelményt, hogy a nukleon és  $A$  pólusok helyes félszélességgel szerepeljenek.





2. ábra

A  $\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)$  és  $\left(\frac{d\sigma^-}{d\Omega}\right)$  hátraszórásnál való vizsgálata azt mutatja, hogy a pólus járuléka a  $\Delta$ -ra sokkal kisebb, mint a  $N$ -re, ez abból látható, hogy  $\frac{d\sigma^-}{d\Omega} \ll \frac{d\sigma^+}{d\Omega}$  a hátraszórásnál és a  $\Delta$  csak a  $\left(\frac{d\sigma^-}{d\Omega}\right)_{\text{hátra}}$  kifejezéséhez ad járulékot. Megjegyezz-



3. ábra

zük, hogy a  $\left(\frac{d\sigma^+}{d\Omega}\right)$  hátraszórásnál egy erős bemélyedést mutat. Ennek az az oka, hogy itt  $\alpha_N = -\frac{1}{2}$  és ez ún. rossz szignatúrájú pont, azaz itt nincs pólus, a szignatúrafaktor valós része eltűnik. Ez a viselkedés a Regge-pólus feltevésnek látványos igazolása (3. ábra).

Barger és Cline megvizsgálták a hatáskeresztmetszet energiafüggését. Céljuk az volt, hogy a direktcsatorna rezonanciáinak és a hátraszórás környékén szerepet játszó Regge-pólusok járulékeinak interferenciáját megvizsgálják. Ugyanezt előreszórásra sokkal nehezebb megtenni, mert a Regge-pólusok erősen elnyomják a direkt rezonanciákat.

Az analízis során figyelembe vettek minden pion-nukleon rezonanciát, sőt még extrapoláltak a Regge-trajektóriák segítségével ismeretlen vagy nem biztosan



ismert kvantum számokkal rendelkező rezonanciákat. Például a  $\Delta$  trajektórián ismert  $1238 \frac{3}{2}^+$  és  $1924 \frac{7}{2}^+$ , és extrapolálták a 2420, 2850 és a 3230-as rezonanciákat  $\frac{11}{2}^+$ ,  $\frac{15}{2}^+$ ,  $\frac{19}{2}^+$  spin-paritás értékekkel. A trajektóriát egyenes vonallal ábrázolták, ami igen jó közelítés. Ugyanígy extrapolálták az  $1512 \frac{3}{2}^-$ – $2210 \frac{7}{2}^-$  segítségével a 2640  $\frac{11}{2}^-$  és 3020, ill. a 938  $\frac{1}{2}^+$  és 1688  $\frac{5}{2}^+$  segítségével a 2220 és 2610-es rezonanciákat; e két utóbbi spin-paritása  $\frac{9}{2}^+$ ;  $\frac{13}{2}^+$  volna, ezek tömeg szempontjából egybeesnek a  $\frac{7}{2}^-$ ,  $\frac{11}{2}^-$  rezonanciákkal. A szerzők az amplitúdót két részre bontották:

$$f = f_{\text{rezonancia}} + f_{\text{Regge-pólus}},$$

ahol

$$f_{\text{rezonancia}} \sim \frac{1}{k} \frac{X\left(J + \frac{1}{2}\right)}{\varepsilon - i} P_l(\cos \Theta)$$

Breit—Wigner-alakot tételezték fel;  $x$  a rezonancia elaszticitása és  $\cos \Theta \cong -1$ , továbbá  $\varepsilon = \frac{M_R - S}{M_R \Gamma}$ ,  $M_R$  a rezonancia tömege,  $\Gamma$  a szélessége.  $x$ ,  $M_R$  és  $\Gamma$  a teljes hatáskeresztmetszetből nyerhető konstansok. Megemlíjtük itt még Kormányos és társainak analízisét, ahol csupán a  $\Delta$  trajektóriát közelítették lineárisan.

A direkt rezonancia tagokból felépített amplitúdókban nyilvánvalóan az egyes rezonanciák paritása igen lényeges szerepet játszik, mert a különböző rezonancia tagok egymást felerősíthetik, vagy leonthatják. A 4. ábrán az első diagram jól mutatja az illesztést, a második, harmadik és negyedik ábrán látszik, hogy mennyire megváltozik az illesztés, ha a 2210-es, a 2450-es és a 2640-es rezonancia paritását megváltoztatják. Ezért elég megbízható módon kijelenthetjük, hogy e paritások rendre  $-1$ ,  $1$  és  $-1$  értékűek.

Meg kell jegyezni, hogy az elaszticitásokat is illesztették, bár nem minden paritás váltáskor.

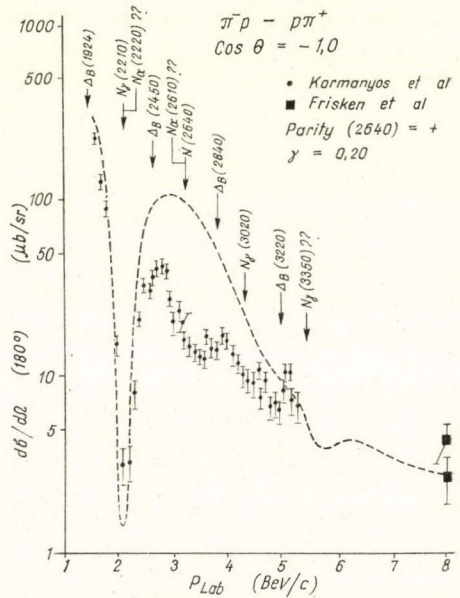
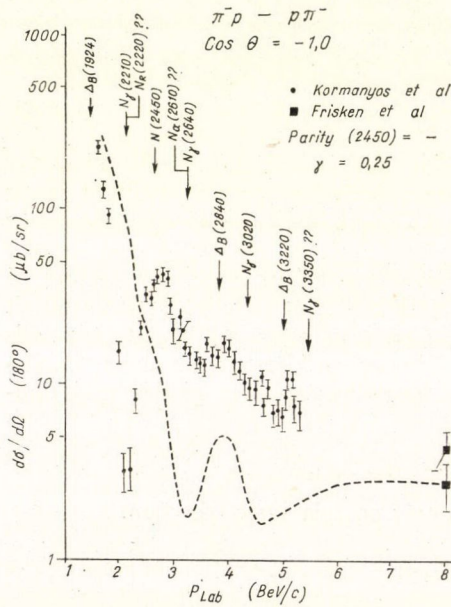
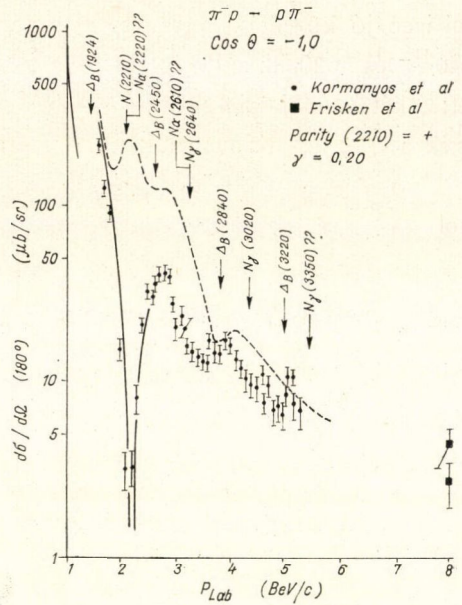
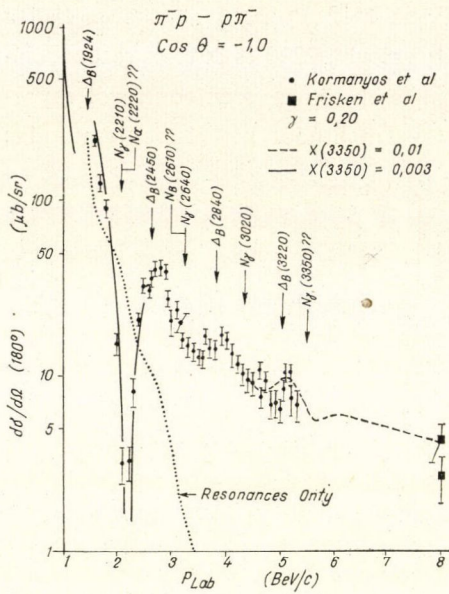
A  $\pi^+p$  hátraszórásban csak a  $\Delta$  rezonanciák adnak járulékot. Ezek, mivel egy trajektórián fekszenek, konstruktívan adódnak össze és kis energián a direkt tagok a Regge-járulékokat elnyomják. Csak a direkt tagok illesztése jó egyezést adott a 0,4–4 GeV-es energia tartományban.

A fenti eljárásnak egy komoly elvi kritikáját adhatjuk meg. Az amplitúdó Regge típusú viselkedése a jelenlegi elképzeléseink szerint a teljes asszimptotikát tartalmazza. Ezért a direkt rezonancia tagok figyelembevétele a Regge-tagok mellett felesleges. Az a tény azonban, hogy a fenti illesztés a kísérletekkel mégis tökéletes egyezést ad, azt sugallja, hogy a módszer mégis helyes. A megoldás valószínűleg az, hogy az amplitúdó helyes alakja:

$$f = f_{\text{rezonancia}} + f_{\text{Regge}} - \langle f_{\text{rezonancia}} \rangle,$$

ahol  $\langle f_{\text{rezonancia}} \rangle$  a rezonancia tag átlaga valamely energia tartományban.





4. ábra



## IV.

Vizsgáljuk meg a pion-nukleon szórás hatáskeresztmetszetét  $t=0$  környékén. Itt, mint ismeretes, a  $t$  csatornabeli rezonanciák fognak járulékot adni. Emlékeztessünk most röviden e csatorna kinematikájára

$$T = A + \gamma k B,$$

$$\text{ahol most } k = \frac{k_1 - k_2}{2}, \quad t = (k_1 + k_2)^2 \quad \text{stb.}$$

$$T = \bar{f} + \sigma n \bar{g},$$

ahol

$$\bar{f} = \frac{p^2}{M(p_0 + M)} A + \frac{1}{2M} \cdot \frac{\cos \Theta p k B}{p_0 + M}; \quad \bar{g} = i \frac{\sin \Theta p k B}{2M(p_0 + M)},$$

itt  $p$  és  $k$  a nukleon, ill. mezon tömegközépponti impulzusa,  $\Theta$  az  $n$  vektor és a  $z$  tengely közötti szög. Ezek egyben helicitás amplitúdóknak is tekinthetők. Ismét felírva a  $T$  mátrixot nyerjük, hogy

$$t_{++} = \sum (2J+1) t_{++}^J(s) P_J(\cos \Theta)$$

$$t_{+-} = \sum \frac{2J+1}{[J(J+1)]^{\frac{1}{2}}} t_{+-}^J \sin \Theta P_J'(\cos \Theta)$$

ahol  $t_{++} = \bar{f}$  és  $t_{+-} = \bar{g}$ . Kifejezhetjük most az  $A$  és  $B$  amplitúdókat  $\bar{f}$  és  $\bar{g}$ -vel. Végig csinálhatjuk a Reggeizálás eljárását megint a  $Q_j$  függvényekkel, itt csupán a végeredményt írjuk fel

$$A'^{(1,0)}(s, t) \sim \frac{2\pi i}{p^2} \left( \frac{pq}{M} \right)^{\alpha_{1,0}(t)} \left[ \alpha_{1,0}(t) + \frac{1}{2} \right] \times$$

$$\times b_{+}^{1,0}(t) \cdot \frac{P_{\alpha_{1,0}(t)}(-Z) \pm P_{\alpha_{1,0}(t)}(Z)}{\sin \pi \alpha_{1,0}(t)}$$

$$B'^{(1,0)}(s, t) = 2\pi i \left( \frac{pq}{M} \right)^{\alpha_{1,0}(t)-1} \frac{b_{-}^{(1,0)}(t)}{\sin \pi \alpha_{1,0}(t)} \times$$

$$\times [P'_{\alpha_{1,0}(t)}(-Z) \mp P'_{\alpha_{1,0}(t)}(z)].$$

Az  $A'$  amplitúdó az  $A$ -hoz a következő módon kapcsolódik

$$A' = A - \frac{E + t/4M}{1 + \frac{t}{4M^2}} B - 1,$$

a differenciális és teljes hatáskeresztmetszetek kifejezhetők az  $A'$  és  $B$  amplitúdókkal. A felső (1,0) index a  $t$  csatornabeli izotóp redukció eredménye,  $b_{\pm}$  az ún. redukált reziduum, amely kinematikai szingularitást már nem tartalmaz.

Megjegyezzük, hogy a  $K^{\pm} - N$  szórásnál hasonló a helyzet a kissé bonyolultabb keresztezési mátrixtól eltekintve.



Ami az alkalmazásokat illeti, meg kell jegyezni, hogy csak a  $G = +1$  trajektóriák adnak járulékot; ezeknek kvantum számai a következők:

$$\left. \begin{array}{l} I = 1, C = -1 \quad \xi = -1 \\ \text{vagy} \quad I = 0, C = +1 \quad \xi = +1 \end{array} \right\} P\xi = 1, CP = 1.$$

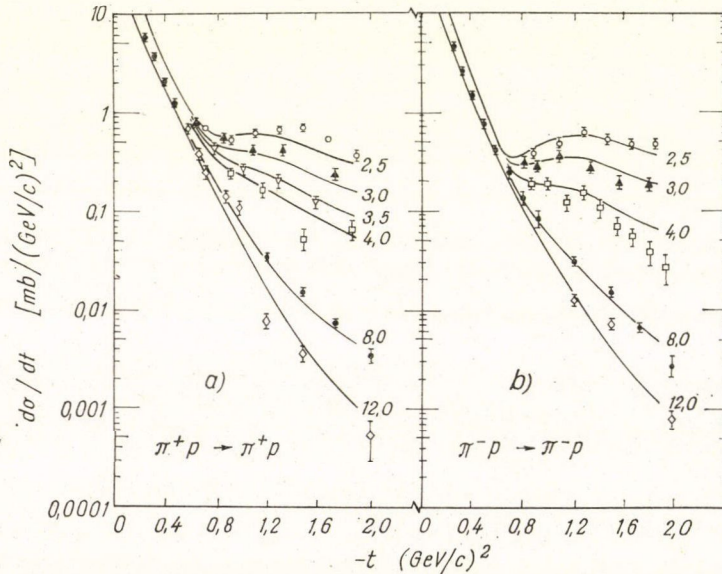
Az első család első tagja a  $\varrho$  mezon, ennek trajektóriája a  $\varrho$  trajektória. A második család első tagja a  $P$  (vákuum) trajektória. A tapasztalat szerint még egy  $P'$  trajektória felvétele szükséges a kísérletek megmagyarázásához.

A mérések nagyon sok eredményt szolgáltatnak a  $\pi^\pm - N$  szórás teljes ( $\sigma_{tot}^\pm$ ) differenciális hatáskeresztmetszetére; a  $\frac{d\sigma^+}{d\Omega}$  értékére és a polarizációra.

A kísérleti eredmények analízisét Chiu és társai végezték el 5,9 GeV felett 1 GeV-es impulzusátadás alatt. Az  $A'$  és  $B$  amplitúdókat a következő alakban közelítették

$$A' = \begin{cases} c_0 e^{c_1 t} \alpha(\alpha+1) \xi \left( \frac{E_l}{E_0} \right)^{\alpha(t)} & \text{a } P \text{ és } P' \text{-re} \\ c_0 [(1+c_2)e^{c_1 t} - c_2] (\alpha+1) \xi \left( \frac{E_l}{E} \right)^{\alpha(t)} & \text{a } \varrho \text{-ra} \end{cases}$$

$$B = \begin{cases} D_0 e^{D_1 t} \alpha^2(\alpha+1) \xi \left( \frac{E_l}{E} \right)^{\alpha-t} & \text{a } P \text{ és } P' \text{-re} \\ D_0 e^{D_1 t} \alpha(\alpha+1) \xi \left( \frac{E_l}{E} \right)^{\alpha-t} & \text{a } \varrho \text{-ra} \end{cases}$$

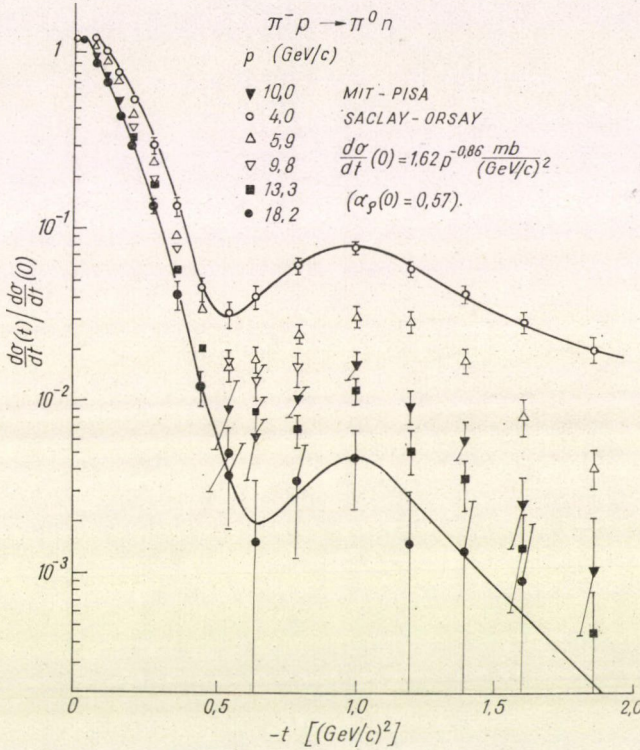


5. ábra



Az 5. és 6. ábrán láthatjuk az illesztést. Az  $\alpha^2$ , ill.  $\alpha$  faktort  $P$  és  $P'$ -re azért vezették be, hogy az  $\alpha=0$  ( $t<0$ ) helyen ne legyen pólus.

A  $\pi^\pm p$  polarizációs mérésekkel kapcsolatban (7., 8. ábrák) megjegyezzük, hogy a kis impulzus átadásokra az elmélet kitűnően megmagyarázza a polarizáció függvényét és azt a tényt, hogy a  $\pi^+p$  és  $\pi^-p$  polarizációk egymásnak ellentettjei.



6. ábra

Chiu és munkatársai egy másik munkájukban nagyobb impulzus átadásokra is megpróbálták az elméletet a kísérlethez illeszteni. Ennek a tartománynak az az érdekessége, hogy a mérési adatok 0,8—1,4 GeV körül maximumot mutatnak. Ebből érdekes következtetések vonhatók le az  $\alpha=0$  körüli viselkedésre vonatkozóan. A  $P$  és  $P'$  trajektóriáknak az  $\alpha=0$  való áthaladása azért fontos probléma, mert ha itt a reziduum nem tűnik el, akkor egy szellem-állapot jelenik meg.

Ismertessük röviden e szellem-állapotok kiküszöbölésének Gell-Mann által javasolt módszerével, és a sence és nonsense állapotokkal. Nonsense állapotoknak nevezzük az olyan állapotokat, amelyekben a  $t$  teljes impulzusmomentum kisebb, mint az állapot teljes helicitása. Például ha  $\alpha=0$  akkor minden nem eltűnő teljes



helicitású állapot nonsense. A  $\pi N$  vagy  $NN$  szóráshoz az  $\alpha=0$  körül három amplitúdó  $f_{ss}$ ,  $f_{sn}$  és  $f_{nn}$  (ez utóbbi csak  $NN$  szóráshoz) ad járulékat a  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ -hoz:

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{1}{s p^2} \{ |f_{ss}|^2 + a \sin \Theta |f_{sn}|^2 + b \times [1 + (\cos \Theta)^2] |f_{nn}|^2 \}$$

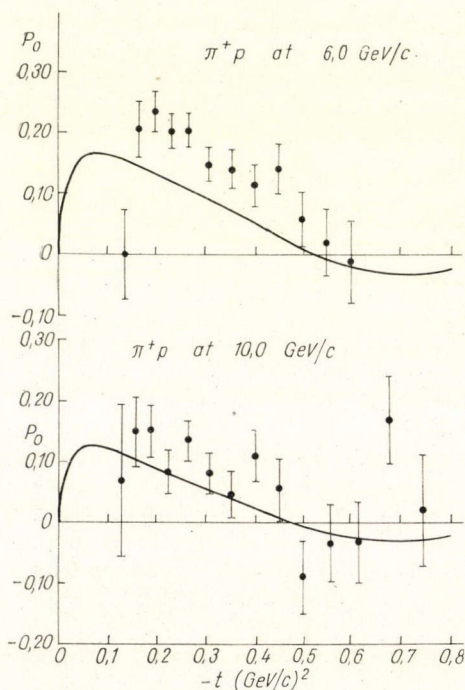
$$f_{ss} \sim \eta(t) \beta_{ss}(t) \left( \frac{s}{qq'} \right)^{\alpha(t)}$$

$$f_{sn} \sim \eta(t) \beta_{sn}(t) \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha(\alpha+1)}} \left( \frac{s}{qq'} \right)^{\alpha-1}$$

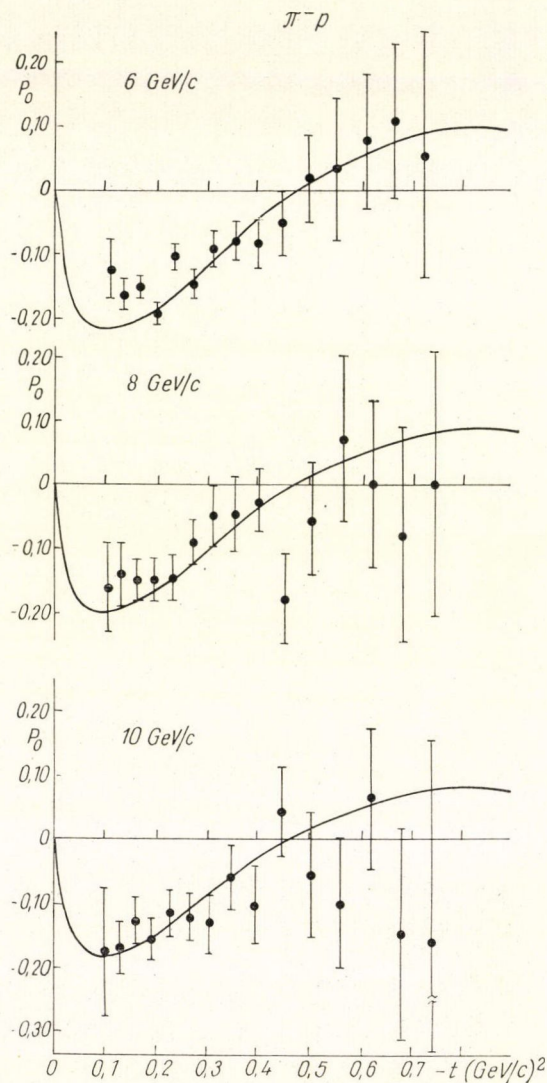
$$f_{nn} \sim \eta(t) \beta_{nn}(t) \frac{2\alpha}{\alpha+1} \left( \frac{s}{qq'} \right)^{\alpha-1}$$

itt

$$\eta(t) = -\frac{[e^{-i\pi\alpha} \pm 1]}{\sin \pi\alpha} \cdot \frac{(2\alpha+1)\Gamma\left(\alpha + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha+1)}$$



7. ábra



8. ábra



továbbá  $\pi N$ -re  $a=1$ ,  $b=0$ ;  $NN$ -re  $a=2$ ,  $b=1$ . Az  $f$  mennyiségek fenti alakjára a kinematikából következtethetünk.

A  $\beta$  reziduumok faktorizálódnak; ez a tulajdonság a perturbációs számítás eredményének általánosítása

$$[\beta_{sn}(t)]^2 = \beta_{ss}(t)\beta_{nn}(t)$$

Fontos tulajdonsága a  $\beta_{sn}$  mennyiségnek a  $\sqrt{\alpha(\alpha+1)}$  szorzó megjelenése. Fizikailag ez annyit jelent, hogy az  $s$  és  $n$  csatornák  $\alpha=0$  esetén szétcsatolódnak. Kérdés, hogy a faktorizáció milyen plauzibilis módon oldható meg. A következőkben négy módszert foglalunk táblázatba:

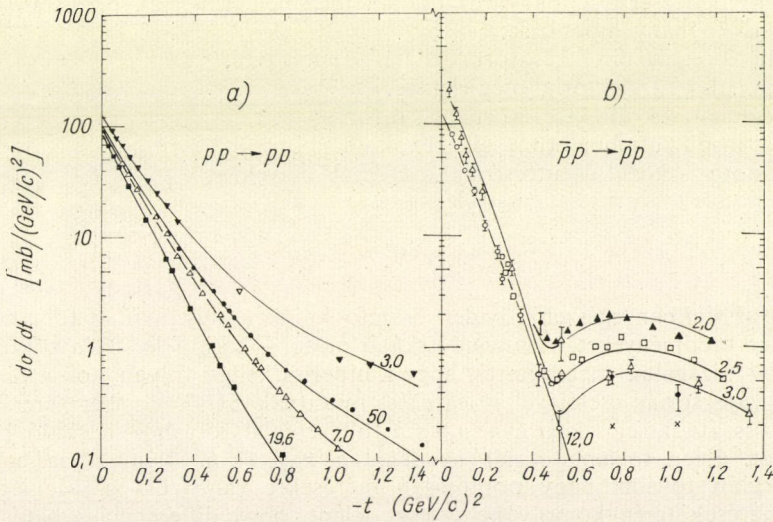
	$\beta_{ss}$	$\beta_{sn}$	$\beta_{nn}$
1. sence választó	1	$\sqrt{\alpha(\alpha+1)}$	$\alpha(\alpha+1)$
2. Chew	$\alpha$	$\alpha\sqrt{\alpha(\alpha+1)}$	$\alpha^2(\alpha+1)$
3. Gell-Mann	$\alpha(\alpha+1)$	$\sqrt{\alpha(\alpha+1)}$	1
4. nem kompenzáló	$\alpha^2(\alpha+1)$	$\alpha\sqrt{\alpha(\alpha+1)}$	$\alpha$

A táblázatban az egyes faktorizálások nevei egyrészt a szerzőktől, másrészt a faktorizálás részleteiből következnek.

A  $q$  trajektória a kísérlet szerint 1 típusú, valószínűleg ilyen az  $\omega$  is. A  $P$  és  $P'$  úgy tűnik, hogy a 4 típusba tartoznak.

Chiu és Stack megpróbálták a  $pp$  és  $\bar{p}p$  szórás értelmezését a fenti eljárással (9. ábra).

A nagyobb impulzus átadásnál a polarizációs mérésekhez az illesztés nem ad teljesen egyértelmű bizonyítékot arra vonatkozólag, hogy az egyes rezonanciák

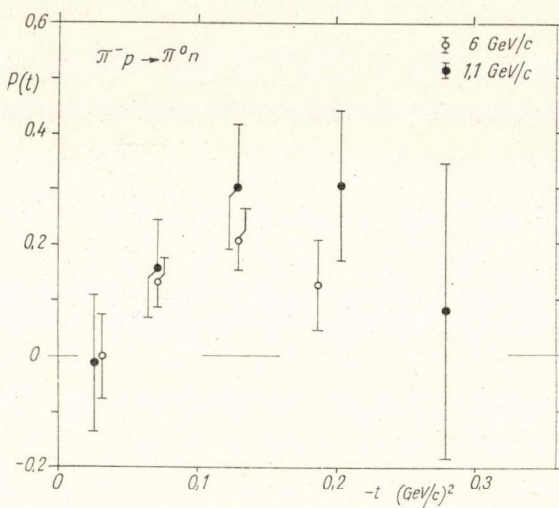


9. ábra



hogyan faktorizálódnak. Kíváncsú ebben a tartományban pontosabb mérések elvégzése.

Befejezésül meg kell említeni, hogy az elméletnek komoly nehézsége, hogy a  $\pi^+n \Rightarrow \pi^0 p$  töltéscserés szórást csupán a  $\varrho$  trajektóriával magyarázza. Ez azonban oda vezet, hogy az említett folyamatban a polarizációnak nagy energián el kell tűnnie. Ezt a kísérlet nem támasztja alá (10. ábra).



10. ábra

A fenti nehézségre a magyarázatot ma még nem ismerjük pontosan. Csupán megemlítünk néhány hipotézist:

1. Interferencia direkt csatornabeli rezonanciákkal.
  2. Egy új  $\varrho'$  trajektória megjelenése.
  3. Végtelen sok direkt csatornabeli rezonancia.
  4. Az impulzusmomentum sík rendkívül bonyolult szingularitás szerkezete.
- A négy hipotézis közül az utolsó kettő érdemel figyelmet.

## V.

A továbbiakban egészen röviden összefoglaljuk a rugalmatlan folyamatokkal kapcsolatos eredményeket. A pszeudoskálár mezon—barion kváziesztikus szórásokat *Salin* vizsgálta, megmutatta, hogy a hiperon keltési folyamatok a  $K(890)$  és  $K(1400)$  trajektóriák cseréjével jó egyezést mutatnak  $SU(3)$  elmélet keretén belül. Az impulzus átadás eloszlása a  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 h$  töltéscserés szóráshoz hasonló bemélyedést mutat. Ezen folyamatoknál azonban a  $\pi^- p \rightarrow \pi^0 h$  folyamathoz hasonlóan nagy energián további nagy pontosságú mérésekre van szükség. Megjegyezzük, hogy a mérések terén komoly nehézséget jelent, hogy differenciális hatáskeresztmetszet  $s$ -sel fordított arányban csökken.



Mivel ezen reakcióknál a vezető trajektóriának tulajdoníthatjuk a fent említett süllyedő-emelkedő jellegű görbét, ezért ez a viselkedés valószínűleg nagy energián is meg fog mutatkozni, már csak azért is, mert a különböző háttér tagok növekvő primer energia mellett mind jobban elhanyagolhatóvá válnak.

Van az inelasztikus folyamatoknak egy másik ugyancsak igen érdekes osztálya; a rezonancia keltés következő specifikus típusa. A nagy energiájú szórás olyan optikai analízatornak tekinthető, amely a beeső részecskékkel azonos kvantumszámokkal rendelkező rezonanciákat képes csak átengedni; így látható, hogy a vákuumpólus cseréjével nemcsak az elasztikus, hanem az inelasztikus folyamatok egy része is jellemezhető. Példaként megemlítjük a pion—nukleon kölcsönhatást, amelynél előreszórás esetére olyan rezonanciák megjelenését várjuk, amelyek kvantumszámai  $G = -1$ ,  $P(-1)^J = -1$ ,  $I=1$ . A pion mellett két olyan rezonancia van, amelynek kvantumszámai ilyenek lehetnek, az egyik az  $A_1$ , amelynek léte vitatott, a második a  $\Pi^*$  (1640). A mérés előnye, hogy a tömegspektrum az igen érzékeny missing mass módszerrel vizsgálható. Míg alacsony energián az  $A_1$  keltés egész gyenge, nagy energián a spektrumban határozott csúcsot várhatunk. Mivel a folyamat Pomerancson-csere segítségével megy végbe, ezért energiafüggése valószínűleg nagyon gyenge.

A  $pp$  kölcsönhatásokban hasonló kísérletek hajthatók végre. Itt az  $I=\frac{1}{2}$ ,  $P(-1)^{J-\frac{1}{2}} = 1$  kvantumszámú rezonanciák erős keltését várjuk. Számba jöhetnek az 1400 MeV-es Roper ( $J^P = \frac{1}{2}^+$ ), az  $N$  (1688  $J^P = \frac{5}{2}^+$ ), az  $N$  (2190  $J^P = \frac{7}{2}^-$ ) és az  $N$  (2650  $J^P = \frac{11}{2}$ ).

Ezen kísérletek fontosságát a Roper-rezonancia nagy keltési valószínűsége hangsúlyozza. Kis energián e rezonancia megtalálásában komoly azonosítási problémák adódnak.

#### IRODALOM

1. V. Barger és H. Olsson, Phys. Rev. Letters 15, 930, 1965. Phys. Rev. Letters 16, 545, 1966.
2. R. J. N. Phillips, W. Rarita, Phys. Rev. 139, B1336, 1965. Phys. Rev. Letters 14, 502, 1965.
3. V. Barger és M. Olsson, Phys. Rev. 146, 1080, 1966.
4. P. G. O. Freund, Nuovo Cim. 46A, 563, 1966.
5. N. Cabibbo, L. Horwitz és Y. Neeman, Phys. Letters 22, 336, 1966.
6. N. Cabibbo, J. J. J. Kokkedee, L. Horwitz és Y. Neeman, Nuovo Cim, 45, 275, 1966.
7. R. F. Dasher és M. Gell-Mann, Phys. Letters 17, 142, 145, 1965.
8. E. M. Levin és L. L. Frankfurt, Zsur. Exp. i Teor. Fiz. Piszma v Redak 2, 105, 1965.
9. V. N. Gribov és D. V. Volkov, Zsur. Exp. i Teor. Fiz. 17, 720, 1963.
10. H. Högassen és Ph. Salin, Nucl. Phys.
11. T. L. Trueman és G. C. Wick, Ann. Phys. 26, 322, 1964.
12. M. L. Goldberger, M. T. Grisaru, S. W. MacDowell és D. Y. Wong, Phys. Rev. 120, 2250, 1960.
13. R. J. N. Phillips, Nuclear Phys.
14. G. Domonkos és P. Surányi, Nucl. Phys. 54, 529, 1964.
15. G. Domonkos, Phys. Letters, 24B, 293, 1967.
16. D. F. Freedman és J. M. Wang, Phys. Rev. Letters 18, 863, 1967.
17. M. Toller, Nuovo Cim. 37, 631, 1963.
18. M. Toller, A római egyetem közleményei No 76 és 84. 1965.
19. R. F. Sawyer, a californiai egyetem közleményei.
20. P. K. Mitter, a californiai egyetem közleményei.
21. P. K. Mitter, a californiai egyetem közleményei.
22. M. Gell-Mann, Proceeding of the 1962 International Conference at CERN.



23. Különböző mechanizmusokról lásd: *C. B. Chiu, S. Y. Chu és L. L. Wang*, Californiai egyetem közleménye.
24. *P. Bonamy et al*, Phys. Letters, 23, 501, 1966.
25. *C. B. Chiu és J. Finkelstein*, Nuovo Cim. 48, 820, 1967.
26. *G. Altarelli, A. Borgese, F. Bucella és M. Collocci*, A firenzei egyetem közleménye.
27. *V. N. Gribov*, Soviet Physics, JETP 15, 1080, 1963.
28. *V. Singh*, Phys. Rev. 133, B159, 1964.
29. *C. B. Chiu és J. D. Stack*, Phys. Rev. 153, 1575, 1967.
30. *V. Barger és D. Cline*, A wisconsini egyetem közleménye. Madison.
31. *Ph. Salin*, CERN közlemény, TM 762, 1967.
32. *A. H. Rosenfeld et al*, Rev. Mod. Phys. 39, 1, 1967.



# A SZÓRÁSI AMPLITÚDÓ ANALITIKUS TULAJDONSÁGAI ÉS REGGE-PÓLUS CSALÁDOK\*

SZEGŐ KÁROLY és TÓTH KÁLMÁN  
MTA Központi Fizikai Kutató Intézete, Budapest

A dolgozat I. részében ismertetjük, hogyan bukkant fel a Regge-pólus családok fogalma a fizikában, a II. és III. részben összefoglaljuk ezek elméletét, majd a IV. részben alkalmazzuk az elmondottakat a szórási amplitúdóra.

## I.

Ha a nagyenergiájú szórás kísérletek eredményét a Regge-pólusok fenomenológikus elméletével (lásd Sebestyén Á. és Surányi P. cikket ugyanebben a kötetben) írjuk le, az amplitúdók aszimptotikus alakja  $s^{z(t)}$  vagy  $s^{z(u)}$ , attól függően, hogy melyik csatornába tettük be a pólusokat. Nem egyenlő tömegű részecskék szóródásánál azonban nem egyszerű eldönteni, hogy az  $s^{z(u)}$  aszimptotikus alak helyes-e. Tekintsük pl. a  $\pi-N$  hátraszórást. A szórási szög az  $u$  csatornában:

$$z_u = \cos \vartheta_u = - \left[ 1 + \frac{2[su - (m^2 + \mu^2)^2]}{u^2 - 2u(m^2 + \mu^2) + (m^2 - \mu^2)^2} \right]. \quad (1)$$

Ha  $u$  értéke az  $0 \leq u \leq u_B = (m^2 - \mu^2)s^{-1}$  tartományba esik,  $s$  növekvő értékeire  $z_u$  korlátos, így a szokásos Regge-reprezentáció nem adja meg az amplitúdó aszimptotikus alakját  $u=0$ -nál, és az egyes pólusok járulékaiban logaritmikus szingularitások jelentkeznek.

Khuri javasolta, hogy a parciális hullámok szerinti sorfejtés helyett az amplitúdót

$$A(u, t, s) = \sum_{v=0}^{\infty} b(u, v)t^v + \sum_{v=0}^{\infty} c(u, v)s^v \quad (2)$$

alakban írjuk fel, ahol

$$b(u, v) = \frac{1}{\pi} \int_{t_0}^{\infty} dt A_t(u, t) t^{-v-1} \quad (3)$$

$$c(u, v) = \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^{\infty} ds A_s(u, s) s^{-v-1}.$$

Khuri nyomán 1966-ban Freedman és Wang [1] vizsgálta az amplitúdó konvergenciáját  $u=0$  értéknél.

\* Domokos Gábornak a VII. Magyar Elméleti Fizikai Iskolán elhangzott előadása és a G. Domokos, G. L. Tindle: On the Algebraic Classification of Regge-Poles, Phys. Rev. 165, 1906 (1968), alapján.



Mint említettük,  $u \neq 0$  esetén az amplitúdó szokásos Regge-előállításával nincs baj. Így ennek segítségével számolhatjuk  $A_s$ , ill.  $A_b$ -t. Egy pólus járuléka a (3a) integrálhoz:

$$\int_{t_0}^{\infty} dt P_{\alpha(u)} (1 + t/2p^2) t^{-v-1}. \quad (4)$$

Ez a mennyiség reguláris, ha  $\text{Re } v > -\frac{1}{2}$  leszámítva egyszerű pólusokat a  $v = \alpha(u)$ ,  $\alpha(u) - 1, \dots, \alpha(u) - n$  értékeknél,  $\frac{1}{2} \cong \text{Re } (\alpha(u) - n) \cong -\frac{1}{2}$ . Így tehát minden egyes  $\alpha(u)$  helyen levő pólushoz kísérő (satellite) pólusok csatlakoznak. (A kísérő pólusok megkülönböztetendők az ún. leány-pólusoktól!) Feltételezve, hogy (2)-ből az amplitúdó alakjára kapott kifejezés  $u=0$ -nál is helyes, végrehajthatjuk a Sommerfeld—Watson-transzformációt. A háttérintegrál konvergens lesz, és az amplitúdót egy vezető tag és kísérő Khuri-pólusok összege állítja elő, mely összegek egy-egy Regge-pólus származékai.

Feltéve, hogy elméletünkben mozgó pólusoktól eltekintve minden mennyiség analitikus, nem kívánatos szingularitást csak másik szingularitás közömbösíthet. Így ahhoz, hogy  $u=0$ -nál az amplitúdó ne legyen szinguláris, egy vezető Regge-pólus mellett fel kell tételeznünk leány-Regge-pólusok létét, melyek a reziduuumok alkalmas választásával a vezető pólus kísérő szingularitásait közömbösítik. A leány-Regge-pólusoknak is kísérő szingularitásai vannak, melyeket további leányok küszöbölnek ki.

A fent említett gondolatmenetet követve, az amplitúdó regularizálása igen furcsának tűnik. Domokos és Surányi azonban már 1963-ban [2] megmutatta, hogy a Regge-pólusok osztályozhatók a négydimenziós forgáscsoport szerint.

A szerzők ezt a lehetőséget, Bethe—Salpeter-egyenlet vizsgálatánál vették észre, egyenlő tömegű részek esetén. A modell általánosítását nem egyenlő tömegű részecskékre Domokos végezte el 1966-ban [3]. Mint ismeretes, a Bethe—Salpeter-egyenlet perturbációszámítás alapján felírt egyenlet a szórási amplitúdó meghatározására. Noha az erős kölcsönhatás esetén a perturbációs sor divergál, mégis ez az egyetlen rendelkezésünkre álló modell, mely visszaadja egy analitikus, Lorentz-invariáns keresztvezés-szimmetrikus elmélet tulajdonságait.

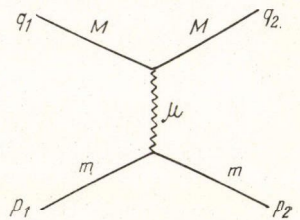
Célunk a szórási amplitúdó kötött állapotainak vizsgálata. A kötött állapotok matematikailag a szórási amplitúdó pólusaiként jelentkeznek. Pólusok vizsgálata esetén elegendő skalár elméletre szorítkoznunk, hiszen spinnel rendelkező részek propagátorának csak a számlálója bonyolódik.

Tekintsük tehát az 1. ábrán látható elemi folyamatot,  $M$  és  $m$  tömegű skalár részek rugalmas szórását, a kölcsönhatást egy  $\mu$  tömegű skalár részecske közvetíti. A szórási amplitúdóra létra-közelítésben leírt Bethe—Salpeter-egyenlet operátoralakban:

$$T = K + KG_0T, \quad (5)$$

ahol  $T$  a szórási amplitúdó,  $G_0$  a szabad részecske-Green-függvény,  $K$  a modellre jellemző magfüggvény, esetünkben

$$K = \frac{1}{(p_1 - p_2)^2 + \mu^2}. \quad (6)$$



1. ábra



Feltételezzük, hogy a *Wick* forgatás elvégezhető, azaz  $p_0$  helyett  $ip_0$ -t írhatunk, mely esetben  $p^2$  invarianciacsoportha az  $O(4)$  lesz.

Kifejtjük az amplitúdót az  $O(4)$  csoport szerint. (Ekkor le kell mennünk a tömeghéjról, mert tömeghéjon csak két változónk van:  $s, t$ ; ez „kevés”). Az egyes állapotokat az  $n, J_0, l, m$  kvantumszámokkal indexeljük. ( $l, m$  a szokásos impulzusmomentum kvantumszámok, esetünkben  $J_0=0$ .)

[3]-ban Domokos megmutatja, hogy ha  $s = (p_1 + q_1)^2$ ,

$$\lim_{s \rightarrow 0} \langle n|T|n' \rangle = \delta_{nn'} \langle n|T|n \rangle,$$

azaz  $s=0$ -nál az amplitúdó diagonalizálható  $n, l, m$ -ben, de tömeghéjon az amplitúdó mégsem áll elő az  $n$ -ben diagonális elemek összegeként (azaz diagonális elemek és négydimenziós gömbfüggvények szorzatának összegeként), mert az  $s \rightarrow 0$  limes és a tömeghéjra való visszatérés nem cserélhető fel egymással. Ilyen értelemben tehát  $O(4)$  a szórási amplitúdónak nem szimmetriacsoportha.

Az (5) egyenlet formális megoldása

$$T = \frac{[1 - KG_0]}{\text{Det}(1 - KG_0)} K = (1 - KG_0)^{-1} K \quad (7)$$

alakú, ahol  $[1 - KG_0]$  az  $(1 - KG_0)$  matrix főminorjaiból alkotott mátrix.  $T$  pólusait a determináns zérushelyei határozzák meg. (Megmutatható, hogy modellünkben a számlálónak nincsenek pólusai.)

A determináns részletes alakjából

$$\text{Det}(1 - KG_0) = 1 - \lambda \int \alpha(k_1 k) d^4 k + \frac{\lambda^2}{2} \int d^4 k_1 d^4 k_2 \begin{vmatrix} \alpha(k_1 k_1) & \alpha(k_1 k_2) \\ \alpha(k_2 k_1) & \alpha(k_2 k_2) \end{vmatrix} + \dots;$$

$$\alpha(k, k') = \frac{1}{\left[ \left( \frac{E}{2} + p \right)^2 + \mu^2 \right] \left[ \left( \frac{E}{2} - p \right)^2 + m^2 \right]}; \quad E^2 = s$$

látható, hogy csak  $E^2$  függvénye, azaz *nem függ* az elfolytatott külső tömegektől.  $s \rightarrow 0$  esetben a determináns éppúgy, mint  $T$  diagonális lesz  $O(4)$  minden kvantumszámában, és a sor elő is állítja a determinánst, hiszen nem lép fel a tömeghéjra való visszatérés problémája. A determinánsnak tehát  $O(4)$  szimmetriacsoportha  $s=0$ -nál, azaz  $O(4)$  alkalmas a szórási amplitúdó spektrumának rendszerezésére. Az ilyen tulajdonságú csoportot, mely nem invarianciacsoportha a szórási amplitúdónak, de alkalmas a spektrum rendszerezésére, *osztályozócsoportnak* nevezzük.

Feltételezzük, hogy az osztályozócsoport léte nem csupán modellünk tulajdonsága, ezért a továbbiakban az állításainkat általánosítjuk.

Először is, nem végzünk Wick-forgatást, minthogy végtelenbeni szingularitások létezését nem tudjuk kizárni a teljes szórási amplitúdó esetében. Ezután megvizsgáljuk, hogy lehet-e a Regge-pólusokat Lorentz-csoport ábrázolások szerint osztályozni. Miután azt találjuk, hogy igen, megmutatjuk, hogy ez a felfedezésünk egyszersmind megoldja az egyes Regge-pólusoknak a szórási amplitúdóhoz adott járuléklában  $s=0$ -nál fellépő szingularitásokkal kapcsolatos problémát is.



## II.

Programunk megvalósítását a fizikai részecskeállapotok néhány közismert tulajdonságának felidézésével kezdjük.

Egy nem nulla nyugalmi tömegű részecskét nyugalomba transzformálhatunk, ott megmérhetjük az impulzusmomentumát és annak vetületét a kvantálási tengelyre. (A részecskék tér-időbeli tulajdonságai érdekelnek csak bennünket, így a felsoroltakon kívül még a paritás kvantumszám lesz érdekes.) A nyugvó  $|p=0; j, j_3\rangle \equiv |j, j_3\rangle$  állapotokra a spinoperátorok hatása a szokásos

$$S_{\pm} |j, j_3\rangle = \sqrt{j \mp j_3}(j \pm j_3 + 1) |j, j_3 \pm 1\rangle \quad (8)$$

$$S_3 |j, j_3\rangle = j_3 |j, j_3\rangle$$

$$[S_i, S_j] = i\varepsilon_{ijk} S_k \quad (8')$$

Az  $S_i$  operátorok  $SU(2)$  algebrát alkotnak. A mozgó részecskének megfelelő  $|p; j, j_3\rangle$  állapotokat a nyugvókból Lorentz-transzformációval állítjuk elő:

$$|p; j, j_3\rangle = U(L_p) |j, j_3\rangle. \quad (9)$$

Az  $U(L_p)$  unitér „boost” operátor egy térbeli forgás erejéig határozatlan amiatt, hogy nyugvó állapotra hat. Az  $L_p$  Lorentz-transzformáció négydimenziós (nem unitér) ábrázolásban egy  $(O, \text{im})$  négyesvektort  $(\underline{p}, i\sqrt{\underline{p}^2 + m^2})$  négyesvektorba visz át. A forgás nélkül transzformáló mátrix:

$$L_{44} = \frac{\omega}{\sqrt{s}}, \quad L_{4i} = -L_{i4} = i \frac{p_i}{\sqrt{s}}, \quad (10)$$

$$L_{ij} = \delta_{ij} + \frac{p_i p_j}{\sqrt{s}(\omega + \sqrt{s})},$$

ahol  $i=1, 2, 3$ ,  $\omega = \sqrt{\underline{p}^2 + m^2}$ ,  $s = -p^2 = m^2$ .

A mozgó állapotot ugyanazokkal a  $j, j_3$  impulzusmomentum kvantumszámokkal jellemeztük, mint a nyugvót. A megfelelő „spin”-operátorok:

$$S_i(\underline{p}) = U(L_p) S_i U^{-1}(L_p) \quad (10')$$

A későbbiek szempontjából kényelmes az  $S_i(\underline{p})$  operátorok index transzformációs tulajdonságait a Pauli—Lubanski-konvenció szerint megadni:  $S_{\mu}(\underline{p})$  legyen axiálvektor, olyan, hogy  $S_{\mu}(\underline{p}=0) \equiv (S_i, 0)$ . (10)-et alkalmazva:

$$S_i(\underline{p}) = S_i + \frac{(\underline{p} \cdot \underline{S}) p_i}{\sqrt{s}(\omega + \sqrt{s})} \quad (11)$$

$$S_0(\underline{p}) = \frac{1}{\sqrt{s}} \underline{p} \cdot \underline{S}.$$



Az  $S_\mu(p)$  operátor kommutál az impulzussal:  $[S_\mu(p), P_\nu] = 0$ , és azonos a homogén Lorentz-csoport kicsoportjait generáló

$$W_\lambda = \frac{1}{2\sqrt{s}} \varepsilon_{\lambda\mu\nu\sigma} P_\mu M_{\nu\sigma}(p) \quad (12)$$

Pauli—Lubanski-féle spinoperátorokkal. Az azonosítás elvégezhető, ha (12)-be a Lorentz-transzformációk  $M_{\mu\nu}(p)$  generátorait a következő konkrét reprezentációban írjuk:

$$M_{jk}(p) = \varepsilon_{ijk} M_i(p)$$

$$M_{0i}(p) = N_i(p),$$

ahol

$$\underline{M}(p) = i\vec{p} \times \nabla_p + S \quad (13)$$

$$\underline{N}(p) = i\omega \nabla_p + \frac{\vec{p} \times \underline{S}}{\sqrt{s} + \omega}.$$

Felidézzük még a  $|p; jj_3\rangle$  állapotok Lorentz-transzformációjának szabályát:

$$\begin{aligned} U(A)|p; jj_3\rangle &= U(A)U(L_p)|jj_3\rangle = \\ &= \sum_{j'_3} U(L_{Ap})|j'_3\rangle \langle j'_3| U(L_{Ap}^{-1}AL_p)|jj_3\rangle = \\ &= \sum_{j'_3} D_{j'_3 j_3}^j(R_w)|Ap; j'_3\rangle. \end{aligned} \quad (14)$$

Vegyük észre, hogy az  $L_{Ap}^{-1}AL_p$  transzformáció nyugvó állapotot nyugvóba visz át, tehát egyszerű forgás. Így  $D_{j'_3 j_3}^j(R_w)$  a  $A$  és  $p$  által meghatározott Wigner-forgást a  $|jj_3\rangle$  vektorok terén ábrázoló mátrix.

Megjegyezzük, hogy az elmondottak ugyanígy érvényesek, ha a nyugvó  $|jj_3\rangle$  egyrészecske állapotok helyett tömegközépponti rendszerben leírt  $j, j_3$  teljes impulzusmomentum kvantumszámokkal rendelkező kétrészecske állapotokról beszélünk. Ekkor természetesen  $S_i$  a két részecske teljes impulzusmomentumának operátora a tömegközépponti rendszerben. A kétrészecske állapotot specifikáló egyéb kvantumszámok itt nem lényegesek.

A szórási amplitúdó vizsgálatánál fontos lesz a kicsoportok néhány tulajdonságának ismerete, ezeket röviden áttekintjük.

Kicsoport alatt a homogén Lorentz-csoport olyan alcsoportját értjük, amely invariánsan hagyja bizonyos  $p$  impulzusú állapotok terét: egy  $R_{\mu\nu}$  transzformáció eleme a kicsoportnak, ha  $R_{\mu\nu}p_\nu = p_\mu$ . A lehetséges kicsoportok klasszifikálása [8] legegyszerűbb speciális  $\hat{p}$  vektorok lehetséges típusainak felsorolásával. Ezt beírva a  $W_\lambda$  vektor (12) képletébe a generátorokat is megkapjuk.

a) Időszerű eset:  $\hat{p} = (0, 0, 0, \sqrt{s})$ ;  $-\hat{p}^2 = s > 0$ . Generátorok az  $M_i$  impulzusmomentum operátorok, a kicsoport az  $SU(2)$ .

b) Fényszerű eset:  $\hat{p} = (0, 0, p, p)$ ;  $s = 0$ . Generátorok:  $M_1 + N_2, M_2 - N_1, M_3$ . Kicsoport az  $E(2)$  kétdimenziós euklideszi csoport.

c)  $\hat{p} = (0, 0, 0, 0)$ . Generátorok  $M_i, N_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ). Kicsoport az  $SL(2C)$  homogén Lorentz-csoport.



d) Térszerű eset:  $\hat{p} = (0, 0, \sqrt{-s}, 0)$ ;  $-\hat{p}^2 = s < 0$ . A generátorok:  $N_1, N_2, M_3$ . A kiscsoport:  $SU(1, 1)$ .

Most általánosítjuk a fizikai egyrészecske állapotokról mondottakat: beszélni akarunk a Poincaré-csoport olyan reprezentációiról is, amelyeknél a  $|p; \lambda\rangle$  „állapotok” a  $P_\mu P_\mu$  Casimir-operátor negatív sajátértékeihez tartoznak. Egy  $|\hat{p}; \lambda\rangle$  „nyugvó állapotot” a  $\hat{p}$ -nak megfelelő kiscsoport  $\lambda$  kvantumszámaival jellemzünk. A „mozgó állapotokat” a megfelelő boost segítségével állítjuk elő:

$$|p; \lambda\rangle = U(L_p)|\hat{p}; \lambda\rangle. \quad (9')$$

Az „állapotok” Lorentz-transzformációs szabálya:

$$U(A)|p; \lambda\rangle = \sum_{\lambda'} D_{\lambda'\lambda}(R_w)|Ap; \lambda'\rangle, \quad (14')$$

ahol  $R_w$  a megfelelő kiscsoportba tartozó Wigner-forgás. (A  $c$ ) esetet a teljesség kedvéért soroltuk fel, a „mozgó állapotokra” vonatkozó kijelentéseinknek erre természetesen nincs értelmük.)

A  $\hat{p}$  vektorok egy másik, a közölt osztályozás szempontjából kevésbé szemléletes, de a mi céljainknak jobban megfelelő alakja:

$$\hat{p} = (0, 0, p, \sqrt{p^2 + s}).$$

Ez az alak lehetővé teszi, hogy rögzített hármassimpulzus mellett  $s$  folytonos változtatásával kapjuk meg a térszerű, fényszerű és időszerű esetet.

A következőkben tetszőleges spinű és tömegű részecskék, két részecske két részecske szórási amplitúdóját vizsgáljuk úgy, hogy kifejtjük Regge-pólusok járulékaik szerint. Feltételezzük, hogy az egyes pólusok járulékaik izolálhatók kísérletileg, pl. úgy, hogy elég nagy energiájú szórást végzünk. Ekkor egy Regge-pólus járuléknak nem lehetnek más szingularitásai, mint a szórási amplitúdónak. Illetve, ha kifejtésünkben egy pólus járulékát rossz analitikus tulajdonságúnak találjuk, fel kell tételeznünk más, hasonló viselkedésű Regge-pólusokat, amelyek az előzővel *együtt* adják a jó analitikus tulajdonságokat. Ebben az esetben a szórási képet bizonyos póluscsaládok alakítják ki, és feladatunk megtalálni azt a rendszerezési elvet, amelynek segítségével ki tudjuk választani az egy családba tartozó pólusokat.

A szórási amplitúdó [4]:

$$\begin{aligned} &\langle p_3 s_3 \lambda_3, p_4 s_4 \lambda_4 | T | p_1 s_1 \lambda_1, p_2 s_2 \lambda_2 \rangle = \\ &= D_{\lambda_3 v_3}^{s_3}(R_3) D_{\lambda_4 v_4}^{s_4}(R_4) D_{\lambda_1 v_1}^{s_1*}(R_1) D_{\lambda_2 v_2}^{s_2*}(R_2) \langle v' | T(s, t) | v \rangle \delta_{v_1 - v_2, v} \delta_{v_3 - v_4, v'}, \end{aligned} \quad (15)$$

ahol  $s_i, \lambda_i$  a kezdő és végállapotú részecskék spinje és helicitása;  $s, t$  a szokásos Mandelstam-változók. Az  $R_i$  Wigner-forgások:

$$R_i = L_{p_i}^{-1} A L_{A^{-1}p_i},$$

ahol  $L_{p_i}$  a  $|p_i; s_i \lambda_i\rangle$  mozgó állapotot előállító boost,  $A$  pedig olyan Lorentz-transzformáció, amely a  $p_1 + p_2$  impulzust nyugvóvá transzformálja, valamint a  $\underline{p}_1$  vektort



pozitív  $z$  irányúvá teszi. A  $\langle v' | T(s, t) | v \rangle$  helicitásamplitúdót határozott paritású részekre bontva, parciális hullámok szerint kifejtünk:

$$\langle v' | T_{\pm}(s, t) | v \rangle = \quad (16)$$

$$= \frac{\sqrt{s}}{\pi |p(s)|} \int_c \frac{(2j+1) dj}{\sin \pi j} \langle v' | T_{\pm}(s, j) | v \rangle \left[ D_{v'v}^j(R(\Phi, \Theta_s, -\Phi)) \pm \begin{pmatrix} \cos \Theta_s \rightarrow -\cos \Theta_s \\ v, v' \rightarrow v', -v \end{pmatrix} \right].$$

Az amplitúdót Watson—Sommerfeld-transzformált alakba akarjuk írni, ezért  $\sum_j$  helyett már integrálást írtunk.

A Regge-pólusok szerinti kifejtést fizikai  $s, \theta_s$  értékeknél szokás elvégezni. Ekkor a  $D_{v'v}^j$  függvények az  $SU(2)$  kicsoport ábrázolás mátrixainak elemei.  $\theta_s$  a tömegközépponti szórási szög. Az invariáns változókkal kifejezve:

$$\cos \Theta_s = \frac{s(t-u) + (m_1^2 - m_2^2)(m_3^2 - m_4^2)}{\Delta(s, m_1^2, m_2^2) \Delta(s, m_3^2, m_4^2)}, \quad (17)$$

ahol  $\Delta(x, y, z) = [x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz]^{1/2}$ .

Az eredetileg a pozitív valós  $j$  tengelyt közrefogó  $C$  kontúr deformálása után kapjuk a szórási amplitúdó Regge-pólusok szerint kifejtett alakját:

$$\begin{aligned} \langle v' | T(s, t) | v \rangle &\sim \sum_i \beta_i(s, \alpha_i(s)) \frac{1 \pm \exp(-i\pi\alpha_i(s))}{\sin \pi\alpha_i(s)} \times \\ &\times \left[ D_{\lambda\lambda'}^{\alpha_i(s)}(\Phi, \Theta_s, -\Phi) \pm \begin{pmatrix} \cos \Theta_s \rightarrow -\cos \Theta_s \\ v, v' \rightarrow v', -v \end{pmatrix} \right] + \text{háttérintegrál}. \end{aligned}$$

Negatív  $s$  értékeknél a (16) parciális hullám kifejtés az  $SU(1,1)$  reprezentációk szerint történik (a  $\theta_s$  szög tiszta képzetessé válik). Az integrálási kontúr deformálása után a szórási amplitúdó ismét Regge-pólus tagok és háttérintegrál összegeként adódik, az integrálás az  $SU(1,1)$  unitér ábrázolásainak fősorozatára történik:  $j = -\frac{1}{2} + i\tau$ ,  $-\infty < \tau < +\infty$ . A kétféle kifejtés analitikus folytatással egymásba megy át [5].

Várakozásunk az, hogy egy Regge-pólus járuléka reguláris  $s=0$ -nál is. Rög-  
tön látható azonban, hogy nem: egy pólustag járuléka arányos  $D_{\lambda\lambda'}^{\alpha_i(s)}(\Phi, \theta_s, -\Phi) = e^{-i\lambda\Phi} d_{\lambda\lambda'}^{\alpha_i(s)}(z) e^{-i\lambda'\Phi}$ -vel, ( $\alpha_i(s)$  a pólushely,  $z = \cos \theta_s$ ) és

$$\begin{aligned} d_{mm'}^j(z) &= \frac{\Gamma(j+m+1)\Gamma(j-m'+1)}{\Gamma(j'+m'+1)\Gamma(j-m+1)} \left(\frac{1+z}{2}\right)^{\frac{m+m'}{2}} \left(\frac{1-z}{2}\right)^{\frac{m-m'}{2}} \times \\ &\times \frac{F\left(-j+m, j+m+1; 1+m-m'; \frac{1-z}{2}\right)}{\Gamma(1+m-m')}. \end{aligned}$$

Az  $s=0$  esetet nézve mindenekelőtt vegyük észre (17)-ből, hogy

$$z = \cos \theta_s = 1, \quad \text{ha } s=0.$$



(Eltekintve az  $m_1 = m_2$  vagy  $m_3 = m_4$  esetektől). Ez szingularitást okoz egy Regge-pólus járulékbán, mert

a)  $\left(\frac{1-z}{2}\right)^{\frac{m+m'}{2}}$   $m+m'$  négyzetgyökkösen szinguláris lehet. Ez a helicitás amplitúdók ismert kinematikai szingularitása, szeparálása csak technikai kérdés [6].

b) A hipergeometrikus függvényeknek  $x = \frac{1-z}{2} = 1$  helyen általában logaritmikus elágazási pontjuk van [7]: ha  $2j$  egész, egyszerű polinomokról van szó, de  $2\alpha_i(s=0)$  általában nem egész, így a szingularitás fellép.

A „váratlan” szingularitás fellépésének okát keresve először is néhány megjegyzést teszünk.

A helicitásamplitúdó (16) kifejtésében szereplő  $\theta_s$  helyett a kiscsoport paraméterének a  $t-u$  invariáns változót is tekinthetjük. Ekkor  $\cos \theta_s$  (17) kifejezését nézve szembevetűnő, hogy  $s=0$ -nál a  $t-u$  paraméternek megfelelő szabadsági fok „befagy”. A  $D_{\lambda\lambda'}^j$  függvények esetén az  $s \rightarrow 0$  limes eredménye a  $2j = \text{egész}$  szám esetében:

$$\lim_{s \rightarrow 0} D_{\lambda\lambda'}^j(\Phi, \Theta_s, -\Phi) = e^{-i(\lambda - \lambda')\Phi}.$$

Az eredmény nem váratlan abból a szempontból, hogy az  $E(2)$  kiscsoport ábrázolási függvényeit kaptuk, de nem teljesen világos, hogy csak az egyetlen tengely körüli forgások alcsoportját ábrázoló függvények (a Casimir-operátor nulla értékéhez tartozó függvények) jelentek meg. Az oka csak akkor válik majd világossá, amikor a kiscsoport szerkezetében az  $s \rightarrow 0$  határmenet elvégzésekor végbemenő változásokat részletesen megvizsgáljuk.

Eddigi eredményeinket a következőkben foglalhatjuk össze: egy Regge-pólus járuléka a szórási amplitúdóhoz szinguláris. A szingularitás fellépésének — egyelőre empirikusan megállapítható — oka a kiscsoport változása az  $s \rightarrow 0$  határátmenet elvégzésekor.

### III.

Mint láttuk,  $s=0$ -nál egy Regge-pólus járuléka általában szinguláris. Megmutatjuk, hogy ennek valóban az az oka, hogy a Regge-pólusnak megfelelő kiscsoport szerkezet megváltozik, és igazoljuk azt a sejtésünket, hogy lehet a pólusokat úgy csoportosítani, hogy együttes járuléka ne legyen szinguláris.

Várható, hogy a csoport tagjai különböző  $j$ -hez tartozó pólusok lesznek, ezért definiálunk különböző impulzusmomentumú állapotok között léptető operátorokat, nyugvó részecskék között:

$$\begin{aligned} \langle j+1, m+1 | T_{\pm} | j, m \rangle &= \\ &= \mp \frac{1}{j+1} \left[ \frac{[(j+1)^2 - j_0^2][(j+1)^2 - (1+\sigma)^2][(j \pm m+2)(j \pm m+1)]}{(2j+1)(2j+3)} \right]^{1/2} \\ \langle j, m \pm 1 | T_{\pm} | j, m \rangle &= i j_0(1+\sigma) \left[ \frac{(j \pm m+1)(j \mp m)}{j(j+1)} \right]^{1/2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\langle j-1, m \pm 1 | T_{\pm} | j, m \rangle &= \pm \frac{1}{j} \left[ \frac{(j^2 - j_0^2)(j^2 - (1 + \sigma)^2)(j \mp m + 1)(j \mp m)}{(2j-1)(2j+1)} \right]^{1/2} \\ \langle j+1, m | T_3 | j, m \rangle &= \frac{1}{j+1} \frac{[(j+1)^2 - j_0^2][(j+1)^2 - (1 + \sigma)^2](j-m+1)(j+m+1)]^{1/2}}{(2j+1)(2j+3)} \\ \langle j, m | T_3 | j, m \rangle &= ij_0 \frac{1 + \sigma}{j(j+1)} m.\end{aligned}$$

A (8') algebrát kiegészítjük  $S$  és  $T$  kommutációs relációival:

$$\begin{aligned}[S_i, T_j] &= ie_{ijk} T_k \\ [T_i, T_k] &= -ie_{ijk} S_k.\end{aligned}\quad (18)$$

Az így definiált algebra a minimális kiterjesztése (8')-nek abban az értelemben, hogy egy  $j$  értéktől kiindulva  $j$ -ben „létrát” kapunk, azonos  $j$  érték nem ismétlődik.  $T_i(p)$ -t (10')-hez analóg módon definiáljuk:  $T_\mu$  legyen vektor, a nyugalmi rendszerben  $T_0 = 0$

$$T_i(p) = U(L_p) T_i U(L_p^{-1}). \quad (19)$$

Ekkor (10) alkalmazásával:

$$\underline{T}(P) = \underline{T} + \frac{(\underline{P} \cdot \underline{T}) \underline{P}}{\sqrt{s}(\omega + \sqrt{s})} \quad (20)$$

$$T_0(P) = \frac{1}{\sqrt{s}} \underline{P} \cdot \underline{T}; \quad T_\mu P_\mu = 0.$$

Mint (10) és (18) egybevetéséből látható, az  $S, T$  és  $\underline{M}, \underline{N}$  párok  $SL(2, C)$  algebrát generálnak. (Az algebra kics csoportját  $\underline{S}$  feszíti ki.)

A (11) képletekből látható, hogy az  $S, T$  generátorok paraméterként tartalmaznak  $s$ -t. Ha  $s \rightarrow 0$ , a generátorokat megadó képletekben szingularitások jelentkeznek, illetve, ha célszerűen a generátorok számszorosságait,  $\sqrt{s}\underline{S}$ -t vezetjük be, egyes tagok eltűnnek. Nevezetesen  $\underline{S}(P)$  vezető tagja

$$\sqrt{s} \underline{S}(P) \rightarrow (\underline{P} \cdot \underline{S}) \underline{P} / |P| \quad (s \rightarrow 0) \quad (21)$$

lesz, a kics csoport kontrahált a  $P$  vektor körüli forgatások csoportjába.

Válasszuk speciálisan  $\underline{P} = (0, 0, p)$ . Ekkor, faktoroktól eltekintve, a (21) képletben szereplő operátor épp  $M_3$ . Másrészt azonban az előző részből tudjuk, hogy a fényszerű esetben a kics csoport  $E(2)$ . Azaz, a kontrakció révén nem kaptuk meg  $E(2)$  teljes Lie-algebráját, hanem csak az  $M_3$  által kifeszített szubalgebráját. Megmutatható, hogy az utóbbi reprezentációja akkor azonos  $E(2)$  reprezentációjával, ha e reprezentáció az  $E(2)$  Casimir-operátorának zérus sajátértékéhez tartozik, ez az ún. „véges spin” típusú reprezentáció.

Bebizonyítottuk tehát a következő állítást: Ha egy elméletben az állapotok spinje függvénye az energiának,  $J = \alpha(s)$  és  $\lim_{s \rightarrow 0} \alpha(s)$  létezik, akkor  $s = 0$ -nél a fényszerű kics csoportnak csupán a véges spin típusú reprezentációi realizálódnak.



A (11a) algebra kontrakciós pontjánál az ábrázolási mátrixelemek közül legalább egy szingulárisává válik, mint ezt láttuk az előző fejezetben. Ennek a fordítottja is igazolható: Ha  $s=0$ -nál az algebrát reprezentáló mátrixok egy eleme sem válik szingulárisává  $s$  függvényében, akkor az  $s=0$  pont nem lehet kontrakciós pont.

Így tehát, ha el akarjuk kerülni  $s=0$ -nál a nemkívánatos szingularitásokat, úgy kell elrendezni az irreducibilis amplitúdók járulékait, hogy olyan algebra bázisát alkossák, mely  $s=0$ -nál nem kontrahál.

A továbbiakban ezt az algebrát fogjuk megalkotni. Mint már említettük, az  $s=0$  határesetben a (15)-ben szereplő kétrészecske állapotok tömegközéppontja fénysebességgel mozog, azaz a rendszert „fénysebességre gyorsítottuk fel”. Ez fizikailag természetesen lehetetlen (fizikai Lorentz-transzformációkkal szemben  $s$  invariáns), de a szereplő matematikai mennyiségek értelmezhetők a határesetre is. A fénysebességre gyorsítás tehát formálisan olyan  $\exp(i\beta N_3)$  th  $\beta=v/c$  alakú boost-tal érhető el, melynél  $\beta \rightarrow \infty$ .

Azt szeretnénk, hogy az algebra szerkezete „végtelen boost” esetén sem változzon, azaz az algebrát kifeszítő valamely  $W$  generátorok kommutációs relációi maradjanak változatlanok. Megmutatható, hogy ennek szükséges és elégséges feltétele, hogy az említett  $W$  generátorok  $N_3$  sajátvektorai legyenek:

$$[N_3, W] = \lambda W.$$

A most elmondottakat matematikailag szabatosan megismételjük: Ha  $G$  egy Lie-algebra, melynek  $M$  a maximális kompakt szubalgebrája, akkor  $G$  azon dekompozícióját, mely  $G = M \oplus N$  alakú, ahol  $[M, N] \subset N$  és  $[N, N] \subset M$ , Cartan-féle dekompozíciónak nevezzük. Az  $A$  Cartan-féle szubalgebrának nevezzük  $N$  maximális Ábel-féle szubalgebráját.  $G$ -nek egy  $W$  eleme gyökvektor, ha sajátvektora  $A$  elemeinek, azaz, ha  $N \in A$ , akkor  $[W, N] = \lambda(N)W$ , ahol  $\lambda(N)$  lineáris forma  $A$ -n.

A  $g = \exp tX$  alakú elemek egyparaméteres alcsoportját alkotják  $\tilde{G}$ -nek, mely a  $G$  algebra által generált Lie-csoport,  $X \in G$ . Jelöljük  $\text{Ad}_g(Y) = gYg^{-1}$ , ahol  $Y \in G$  ez eleme a  $G$  algebrának.

Ha az  $\text{Ad} \exp tX(g)$  mennyiségnek, mely a  $G$  algebrán értelmezett halmazfüggvény, létezik a lime  $t \rightarrow \infty$  esetén,  $g(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Ad} \exp tX(g)$ , akkor ezt  $G$  kontrakciójának nevezzük. Egy  $g$  szubalgebra nem kontrahál, ha  $g(\infty)$  izomorf  $g$ -vel.

Bizonyítható a következő tétel:  $G$ -nek egy  $g$  szubalgebrája akkor nem kontrahál, ha öt  $G$  gyökvektorai feszítik ki. Megjegyezzük, hogy  $SL(2, C)$  esetén a feltétel elégséges is.

Ezt Lorentz-csoportra alkalmazva láthatjuk, hogy  $A \equiv N_3$ .  $N_3$  gyökvektorai:

$$N_3, M_3, \text{ ha } \lambda = 0$$

$$W_1 = M_1 + M_2 + N_2 - N_1; W_2 = M_1 - M_2 + N_2 + N_1, \text{ ha } \lambda = i$$

$$W_3 = M_1 + M_2 + N_1 - N_2; W_4 = M_2 - M_1 + N_2 + N_1, \text{ ha } \lambda = -i.$$

Ezekből a következő algebrákat készíthetjük el:

1.  $N_3$  és  $M_3$  által kifeszített Ábel-féle algebra;
2.  $M_1 + N_2$ ,  $M_2 - N_1$ ,  $M_3$  vagy  $M_1 - N_2$ ,  $M_2 + N_1$ ,  $M_3$  által kifeszített  $E(2)$  algebra;
3.  $SL(2, C)$ .



A megfelelő,  $s=0$ -nál nem kontraháló algebrát ezek közül kell kiválasztanunk. Matematikailag bármelyik jó, fizikailag azonban tudjuk, hogy ha  $s>0$ , a Regge-pólusokat  $SU(2)$  szerint osztályozzuk, és számuk változatlan  $s=0$ -nál. Így olyan algebrát kell választani, mely  $SU(2)$ -t tartalmazza, és  $s=0$ -nál a Regge-pólusokat majd  $SU(2)$  reducibilis reprezentációi szerint osztályozzuk. Így tehát számunkra csak  $SL(2, C)$  használható.

Összefoglalva tehát: ahhoz, hogy a szórási amplitúdó analitikus tulajdonsága összeegyeztethető legyen Lorentz-invarianciájával, szükséges és elégséges, hogy a parciális hullám amplitúdók  $s=0$ -nál úgy „konspiráljanak”, hogy bázisát alkossák  $SL(2, C)$  reprezentációinak. Nevezetesen, szükséges, hogy az analitikus amplitúdó szingularitásai, a Regge-pólusok vagy vágások, olyan bázisát alkossák  $SU(2)$  egy reducibilis reprezentációjának, mely  $s=0$ -nál  $SL(2, C)$  egy reprezentációjával lesz ekvivalens.

#### IV.

A következőkben leválasztjuk a szórási amplitúdóból az egyes Regge-családok járulékát.

Tekintsük két, tetszőleges tömegű részecske szóródását; a részecskék spinjét  $s$ -vel, helicitását  $\lambda$ -val jelöljük. Redukáljuk ki az amplitúdót a Poincaré-csoport irreducibilis ábrázolásai szerint:

$$\begin{aligned} \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 | T | p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 \rangle \sim & \int_{P_0, P'_0 > 0} d^4 P d^4 P' \sum_{\substack{jj' mm' \\ v_1 v_2 v_3 v_4}} \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 | P j m v_3 v_4 \rangle \times \\ & \times \langle P j m v_3 v_4 | T | P' j' m' v_1 v_2 \rangle \langle P' j' m' v_1 v_2 | p_2 s_2 \lambda_2; p_1 s_1 \lambda_1 \rangle \end{aligned} \quad (22)$$

A kétrészecske-állapotokat a tömegközépponti  $P$  impulzus,  $j$  teljes impulzummomentum és annak  $m$  vetülete mellett még indexelnünk kellett a  $v_1; v_2$  kvantumszámokkal, melyeket a két részecske helicitása határoz meg. A  $T$  skalár operátor, így

$$\langle P j m v_3 v_4 | T | P' j' m' v_1 v_2 \rangle = \delta^4(P - P') \delta_{jj'} \delta_{mm'} \langle v_3 v_4 | T(s, j) | v_1 v_2 \rangle, \quad (23)$$

ahol  $P^2 = s$ . A helicitásállapotok általában nem sajátállapotai a paritásnak, ezért még egy unitér transzformációt hajtunk végre, hogy az amplitúdót teljesen diagonalizáljuk:

$$\langle v_3 v_4 | T | v_1 v_2 \rangle = \sum_{\gamma} \langle v_3 v_4 | \gamma \rangle T_{\gamma}(j, s) \langle \gamma | v_1 v_2 \rangle. \quad (24)$$

(Ha a paritáson kívül egyéb kvantumszámok is fellépnek, a lehetőség szerint mindenben diagonalizálunk.) A teljesen diagonalizált  $T_{\gamma}$  mennyiséget sajátamplitúdónak nevezzük.

Vezessük be a Poincaré-csoport redukált Clebsch—Gordan-együtthatóit:

$$\begin{aligned} \sum_{v_1 v_2} \langle p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 | P j m; v_1 v_2 \rangle \langle v_1 v_2 | \gamma \rangle &= \langle p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 | P j m \gamma \rangle = \\ &= \delta(p_1 + p_2 - P) \langle p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 | P j m \gamma \rangle. \end{aligned} \quad (25)$$



Ekkor normálási faktoroktól eltekintve, felhasználva a Regge-reziduuumok faktorizálhatóságát, a Regge-pólusok járuléka a következőképp írható:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 | T | p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 \rangle_{\text{pólus}} = \\ &= \sum_{\substack{mm', \gamma \\ \alpha_i(s)}} \int d^4 P \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 | P \alpha_{i_\gamma}(s) m \gamma \rangle \cdot \delta_{mm'} \times \\ &\times \langle P \alpha_{i_\gamma}(s) m \gamma | p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 \rangle \cdot \delta^4(p_1 + p_2 - P) \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \times \\ &\times \beta_{i_\gamma}^*(s, \alpha_{i_\gamma}(s)) \frac{1 \pm e^{-i\pi \alpha_{i_\gamma}(s)}}{\sin \pi \alpha_{i_\gamma}(s)} \beta_{i_\gamma}(s, \alpha_{i_\gamma}(s)), \end{aligned} \quad (26)$$

ahol  $\alpha_{i_\gamma}(s)$  az  $i$ -edik Regge-pólus a  $\gamma$  saját csatornában,  $\beta(s, \alpha_{i_\gamma}(s))$  a megfelelő formfaktorok. A  $\langle p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 | P \alpha_{i_\gamma}(s) m \gamma \rangle$  mennyiség a Poincaré-csoport Clebsch—Gordan koefficienseinek analitikus folytatása komplex impulzusmomentum értékre [9].

Az előző fejezet eredményei szerint minden  $\gamma$  csatornában  $s=0$ -nál kiválasztható a trajektóriák egy  $\alpha_{i_x}(s)$  sorozata, melyre

$$\lim_{s \rightarrow 0} \alpha_{i_x \gamma}(s) = \alpha_{i_0 \gamma}(0) - \chi \quad (\chi = 0, 1, 2, \dots) \quad (27')$$

(annak megfelelően, hogy egy irreducibilis reprezentációban az impulzusmomentumok egész értékeként követik egymást); másrészt a reziduuumok is korrelálódhatnak:

$$\begin{aligned} &\lim_{s \rightarrow 0} \beta_{i_x \gamma}(s, \alpha_{i_x \gamma}(s)) \beta_{i_x \gamma}^*(s, \alpha_{i_x \gamma}(s)) = \\ &= \Gamma_\gamma(s=0, j_0 \sigma_{i_\gamma}) \Gamma_\gamma(s=0, j_0 \sigma_{i_\gamma}) \sum_{j'' m''} \langle \alpha_{i_x \gamma}(0), m | \sigma_{i_\gamma} j_0; j'' m'' \rangle \times \\ &\times \langle \sigma_{i_\gamma} j_0; j'' m'' | \alpha_{i_x \gamma}(0), m \rangle, \end{aligned} \quad (27)$$

ahol  $J_0$  és  $\sigma$  indexelik az  $SL(2, C)$  irreducibilis reprezentációit (értelmezésüket a függelékben részleteztük), a  $\Gamma_\gamma$  mennyiségek értelmét később adjuk meg,  $\langle \alpha, m | \sigma J_0; j'' m'' \rangle$  általánosított Clebsch—Gordan-együtthatók, melyek az  $SL(2, C)$  egy irreducibilis reprezentációját az  $s$  megfelelő értékéhez tartozó kicsi csoport irreducibilis reprezentációja szerint redukálja ki. Explicit kifejezésük és tulajdonságaik megtalálhatók pl. [9]-ben. Megjegyezzük még, hogy (27)-ben elhagytuk az állapotok triviális impulzusfüggését.

(27) és (26) egybevetéséből látható, hogy az egymás után következő leánytrajektóriák szignatúrája ellentétes, és (26) póluságának nevezőjéből az is látható, hogy különböző szignatúrájú leányok reziduuumai ellentétes definit mennyiségek (azaz, ha pozitív szignatúrához pozitív definit reziduuumok tartoznak, negatív szignatúrához a reziduuumok negatív definitnek).

Ha az amplitúdót  $s=0$ -nál azonnal  $SL(2, C)$  egy irreducibilis reprezentációja szerint fejtettük volna ki, a redukált  $T$  mátrix elemeket az  $SL(2, C)$  irreducibilis reprezentációt megkülönböztető  $J_0$  és  $\sigma$  mennyiségek indexelnék, ugyanúgy, ahogy (27)-ben  $j$ , amely az  $SO(3)$  irreducibilis reprezentációit megkülönbözteti egymástól.

Mivel  $j_0$  értéke korlátozott,  $j_0 \leq \min(s_1; s_2)$  (vö. függelék), a redukált amplitúdó pólusait csak a  $\sigma$  síkon kereshetjük, és ezért ebben a változóban Watson—Sommerfeld-transzformációt hajtunk végre, csak a pólusokat megtartva.



Az amplitúdó  $SL(2, C)$  invarianciáját nem akarjuk kihasználni, de az előző fejezet végén összefoglaltak szerint a spektrum e csoport szerint rendeződik, azaz az irreducibilis amplitúdó ekkor is csak  $j_0$ ,  $\sigma$  és  $s$  függvénye. A  $\sigma$  síkon levő pólusokat Lorentz-pólusoknak nevezzük. Egy Lorentz-pólus közelében

$$T_\gamma(j_0, \sigma, s) \sim \frac{1}{\sigma_\gamma - \alpha(j_0, s)}.$$

Az elmondottakból következik tehát, hogy  $\lim_{s \rightarrow 0} \alpha_{i_0}(s) = \sigma_{i_\gamma}$ . A  $\Gamma$  mennyiségeket értelemszerűen a Lorentz-pólusok formfaktorának nevezzük. (Feltételezzük, hogy a reziduumok faktorizálhatósága Lorentz-pólusok esetén is érvényes.)

Ha most behelyettesítjük (27)-t (26)-ba és figyelembe vesszük az elmondottakat a szórási amplitúdóra, a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} \mathcal{T} = & \sum_{\sigma_{i_\gamma}, \gamma} \int d^4 P \delta^4(p_1 + p_2 - P) \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \times \\ & \times \Gamma_\gamma(\sigma_{i_\gamma}; j_0; s = 0) \frac{1 \pm e^{-i\pi\sigma_{i_\gamma}}}{\sin \pi\sigma_{i_\gamma}} \Gamma_\gamma(\sigma_{i_\gamma}; j_0; s = 0) \times \\ & \times \sum_{jm} \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 \| P \sigma_{i_\gamma} j_0; jm \rangle \langle P \sigma_{i_\gamma} j_0; jm \| p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (28)$$

Definiáljuk a tömegközépponti rendszerben a szórási amplitúdót az alábbiak szerint:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} \mathcal{T}_{CM} = & \sum_{\sigma_{i_\gamma}, \gamma} \Gamma_\gamma(s = 0, \sigma_{i_\gamma}) \frac{1 \pm e^{-i\pi\sigma_{i_\gamma}}}{\sin \pi\sigma_{i_\gamma}} \Gamma_\gamma^*(s = 0, \sigma_{i_\gamma}) \times \\ & \times \sum_{jm} \langle p_3 s_3 \lambda_3; p_4 s_4 \lambda_4 | P_0 \sigma_{i_\gamma} j_0; jm \rangle \langle P_0 \sigma_{i_\gamma} j_0; jm | p_1 s_1 \lambda_1; p_2 s_2 \lambda_2 \rangle, \end{aligned} \quad (29)$$

ahol  $P_0 = \sqrt{s}$ . A képletben szereplő koefficienseknek a függelékben kiszámolt értékét behelyettesítve és a lehetséges összevonásokat elvégezve, végeredményben írhatjuk:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{s \rightarrow 0 \\ t \rightarrow \infty}} \mathcal{T}_{CM} = & \sum_{\sigma_{i_\gamma}, \gamma} \Gamma_\gamma(s = 0, \sigma_{i_\gamma}) \frac{1 \pm e^{-i\pi\sigma_{i_\gamma}}}{\sin \pi\sigma_{i_\gamma}} \Gamma_\gamma^*(s = 0, \sigma_{i_\gamma}) \times \\ & \times \sum_{\substack{j' j'' \\ \lambda' \lambda''}} \langle s_3 \lambda_3, s_4 - \lambda_4 | j' \lambda' \rangle \langle j'' \lambda'' | s_1 \lambda_1, s_2 - \lambda_2 \rangle \cdot D_{j' \lambda'; j'' \lambda''}^{\sigma_{i_\gamma}, j_0} (L_{p_3 - p_4}^{-1} L_{p_1 - p_2}), \end{aligned}$$

ahol  $j$  és  $j'$  a kezdő-, ill. végállapot teljes spinje.

Megjegyezzük, hogy az amplitúdó kellemetlen szingularitásai akkor jelentkeztek, amikor az impulzusmomentumot Reggeizálva,  $D^\alpha$  függvények jelentek meg komplex  $\alpha$ -val. Most azonban a  $\sigma$  síkon Reggeizáltunk, és a megjelenő  $D^j$ -ben  $j$  egész vagy félegész, és így e függvény polinom  $\cos \vartheta$ -ban.

Ha a szórási folyamatban résztvevő részecskék tömege egyenlő, a (30) képlet megegyezik a Toller által kapottal [9]. Hangsúlyozzuk azonban, hogy levezetésünk során amellet a szokásos feltételezés mellett, hogy az amplitúdót Regge-pólusok dominálják nagy energián, nem volt szükséges feltételezni, hogy az amplitúdó in-



variáns  $s=0$ -nál az  $SL(2, C)$  csoporttal szemben, csupán azt használtuk ki, hogy ez a csoport *osztályozza* az amplitúdó spektrumát.

Megjegyezzük még, hogy noha a (30) képlet azt szuggerálja, hogy az *amplitúdó* invariáns  $SL(2, C)$ -vel szemben, ez nem áll, mivel itt csak a pólusokra tettünk kijelentéseket, pl. a háttérintegrálról nem tételeztünk fel semmit.

### FÜGGELÉK

A IV. fejezetben több formulát közöltünk, részletezett levezetés nélkül. A könnyebb követhetőség kedvéért felsorolunk néhány, a valódi homogén Lorentz-csoport ábrázolásaival kapcsolatos tény.

A homogén Lorentz-csoport nem-kompakt, ezért az összes unitér irreducibilis, reprezentációja végtelen dimenziós (kivéve természetesen a triviális ábrázolást). Az irreducibilis ábrázolásokat a csoport két független Casimir-operátorának sajátértékei indexelik, melyek definíciója:

$$F = \frac{1}{2} (\underline{S}^2 - \underline{T}^2) = \frac{1}{2} [\sigma(\sigma+2) + j_0^2]$$

$$G = \underline{S} \cdot \underline{T} = ij_0(\sigma+1),$$

ahol  $\underline{S}$  és  $\underline{T}$  a Lorentz-csoport generátorai. Az adott  $j_0$ ,  $\sigma$  indexhez tartozó ábrázolási tér vektorait az  $\underline{S}$  operátorok által generált alcsoport ( $SU(2)$ )  $j, j_3$  kvantumszámaival egyértelműen jellemezni tudjuk. Megmutatható, hogy egy adott reprezentációban min  $j=j_0$ , és az előforduló  $j$ -k:

$$j=j_0, j=j_0+1, \dots$$

A sorozat felülről általában nem korlátos, kivéve, amikor  $\sigma = j_0 + n$ , ahol  $n$  egész szám (nem unitér, véges dimenziós ábrázolás). Ekkor  $\max j = \sigma$ .

A lehetséges reprezentációk típusai:

$$\begin{aligned} &\sigma = j_0 = 0 \quad \text{triviális} \\ &\left\{ \begin{array}{l} \sigma = -1 - i\tau \quad (-\infty < \tau < \infty) \quad \text{fősorozat} \\ j_0 = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots \end{array} \right. \\ &\left\{ \begin{array}{l} \sigma = \xi \quad (-1 \leq \xi \leq 0) \quad \text{kiegészítő sorozat} \\ j_0 = 0 \end{array} \right. \\ &\left\{ \begin{array}{l} \sigma = n + j_0 \quad n \geq 0 \quad \text{véges dimenziós.} \\ j_0 = 0, \frac{1}{2}, 1, \dots \end{array} \right. \end{aligned}$$

A továbbiakban csak a számunkra lényeges fősorozatbeli reprezentációkkal foglalkozunk. Legyen egy ábrázolási vektor  $|\sigma, j_0; jm\rangle$ . A Lorentz-transzformáció ábrázolási mátrixelemei definíció szerint:

$$D_{j'm', jm}^{j_0 \sigma}(A) = \langle \sigma j_0; j' m' | U(A) | \sigma j_0; jm \rangle.$$



A  $D_{jm,j'm'}^{j_0\sigma}$  függvények változói a  $A$ -t specifikáló paraméterek. (A Lorentz-csoport ábrázolásaival foglalkozó igen hasznos összefoglalás: *J. F. Boyce, R. Delbourgo, Abdus Salam, J. Strathdee: Partial Wave Analysis (Part I.) IC/67/9.*)

Végül kiszámítjuk a  $\langle P_0; \sigma j_0; jm | p s_1 \lambda_1, -p s_2 \lambda_2 \rangle$  bracketet. (A bra vektorban feltüntettük a kétrészecskeállapot tömegközépponti energiáját is). A tömegközépponti rendszerbeli  $|p s_1 \lambda_1, -p s_2 \lambda_2\rangle$  állapotot elő tudjuk állítani úgy, hogy rögzítve tartjuk a teljes tömegközépponti impulzust, és egy Lorentz-transzformációval beállítjuk a kívánt relatív impulzust:

$$\begin{aligned} \text{Így} \quad |p s_1 \lambda_1; -p s_2 \lambda_2\rangle &= U(L_p) |p = 0, s_1 \lambda_1, p = 0, s_2 \lambda_2\rangle. \\ \langle P_0; \sigma j_0; jm | p s_1 \lambda_1; -p s_2 \lambda_2 \rangle &= \\ = \sum_{j'' m'', j'} \langle P_0; \sigma j_0; jm | U(L_p) | P_0; \sigma j_0; j'' m'' \rangle \langle P_0; \sigma j_0; j'' m'' | j' \lambda \rangle \langle j' \lambda | s_1 \lambda_1, s_2 - \lambda_2 \rangle &= \\ = \sum_{j'} D_{jm,j' \lambda}^{j_0\sigma}(L_p) \langle j' \lambda | s_1 \lambda_1, s_2 - \lambda_2 \rangle. \end{aligned}$$

Emlékeztetünk, hogy  $\lambda_1, \lambda_2$  a részecskék helicitását jelentette. A  $p=0$  jelölést elhagytuk, felhasználtuk, hogy

$$|s_1 \lambda_1, s_2 \lambda_2\rangle = \sum_{j=|s_1-s_2|}^{s_1+s_2} |j \lambda\rangle \langle j \lambda | s_1 \lambda_1, s_2 - \lambda_2\rangle,$$

ahol  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ , továbbá nyilvánvaló, hogy

$$\langle P_0, \sigma j_0; j'' m'' | j' \lambda \rangle = \delta_{j' j''} \delta_{m'' \lambda}.$$

#### REFERENCIÁK

1. D. Z. Freedman, J. M. Wang, Phys. Rev. 153, 1596, 1967.
2. G. Domokos, P. Surányi, Nucl. Phys. 54, 529, 1964.
3. G. Domokos, Phys. Rev. 159, 1387, 1967.
4. T. L. Trueman and G. C. Wick, Ann. Phys. 26, 322, 1964.
5. M. Andrews, J. Gunson, J. Math. Phys. 5, 1391, 1964.
6. L. L. Wang, Phys. Rev. 153, 1664, 1967.
7. A. Erdélyi, W. Magnus, H. Oberhettinger and F. Tricomi: Higher Transcendental Functions I., Mc Graw-Hill, New-York, 1953.
8. E. P. Wigner, Ann. Math. 40, 149, 1939.
9. A. Sciarrino, M. Toller, J. Math. Phys., 8, 1252, 1967.



# KÖNYVISMERTETÉS

---

*Flügge, S. Lehrbuch der Theoretischen Physik. II.* Springer-Verlag, 1967.

A szerzőnek az elméleti fizika minden területét átfogó könyv-sorozatának ez a kötete a rendezett és a rendezetlen mozgásokat tárgyalja.

A könyv négy fejezete közül az elsőben a tömegpont klasszikus mechanikájával ismerkedhetünk meg. A második fejezet a kontinuumok mechanikáját tárgyalja. A harmadik fejezetben a klasszikus, majd a kvantumstatisztika alapjait találjuk. Itt néhány kérdéssel a szokásosnál bővebben foglalkozik, ami növeli a mű értékét. Az utolsó fejezetben tér át a szerző a klasszikus termodinamika tárgyalására.

Az elméleti fizika viszonylag önálló fejezeteinek a szerző által alkalmazott összekapcsolása — ha nem is új —, ritkán alkalmazott tárgyalásmód. Külön figyelemre méltó, hogy a klasszikus termodinamika előtt találjuk a kvantum- és klasszikus statisztikus fizika kifejtését. A szerző e művében kitűnő példát mutat a dialektika általános törvényeinek a fizikában történő érvényesülésére.

*Handbuch der Physik. Band XXIX.* Springer-Verlag, 1967.

A könyvsorozat maga nem szorul bemutatásra: ismeretes minden szakember előtt. A sorozatnak az ismertetendő kötete az optikai eszközök és berendezések leírásával és használatának ismertetésével foglalkozik.

A kötet viszonylag önálló fejezetei közül az első — bevezetés. Az alapvető optikai ismereteket tartalmazza. A második fejezet az optika általános elméletével ismerteti meg. A könyv harmadik fejezetében megismerkedhetünk a geometriai-optikai hibák elméletével. A következő fejezet a fényképező-objektívek. Az ötödik fejezet az optikai prizmák elméletébe enged bővebb bepillantást. A hatodik fejezetben a teleszkópok, a hetedikben pedig a mikroszkópok elméletével ismerkedhetünk meg. A nyolcadik fejezet a rácsdiffrakció elméletén túl annak gyakorlati alkalmazásával is részletesen foglalkozik. Az utolsó fejezet az optikai mérések elméletével és gyakorlati kivitelezésével ismerteti meg az olvasót.

A fejezetenként különböző nyelven (angol, német, francia) írt mű bizonyára nagy segítséget nyújt az érintett területek specialistáinak.

*Praveczi Endre*



# NYUGVÓ ANTIPROTON—NUKLEON ANNIHILÁCIÓ\*

FRENKEL ANDOR

MTA Központi Fizikai Kutató Intézete, Budapest

Az 1960-as években a  $\bar{p}N$  annihilációról, ezen belül elsősorban a nyugvó  $\bar{p}N$  annihilációról tekintélyes mennyiségű kísérleti információ gyűlt össze, és érdekes szabályosságokra sikerült empirikusan fényt deríteni. Jelenleg nem ismeretes olyan elmélet, amely ezt a területet jól leírná.

## BEVEZETÉS

Az antiproton—nukleon ( $\bar{p}N$ ) annihilációra vonatkozó intenzív kísérleti vizsgálatok technikai okokból csak a 1960-as években kezdődhettek. Az alábbiakban áttekintjük a nyugalomból történő  $\bar{p}N$  annihilációra („nyugvó  $\bar{p}N$  annihilációra”), ezen belül elsősorban a nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációra vonatkozó kísérleti és elméleti ismereteket. A teljesség igénye nélkül arra törekedtünk, hogy a képből semmi lényeges ne maradjon ki. Az anyagot a következő felosztásban tárgyaljuk: I. Kiválasztási szabályok; II.  $S$  hullám dominancia a nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációban; III. A kísérleti eredmények analízise; IV. Próbálkozások az  $\bar{N}N$  annihiláció elméleti leírására. Az irodalomjegyzéket is a fentieknek megfelelően csoportosítottuk, és esetenként olyan cikkeket is belevettünk, melyeket a szövegben nem említünk. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért a kiválasztási szabályokat és a kísérleti adatok zömét táblázatokba sűrítve adjuk meg a dolgozat végén.

Reméljük, hogy ez az összefoglaló hasznos lehet mindazoknak, akiket az  $\bar{N}N$  annihiláció problémája érdekel.

## I. Kiválasztási szabályok

Az erős és elektromágneses kölcsönhatások teljes impulzusmomentum ( $J$ ), paritás ( $P$ ) és töltésparitás ( $C$ ) őrzők. Ha a gyenge kölcsönhatásokban észlelt  $CP$  sértés elektromágneses eredetű, akkor a  $\bar{p}p$  annihilációban néhány százalékos  $C$  sértés várható. Bár az idevágó kísérleti eredmények [16] ennek lehetőségét még nem zárják ki, a továbbiakban a  $C$  őrzést a  $\bar{p}p$  annihilációban mindig feltesszük, annál is inkább, mivel a kiválasztási szabályokban magát az elektromos kölcsönhatást is többnyire elhanyagolják az erős mellett; ekkor a  $\bar{N}N \rightarrow$  hadronok annihilációban az izospin ( $T$ ) is megmarad, és vele együtt természetesen a  $G$  paritás is ( $G \equiv C \exp i\pi T_2$ ).

Nem nehéz belátni [4], hogy a  $P, C, G$  operátorok sajátértékeire fennállnak az 1. táblázatban feltüntetett relációk. A táblázatban  $L, l_{+-}$  és  $l_0$  a nukleonpár, a pionpár, és a harmadik pionnak a pionpárhoz viszonyított pályamomentum sajátértékeit jelöli;  $s=0$ , ha a nukleonok spinszingulett,  $s=1$ , ha spintriplett állapotban vannak.

\* Előadás a VII. Magyar Elméleti Fizika Iskolán, Visegrád, 1967. okt.



Az 1. táblázat alapján könnyen felírhatnánk a  $\bar{p}p \rightarrow 2\pi$  és  $\bar{p}p \rightarrow 3\pi$  annihilációra vonatkozó kiválasztási szabályokat. A 2. és 3. táblázat ezeken túlmenően  $m \leq 5$ -re a  $\bar{p}p \rightarrow m \cdot \pi$ ,  $\bar{p}n \rightarrow m \cdot \pi$  folyamatokra felsorolja a tiltásokat. „X” a szigorú tiltásokat jelzi, melyek a  $J, P, C$  megmaradásból következnek, „—” a  $J, P, C$  és  $T$  őrzés miatt tiltott folyamatokat jelöli [2]. (A táblázatokban az  $\bar{N}N$  állapot impulzusmomentum jellemzőit a szokásos  $^{2s+1}L_J$  jelölés adja meg,  $S$  állapotban  $L=0$ ,  $P$  állapotban  $L=1$ .)

## II. $S$ hullám dominancia a nyugvó $\bar{p}p$ annihilációban

Desai 1960-ban elméletileg vizsgálta az antiproton hidrogénen történő nyugalmi annihilációját, és arra az eredményre jutott, hogy a protonium (a Coulomb-kölcsönhatás által kötött  $\bar{p}p$  rendszer) kb. 99%-os valószínűséggel  $S$  állapotból annihilálódik, kb. 1%-os valószínűséggel  $P$  állapotból, és az  $L > 1$  állapotok járuléka ennél is jóval kisebb [8]. Érdekes, hogy az  $S$  állapotú protonium sem alapállapotból annihilálódik, a főkvantumszám  $n \approx 15$ , és hogy a  $P:S \approx 1:100$  arány kialakulásában fontos szerepet játszik a Stark-effektus, mely a hidrogén protonjai és a protonium közötti Coulomb-kölcsönhatásból ered. E nélkül az  $S$  hullám dominancia jóval erősebb, kb.  $10^4$ -es lenne.

Desai számolásában több merész egyszerűsítő hipotézist tesz fel annak érdekében, hogy konkrét eredményekig jusson. Az  $S$  hullám dominanciára vonatkozó állítását a  $\bar{p}p \rightarrow K^0 \bar{K}^0$  annihilációban megfigyelt

$$R(K_2 K_2 + K_1 K_1) : R(K_1 K_2) \approx 1,5 \cdot 10^{-2}$$

arány [15] szépen igazolta, ugyanis  $K^0 \bar{K}^0$ -ra (a  $\pi^+ \pi^-$  esethez hasonlóan)  $P = C = (-)^L$ , és az 1. táblázatból leolvassuk, hogy a  $\bar{p}p \rightarrow K^0 \bar{K}^0$  annihiláció csak  $s=1$  (triplett) állapotban megengedett. Minthogy  $K_2 K_2, K_1 K_1$ -re  $C = (-)^{L+s} = 1$  miatt  $L=1, 3, \dots$ , míg  $K_1 K_2$ -re  $C = -1$  miatt  $L=0, 2, \dots$  látjuk, hogy a kísérlet az  $S$  állapot kb. 70-szeres túlsúlyát mutatja a  $P$  állapothoz képest. (Az  $L > 1$  lehetőségek-től eltekinthetünk.)

### 1. TÁBLÁZAT

Összefüggések a kvantumszámok között

Állapot	$P$	$C$	$G$
$\bar{p}\bar{p}, \bar{n}n$	$(-)^{L+1}$	$(-)^{L+s}$	$(-)^{L+s+T}$
$\bar{p}n, \bar{n}p$	$(-)^{L+1}$	— — — —	$(-)^{L+s+T}$
$\pi^+ \pi^-$	$(-)^{l+-}$	$(-)^{l+-}$	-1
$\pi^0 \pi^0$	$(-)^{l_{00}=1}$	$(-)^{l_{00}=1}$	-1
$\pi^+ \pi^- \pi^0$	$(-)^{l_+ - l_0 + 1}$	$(-)^{l_+ -}$	-1
$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	$(-)^{l_{0+1}}$	1	-1

A továbbiakban a  $P$  hullám kis járulékát elhanyagoljuk, és a nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációt  $^1S_0$  és  $^3S_1$  csatornán keresztül menő folyamatnak tekintjük.

Izospin szempontból a  $\bar{p}p$  állapot  $T=0$  és  $T=1$  komponenset tartalmaz, tehát végeredményben négy annihilációs csatornánk van:

$$„\eta” \sim (^1S_0, 0); „\pi” \sim (^1S_0, 1);$$

$$„\omega” \sim (^3S_1, 0); „\rho” \sim (^3S_1, 1).$$

Az „ $\eta$ ” stb. csatorna elnevezé-



## 2. TÁBLÁZAT

 $\bar{p}p \rightarrow m\pi$  (és  $\bar{n}n \rightarrow m\pi$ ) kiválasztási szabályok

Állapot	$T^G$	$J^P$	$C$	$2\pi^0$	$\pi^+ + \pi^-$	$3\pi^0$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	$4\pi^0$	$\pi^+ + \pi^- + 2\pi^0$	$2\pi^+ + 2\pi^-$	$5\pi^0$	$\pi^+ + \pi^- + 3\pi^0$	$2\pi^+ + 2\pi^- + \pi^0$
$^1S_0$	„ $\eta$ ”	$0^+$	$0^-$	+	$\times$	$\times$	–	–			–	–	–
	„ $\pi$ ”	$1^-$	$0^-$	+	$\times$	$\times$			–	–			
$^3S_1$	„ $\omega$ ”	$0^-$	$1^-$	–	$\times$	–	$\times$	$\times$	–	–	$\times$		
	„ $\rho$ ”	$1^+$	$1^-$	–	$\times$		$\times$	$\times$			$\times$	–	–
$^1P_1$		$0^-$	$1^+$	–	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	–	–	$\times$		
		$1^+$	$1^+$	–	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$			$\times$	–	–
$^3P_0$		$0^+$	$0^+$	+			$\times$	$\times$			–	–	–
		$1^-$	$0^+$	+	–	–	$\times$	$\times$	–	–			
$^3P_1$		$0^+$	$1^+$	+	$\times$	$\times$	–	–			–	–	–
		$1^-$	$1^+$	+	$\times$	$\times$		–	–	–			
$^3P_2$		$0^+$	$2^+$	+			–	–			–	–	–
		$1^-$	$2^+$	+	–	–		–	–	–			

 „ $\times$ ” –  $\{J, P, C\}$ –tiltás ; „–” –  $\{J, P, C, T\}$ –tiltás

## 3. TÁBLÁZAT

 $\bar{p}n \rightarrow m\pi$  kiválasztási szabályok

Állapot	$T^G$	$J^P$	$\pi^- + \pi^0$	$2\pi^- + \pi^+$	$\pi^- + 2\pi^0$	$2\pi^- + \pi^+ + \pi^0$	$\pi^- + 3\pi^0$	$3\pi^- + 2\pi^+$	$2\pi^- + \pi^+ + 2\pi^0$	$\pi^- + 4\pi^0$
$^1S_0$	„ $\pi$ ”	$1^-$	$0^-$	$\times$			–	–		
$^3S_1$	„ $\rho$ ”	$1^+$	$1^-$		–	–		–	–	–
$^1P_1$		$1^+$	$1^+$	$\times$	–	–		–	–	–
$^3P_0$		$1^-$	$0^+$	–	$\times$	$\times$	–	–		
$^3P_1$		$1^-$	$1^+$	$\times$			–	–		
$^3P_2$		$1^-$	$2^+$	–			–	–		

 „ $\times$ ” –  $\{J, P, C\}$ –tiltás ; „–” –  $\{J, P, C, T\}$ –tiltás



seket az indokolta, hogy a protonium ( $2s+1S_J$ ,  $T$ ) állapotainak a 3. táblázatban felsorolt kvantumszámait valóban megegyeznek a jelzett rezonanciák kvantumszámaival [72].

Megemlítjük még, hogy a nyugalomból történő  $\bar{p}n$  annihilációról is felteszik [31], hogy túlnyomóan  $S$  állapotból történik. Minthogy most  $T=1$ , csak a „ $\pi$ ” és a „ $q$ ” csatorna jön számításba.

### III. A kísérleti eredmények analízise

#### a) Nyugvó $\bar{p}p$ annihilációk

A  $\bar{p}p$  annihilációra vonatkozó mérések zömét a Columbia Egyetemen (USA) és a CERN-ben (Svájc) végezték el hidrogéntöltésű buborékkamrával. A  $\pi^0$  és a  $K_2$  mezonokat nem tudták detektálni, jelenlétükre csak a tömeghiányból lehetett következtetni.

A  $\bar{p}p$  annihilációban bőven keletkeznek  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $K^*$  rezonanciák, és megfigyeltek az ezeknél magasabb rezonanciák (pl.  $B$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  stb.) keletkezését is. Ily módon az annihiláció végállapota, mely már csak  $\pi$  és  $K$  mezonokat tartalmaz, vagy közvetlenül, vagy rezonáns állapotokon keresztül jöhet létre. A kísérleti vizsgálat során az egyes végállapotok relatív súlyát, a hozzájuk vezető rezonáns állapotok súlyát és ezen belül az egyes annihilációs csatornák („ $\eta$ ”, „ $\pi$ ”, „ $\omega$ ”, „ $q$ ”) részarányát igyekeztek megállapítani. Az idevágó eredményeket a 4. és 5. táblázatban foglaltuk össze. A 4. táblázat a pionikus ( $K$  mezont nem tartalmazó) végállapotra, az 5. táblázat a kaonikus ( $K$  mezont tartalmazó) végállapotra vezető annihilációkat tünteti fel. E táblázatokban a közbelső állapotokban csak az  $\eta$ ,  $\omega$ ,  $\varrho$ ,  $K^*$  rezonanciák szerepelnek. (A kísérleti nehézségek miatt a magasabb rezonanciákról többnyire csak keletkezésük tényét sikerült kimutatni, erre majd később kitérünk.) Így a táblázatokban pl. a  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$  annihilációra vonatkozó adat úgy értendő, hogy az tartalmazza az esetleges  $\bar{p}p \rightarrow \pm B\pi^\mp \rightarrow (\omega\pi^\pm)\pi^\mp$  lánc járulékát is, és a közvetlen ( $B$  mezon nélküli)  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$  annihiláció járulékát is.

A táblázatokban a végállapotokat a  $\pi$  mezonok számának növekvő sorrendjében soroltuk fel, és az egyes végállapotokon belül megadtuk a rezonáns állapotokra vonatkozó ismereteket. Kimaradtak azonban a táblázatból az 1-nél több  $\pi^0$  mezont tartalmazó, és az 5-nél több piont tartalmazó állapotok. A pionikus végállapotokra vonatkozóan az idevágó ismert adatokat [13] a 6. táblázat tartalmazza. Látjuk ebből, hogy a pionikus annihilációk a nyugalomból történő összes  $\bar{p}p$  annihilációk 945 ezrelékét teszik ki. (A  $\bar{p}p \rightarrow f$ , vagy  $\bar{p}n \rightarrow f'$  módus súlyát mindig az összes nyugvó  $\bar{p}p$  vagy  $\bar{p}n$  annihiláció ezrelékében adjuk meg.) A kaonikus, sok piont is tartalmazó annihilációkra vonatkozó adatok még nem ismeretesek.

A rezonáns közbelső állapotok vizsgálatakor először is a rezonanciák jelenlétét állapítják meg, csúcsokat keresve a végállapotban levő megfelelő részecske-együttesek invariáns tömegeloszlásában; néha a rezonanciák kvantumszámait is identifkálják. Ha a rezonancia keletkezését ily módon sikerül valószínűsíteni, kezdődhet a részletesebb vizsgálat. Példaként a  $\pi^+\pi^-\pi^0$  végállapottal kapcsolatos analízist ismertetjük, ezt végezték el a legalaposabban [10], [17].

Minthogy a  $\pi^+\pi^-\pi^0$  végállapotban  $G = -1$ , a nyitott annihilációs csatornák az „ $\omega$ ” és a „ $\pi$ ”. A lehető legegyszerűbb invariáns struktúrájú  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  és



## 4. TÁBLÁZAT

 Kísérleti adatok a nyugvó  $\bar{p}p \rightarrow$  pionikus annihilációról

	Állapot	csatorna <sup>(3)</sup>	súly (%)	Irodalom
$\pi^+\pi^-$	$\pi^+\pi^-$		$3,2 \pm 0,3$	[13]
	$\pi^+\pi^-\pi^0$ (ö)		$78 \pm 9$ $54 \pm 10$	[10] [17]
$\pi^+\pi^-\pi^0$	$\pi^+\pi^-\pi^0$ (d)	„ $\pi$ ” „ $\omega$ ”	$35 \pm 6$ $< 12$	[10]
	$\varrho^+\pi^- + \varrho^0\pi^0 + \varrho^-\pi^+$	„ $\pi$ ” „ $\omega$ ”	$< 4$ $\approx 0$ $43 \pm 6$ $27 \pm 6$	[17] [10] [17]
	$\varrho^+\pi^- : \varrho^-\pi^+ : \varrho^0\pi^0$		175:184:186 esemény 90:100:100 esemény	[10] [17]
	$\varrho^0\pi^0$		$14 \pm 2$	[13]
	$\varrho^+\pi^- + \varrho^-\pi^+$		$29 \pm 4$	
$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$	$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ (ö)		$58 \pm 3$	
	$\varrho^0\varrho^0$		$4 \pm 3$	
	$\varrho^0(\pi^+\pi^- + \varrho^0)$		$58 \pm 3$ $-13$	
	$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ (ö)		$187 \pm 9$	
	$\omega(\pi^+\pi^- + \varrho^0)$		$38 \pm 4$ <sup>(1)</sup>	
$\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$	$\omega\pi^+\pi^-$ (d)	„ $\omega$ ” dominál	$39 \pm 5$	[11]
	$\omega\varrho$	csak „ $\pi$ ” nyitott	$7 \pm 3$	
	$\eta(\pi^+\pi^- + \varrho^0)$		$12 \pm 4$ <sup>(2)</sup>	[13]
	$\varrho^0\pi^0(\pi^+\pi^- + \varrho^0)$		$73 \pm 17$	
	$(\varrho^+\pi^- + \varrho^-\pi^+)(\pi^+\pi^- + \varrho^0)$		$64 \pm 18$	
	$\eta\varrho^0$		$2,2 \pm 1,7$	

(ö) összes: rezonáns + nem rezonáns módusok.

(d) direkt: a jelzett részecskék nem rezonanciából keletkeztek.

<sup>(1)</sup>  $(\omega \rightarrow (\ddot{o})): (\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 1,14$ 
<sup>(2)</sup>  $(\eta \rightarrow (\ddot{o})): (\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) = 3,5$ 
<sup>(3)</sup> csak a 2. és 3. táblázat kiválasztási szabályain túlmenő információt tüntettünk fel.



$\bar{p}p \rightarrow \varrho\pi$  mátrixelemek a következők:

$$M_1(, \pi'' \rightarrow 3\pi) = a_1$$

$$M_2(, \omega'' \rightarrow 3\pi) = a_2 \varepsilon [(p_+ - p_-)xp_0 + (p_- - p_0)xp_+ + (p_0 - p_+)xp_-]$$

$$M_3(, \pi'' \rightarrow \varrho\pi) = a_3 [B_{+0}(p_+ - p_0)p_- - B_{0+}(p_0 - p_-)p_+]$$

$$M_4(, \omega'' \rightarrow \varrho\pi) = a_4 \varepsilon [B^{+-}(p^+ - p_-)xp_0 + B^{-0}(p_- - p_0)xp^+ + B_0^+(p_0 - p^+)xp_-]$$

Itt  $\varepsilon$  a protonium polarizációs vektora,  $p^+$ ,  $p^-$ ,  $p_0$  a  $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ,  $\pi^0$  mezonok hármas-impulzusa, az  $a_i$  konstansok az (általában energia függő) formafaktorokat helyettesítik;

$$B_{ab}^{-1} \equiv m_{ab} - m_\varrho - \frac{1}{2} i\Gamma_\varrho,$$

$m_{ab}$  a  $(\pi^a \pi^b)$  mezonpár invariáns tömege,  $m_\varrho$ ,  $\Gamma_\varrho$  a  $\varrho$  rezonancia tömege és szélessége. [10]-ben a kísérleti  $(\pi^+ \pi^-)$ ,  $(\pi^+ \pi^0)$ ,  $(\pi^- \pi^0)$  tömegeloszlásokat az

$$|M|^2 = \left| \sum_{i=1}^4 M_i \right|^2$$

mennyiségből kapott elméleti eloszlással közelítették, és így kapták az  $a_i$  paraméterek legjobb értékeit, azaz az egyes csatornák súlyát (lásd a 4. táblázatot). [17]-ben a  $\varrho \rightarrow 2\pi$  bomlásban a pionok szögeloszlásából és a  $(\pi\pi)$  tömegeloszlásokból megállapítják, hogy 1-es spinű,  $\varrho$  tömegű rezonancia keletkezik, és a szögeloszlásból azt is megállapítják, hogy a  $\bar{p}p \rightarrow \varrho\pi$  annihilációban az „ $\omega$ ” csatorna dominál. A közvetlen  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  hátteret konstanssal (tehát az  $M_1$  mátrixelemmel) közelítik, az  $M_2$  mátrixelemet elhagyják, így az

$$|M|^2 = |M_1 + M_4|^2$$

alakra jutnak, ebben az interferencia-tagot elhagyják és az  $|a_1| = |a_4|$  feltevással élnek. A kapott eredmény így is jól egyezik a kísérlettel, de ezt szerencsés véletlennek kell tekintenünk; láttuk, hogy az igényesebb analízis [10] valóban  $a_2 \approx a_3 \approx 0$ ,  $a_1 \approx a_4$ -et adott.

Fel szeretnénk hívni a figyelmet a teljes  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$  arányra vonatkozó két mérési adat közötti elég lényeges eltérésre (4. táblázat), ami szisztematikus mérési hibát sejtet legalább az egyik mérésben.

Megjegyezzük még, hogy [10] és [17] legjobb elméleti görbéi is lényegesen eltérnek a kísérleti hisztogrammoktól a 900—1300 MeV-es  $(\pi\pi)$  tömeg tartományában, és ezt [10]-ben nem sikerült korrigálni bonyolultabb invariáns struktúrájú (de továbbra is konstans formfaktorú) mátrixelemek segítségével sem. [17]-ben a korrigálást nem kísérelték meg.

A  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}^* \rightarrow K(\bar{K}\pi)$  láncot [9] és a  $\bar{p}p \rightarrow \omega(\varrho + \pi\pi) \rightarrow 5\pi$  láncot [11] az előbbiekhöz hasonló alapossággal vizsgálták, azonban az egyes csatornák közötti interferenciát elhagyták. A  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}^*$  annihilációt a CERN-ben is mérték, a mátrixelem analízise itt kevésbé igényes [18]. A konklúziókban mutatkozó különbség azonban elsősorban nem ebből származik, hanem a  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}^* \rightarrow K_1(K_1\pi)$  láncra vonatkozó mérési eredmények közötti eltérésből (5. táblázat).



## 5. TÁBLÁZAT

 Kísérleti adatok a nyugvó  $\bar{p}p \rightarrow$  kaonikus annihilációról

	Állapot	Súly (%)	Irodalom
$K\bar{K}$	$K^+K^-$ $2K_1K_1 = K_1K_1 + K_2K_2$ $K_1K_2$	$1,1 \pm 0,1$ $(0,88^{+1,1}_{-0,9}) \cdot 10^{-2}$ $0,61 \pm 0,09$	[15]
$K\bar{K}\pi$	$K_1K_1\pi^0$ (ö) $K^0K^+\pi^- + \bar{K}^0K^-\pi^+$ (ö) $K^0\bar{K}^{*0} + \bar{K}^0K^{*0}$ $K^+K^{*-} + K^-K^{*+}$ $K_1(K_1\pi^0)$ $K_1(K_2\pi^0)$ $K^0(K^-\pi^+) + \bar{K}^0(K^+\pi^-)$ $K_1(K^-\pi^+) + K_1(K^+\pi^-)$ $K^+(\bar{K}^0\pi^-) + K^-(K^0\pi^+)$ $K^+(K_1\pi^-) + K^-(K_1\pi^+)$	$0,73 \pm 0,1$ $0,78 \pm 0,6$ $4,25 \pm 0,55$ $2(2,82 \pm 0,11)$ $1,2 \pm 0,2$ $0,92 \pm 0,16$ $\approx 0$ $0,12 \pm 0,06$ $0,175 \pm 0,04$ $0,22 \pm 0,07$ $0,85 \pm 0,16$ $0,57 \pm 0,12$ $0,566 \pm 0,12$ $0,40 \pm 0,12$	[ 9] [18] [ 9] [18] [ 9] [ 9] [ 9] [18] [ 9] [18] [ 9] [18]
$\bar{K}K\pi\pi$	$K_1K_1\pi^+\pi^-$ (ö) $K_1K_2\pi^+\pi^-$ (ö) $K_1K^+\pi^-\pi^0 + K_1K^-\pi^+\pi^0$ (ö) $K^0\pi^+(\bar{K}^0\pi^-) + \bar{K}^0\pi^-(K^0\pi^+)$ (d) $(K^0\pi^+)(\bar{K}^0\pi^-) + (\bar{K}^0\pi^-)(K^0\pi^+)$ $K^+\pi^-(\bar{K}^0\pi^0) + K^-\pi^+(K^0\pi^0)$ (d) $K^-\pi^0(K^0\pi^+) + K^+\pi^0(\bar{K}^0\pi^-)$ (d) $(K^-\pi^0)K^0\pi^+ + (K^+\pi^0)\bar{K}^0\pi^-$ (d) $(K^+\pi^-)(\bar{K}^0\pi^0) + (K^-\pi^+)(K^0\pi^+)$ $(K^-\pi^0)(K^0\pi^+) + (K^+\pi^0)(\bar{K}^0\pi^-)$	$2,33 \pm 0,30$ $2,79 \pm 0,42$ $5,19 \pm 0,61$ $3,63 \pm 0,97$ $0,57 \pm 0,37$ $0,57 \pm 0,38$ $0,97 \pm 0,45$ $1,04 \pm 0,45$ $1,43 \pm 0,30$ $0,77 \pm 0,32$	[12]
$K^*$ keltés $K\bar{K}\pi\pi$ -ben <sup>(1)</sup>	$K^{*+}\bar{K}^0\pi^- + K^{*-}K^0\pi^+$ (d) $K^{*+}K^-\pi^0 + K^{*-}K^+\pi^0$ (d) $\bar{K}^{*0}K^+\pi^- + K^{*0}K^-\pi^+$ (d) $\bar{K}^{*0}K^0\pi^0$ (d) $K^{*+}K^{*-}$ $K^{*0}\bar{K}^{*0}$	$4,6 \pm 1,0$ $1,4 \pm 0,7$ $1,7 \pm 1,2$ $\approx 0$ $1,5 \pm 0,6$ $3,0 \pm 0,7$	[12]
$K\bar{K}\pi\pi\pi$	$K_1K_1\pi^+\pi^-\pi^0$ (ö) $K_1K^+\pi^+\pi^-\pi^0 + K_1K^-\pi^-\pi^+\pi^0$ (ö) $K_1K_1\eta$ $K_1K_1\omega$	$1,49 \pm 0,22$ $0,59 \pm 0,08$ $0,25 \pm 0,04$ <sup>(2)</sup> $1,08 \pm 0,16$ <sup>(3)</sup>	[14]

(d) direkt; (ö) összes.

 $K^0(K^-\pi^+) \equiv K^0K^{*0} \rightarrow K^0K^-\pi^+$ 
<sup>(1)</sup> Izoinvariancia kihasználva

<sup>(2)</sup>  $(\eta \rightarrow \text{semleges}): (\eta \rightarrow (\bar{\text{ö}})) = 0,694 \pm 0,035$ 
 $(\eta \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0): (\eta \rightarrow (\bar{\text{ö}})) = 0,250 \pm 0,016$ 
<sup>(3)</sup>  $(\omega \rightarrow \text{semleges}): (\omega \rightarrow (\bar{\text{ö}})) = 0,106 \pm 0,010$ 
 $(\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0): (\omega \rightarrow (\bar{\text{ö}})) = 0,88$



Az eddig tárgyalt három módus esetében a  $\bar{p}p$  annihilációt csatornák szerint sikerült osztályozni. A többi esetben csak az adott végállapothoz tartozó  $\bar{p}p \rightarrow$  rezonáns:  $\bar{p}p \rightarrow$  nem rezonáns arányt tudták meghatározni oly módon, hogy a rezonanciát egy Breit—Wigner-faktorral, a nem rezonáns háttérrel konstanssal, esetleg — legfeljebb másodfokú — polinómmal reprezentálták, és az interferenciát elhagyták. Voltak szerencsés esetek, mint pl. a  $K_1 K_1 \eta$  és  $K_1 K_1 \omega$  rezonáns állapotoknál [14], amikor a háttér gyakorlatilag zérus volt a tömeghiány — ábra tanúsága szerint, ilyenkor megbízhatóbbnak tekinthetjük a rezonáns állapot súlyára vonatkozó adatot.

Az elmondottakból világos, hogy a 4. és 5. táblázatban megadott statisztikus hibák egymagukban nem jellemzik a rezonáns állapotokra vonatkozó adat pontosságát, gondolni kell a gyakran sajnos jelentős és nehezen megbecsülhető elméleti bizonytalanságra, melyet a mátrixelemek modellizálása hoz be. Az egyes végállapotok teljes súlyára vonatkozó adatoknál ez a probléma nem jelentkezik, itt a statisztikus hibák — a már említett esetleges szisztematikus mérési hibáktól eltekintve — mérveadók.

### b) Magasabb rezonanciák

A 7. táblázatban [72]-ből kivonatoltuk azoknak a magasabb rezonanciáknak fontosabb kvantumszámait, melyeket a nyugvó  $\bar{p}p$  és  $\bar{p}n$  annihilációban megfigyeltek. Az alábbiakban röviden összefoglaljuk az idevágó tudnivalókat:

*B mezon.* A *B* mezont a  $\pi^- p$  szóráshoz fedezték fel, azonban itt nem sikerült tisztázni, hogy a  $(4\pi)$  invariáns tömegeloszlásban megfigyelt csúcs valóban rezonan-

6. TÁBLÁZAT

Nyugvó  $\bar{p}p \rightarrow$  pionikus annihiláció  
karszám szerinti eloszlása

Karszám	Állapot	Súly (%)
0	0 karú	$32 \pm 5$
2	$\pi^+ \pi^-$ $\pi^+ \pi^- \pi^0$ $\pi^+ \pi^- x^0$ 2 karú	$3,2 \pm 0,3$ $78 \pm 9$ $345 \pm 12$ $426 \pm 11$
4	$\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$ $\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$ $\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- x^0$ 4 karú	$58 \pm 3$ $187 \pm 9$ $213 \pm 11$ $458 \pm 10$
6	$3\pi^+ + 3\pi^-$ $3\pi^+ + 3\pi^- + \pi^0$ $3\pi^+ + 3\pi^- + x^0$ 6 karú	$19 \pm 2$ $16 \pm 3$ $3 \pm 1$ $38 \pm 2$
Összes pionikus		$954 \pm 16$

$x^0$  — semleges részecskék csoportja.  
 $x^0 \neq \pi^0$  és  $x^0$  nem kaonikus.

7. TÁBLÁZAT

Magasabb rezonanciák [72]

Rez.	$T^G (J^P) C_n$	$M(\text{MeV})$	$\Gamma(\text{MeV})$
<i>B</i>	$\underline{1^+ (1^+)}_-$	$1208 \pm 12$	$119 \pm 24$
<i>A</i> <sub>1</sub>	$\underline{1^- (1^+)}_+$	$1058 \pm 12$	$30 - 130$
<i>A</i> <sub>2</sub>	$\underline{1^- (2^+)}_+$	$1311 \pm 11$	$88 \pm 5$
<i>E</i>	$\underline{0^+ (0^-)}_+$	$1415 \pm 6$	$74 \pm 15$
$\Phi$	$\underline{0^- 1^-}$	$1018,6 \pm 0,5$	$3,6 \pm 0,8$
<i>D</i>	$\underline{0^+ (1^+)}_+$	$1285 \pm 4$	$32 \pm 8$
<i>f</i> <sup>0</sup>	$\underline{0^+ (2^+)}_+$	$1254 \pm 12$	$117 \pm 15$



cia-e, vagy csak az ún. Deck-effektus megnyilvánulása [20] [21]. A  $B$  mezon létezését végül is a nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációban igazolták [19], kimutatva, hogy a  $\bar{p}p \rightarrow B^\pm \pi^\mp$  annihilációban megfigyelt  $B^\pm \rightarrow \omega \pi^\pm$  bomlás  $\omega$  mezonjai nem csak a megfelelő tömeggel, hanem a megfelelő  $1^-$ -os spin-paritással is rendelkeznek. A [72]-ben felsorolt, nem  $\omega \pi$ -re történő  $B$  bomlások ágarányára vonatkozó információk nagy része szintén a  $\bar{p}p$  annihilációból származik.

$A_1, A_2$  mezon. [22]-ben a  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$  és  $\bar{p}p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$  módusok vizsgálatakor a  $(\varrho \pi)^{+, -}$  invariáns tömegeloszlásban csúcsokat találtak 1080 és 1320 MeV környékén. A második csúcsnál a szögeloszlás analízis csak a  $2^+$ -os spin-paritással fért össze ( $A_2$  mezon). Az első csúcsnál az  $1^+$  és  $2^-$  lehetőségek közül a  $2^-$  favorizált, szemben a Rosenfeld-táblázatban javasolt  $1^+$ -al. [23]-ban a  $\bar{p}p \rightarrow K\bar{K}\pi$  módus vizsgálatakor is találtak  $A_2$ -t. Az ágarányok:

$$R(\bar{p}p \rightarrow A_2^+ \pi^- \rightarrow \bar{K}^0 K^+ \pi^-) < 0,4\%$$

$$R(\bar{p}p \rightarrow A_2^+ \pi^- \rightarrow \varrho^0 \pi^+ \pi^-) \approx 20\%$$

Megemlítjük még, hogy nyugvó  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \pi^- \pi^+ \pi^0$  annihilációban nem találtak  $A_2$ -t, és ebből az  $R(\bar{p}n \rightarrow A_2^0 \pi^- + A_2^- \pi^0) < 44\%$  korlátot kapták [31].

$E$  mezon. Az  $E$  mezont a  $\bar{p}p$  annihilációban fedezték fel a

$$\bar{p}p \rightarrow E \pi^+ \pi^- \rightarrow (K\bar{K}\pi)^0 \pi^+ \pi^-$$

lánccban [14]. Töltött  $E$  mezont nem találtak, és így  $T=0$  feltevéssel élve a kísérleti ágarányokból  $C=1$ ,  $G=C(-)^T=1$  adódott. A Heidelbergi Konferencián (1967. szeptember) a  $T^G=0^+$  kvantumszám újra kétséssé vált, lehet, hogy töltött  $E$  mezonok is léteznek (Montanet előadása).

$\Phi$  mezon. A  $\Phi$  mezon keltésre nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációban van indikáció [12] [27], azonban publikált mérési eredmények csak a nyugvó  $\bar{p}n$  [26] és az 1,2 GeV/c – s  $\bar{p}p$  annihilációról [43] vannak. A fontosabb adatok:

$$R(\bar{p}n \rightarrow \Phi \pi^-) = (0,58 \pm 0,18)\%; \quad \frac{R(\bar{p}n \rightarrow \Phi \pi^-)}{R(\bar{p}n \rightarrow \omega \pi^-)} > 0,1;$$

$$\sigma(\bar{p}p \rightarrow \varphi \pi^+ \pi^- \rightarrow K_1 K_2 \pi^+ \pi^-)|_{1,2 \text{ GeV/c}} = (12 \pm 3) \mu b.$$

Összehasonlításul megadjuk a következő, [26]-ban idézett adatokat is:

$$\frac{\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- \Phi p)}{\sigma(\pi^- p \rightarrow \pi^- \omega p)} \Big|_{3,7 \text{ GeV/c}} = 0,012; \quad \frac{\sigma(K^- p \rightarrow \Lambda \Phi)}{\sigma(K^- p \rightarrow \Lambda \omega)} \Big|_{2,3 \text{ GeV/c}} = 0,3 \pm 0,1.$$

Látjuk, hogy a  $\Phi/\omega$  keltési arány erősen függ a vizsgált folyamattól.

$D$  mezon. A  $D$  mezont a  $\pi^- p$  szórásban fedezték fel [28a], majd az 1,2 GeV/c – s  $\bar{p}p$  annihilációban is megfigyelték [43] [28b] és megállapították, hogy nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációban a  $D$  mezon fázistér és kiválasztási szabályok miatt csak sok pionos segédlettel tud keletkezni, pl. az egyszerű  $\bar{p}p \rightarrow D \pi^0$  annihiláció tiltott. Nyugvó  $\bar{p}p$  annihilációban egyelőre a  $D$  mezont még nem sikerült kimutatni.

$f^0$  mezon. Nyugvó  $\bar{p}p$ -ben még nem látták, nyugvó  $\bar{p}n$  annihilációban  $R(\bar{p}n \rightarrow f^0 \pi^-) \approx 9,4\%$ ; ez a két állítás nem mond ellent egymásnak [31].

$K_c$  mezon? 1215 MeV-nél a nyugvó  $\bar{p}p \rightarrow K^0 \bar{K}^0 \pi^+ \pi^-$  módusban a  $(K_1 p^0)$  és a  $(K^\pm \pi^\mp)$  invariáns tömegeloszlásban csúcsot találtak [12] [29] [30], azonban egyelőre nem sikerült kvantumszámokat rendelni ehhez a csúcshoz.



c) Nyugvó  $\bar{p}n$  annihilációk

Felteszik, hogy ha a nyugvó  $\bar{p} + \text{deuteron} \rightarrow \text{mezonok}$  folyamatban a proton impulzusa  $\leq 250 \text{ MeV/c}$ , akkor a folyamat megfelel egy nyugvó  $\bar{p}n \rightarrow \text{mezonok}$  annihilációnak. Felteszik továbbá, hogy ez utóbbiban is  $S$  állapot dominancia van, mint a nyugvó  $\bar{p}p$  esetben. Ezeknek a hipotéziseknek az eddigi kísérleti megfigyelések [31][32][33][34] nem mondanak ellent; elméleti megalapozottságuk kérdéséről [71]-ben olvashatunk majd.

A nyugvó  $\bar{p}n$  annihilációra vonatkozó fontosabb kísérleti információt a 8—10. táblázat ([31]-ből és [32]-ből) tartalmazza. Felhívjuk a figyelmet a következő érdekesebb mozzanatokra:

1. A  $\bar{p}nS$  állapotban  $T=1$  miatt az „ $\eta$ ” és az „ $\omega$ ” csatorna zárt, azért itt kedvezők a körülmények azon „ $\pi$ ” és „ $\rho$ ” csatornás  $\bar{p}N$  annihilációk megfigyelésére, melyek a  $\bar{p}p$  esetben el voltak nyomva. Pl. az  $\bar{p}N \rightarrow \rho\pi$  annihiláció „ $\pi$ ” csatornájának súlyát a  $\bar{p}n \rightarrow (\rho\pi)^-$  módusban mérték (8. táblázat), és ez [31] szerint összefér a  $\bar{p}p \rightarrow (\rho\pi)^0$  módusból kapott felső korláttal.

2. A  $\bar{p}d$  annihilációban az antiproton természetesen a protonon is annihilálódhat. A  $\bar{p}p(n)/\bar{p}n(p)$  arányra  $1,45 \pm 0,07$  [31], azaz  $(0,763 \pm 0,09)^{-1}$  [32] adódott, és  $\bar{p}p(n)$ -ben a karszám szerinti eloszlás olyan, mint  $\bar{p}p$ -ben.

3. Igen magas a  $\bar{p}n \rightarrow \omega\pi^+\pi^-\pi^-$  módus súlya: az összes nyugvó  $\bar{p}n$  annihilációnak 120 ezreléke. Ezzel szemben pl. a  $\bar{p}p \rightarrow \omega\pi^+\pi^-$  módus súlya mindössze 4 ezrelék.

## 8. TÁBLÁZAT

Kísérleti adatok a nyugvó  $\bar{p}n \rightarrow \text{pionikus annihilációról}$  [31]

Karszám	Állapot	Súly ( $0/00$ ) <sup>(1)</sup>	Megjegyzés
1	1 karú $\pi^-\pi^0$	$164 \pm 5$ $\leq 7$	
3	3 karú $\pi^-\pi^-\pi^+$ (ö) $p^0\pi^-$ $f^0\pi^-$ $\pi^-\pi^-\pi^+\pi^0$ (ö) $\rho^0\pi^-\pi^0 + \rho^-\pi^+\pi^- + \rho^+\pi^-\pi^-$ (d) $A_2^0\pi^- + A_2^-\pi^0$ $\omega\pi^-$ $\eta\pi^-$	$597 \pm 12$ $15,7 \pm 2,1$ $\approx 6,3$ $\approx 9,4$ <sup>(2)</sup> $218 \pm 22$ $\approx 87$ $< 44$ <sup>(2)</sup> $4,1 \pm 0,8$ <sup>(2)</sup> $\leq 2,5$	$40\% \rho^0\pi^-, 40\% f^0\pi^-,$ $20\% \pi^-\pi^-\pi^+$ $\sim 40\% \rho\pi\pi, 60\% 4\pi$
5	5 karú $3\pi^- + 2\pi^+$ (ö) $3\pi^- + 2\pi^+ + \pi^0$ (ö) $\omega\pi^-\pi^-\pi^+$ (d)	$234 \pm 0,7$ $51,5 \pm 4,7$ $151 \pm 10$ $120 \pm 30$ <sup>(2)</sup>	erős $\rho^0\rho^0$ kölcsönhatás $\sim 70\% \omega 3\pi, 30\% 6\pi$
7	7 karú	$3,9 \pm 0,7$	

(ö) — összes, (d) — direkt.

(1) — a súly itt a nyugvó  $\bar{p}n \rightarrow \text{összes pionikus annihiláció}$  ezrelékében van megadva.

(2) — semleges és nem megfigyelt bomlásokra korrigálva.



## 9. TÁBLÁZAT

 Nyugvó  $\bar{p}n$  annihiláció karszám szerinti eloszlása [32]

Karszám	Súly (0/00)	Kaonikus (0/00)	Pionikus (0/00)	Normált pionikus (0/00)
1	$170 \pm 5$	$27 \pm 3$	$143 \pm 6$	$153 \pm 6$
3	$587 \pm 10$	$35 \pm 4$	$552 \pm 11$	$590 \pm 12$
5	$240 \pm 6$	$6 \pm 2$	$234 \pm 6$	$252 \pm 6$
7	$3 \pm 0,6$	0	$3 \pm 0,6$	$3 \pm 0,6$
Összes	1000	$68 \pm 6$	932	1000

## 10. TÁBLÁZAT

 Kísérleti adatok a nyugvó  $\bar{p}n \rightarrow$  kaonikus annihilációról [32]

Állapot	Súly 0/00
$K\bar{K} + n \cdot \pi$	$68 \pm 5$
$K^0 K^- + n \cdot \pi^0$	$10 \pm 2,4$
$K_1 K_2 \pi^- + n \pi^0$	$8,9 \pm 1,9$
$K_1 K_1 \pi^- + n \pi^0$	$7,7 \pm 1,3$
1 kar + $K\bar{K}$	$27 \pm 3$
$\pi^- \pi^\pm K^\mp K^0 + n \pi^0$	$15,8 \pm 2,9$
$\pi^- \pi^- \pi^+ \pi^\pm K^\mp K^0 + n \pi^0$	$3,5 \pm 1,2$
$\pi^- K^+ K^- + n \pi^0 = \pi^- K^0 K^0 + n \pi^0$	$7,7 \pm 1,3$

Megemlítjük még, hogy [33]-ban  $1500 \bar{p}n \rightarrow 3\pi^- + 2\pi^+$  és [34]-ben  $2500 \bar{p}n \rightarrow 3\pi^- + 2\pi^+ + \pi^0$  esemény analíziséről adnak hírt. A szerzők erős eltéréseket észleltek a fázistér görbéktől, azonban rezonanciákra „konkluzív evidenciát” nem találtak, leszámítva a már említett  $\omega$  dominanciát a második módusban.

 IV. Próbálkozás az  $\bar{N}N$  annihiláció elméleti leírására

## a) Magasabb szimmetriák

Igen sokan foglalkoztak az  $S$  állapotú nyugvó  $\bar{N}N \rightarrow 2$  mezon annihiláció ágarányainak kiszámításával  $SU(3)$  és magasabb szimmetriák alapján (részletes irodalom [47]-ben). Az eredmények a következők:

i) A kísérletnek nem mondanak ellent a következő szimmetriák:

1. Exact  $SU(3)$ . Mindössze két olyan összefüggést ad ([47], (28) és (34)-es képlet), amely  $SU(2)$ -ből nem következik. Ezek igen laza, kísérletileg egyelőre ellenőrizhetetlen összefüggések.

2.  $SL(6, C)$  [47] és  $SU(3) \times SU(3)$  kollineáris [52]. Egyforma jóslásokat adnak (lásd pl. [47], (64)–(71)). A (64) és (65) relációk a kísérlettel összeférnek, a többiek egyelőre nem ellenőrizhetők. A szimmetria tiltja az  $\bar{N}N \rightarrow \pi\Phi$  annihilációt, a megfigyelt kis súlyú  $\bar{p}n \rightarrow \pi^- \Phi$  azonban enyhe szimmetriasértéssel megmagyarázható.

ii) A kísérletnek ellentmondó szimmetriák:

1.  $L=1$ -es spurionnal sértett  $SU(6)$  statikus.

2. Exact [49] és zérus  $W$ -spinű 35-ös spurionnal sértett [48]  $SU(6)_w$ .

3.  $U(6,6)$  [47].

## b) Kvark modell

[53]-ban felteszik, hogy a nukleon–antinukleon rendszer három kvarkja és három antikvarkja három  $L=0$  állapotban levő kvark–antikvark párra rendeződik át oly módon, hogy közben nem történik spin, izospin és ritkaság kicserélődés. Így minden  $\bar{p}p$  annihilációban három mezon keletkezik, és a szóbajövő mezonok a  $\pi, \eta, X, \omega$  és  $\varrho$ . (A  $\Phi$ -mezont tiszta  $\bar{\lambda}\lambda$  párnak tekintik, ezért nem keletkezhet.) A szerzők igen részletesen megvizsgálták a modell teljesítőképességét és azt találták, hogy



„a modell a nyugvó  $\bar{p}N$  annihilációk legfeljebb 25%-át magyarázza még akkor is, ha bizonyos extra paramétereknek\* a maximális szabadságot adják. A mozgó  $\bar{p}N$  annihilációban a modell alábecsüli a nagy multiplicitású állapotok súlyát és nem magyarázza az idevágó mérések részleteit.” A szerzők rámutatnak a modell módosításának lehetőségére is.

### c) Statisztikus modell

A Fermi-féle statisztikus modellt (a relativisztikusan invariáns  $S$  mátrix elemeket véve konstansnak) az izotóp spin és Bose-statisztika figyelembevételével [55] alkalmazták a pionikus nyugvó  $\bar{p}N$  annihilációk pion-karszám szerinti eloszlásának kiszámítására [54]. A kísérleti eredményeket a modell csak durván írja le [32].

Bár nem tartozik szorosan tárgyunkhoz, meg kívánjuk említeni, hogy az 50–200 MeV-es  $\bar{N}N$  kölcsönhatásra igen egyszerű elméleti modellt dolgozott ki Ball és Chew [57]. Az  $\bar{N}N$  erők nagy hatótávolságú részét 1 pion cserés mechanizmussal, tehát Yukawa-potenciállal írták le, figyelembe véve egy extra „–” előjelet az  $NN$  esethez képest, a rövidhatóságú  $NN$  erők („hard core”) helyett pedig egy teljesen abszorbeáló felületet vezettek be az  $\bar{N}N$  annihiláció leírására. WKB közelítésben számoltak és meglepően jó eredményeket kaptak az  $\bar{N}N \rightarrow \bar{N}N$  szórásra és az  $\bar{N}N$  annihiláció teljes hatáskeresztmetszetére. Az annihiláció részletesebb leírására (pl. ágarányok) a modell természetesen nem alkalmas. A Ball–Chew-modellt azóta többen finomították [58], [59], [60]. Újabban az 50–300 MeV-es  $\bar{N}N$  kölcsönhatást komplex potenciálokkal is sikerrel tárgyalták [61], [62]. A nyugvó  $\bar{N}N$  annihiláció érdemleges tárgyalására ezek a modellek azonban nem alkalmazhatók.

\* Pl. Az  $^1S_0$  és  $^3S_1$  csatornák relatív súlyának.



# IRODALOM

*Az irodalomjegyzéket az alábbi felosztásban adtuk meg:*

- 1— 4. Kiválasztási szabályok
- 5— 8. S hullám dominancia
- 9—18. nyugvó  $\bar{p}p$  annihiláció (kísérlet)
- 19—30. magasabb rezonanciák (kísérlet)
- 31—34. nyugvó  $\bar{p}n$  annihiláció (kísérlet)
- 35—46. mozgó  $\bar{p}N$  kölcsönhatás (kísérlet)
- 47—52. magasabb szimmetriák
- 53. kvark modell
- 54—56. statisztikus modell
- 57—62. kisenergiájú  $\bar{N}N$  kölcsönhatás (elmélet)
- 63—72. kiegészítő irodalom.

- 1. C. Goebel, PR. 103, 258, 1956.
- 2. T. D. Lee, N. C. 3, 749, 1956.
- 3. D. Amati, N. C. 2, 719, 1955.
- 4. P. Román, Theory of Elementary Particles, 305 és 443 old.
- 5. M. Schwartz, PRL. 6, 556, 1961.
- 6. R. D'Espagnat, NC. 20, 1217, 1961.
- 7. T. B. Day, PRL. 3, 61, 1959.
- 8. B. Desai, PR. 119, 1385, 1960.
- 9. N. Barash, PR. 139, B1659, 1965.
- 10. C. Baltay, PR. 140, B1039, 1965.
- 11. C. Baltay, PR' 140, B1042, 1965.
- 12. N. Barash, PR. 145, 1095, 1966.
- 13. C. Baltay, PR. 145, 1103, 1966.
- 14. N. Barash, PR. 156, 1399, 1967.
- 15. C. Baltay, PRL. 15, 532, 1965.
- 16. C. Baltay, PRL. 15, 591, 1965.
- 17. G. B. Chadwick, PRL. 10, 62, 1963.
- 18. R. Armenteros, PL. 17, 170, 1965.
- 19. C. Baltay, PRL. 18, 93, 1967.
- 20. G. Goldhaber, PRL. 15, 118, 1965.
- 21. Suh Urk Chung, PRL. 16, 481, 1965.
- 22. A. Bettini, XII. Int. Conf., Dubna, 1964. I. 519. old.
- 23. R. Armenteros, PL. 17, 344, 1965.
- 24. R. Armenteros, XII. Inf Conf., Dubna, 1964. I. 467. old.
- 25. P. Baillon, NC. 50A, 393, 1967.
- 26. V. E. Barnes, XII. Int. Conf., Dubna, 1964. I. 527. old.
- 27. D. Miller, Nevis Report No 131. (kiadatlan)
- 28. a) D. Miller, PRL. 14, 1074, 1965.
- b) D'Andlau, PL. 17, 347, 1965.
- 29. R. Armenteros, PL. 9, 207, 1964.
- 30. R. Armenteros, XII. Int. Conf., Dubna, 1964. I. 577 és 617 old.
- 31. A. Bettini, NC. 47A, 642, 1967.
- 32. V. E. Barnes, XII. Int. Conf., Dubna, 1964. I. 731. old.
- 33. P. Hagerty, Bull. Am. Phys. Soc. 11, 77, 1966.
- 34. L. Gray, Bull. Am. Phys. Soc. 11, 77, 1966.
- 35. U. Amaldi, NC. 46A, 171, 1966.
- 36. C. Y. Chien, PR. 152, 1171, 1966.
- 37. C. Baltay, PR. 140, B1027, 1965.
- 38. V. Alles—Borelli, NC. 48A, 360, 1967.
- 39. V. Alles—Borelli, NC. 47A, 232, 1967.
- 40. V. Alles—Borelli, NC. 46A, 438, 1966.
- 41. H. B. Crawley, PR. 154, 1264, 1967.
- 42. R. J. Abrams, PRL. 18, 1209, 1967.
- 43. J. Barlow, NC. 50A, 701, 1967.



44. V. Alles—Borelli, NC. 50A, 776, 1967.
45. G. R. Lynch, PR. 131, 1277, 1963.
46. G. R. Lynch, PR. 131, 1287, 1963.
47. A. A. Markov, Fortshr. der Physik, 14, 771, 1966.
48. S. N. Gupta, NC. 47A, 915, 1966.
49. A. Bettini, NC. 44A, 285, 1966.
50. M. Konuma, PR. 140, B1318, 1965.
51. W. Alles, PL. 17, 328, 1965.
52. F. Bucella, NC. 40, 684, 1965.
53. J. Harte, NC. 49A, 555, 1967.
54. B. R. Desai, PR. 119, 1390, 1960.
55. A. Pais, Annals of Physics, 9, 548, 1960.
56. G. Goldhaber, PR. 120, 300, 1960.
57. J. S. Ball, PR. 109, 1385, 1958.
58. J. S. Ball, PR. 113, 647, 1959.
59. S. Spergel, NC. 47A, 410, 1967.
60. M. Ceschia, NC. 33, 578, 1964.
61. П. Э. Немировский, ЖЭТФ 46, 1379, 1964.
62. R. A. Bryan, Bull. Am. Phys. Soc. 10, 737, 1965.
63. C. Bouchiat, NC. 23, 13, 1962.
64. C. Zemach, PR. 133, B1201, 1964.
65. S. M. Berman, PR. 139, B1023, 1965.
66. I. R. Lapidus, NC. 48A, 334, 1967.
67. S. Minami, NC. 40A, 299, 1965.
68. I. R. Lapidus, PR. 138, B178, 1965.
69. Y. Higuchi, Progr. Theor. Phys. 36, 313, 1966.
70. G. Camisassa, NC. 45A, 554, 1966.
71. R. Bizzari, sajtó alatt.
72. A. H. Rosenfeld, Data on Particles and Resonant States, CERN, 1967. szeptember.



# REZONANCIA KELETKEZÉSI MECHANIZMUSOK\*

NAGY ELEMÉR

MTA Központi Fizikai Intézete, Budapest

## Bevezetés

Elemi részecskék erős kölcsönhatása során gyakran fordul elő, hogy a keletkező részecskéknek (vagy azok valamelyik csoportjának) saját rendszerében bizonyos összenergia mellett — amelyet a részecskerendszer effektív vagy invariáns tömegének nevezünk — a hatáskeresztmetszet ugrásszerűen megemelkedik, miközben a rendszer meghatározott kvantumszámokat vesz fel (pl. meghatározott impulzuszórumen-tummal ( $J$ ), paritással ( $P$ ), izotópspinnel ( $I$ ), ritkasággal ( $S$ ) stb. rendelkezik). A hatáskeresztmetszet hirtelen felszökése, mint azt részletesebb vizsgálat bizonyítja, a közös részen rezonancia jelenségre emlékeztet. Innen kapta a keletkező részecske rendszer a rezonancia elnevezést.

A rezonancia keletkezésének mechanizmusát illetően célszerű a reakciókat két csoportba osztani, attól függően, hogy a végállapot összes részecskéje vagy azoknak csak egy csoportja alkotja a rezonanciát. Az első típusú reakciónál a bejövő részecske energiájának folytonos növelése mellett jelentkezik a rezonancia csúcs, s ezért ezt a folyamatot rezonancia formálásnak nevezzük. A másik esetben csak biztosítanunk kell bizonyos rezonanciák megjelenéséhez szükséges energia mennyiséget, s azok aztán belső mechanizmusoktól függően kisebb-nagyobb intenzitással megjelennek. A formáló szerepet belső mechanizmusok veszik át, ezért ez utóbbi reakció típusát rezonancia képződésnek nevezik.

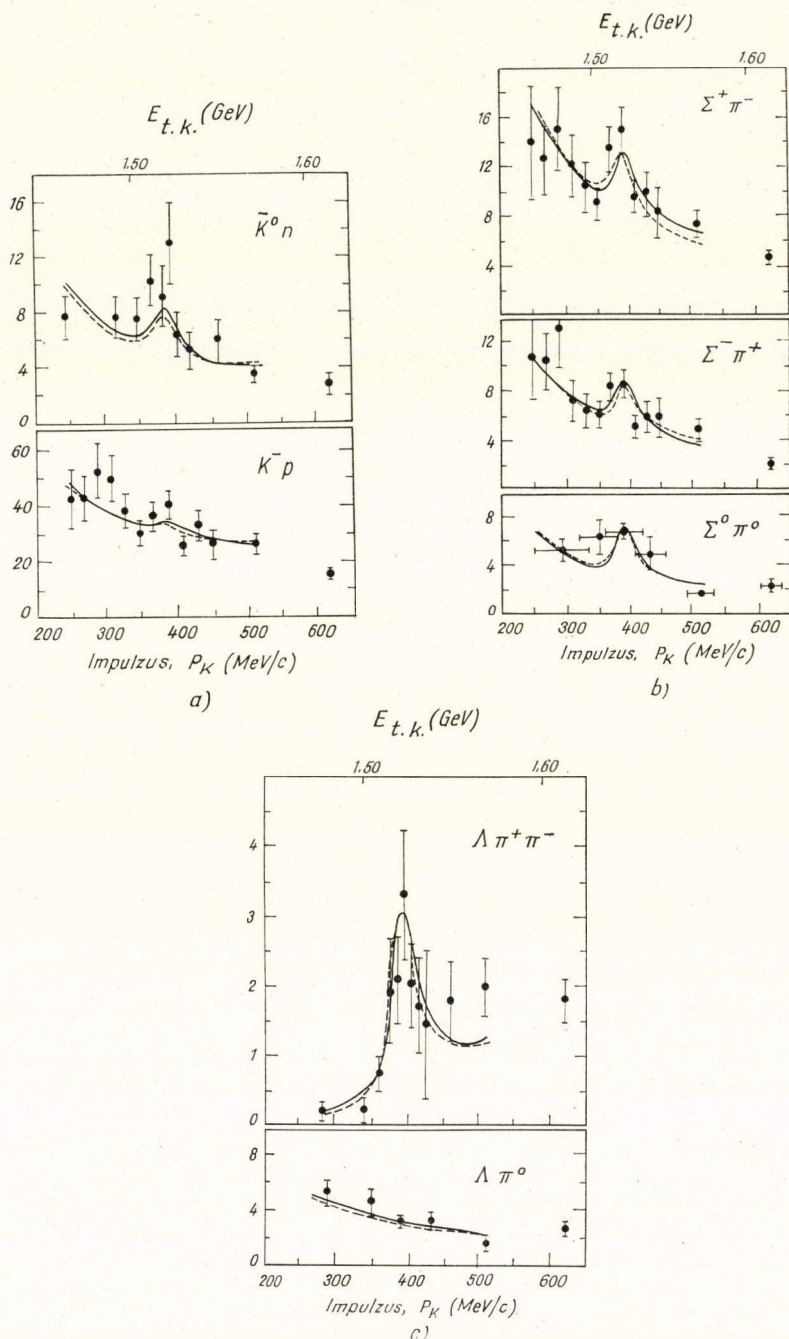
Szolgáljon előbbire példa a  $K^-p$  reakció az alábbi végállapotokkal,

$$\begin{aligned} K^-p &\rightarrow K^-p \\ &\rightarrow \bar{K}^0n \\ &\rightarrow \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} \\ &\rightarrow \Lambda^0\pi^0 \\ &\rightarrow \Lambda^0\pi^+\pi^- \\ &\rightarrow \Lambda^0\pi^0\pi^0 \end{aligned} \tag{1}$$

ahol a bejövő kaon laborrendszerbeli impulzusa,  $p_K$  0 és 500 MeV/c tartományba esik. A reakciók teljes hatáskeresztmetszetét  $p_K$  vagy az invariáns tömeg függvényében vizsgálva (1. ábra) 380 MeV/c (azaz 1520 MeV/c<sup>2</sup>) körül rezonancia csúcsot észlelhetünk. Részletesebb vizsgálatallal bebizonyítható, hogy a rezonáns energia mellett a végállapotot alkotó részecske rendszer mindegyik reakcióban ugyanazokkal a jól meg-

\* Előadás a VII. Magyar Elméleti Fizikai Iskolán, Visegrád, 1967. okt.



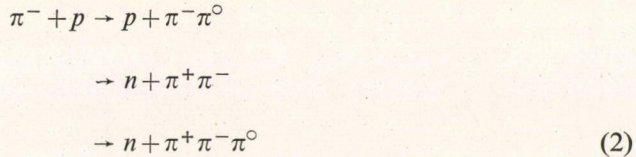


1. ábra.  $K^-p$  reakció hatáskeresztmetszetének változása a bejövő  $K^-$  impulzusának függvényében. A folytonos vonal a kísérleti adatok legjobb illesztése negatív, a szaggatott vonal pozitív  $KN\Sigma$  paritás feltételezésével.



határozott kvantumszámokkal rendelkeznek. (Az ábrára tekintve hamar meggyőzővé válik pl., hogy a rezonáns rendszer az adott esetben  $I=0$  saját állapotban van, ugyanis az egyetlen  $I=1$  ( $A^0\pi^0$ ) végállapotban a csúcs nem jelentkezik.)

Rezonancia képződéssel találkozunk pl. a



reakció esetén. A végállapot mezonjait párosítva, a párok effektív tömegeloszlása  $780 \text{ MeV}/c^2$  értéknél rezonanciaszerű csúcsot mutat. Itt is megmutatható, hogy a szóbanforgó tömegcsúcsokhoz tartozó kétpion-rendszer határozott kvantumszámokkal rendelkezik.

A rezonancia képződés, ill. formálás szétválasztását a folyamatok, s az ennek megfelelő leírásuk különbözősége sugallja. Az e mögött meghúzódó két döntő ok a következő:

a) Rezonancia formálásnál a rezonáns rendszer egyben a kezdeti állapot részecskéinek rendszere, s a megmaradási törvények révén megőröklí ezen utóbbiak kvantumszámait. Miután a laboratóriumban ütköztethető részecskék száma korlátozott, formálni csak 0 vagy  $-1$  ritkasággal és  $I \leq 3/2$  izospinnel rendelkező barion rezonanciákat tudunk. (Pusztán kísérleti szempontból természetesen nincs kizárva  $K^+$ -szal, ill. antiprotonokkal hipotétikus  $S=1$  barion, ill.  $\approx 2000 \text{ MeV}/c^2$  mezonikus rezonanciák formálása.) Rezonancia képződésnél ezzel szemben a kezdeti állapot kvantumszámait a keletkező rezonancia, *valamint* még egyéb végállapotbeli részecskék között oszlanak meg, ezért ez esetben majdnem mindig tanulmányozhatók ugyanazon rezonancia különböző töltésállapotai. Ez elsősorban az izotopspin meghatározása szempontjából fontos. Formálás esetén a kezdeti és végállapotok között a megmaradási törvényeken túlmenően is szoros kapcsolat áll fenn (pl. a rugalmas ütközés során létrejött végállapot interferál a kezdeti állapottal), s ez a rezonancia keletkezésére szolgáló leírást mindenesetre leegyszerűsíti. Képződés esetén ezzel szemben bonyolultabb mechanizmusokat kell elképzelni, hogy adott végállapot kialakulását megértsük.

b) A szórás kísérletek arra utalnak, hogy az elemi részecskék közötti szórás csak kis energiaértékek mellett rezonáns, később a szórási amplitúdó az energia sima függvénye lesz. (Nagy energiák mellett az energiamérés pontossága csökken, így fenti állítás tulajdonképpen csak nagyobb energiatartományok átlagértékére vonatkozik.) Ebből következik, hogy a rezonancia formálás csak kis energiák mellett jöhet szóba. Rezonancia képződés ezzel szemben a nagyobb energiák tartományára tolódik el, hogy lehetőség legyen a rezonanciát kísérő többi részecske megszületésére is. Egész durván szólva a két folyamat energia szempontjából az  $1 \text{ GeV}$  alatti, ill. feletti tartományra különül szét. Ez a szétkülönülés természetesen tükröződik leírásukban is. Az eset hasonló a magfizikában sokak számára jól ismert alacsony és nagyenergiás tárgyalásmódhoz. Rezonancia formálásnál a parciális hullámok módszerét alkalmazzuk, rezonancia képződési mechanizmusoknál pedig fontos szerepet játszik a Born-közelítés.



### Rezonancia formálás

A formálás útján keletkező rezonanciák leírására a parciális hullámok módszerének sokcsatornás változata szolgál. Ezt szeretnénk most röviden ismertetni.

Valamely kezdeti állapothoz tartozó és adott végállapotba vezető folyamatot a reakció szóbanforgó végállapotához tartozó csatornájának nevezzük. Tegyük fel, hogy (1) helyett a következő kétrészecske végállapottal rendelkező reakciókat vizsgáljuk.

$$\begin{array}{ll}
 K^-p \rightarrow K^-p & \bar{K}^0n \rightarrow K^-p \\
 \rightarrow \bar{K}^0n & \rightarrow \bar{K}^0n \\
 \rightarrow \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} & \rightarrow \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} \\
 \rightarrow \Lambda^0\pi^0 & \rightarrow \Lambda^0\pi^0 \quad (1a) \\
 \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} \rightarrow K^-p & \Lambda^0\pi^0 \rightarrow K^-p \\
 \rightarrow \bar{K}^0n & \rightarrow \bar{K}^0n \\
 \rightarrow \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} & \rightarrow \Sigma^{\pm 0}\pi^{\mp 0} \\
 \rightarrow \Lambda^0\pi^0 & \rightarrow \Lambda^0\pi^0 \quad (1c) \\
 & \rightarrow \Lambda^0\pi^0 \quad (1d)
 \end{array}$$

Tekintsünk el továbbá a barionok spinjétől (azaz tételezzük fel, hogy a részecskék közötti erők spintől függetlenek). Ez esetben a végállapotok aszimptotikus hullámfüggvényei a végállapot két részecskéjének relatív koordinátájával kifejezve az alábbi alakban írhatók fel:

$$\begin{aligned}
 \Psi_{(r)}^{(i \rightarrow i)} &= \frac{i}{2k_i r} \sum_l (2l+1) \{(-1)^l e^{-ik_i r} - S_{ii}^l e^{ik_i r}\} P_l(\cos \vartheta) \\
 \Psi_{(r)}^{(i \rightarrow f)} &= \frac{i}{2\sqrt{k_i k_f} r} \sum_l (2l+1) S_{fi}^l e^{ik_f r} P_l(\cos \vartheta_l)
 \end{aligned} \quad (3)$$

Itt  $k_i$  és  $k_f$  az  $i$ , ill.  $f$  állapotokhoz tartozó tömegközépponti impulzus,  $P_l(\cos \vartheta)$  pedig az ismert Legendre-polinom mint a bejövő részecske irányától mért szög függvénye. Az  $l$ -ik parciális hullámhoz tartozó parciális hatáskeresztmetszet, mint ismeretes, a

$$\sigma_l^{(i \rightarrow f)} = (2l+1) \frac{\pi}{k_i^2} |\delta_{fi} - S_{fi}|^2 \quad (4)$$

kifejezéssel egyenlő.

Az  $S_{fi}^l$  komplex számok egy  $n \times n$ -es mátrixba rendezhetők, ahol  $n$  a csatornák száma. Ez megfelelhet például az  $1, a, b, c, d$  reakciók fenti felírási módjának. Kerüljenek mondjuk az azonos kezdeti állapottal rendelkező folyamatok egy sorba, az azonos végállapottal rendelkezők pedig egy oszlopba. Mármint, mint az bebizonyítható, az ilyen módon kapott  $S$ -mátrix unitér és szimmetrikus [1], így  $[n(n+1)]/2$  valós paraméter függvénye. Ezeket lehet a következőképpen is értelmezni,  $n$  para-



méter adja a rugalmas szóródás fáziseltolódásait,  $\binom{n}{2}$  pedig az  $n$  csatorna páronkénti csatolását. Egyetlen csatorna esetén

$$S^l = e^{2i\delta_l}, \quad (5)$$

két csatorna esetén pedig

$$S^l = \begin{pmatrix} \eta_l e^{2i\delta_l(1)} & i\sqrt{1-\eta_l^2} e^{i(\delta_l(1)+\delta_l(2))} \\ i\sqrt{1-\eta_l^2} e^{i(\delta_l(1)+\delta_l(2))} & \eta_l e^{2i\delta_l(2)} \end{pmatrix}$$

az  $S$ -mátrix konkrét alakja.  $\delta_l(1)$  és  $\delta_l(2)$ -ben valóban felismerhetők a rugalmas szóródás okozta fáziseltolódások,  $\eta_l$  pedig a parciális hullámok módszerének elemi elméletében a kifutó gömbhullám amplitúdója lecsökkenésének mértéke, amely a többi csatornák létezésének egyszerű következménye.

Célszerű bevezetni a szórási amplitúdó általánosításaként a  $T$  mátrixot, és az ún. reakciómátrixot,  $K$ -t, az alábbi meghatározások szerint:

$$T = k^{-1/2} \frac{S-1}{2i} k^{-1/2} \quad (6)$$

és

$$T^{-1} = K^{-1} - ik. \quad (7)$$

Itt  $k$  diagonális mátrix, az  $n$  csatornához tartozó impulzus-értékeket tartalmazza főátlójában.  $T$  segítségével a parciális hatáskeresztmetszet nyilván az alábbi formát veszi fel:

$$\sigma_l^{(i \rightarrow f)} = 4\pi(2l+1) \frac{k_f}{k_i} |T_{fi}|^2. \quad (8)$$

Minthogy  $S$  unitér és szimmetrikus,  $K$  hermetikus és szimmetrikus, vagyis elemei valósak. Jelentését az egydimenziós esetben láthatjuk a legkönnyebben, ahol is a

$$K^l = \frac{1}{k \operatorname{ctg} \delta_l} \quad (9)$$

kifejezéssel egyenlő. Rezonancia esetén, amikor  $\delta_l \frac{\pi}{2}$ -n halad keresztül,  $K^l$  szingulárisrá válik. Sok csatorna esetén is a  $K$  mátrix elemei tartalmazzák a pólusokat.

A  $K$  mátrix további haszna, hogy segítségével egyszerűen lehet tanulmányozni a rugalmas szórásnál definiált ún. *szórási hossz* hatását a többi csatornában. Egyszerűség kedvéért vegyünk  $s$ -hullámot. Szeretnénk emlékeztetni, hogy a nem-rezonancia tartományban, alacsony energiák esetén a fáziseltolódás energiafüggésére a következő összefüggés használható:

$$k \operatorname{ctg} \delta = \frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0^2 k^2 + \dots \quad (10)$$

$a$  neve szórási hossz,  $r_0$ -é effektív hatótávolság. Egészen alacsony energiák esetén



a második tag is elhagyható (10) jobb oldalán. Ilyenkor tehát  $K \equiv a$ . (7) meghatározás alapján pedig azonnal felírható a szórási mátrix a szórási hossz függvényében:

$$T = \frac{1}{1 - ik_1 a}, \quad (11)$$

Vizsgáljuk meg részletesebben a két csatorna esetét.  $T_{11}$ , mint ahogy az (5) és (6) összevetéséből látható, most is (11) alakot veszi fel az  $\eta e^{i\delta} = e^{i\alpha}$  és  $k \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{a}$  átjelöléssel. Ha  $\eta \neq 1$ ,  $\alpha$  és így  $a$  is látnivalóan komplexsé válik. Legyen továbbá a kétszatornás  $K$  mátrix konkrét alakja

$$K = \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \beta & \gamma \end{pmatrix}. \quad (12)$$

(7)-et felhasználva a

$$\begin{aligned} T_{11} &= \alpha(1 + k_1 T_{11}) + i\beta k_2 T_{21} \\ T_{21} &= \beta(1 + k_1 T_{11}) + i\gamma k_2 T_{21} \end{aligned} \quad (13)$$

összefüggésekre jutunk, ahonnan pl.  $T_{11}$ -et kifejezve a

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{a}{1 - ik_1 a}, \\ a &= \alpha + \frac{ik_2 \beta^2}{1 - ik_2 \gamma} \end{aligned} \quad (14)$$

kifejezést kapjuk. A második sor (11) alapján nyilván az 1-es csatorna szórási hosszát adja. Hasonlóképpen eljárva megkaphatjuk a 2-es csatorna szórási hosszát is:

$$b = \gamma + \frac{ik_1 \beta^2}{1 - ik_1 \alpha}. \quad (15)$$

(13)-ból most  $T_{21}$ -et kifejezve eljuthatunk a rugalmatlan csatornák szórási amplitúdóinak a fent bevezetett szórási hosszaktól való függésére:

$$T_{12} = \frac{\beta}{(1 - ik_1 \alpha)(1 - ik_2 b)} = T_{21} = \frac{\beta}{(1 - ik_2 \gamma)(1 - ik_1 a)}. \quad (16)$$

Ez utóbbi összefüggés álrezonanciák felismerésénél fontos, mint azt később látni fogjuk.

Az egyes csatornáknak az energia tengelyre vonatkozó fizikai tartományai valamilyen küszöbértéktől végtelenig tartanak.<sup>1</sup> Kétrészecske végállapotok esetén a fizikai tartományban  $k_f$  0 és végtelen között vehet fel értékeket. Kifejezéseink azonban átvihetők a nemfizikai tartományba is (amikor valamelyik csatorna energetikailag tiltott, másképp szólva, zárt). Mint az belátható, a zárt csatornákhöz tiszta képzetes impulzusértékek tartoznak [2].

<sup>1</sup> A küszöb a tömegközépponti rendszerben a keletkező tömegek összegének felel meg.



A zárt csatornák szerepéről a rezonanciák keletkezésénél később lesz szó. Ehhez előbb szükség van néhány összefüggés felírására. Rendezzük át  $K$  mátrixunkat úgy, hogy a bal felső kockákhoz a zárt csatornák elemei tartozzanak:

$$K = \begin{pmatrix} \boxed{\alpha} & \boxed{\beta} \\ \boxed{\tilde{\beta}} & \boxed{\gamma} \end{pmatrix}.$$

Szavakban:  $\alpha$  bármely eleméhez tartozó reakció energetikailag kizárt,  $\gamma$  akármelyik eleméhez tartozó reakció ezzel szemben létrejöhet.  $\beta$  és  $\tilde{\beta}$  elemei a zárt és nyitott csatornákat kötik össze. Vezessünk most be (14) analógiájára egy  $K_r$  mátrixot az alábbi meghatározással:

$$K_r = \gamma - \tilde{\beta} |\mathbf{k}| (1 + |\mathbf{k}| \alpha)^{-1} \beta. \quad (17)$$

$K_r$  mint látható, a szórási hosszának zárt csatornákra történt általánosítása. Neve redukált reakció mátrix, mert a  $T$  mátrixszal, amelynek csak nyitott csatornában vannak elemei, (7)-ben megismert összefüggésben áll:

$$T^{-1} = K_r^{-1} - i\mathbf{k}. \quad (18)$$

Térjünk most rá sokcsatornás rezonanciák, vagyis például az 1. ábrán megfigyelt hatáskeresztmetszetek leírására. Vezessük be mindenk előtt  $K$  és  $T$  mátrixok helyett a velük teljesen egyenértékű  $K'$  és  $T'$  új mátrixokat:

$$K' = \mathbf{k}^{1/2} K \mathbf{k}^{1/2}; \quad T' = \mathbf{k}^{1/2} T \mathbf{k}^{1/2}. \quad (19)$$

(7) és (19) alapján látható, hogy  $T'$  és  $K'$  mátrixoknak közös sajátfüggvény rendszere van, és sajátértékeik között is összefüggés áll fenn, amelyet a következőképpen lehet kifejezésre juttatni:

$$K' |\alpha\rangle = \frac{1}{\text{ctg } \delta_\alpha} |\alpha\rangle; \quad T' |\alpha\rangle = e^{i\delta_\alpha} \sin \delta_\alpha |\alpha\rangle.$$

Miután  $|\alpha\rangle$  függvényrendszer teljes rendszert alkot, bármely csatorna-állapot kifejezhető segítségükkel:

$$|i\rangle = \sum_{\alpha} C_{i\alpha} |\alpha\rangle, \quad (20)$$

s így a fizikai mátrixelem,  $T'_{fi}$  a

$$T'_{fi} = \langle f | T' | i \rangle = \sum_{\alpha, \beta} C_{f\beta} C_{i\alpha} \langle \beta | T' | \alpha \rangle = \sum_{\alpha} \frac{C_{f\alpha} C_{i\alpha}}{\text{ctg } \delta_\alpha - i} \quad (21)$$

alakba írható.

Tegyük most fel, hogy adott energia érték mellett  $K'$  valamelyik sajátértéke végtelenné válik, azaz  $\delta_\alpha \pi/2$ -n keresztülhalad. (21) összegben az egyéb tagok a rezonáns mellett elhagyhatók, s a szingularitás környékén lineáris sorfejtést alkalmazva a szórási amplitúdóra

$$T'_{fi} = \frac{C_{f\text{Rez}} C_{i\text{Rez}} \Gamma/2}{(E_{\text{Rez}} - E) - i\Gamma/2}$$

adódik. Vezessük még be az ún. parciális szélességet,  $\Gamma_i$ -t a

$$\Gamma_i = C_{i\text{Rez}}^2 \Gamma$$



képlet szerint. Láthatjuk, hogy a rezonáns  $E_{\text{rez}}$  energiánál minden csatornában kapunk rezonanciát, éspedig a megfelelő parciális szélességek arányában:

$$\sigma_l^{(i \rightarrow f)} = \frac{\pi}{k_i^2} (2l+1) \frac{\Gamma_i \Gamma_f}{(E - E_{\text{rez}})^2 + \Gamma^2/4}. \quad (22)$$

A mondottak szemléltetésére a két csatornás egyszerű esettel foglalkozunk. (5), (6) és (19) alapján magunk elé tudjuk képzelni  $T'$  mátrixot. Megoldva a sajátérték egyenletet a két sajátértékre

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2i} [e^{i(\delta_1 + \delta_2 \pm \varphi)} - 1] \quad (23)$$

$$\varphi = \arccos [\eta \cos(\delta_1 - \delta_2)]$$

adódik. Látjuk, hogy a diagonalizált  $T$  mátrix egybeesik a nem diagonalizálttal, ha  $\eta = 1$ , azaz a két csatorna között egyáltalán nincsen csatolás (az  $S$  mátrix nemátlós elemei zérussal egyenlők). Teljes csatolás esetén ( $\eta = 0$ ) viszont a rezonancia feltétele a rugalmas szórás fáziseltolódásainak megfogalmazásában:

$$\delta_1 + \delta_2 = k\pi; \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$C$  mátrix meghatározásához vegyük észre, hogy  $C^{-1}$  mátrix éppen a sajátvektorokból épül fel. Ezt invertálva végül is az alábbi kifejezésre jutunk:

$$C_{iz} = N \cdot \begin{pmatrix} e^{i(\delta_1 + \delta_2 - \varphi)} - \eta e^{2i\delta_1} & \eta e^{2i\delta_1} - e^{i(\delta_1 + \delta_2 + \varphi)} \\ -i\sqrt{1 - \eta^2} e^{i(\delta_1 + \delta_2)} & i\sqrt{1 - \eta^2} e^{i(\delta_1 + \delta_2)} \end{pmatrix}, \quad (24)$$

ahol

$$N = \frac{\sqrt{T_{12}'^4 + T_{12}'^2[(\lambda_1 - T_{11}')^2 + (\lambda_2 - T_{11}')^2] + (\lambda_1 - T_{11}')^2(\lambda_2 - T_{22}')^2}}{T_{12}'(\lambda_2 - \lambda_1)}.$$

Ha most a rezonancia valamilyen  $E_{\text{rez}}$  érték mellett  $\Gamma$  szélességgel jelentkezik, úgy fennáll a

$$\text{tg}(\delta_1 + \delta_2 \pm \varphi) = \frac{\Gamma}{2(E_R - E)} \quad (25)$$

összefüggés. A keletkező rezonancia tömegéből, félshélességből és az egyes csatornában mutatkozó intenzitásából (23)–(25) formulák segítségével következtethetünk az egyes csatornák közti csatolásra ( $\eta$ ), valamint a rugalmas szórás fáziseltolódásainak energiafüggésére, innen tovább pedig a részecskék közötti fenomenológikus potenciál alakjára.

A leírt modell keretén belül sokcsatornás rendszerben észlelt rezonanciát két okra vezethetjük vissza.

1. A diagonalizált  $K'$  egyik elemének pólusa van. Ilyenkor a pólus átöröklődik a fizikai  $K'$  mátrix minden elemére, ha minden csatorna közt volt megfelelő csatolás.

2. A (17) képletben szereplő  $(1 + |k|\alpha)^{-1}$  mátrix szingulárisává válik a  $\det(1 + |k|\alpha) = 0$  egyenletet kielégítő helyeken. Ez természetesen nem okoz szükségszerűen szingularitást az egész  $K'$  mátrixban, csak  $K'$  elemeiben. Megmutatható, hogy kötött állapotok hullámfüggvénye éppen a  $\det(1 + |k|\alpha) = 0$  határfeltételnek tesz eleget [2]. A rezonancia keletkezésének másik okát tehát a zárt csatornában kialakuló virtuális kötött állapotok szolgáltatják, amelyek a  $\beta \approx 0$  közvetítő mátrix elemei révén eljuttatják hatásukat a nyitott csatornába.



### Rezonancia képződési mechanizmusok

A következőkben adott felsorolás igen messze áll a teljességtől, amelynek fő oka abban van, hogy a rezonancia képződés jelenségét még hozzávetőleges, kvalitatív képpel is az esetek csak egy kis részében tudjuk megmagyarázni. Ezen ritka esetek túlnyomó részét az ún. *periferikus kölcsönhatásoknak* nevezik. Az elnevezés okára még visszatérünk. A periferikus kölcsönhatások egy alesetét a *kvázirugalmas ütközések* alkotják, vagyis olyan ütközések, amelyek során a végállapotban ugyan csak két részecske szerepel, de ezek nem azonosak a kezdeti állapot részecskéivel. A kísérletek azt mutatják, hogy rezonancia képződés viszonylag gyakran megy végbe kvázirugalmas ütközések folytán.

Nem periferikus rezonancia képződésre már kevesebb sikerrel tudunk mechanizmust kitalálni. A helyzet annál szomorúbb, hogy nagyenergiájú kísérletek szerint ezeknek van túlnyomó járuléka sokrészecske végállapotú folyamatokban.

Ez utóbbi reakciók leírására szolgáló egy lehetséges mechanizmus a még *Fermi*-től származó [3] ún. *független* részecske modellen alapszik. Itt a keletkező részecskék között az energia-impulzus megmaradáson és a hullámfüggvény szimmetrizációján kívül egyéb korreláció nem áll fenn. Az ebből a modellből származó eloszlásokat általános néven fázistér eloszlásoknak nevezzük. Mármint egy elképzelhető rezonancia képződési mechanizmus a nemkorrelált szabad részecskék közötti végállapot kölcsönhatás. Ha a reakcióból kilépő részecskék nem szabadulnak el elég gyorsan egymástól, úgy kölcsönhatásba léphetnek, s ha ez éppen rezonáns energia mellett történik, a rezonancia formálásnál mondottak szerint rezonancia jelenik meg a végállapotban.

Mint mondtuk, a rezonancia képződés olyan energiákon indul be, amikor az elemi részek ütközési hatáskeresztmetszete elveszti rezonáns szerkezetét, és az energia sima függvényévé válik. Ami a rugalmas ütközések  $t$  négyesimpulzus átadását illeti

$$t = 2k^2(1 - \cos \vartheta) = \left(2k \sin \frac{\vartheta}{2}\right)^2 \approx (k\vartheta)^2, \quad (26)$$

ez a rezonancia tartományban valamely rezonancia  $l$  impulzummomentumának megfelelő eloszlást mutat, nagyobb energiákon azonban reakciótól függetlenül, általános exponenciális lefutás jellemzi. Ennek pontosabb megfogalmazása érdekében írjuk át (3) összefüggéseinket a következő alakba:

$$\Psi_{(r)}^{(i \rightarrow f)} \cong e^{ik_i r} + \frac{e^{ik_f r}}{2kr} \left\{ i \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) g_l P_l(\cos \vartheta) \right\} \quad (27)$$

$$\Psi_{(r)}^{(i \rightarrow f)} \cong \frac{e^{ik_f r}}{2k_f r} \left\{ i \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) G_l P_l(\cos \vartheta) \right\},$$

ahol  $g_l$  és  $G_l$  a régebben bevezetett  $T'$  mátrix elemeinek felelnek meg. A kapcsos zárójelben álló kifejezések a szórási amplitúdók, jelöljük most ezeket  $f(\vartheta, k)$ , ill.  $F(\vartheta, k)$ -val. A kísérletek a szóbanforgó energia tartományban azt mutatják, hogy



$k$ is impulzusátadások esetén (amikor (26) jobboldalán levő közelítés érvénybe jön), reakciótól függetlenül a  $t$ -eloszlás az

$$\left| \frac{f(k, \vartheta)}{f(k, 0)} \right|^2 = e^{-bt+ct^2} \quad (28)$$

összefüggés segítségével kielégítő módon leírható. (Itt  $b$  és  $c$  függ természetesen az energiától, és ez a függvény reakcióról reakcióra más és más lehet.) A Fourier-sornak Fourier integrállá való átalakításához hasonlóan már most (27) felső sorát is átalakíthatjuk integrállá, s ennek segítségével  $g_i$  alakja meghatározható. A művelet elvégzésekor feltételezzük, hogy  $g_i$  valós, valamint elhanyagoljuk  $c$ -t  $b$  mellett (28)-ban.

$$g(l) = g_0 e^{-\frac{\varrho^2}{\varrho_0^2}} \quad (29)$$

adódik, ahol  $\varrho = \frac{l}{k}$  neve a klasszikus eset mintájára rálövési paraméter,  $\varrho_0 = \sqrt{2b}$ .  $g(l)$  úgy is tekinthető, mint a rálövési paraméter eloszlása. Számítsuk ki ennek alapján a rálövési paraméter átlagértékét:

$$\langle \varrho \rangle = \frac{\int_0^\infty \varrho e^{-\frac{\varrho^2}{\varrho_0^2}} d\varrho}{\int_0^\infty e^{-\frac{\varrho^2}{\varrho_0^2}} d\varrho} = \varrho_0 \sqrt{\pi}. \quad (30)$$

Másrészt a kísérleti adatokból  $\varrho_0$  értéke 1 fermi körül mozog. Látható tehát, hogy nagyenergiájú ütközésekben a rálövési paraméter átlagértéke a  $\pi$  mezon Compton-hullámhosszának, más szóval az ütköző részek kiterjedésének nagyságrendjébe esik. Ezért mondják a (28) eloszlással jellemezhető folyamatokat periferikusnak.

Hasonló periferikus jelleget mutat a rugalmatlan kölcsönhatások egy része is. A végállapotban szereplő részecskéket sokszor lehet két olyan csoportba osztani, hogy az általuk meghatározott *eredő* négyesimpulzus vektorral definiált  $t$  négyesimpulzus átadás (28)-hoz hasonló exponenciális lefutást mutasson a „periferikus-ságra” utaló kitevővel<sup>2</sup>

$$f(t) dt = e^{-\beta t + \gamma t^2 + \dots} dt,$$

$$\text{ahol} \quad t = p_f - p_i; \quad p_f = \sum_{j=1}^{N_1} p_j, \quad (31)$$

$$\text{vagy} \quad t = k_f - k_i; \quad k_f = \sum_{j=1}^{N_2} k_j.$$

Itt  $p_i$  és  $k_i$  az ütköző,  $p_j$  és  $k_j$  a végállapotban található és két csoportba sorolt részecskék négyesimpulzusát jelöli. Ezen periferikus reakciók egy alcsoportját, mint említettük, a kvázirugalmas ütközések alkotják, amely esetben még fennáll az is, hogy

$$p_f^2 = -M_p^2; \quad k_f^2 = -M_k^2, \quad (32)$$

<sup>2</sup> Ez a két csoport a tömegközépponti rendszerben szinte „magától” válik szét: az egyik csoport előre, a másik hátrafelé emittálódik.



ahol  $M_p$  és  $M_k$  bizonyos határokon belül állandóknak tekinthetők.<sup>3</sup> A kvázirugalmas események az ún. Dalitz-diagramon választhatók le (l. 2. ábra). Bebizonyítható, hogy a diagramon egyenletes pontsűrűség a nemkorrelált részecskék eloszlásának (fázistérnek) felel meg. Gyakran észlelhető (l. pl. 2. ábra), hogy bizonyos sávokban a kísérleti pontok anomálishan besűrűsödnek. A diagramnak a tengelyekre való vetülete ezeken a helyeken a hatáskeresztmetszet rezonanciaszerű megnövekedésére emlékeztet. Az esetek legnagyobb részében ez valóban rezonancia következménye is; a megfelelő kísérleti eloszlásokról leolvasható, hogy a tömegcsúcsot alkotó részecskecsoport meghatározott impulzusmomentummal, paritással stb. rendelkezik.

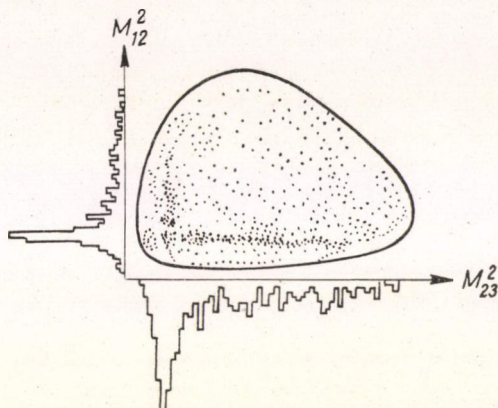
A végállapotban levő részecskék említett szétválasztása gyakran még egy további szempontból is indokolt. Megfigyelhető ugyanis, hogy sok esetben éppen e két részecskecsoport között nincs szögkorreláció. Hogy állításunkat számszerűbb formában mondjuk ki, vegyük fel vonatkoztatási rendszernek azt, ahol  $p_f$  térbeli komponense zérussal egyenlő. Válasszuk z-tengelynek e rendszerben

$p_f$  térbeli irányát a laborrendszerben, y tengelyként pedig a  $\mathbf{k}_f \times \mathbf{p}_i$  vektor irányát. Az így meghatározott koordinátarendszerben mért azimutiszög az ún. Treiman—Yang-féle szög, és a fenti állítás szerint a végállapot részecskéire vonatkozóan ez izotróp eloszlást kell mutasson. A két részecske-rendszer közötti szögkorreláció tanulmányozására, mint ahogy az a definícióból jól látszik, a két rendszerben külön-külön definiált Treiman—Yang-féle szögek közti korreláció vizsgálata szolgálhat.

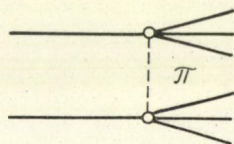
A rezonancia képződésnek bizonyos esetekben megfigyelt periferikus jellege és továbbá az a tény, hogy a különvált két részecskecsoport között nem figyelhető meg szögkorreláció, indokoltá teszi azt a feltételezést, hogy a két részecskecsoport között egy  $\pi$  mezon cserélődik ki, azaz a folyamat döntő részben a 3. ábrán látható Feynman-diagram szerint megy végbe [4—7]. A differenciális hatáskeresztmetszet láthatóan arányos lesz ez esetben a pion propagátor négyzetével:

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \frac{1}{(t + m_\pi^2)^2},$$

és ennek tulajdonítható megnövekedése a kis impulzusátadások mellett. Mint az könnyen belátható,  $t$  a fizikai tartományban mindig pozitív, sőt a zérus értéket sem



2. ábra. A  $K^+ p \rightarrow K^0 \pi^+ p$  (3 GeV/c) Dalitz-diagramja [9]. A vízszintes tengelyen a  $\pi^+ p$ , a függőlegesén a  $K^0 \pi^+$  effektív tömegnégyzete szerepel



3. ábra. Egy pioncserés, kvázirugalmas ütközés Feynman-diagramja

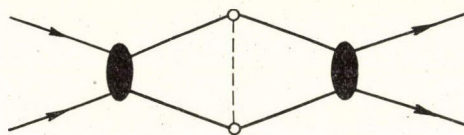
<sup>3</sup> E határokat rezonancia sávoknak nevezik.



éri el, ha  $-k_f^2 > -k_i^2$ , s így a differenciális hatáskeresztmetszet soha sem válik szingulárisrá.

Az *egymezoncserés modell*<sup>4</sup> konkrét folyamatokra történő alkalmazásánál kiderült azonban, hogy a pion-propagátor egyedül nem képes visszaállítani a hatáskeresztmetszet éles lecsökkenését. A legkézenfekvőbb ezt a tényt a vertex-pontokban jelenlevő renormalizációs hatásoknak tulajdonítani, amelyeket energia-független formfaktorokkal lehet figyelembe venni. A  $\pi p \rightarrow \varrho p$  folyamat alapján Amaldi és Selleri [8] kísérletileg határozta meg ezt a formfaktort, amely az 1–3 GeV-es tartományban hűen adja vissza a kísérleti eloszlásokat.

A  $t$ -eloszlás megfelelő helyreállításának egy másik módszere az ún. *abszorpciós modellen* alapszik. Ennek egy részletes áttekintése [9] munkában található meg, mi itt csak lényeges vonásain szeretnénk átfutni. Ismeretes, ha a bejövő hullám egy



4. ábra. A 3. ábrán látható folyamat az abszorpciós modellel módosítva

tökéletesen elnyelő korongra esik, a rugalmas szórás kizárólag a korongon szenvedett diffrakció eredménye lesz, amelyre jellemző az impulzusátadás eloszlás megnövekedése a kis értékek tartományában. Várható tehát, hogy a 3. ábrán szereplő diagramnak egy olyan módosítása, amely szerint a kezdeti és végállapot két-két „részcskéje” igen nagy ab-

szorpciós együtthatóval rendelkező potenciál hatására egymáson csaknem egészében véve<sup>5</sup> diffrakciós szóródást szenved (4. ábra), az impulzusátadás eloszlás meredekebb leeséséhez vezet. Részletesebb számolással valóban megmutatható, hogy a 3. és 4. ábrán látható folyamatok amplitúdói a

$$G(\varrho) \cong (1 - g_1(\varrho))G_B(\varrho)(1 - g_2(\varrho))$$

összefüggésben állnak egymással.  $B$ -vel jelöltük a 3. ábrának megfelelő szórás amplitúdót a rálövési paraméter függvényében; a jelölés arra utal, hogy a folyamat a Born-közelítésnek felel meg.  $g_1$ , ill.  $g_2$  a 4. ábrán látható rugalmas szórásokhoz tartozó rálövési paraméter eloszlások. Ha ezek alakját (29) kifejezéssel azonosítjuk, látható, hogy  $G(\varrho)$  értéke valóban élesen lecsökken a kis  $\varrho$ , vagyis a nagy  $t$  értékek tartományában. A modellben általában ismeretlen  $\varrho_{02}$  értéket szabadon hagyva, a kísérleti adatok sikeresen illeszthetők az esetek többségében.

<sup>4</sup> Az angol „one pion exchange” elnevezés nyomán a modellt OPE néven emlegetik a szakirodalomban.

<sup>5</sup> A *csaknem egészében* kifejezés arra utal, hogy a szóbanforgó esetben a rálövési paraméter eloszlásának (29) kifejezést választottuk, és nem az  $R$  sugarú, tökéletesen abszorbeáló koronghoz tartozó

$$g(\varrho) = \begin{cases} \text{áll.} & \text{ha } \varrho < R \\ 0 & \text{ha } \varrho \geq R \end{cases}$$

eloszlást. Kis impulzus átadások mellett ez a különbség azonban elhanyagolható. A tökéletesen elnyelő koronghoz tartozó differenciális hatáskeresztmetszet ugyanis  $\left( \frac{I_1(R\sqrt{t})}{R\sqrt{t}} \right)^2$ -tel arányos, és ez kis  $t$  értékek mellett valóban megegyezik (29) levezetésénél használt négyesimpulzusátadás eloszlással ( $I_1$  az elsőrendű Bessel-függvény).



A két modell között kísérletileg nehéz választani. Ha ugyanis az elasztikus szóródás energia függésétől kis energia tartományokban eltekintünk, az abszorpciós modell hatását is felírhatjuk energia független formfaktor alakjában. Vannak azonban olyan reakciók, amelyek rugalmas szórási hatáskeresztmetszete jelentősen különbözik egymástól. Ilyen pl. a  $NN$ , ill.  $\bar{N}N$  szórás, aholis az utóbbinál sokkal élesebb diffrakciós csúcs észlelhető a  $\bar{N}N$  rendszer nagyobb abszorpciós együttthatójának következményeként. Várható tehát, hogy a  $NN$ , ill.  $\bar{N}N$  ütközéseknek megfelelő kvázirugalmas szóródások ( $NN \rightarrow NN^*$  és  $\bar{N}N \rightarrow \bar{N}N^*$ ) szintén ugyanezt a tulajdonságot mutatják, ha a folyamat abszorpción keresztül megy végbe, míg a formfaktorral módosított OPE modell szerint a két eloszlásnak tökéletesen meg kell egyeznie. A megfigyelt eloszlások nagymértékben alátámasztják az abszorpciós modellt. Meg kell azonban említeni az ellenkező esetet is, nevezetesen a  $K^+p \rightarrow K^{*+}p$  és  $K^-p \rightarrow \bar{K}^*p$  reakciókban hasonló  $t$ -eloszlást találtak annak ellenére, hogy a megfelelő energiákon a  $K^+$  és  $K^-$  elasztikus szóródás különböző diffrakciós képet mutat.

Néhány esetben döntést hozhat a végállapot két rezonanciájának bomlás-termékei közötti *szöghkorreláció* (azaz pl. a Treiman—Yang-féle szögeloszlás) kimérése [9]. A formfaktorral módosított OPE modellben ugyanis nincsen szöghkorreláció, ezt a képet azonban módosítja a 4. ábra 1. és 2. vertexében lejátszódó rugalmas szórás. Ez a módosulás gyakran még markánsabban jelentkezik az OPE általánosított esetében,<sup>6</sup> ahol  $\pi$  mezon nem cserélődhet, csak nullától különböző spinű, valamilyen más mezon. Szöghkorreláció mérése általában két információhoz vezet: *a)* ha ismeretesek a végállapotbeli rezonancia kvantumszámái, meghatározhatók a kicserélt részecske tulajdonságai; *b)* a várt szöghkorreláció módosulásából következtetni lehet az abszorpciós hatásra.

Az egymezoncserés modell Born közelítése — a szöghkorreláció terén mutatott sikere mellett — két alapvető nehézséggel találkozunk. Mindkettő az uniteritás megsérülésével kapcsolatos. Az  $S$ -mátrix uniteritása miatt a  $T$  mátrix ki kell elégítse a

$$2\text{Im}T = T^+T \quad (33)$$

egyenletet. Innen leolvasható, hogy az egymezoncserés Born-közelítés — amely *valós* amplitúdókhoz vezet — biztosan nem adhatja a rugalmas szórás teljes járulékat, hiszen

$$2\text{Im}T_{ii} = \sum_{\alpha} |T_{i\alpha}|^2 \neq 0, \quad (34)$$

minthogy az erős kölcsönhatásban a jobb oldalon szereplő abszolútérték négyzetek biztosan nem hanyagolhatók el. Rugalmatlan folyamatoknál (33) egyenlet a

$$2\text{Im}T_{if} = \sum_{\alpha} T_{i\alpha}^* T_{\alpha f}$$

formát ölti, s általában remélhető, hogy a jobb oldali összeg egyes tagjai kompenzálják egymást. Az abszorpciós modell a Born-közelítésnek egy olyan módosítása, amely a rugalmas szórási amplitúdót tiszta képzetesnek, az összes rugalmatlanét pedig tiszta valósnak tekinti. Főképpen ebben áll a modell közelítő jellege.

Úgynevezett „unitarizálásra” szolgál többek között a **K mátrix modell** [10]. Mint megbeszéltük, a (7) egyenlettel bevezetett  $K$  mátrix elemei valósak és szimmet-

<sup>6</sup> E reakciók neve OME az angol „one meson exchange” nyomán.



rikusak. Ugyanezt a feltételt elégítik ki a Born-közelítés amplitúdói is. Kézenfekvő tehát utóbbiakat a  $\mathbf{K}$  mátrix elemeivel azonosítani. Ezzel az uniteritási feltétel automatikusan kielégül.

A másik említett nehézség abban áll, hogy az OME modellből számított amplitúdó  $s^J$ -vel arányos, ahol  $s$  a tömegközépponti energia négyzete,  $J$  pedig a kicserélt részecske impulzus momentuma. Az energia folytonos növelésével a hatáskeresztmetszet tehát a végtelenhez tart. Ez utóbbi tényen az abszorpciós modell sem tud segíteni, legfeljebb a divergencia sebességét csökkenti le. A  $\mathbf{K}$  mátrix modell ezzel szemben ugyan automatikusan biztosítja az uniteritási határ áthághatatlanságát, helyenként a nagyobb energiákon azonban a tapasztalattal ellentmondó eredményekre vezet.  $J=2$  spinű részecske cseréje esetén a modell szerint például az energia növelésével minden rugalmatlan szórási folyamat kihalna, csupán a rugalmas szórás maradna fenn.

A rugalmatlan szórások nagyenergiás viselkedését és a kvázi rugalmas ütközéseknek a rugalmasokkal való hasonlóságát kielégítően magyarázza a *Regge-pólus modell* [11]. Lényege, hogy a 3. ábra Feynman diagramján részecske helyett Regge-pólus cserélődik, a  $J$  spinértéket az  $\alpha(-m_j^2) = J$  feltételnek elegettevő  $\alpha(t)$  trajektória váltja fel, ahol  $m_j$  a  $J$  spinű részecske tömege. Ilyen módon az amplitúdó  $s^{\alpha(t)}$ -vel lesz arányos, amely  $t$  fizikai értékeire  $s^J$ -nél kisebb.

### Álrezonancia mechanizmusok

Álrezonancia mechanizmusokról akkor beszélünk, amikor bizonyos effektív tömegértékeknél a hatáskeresztmetszetnek rezonanciákra emlékeztető anomális megnövekedésével találkozunk, anélkül azonban, hogy a szórási amplitúdó valóban kielégítené a rezonancia feltételeit (azaz minden csatornában a Breit—Wigner-formulával közelíthető lenne, a hozzá tartozó végállapot meghatározott kvantumszámokkal rendelkezne stb.). Ezen feltételek jelenlétét ellenőrző módszerek alkalmazása sajnos a gyakorlatban igen sok nehézségbe ütközik, másrészt viszont valódi rezonáns rendszerek is gyakran eltorzulhatnak nem tökéletes elszigeteltségük folytán. A nagyenergiájú kísérleti fizika számára tehát nagy fontosságú mind az álrezonancia mechanizmusok, mindpedig azon jelenségek ismerete, amely valódi rezonanciák felismerését megnehezíti. Az alábbiakban ezek vázlatos ismertetésével szeretnénk foglalkozni.

Az álrezonancia mechanizmusok is elkülönülnek formálás és képződés szerint. Az előbbiekhöz tartozik az ún. *szórási hossz* jelensége. Helyettesítsük be (16) kifejezést (8) egyenletbe:

$$\begin{aligned}\sigma_i^{(i \rightarrow f)} &= 4\pi \frac{k_f}{k_i} \left| \frac{\beta}{1 - ik_i \alpha} \right|^2 \frac{1}{|1 - ik_f b|^2} = \\ &= 4\pi \left| \frac{\beta}{1 - ik_i \alpha} \right|^2 \frac{k_f}{1 + 2k_f \text{Im} b + |b|^2 k_f^2}.\end{aligned}$$

A reakció küszöbén, ahol tehát  $k_f \approx 0$  az első tényező közel állandó, a másodiknak viszont maximuma van  $k_f = 1/2 |b|^2$  értéknél. Ha tehát a szórási hossz elég nagy, a küszöb felett (olyan  $k_f$  értékeknél, ahol az ismertetett szórási hossz közelítés még érvényes) a hatáskeresztmetszet hirtelen maximumot érhet el.



Ezt az effektust gyakran elég nehéz megkülönböztetni a valódi rezonanciától, ugyanis a végállapot ez esetben is spin és paritás sajátállapotban van, a bomlási szögeloszlás tehát például nem szolgáltat többlet információt. A legkézenfekvőbb ilyenkor megnézni a rugalmas  $f \rightarrow f$  csatornát, az erre vonatkozó hatáskeresztmetszet ugyanis, mint az (8) és (14) egyenletekből következik:

$$\sigma(f \rightarrow f) = 4\pi \frac{|b|^2}{1 + 2k_f \text{Im}b + |b|^2 k_f^2} \quad (35)$$

a geometriai értéktől számítva monoton csökkenő. Gyakran azonban a rugalmas csatorna nem elérhető a kísérlet számára. Ilyen pl. a

$$K^- p \rightarrow \Lambda^0 \eta^0$$

reakció esete [12].  $\Lambda^0 \eta^0$  rugalmas szórás ma még nem tudunk előállítani. A valódi rezonancia megjelenése, illetve a szórási hossz effektus között az egyetlen döntési lehetőség jelen esetben abban áll, hogy a kísérleti adatokat egyszer a Breit—Wigner-formulához, másodszer pedig (35)-höz illesztjük, és megállapítjuk a két lehetőség valószínűségét.

Rezonancia képződésnél az álrezonancia mechanizmusokat egészen durván két nagy csoportba lehetne sorolni: az egyik tartalmazza a *végállapot jelenségeket*, a másik a *fázistér beszűkülését* eredményező mechanizmusokat. Mindkét csoportban meg lehet különböztetni továbbá kinematikai és dinamikai jelenségeket.

A kinematikai eredetű végállapotjelenségek túlnyomórészt interferencia következményei. Ismeretes, hogy azonos végállapotok interferálnak egymással. Más szóval valamely kezdeti állapotból adott végállapotba való átmenet valószínűségét az összes lehetséges amplitúdó összegének abszolútérték négyzete adja. Ez utóbbit képezve fellépnek keresztszorzatok, amelyeket más néven interferencia tagoknak nevezünk. Minthogy az erős kölcsönhatások amplitúdóit nem tudjuk exaktul számolni, ezen interferencia tagok súlyát is legtöbbször csak intuitív alapon döntjük el.

Kézenfekvő például feltételezni, hogy az alábbi két különböző folyamatból

$$\begin{aligned} \pi^+ p &\rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- p \\ &\rightarrow \rho^0 \pi^+ p \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^+ p \end{aligned} \quad (36)$$

származó három pion nem interferál egymással, ha a keletkező ro-mezon elég gyors ahhoz, hogy még elbomlása előtt kiszabaduljon abból a tartományból, ahol a pi-mezonok hullámfüggvénye átfedheti egymást. A bomlásig befutott távolság durván  $(p/m\Gamma) \times 185$  fermivel egyenlő, ahol  $p$ ,  $m$ , ill.  $\Gamma$  a ro-mezon impulzusa, tömege, ill. szélessége MeV egységekben. Kitűnik, hogy a keletkező ro impulzusának növekedése az interferencia megszűnéséhez vezet. Ha a ro-mezon impulzusa viszont a kritikus határ alatt marad,<sup>7</sup> ez az alábbi jelenségeket hozhatja létre.

1. Interferencia alakul ki az azonos impulzus konfigurációval rendelkező végállapotok között. A végállapotok eredetét illetően a következő eseteket érdemes megkülönböztetni:

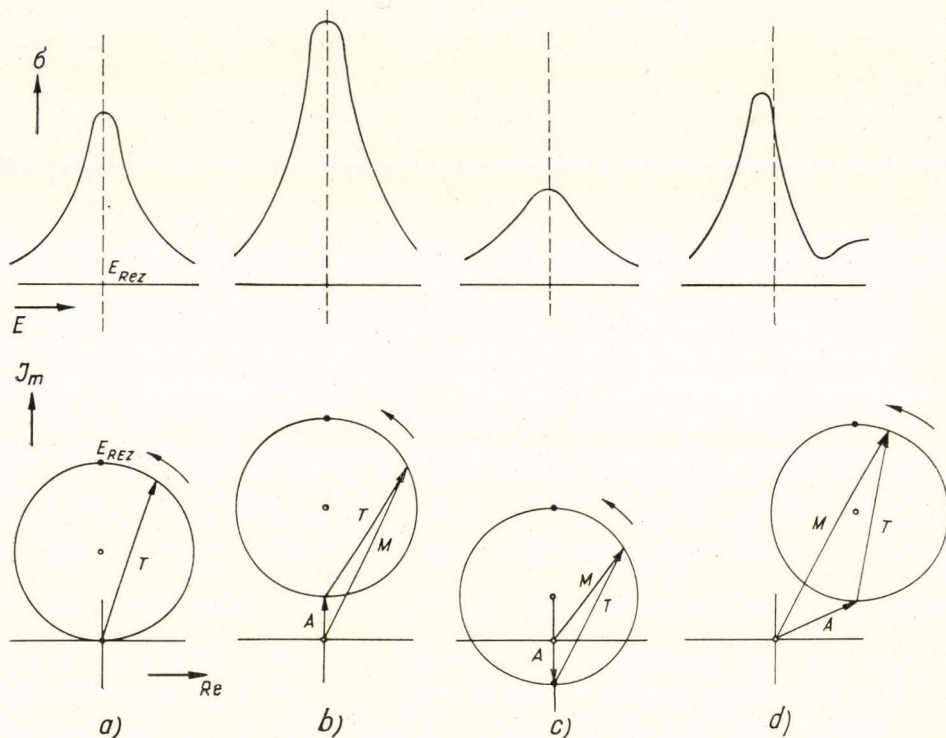
- a ro-mezonból származó pi-mezonok interferálnak a nem korrelált részecskékből álló háttérrel;
- interferencia jön létre rezonancia sávok átfedési területén;

<sup>7</sup> Ez hozzávetőlegesen 700 MeV/C értéknek felel meg.



c) az azonos részecskék között interferencia figyelhető meg az amplitúdó szimmetrikus, illetve antiszimmetrikus jellege miatt.

Mármost nem nehéz elképzelni, hogy a felsorolt jelenségek könnyen eltorzítják a rezonanciák karakterisztikáit, másrészt új álrezonanciák keletkezéséhez vezethetnek. A nemkorrelált részecske háttér hatását az 5. ábrán láthatjuk. Mint



5. ábra. A Breit-Wigner-görbe háttér okozta torzulásainak néhány jellemző esete.  $T$  — a szórási amplitúdó;  $A$  — háttér amplitúdó;  $M$  — tényleges amplitúdó;  $\sigma$  — a mért hatáskeresztmetszet

később visszatérünk rá, a  $d$  ábrán megfigyelhető torz Breit—Wigner-görbe jellegzetes kinematikai álrezonancia effektusra emlékeztet. Könnyen előfordulhat továbbá, hogy a háttér amplitúdó a teljes tömegközépponti energia valamilyen függvénye, amelynek következtében a Breit—Wigner-görbe súlypontja és szélessége anomális módon változik az energiával. Ez szintén az álrezonancia mechanizmusok jellegzetessége. Végül a rezonancia szögeloszlása saját rendszerében előre-hátra aszimmetriát mutat [13], és ez újra csak összetéveszthető kinematikai álrezonancia mechanizmussal.

A rezonancia sávok átfedési helyein fellépő konstruktív interferencia néha kielégítő magyarázatul szolgál megfigyelt tömegcsúcsok létezésére. Három végállapotbeli részecske esetén a három rezonancia sáv közös metszéspontja egyértelműen lerögzíti a három részecske effektív tömegét. Ha tehát e pontban konstruktív



interferencia lép fel, a három részecske effektív tömegeloszlásában a kérdéses pontban csúcs jelentkezhet.

A Bose-szimmetrizálás kérdését vizsgáljuk meg a (36) folyamat konkrét esetében. Két olyan amplitúdót kell összeadnunk, amikor a  $\pi^-$  rögzített  $p_3$  négyes impulzusa mellett egyszer a róból kilépő  $\pi^+$  rendelkezik  $p_1$  impulzussal és a másik  $p_2$ -vel, majd fordítva, a róhoz tartozó  $\pi^+$   $p_2$  és a másik  $p_1$  négyes impulzussal. E két végállapot ugyanis egymástól teljesen megkülönböztethetetlen. Interferencia itt újra csak akkor áll fenn, ha mind a két  $\pi^+$ -nak a  $\pi^-$ -szal alkotott invariáns tömege a ró-sávba esik. A megfelelő két amplitúdó fázisviszonyait pontosan nem ismerjük, így előre nem tudjuk megjósolni az interferencia eredményét. Egyetlen eset kivételével, mégpedig amikor  $p_1 = p_2$ . Ekkor ugyanis az interferencia konstruktív, lévén, hogy a két amplitúdó egymással teljesen azonos. Ez a feltétel azonban a három pion effektív tömegét már egyértelműen meghatározza:

$$M^2 = -(2p_1 + p_3)^2 = 5m_\pi^2 - 4p_1p_3.$$

Minthogy azonban fennáll, hogy

$$(p_1 + p_3)^2 = -m_\rho^2,$$

vagyis

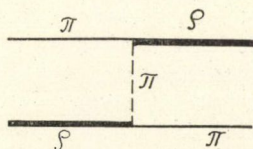
$$2p_1p_3 = -m_\rho^2 + 2m_\pi^2,$$

a három pion effektív tömege

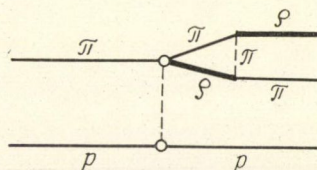
$$M^2 = 2m_\rho^2 + m_\pi^2$$

kifejezéssel egyenlő, ahonnan  $M = 1,09$ . A dolog érdekessége, hogy (36) reakcióban  $M$  körül valóban észleltek is csúcsot [14], az ezt alkotó események között azonban nem szerepeltek különösebb többséggel azok, ahol mind a két lehetséges  $\pi^+\pi^-$  kombináció a ró-sávba esett. Ebből arra lehet következtetni, hogy az említett folyamatban összeadott két amplitúdó a  $p_1$  és  $p_2$  impulzusok megegyezése után hamar kiesik a fázisból. Az észlelt tömegcsúcsnak egyébként az  $A_1$  nevet adták, annak a feltételezésnek adván helyet, hogy ez valóban rezonancia, bár a csúcs képződésében feltétlenül szerepet kap a bemutatott interferencia jelenség is.

2. *A végállapot jelenségek dinamikai változata*, vagyis közösleges végállapot kölcsönhatás lép fel a ró-mezonból kibomló és a harmadik pion között. Ennek egyik példája a Peierls-mechanizmus [15]. Lényege röviden az, hogy a 6. ábrán látható gráfnak nyilvánvalóan pólusa van a  $-m_\pi^2$  nagyságú négyesimpulzus átadás esetén. Ez a tömegviszonyoknak megfelelően a fizikai tartományba esik, ha a külső vonalak a tömeghéjon vannak. Tekintsük ezután a (36) folyamatnak megfelelő gráfot (7. ábra). Ha a kirepülő  $\rho^0$  és  $\pi^+$  a tömeghéjon vannak és a Peierls-gráf



6. ábra. Diagram a Peierls-mechanizmushoz



7. ábra. Az  $A_1$  csúcs értelmezése a Peierls-mechanizmus szerint



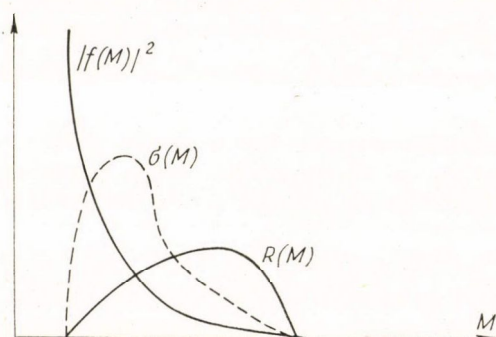
szerint lépnek egymással kölcsönhatásba, a végső soron kilépő  $q^0$  és  $\pi^+$  megjelenési valószínűségéhez a döntő járulékot a fent említett pólus adja. Ez pedig, mint ahogy azt a Feynman szabályok alkalmazásával könnyen beláthatjuk, éppen a már említett  $A_1$  rezonancia tömegértékénél emeli meg a  $q\pi$  invariáns tömegeloszlást. Bár a Peierls-mechanizmus ezen leegyszerűsített alkalmazása ellen érvek merültek fel [16], sikerült azt olyan formában általánosítani, amely már kiállja a felhozott ellenvetéseket, és mindamellett a fent leírt kinematikai effektus továbbra is fennáll [17].

Effektív tömegeloszlásokban maximumok úgy is létrejöhetnek, hogy a tömegskálán rendelkezésre álló terület kinematikai vagy dinamikai okokból beszűkül. *Kinematikai* oknak nevezzük, ha ez amiatt következik be egyszerűen, hogy az egyéb keletkező részek kevés energiát hagynak a vizsgált részecske-csoport számára. A legegyszerűbb példa: adott  $E$  tömegközépponti energiával végbemenő ütközésben keletkezzék  $n$  részecske különböző  $m_i$  tömegekkel, mondjuk a független részecske modell szerint. Ezen  $n$  darabból kiválasztott  $k$  részecske effektív tömege számára

rendelkezésre álló térfogat a  $\sum_{i=1}^k m_i$  és  $E - \sum_{j=1}^{n-k} m_j$  határok közé esik. Ez a tartomány  $n$ -től,  $k$ -tól, valamint a keletkező részecskék tömegétől függően látnivalóan lehet igen szűk is, és adhat álmimumot az eloszlásban. E maximum súlypontja és főként szélessége azonban  $E$ -től elég szorosan függ, így utóbbi változtatásával könnyen felfedhető a tömegcsúcs mibenléte.

Bonyolultabb az eset, amikor e határok függetlenek a kísérletben változtatható paraméterektől. Ez fordul elő például akkor, amikor  $E$  valamilyen részecske vagy rezonancia tömege. Detektorunk sok esetben nehezebb rezonanciák kaszkád-szerű lebomlása után a bomlástermékeknek csak egy kis hányadát tudja regisztrálni. Ezek tömegeloszlása gyakran olyan kis intervallumba szorul be, hogy a kis keltési hatáskeresztmetszet ellenére is maximumot lehet észlelni a kérdéses helyen. Ha nincsen mód a regisztrálási hatások megnövekedésére, csaknem az egyetlen mód Monte Carlo-számítással „lejátszani” a legvalószínűbb kaszkádbomlásokat, vagy a [18] munkában bemutatott módszer szerint kiszámítani a várható álmimumokat.

Az invariáns tömegeloszlás összeszűkülhet *dinamikai* okokból is, azaz a folyamat amplitúdójának nem állandó volta miatt. Szemléletes magyarázatul a 8. ábra szolgál, amely az egyik legtipikusabb esetet mutatja be. Itt  $|f(M)|^2$  az amplitúdó



8. ábra. Szemléltetés dinamikai fázistér beszűküléshez

abszolútérték négyzete,  $R(M)$  a fázistér  $\sigma(M)$  pedig az eredőül kapott hatáskeresztmetszet. Látható, hogy az álmimum elegendő feltétele a szórási amplitúdó exponenciális csökkenése. A rezonancia képződés tárgyalásánál azonban láttuk, hogy majdnem minden kvázirugalmas ütközésre (28) lefutás jellemző. Mármost nem nehéz belátni, hogy ez az exponenciális lecsés a  $t$  változóról átvihető megfelelően kiválasztott részecske csoport invariáns tömegeloszlására. Ezen a felismerésen alapszik az ún. *Deck-mechanizmus*. Mint azt Deck megmu-



tatta [19], a (36) reakcióban észlelt  $A_1$  csúcs lehet egyszerűen a 9. ábrán bemutatott Feynman-gráfnak megfelelő mechanizmus eredménye, ahol a mezon és nukleon vertex között egy pion cserélődik ki, s ez utóbbi a protonon tiszta diffrakciós szóródást szenved. Ez a leírás az észlelt  $A_1$  csúcsot az adott energián többé-kevésbé megmagyarázza. Minthogy a jelenlevő nagy háttér miatt a kvantumszámok meghatározása nem hatásos, az  $A_1$ -nek a Deck-mechanizmustól való elhatárolására meg kell növelni a bejövő pion energiáját; az álmaximum ugyanis ekkor ki kell szélesedjék, és el kell tolódjék magasabb tömegértékek felé.

Legyen másik példánk nagyenergiájú pionnak atommagon történő ún. diffrakciós disszociációja,<sup>8</sup> amely a

$$\pi^- \mathcal{N} \rightarrow \pi^- \pi^+ \pi^- \mathcal{N}$$

reakció szerint megy végbe. A bejövő pion a nukleonnak olyan kis longitudinális és transzverzális impulzust ad át, hogy utóbbi egészként vesz részt a reakcióban, úgy viselkedik, mint a pionhullám útjába került akadály, amelyen a pion elhajlást szenved. Eközben azonban, a kis longitudinális impulzus átadás következményeként egy magasabb tömegűre kerül a pion, és három továbbira esik szét. E modell alapján megjósolható a végállapot három pionjának effektív tömegeloszlása [20]. Az elmondottak szerint fennáll

$$M \simeq \sqrt{2p_0 q_{||}}$$

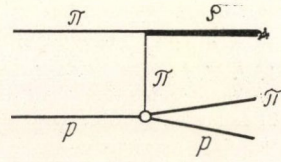
egyenlet, ahol  $M$  a három pion effektív tömege,  $p_0$  a bejövő pion energiája és  $q_{||}$  az átadott longitudinális impulzus a laborrendszerben. A határozatlansági összefüggés miatt azonban fennáll, hogy

$$q_{||} \gtrsim \frac{\hbar}{R},$$

ahol  $R$  a mag sugara. Ilyen módon  $M$  is felülről korlátos lesz, vagyis eloszlása valamilyen  $M_0$  értéken felül zérussá válik. Minthogy  $R \sim A^{1/3}/m_\pi$ , nehéz magok esetén  $M_0$  viszonylag kicsi ( $\sim 1$  GeV nagyságrendű), az effektív tömegeloszlás beszűkül  $3m_\pi$  és 1 GeV közé. A modellt emulziós magokra alkalmazva a 10–20 GeV primer pion energiák tartományában, megmutatható, hogy  $M$  eloszlása az  $A_1$  helyén csúcsot ad [21]. Hasonlóan a Deck-mechanizmushoz, az álmaximum helye és szélessége energiafüggő, konkrét számolások szerint ez utóbbi jelenség azonban csak nagy energia különbségek mellett mutatható ki.

Összefoglalva, láthatjuk, hogy álrezonancia mechanizmusok csaknem kizárólag a *keltési küszöb közvetlen környékén* jelentkeznek. Az esetek egy részében ezért az energia növelésével egyszerűen ki lehet őket zárni. Ott, ahol ez nem lehetséges, mint például az  $A_1$  álmaximum bemutatott példáján (legalábbis a rendelkezésre álló energiák mellett), bonyolult és több oldalú ellenőrzésnek kell alávetni a megfigyelt tömegcsúcsot. Ezen ellenőrzések néha elég pontatlan jellege miatt ajánlatos majdnem minden, csak közvetlenül a küszöb felett előállítható rezonancia neve mellé táblázatainkban kérdőjelet tenni.

<sup>8</sup> A diffrakciós disszociációs jelenség részletes összefoglalása megtalálható Gombosi E. ugyanezen az iskolán elhangzott előadásában, valamint [22] alatt felsorolt munkákban.



9. ábra. A Deck-mechanizmus Feynman-diagramja



## IRODALOM

1. *J. M. Blatt, V. F. Weisskopf*, Theoretical Nuclear Physics 320. o. és Appendix A
2. *R. H. Dalitz*, Strange Particles and Strong Interaction Oxford University Press (1962)
3. *E. Fermi*, Progr. Theoret. Physics, 5, 570 (1950)
4. *G. F. Chew, F. E. Low*, Phys. Rev. 113, 1640 (1959)
5. *S. D. Drell*, Phys. Rev. Lett. 5, 342 (1960); Rev. Mod. Phys. 33, 458 (1961)
6. *F. Salzman, G. Salzman*, Phys. Rev. 120, 599 (1960)
7. *E. Ferrari, F. Selleri*, Nuovo Cim. Suppl. 24, 453 (1962)
8. *U. Amaldi, F. Selleri*, Nuovo Cim. 31, 360 (1964)
9. *J. D. Jackson*, Rev. Mod. Phys. 37, 484 (1965)
10. *R. H. Dalitz*, Rev. Mod. Phys. 33, 471, (1961)
11. *M. M. Islam*, Nuovo Cim. 30, 579 (1963)
12. *D. Berley et al.* Phys. Rev. Lett. 15, 641 (1965)
13. *R. H. Dalitz*, Ann. Rev. Nucl. Sci. 13, 339 (1963)
14. Aachen—Berlin—Bonn—Hamburg—London—München collab. Phys. Lett. 10, 226 (1964);  
*G. Goldhaber, S. Goldhaber*, UCRL 16744 (1966)
15. *R. F. Peierls*, Phys. Rev. Lett. 6, 641 (1961);  
*M. Nauenberg, A. Pais*, Phys. Rev. Lett. 8, 82 (1962)
16. *C. Goebel*, Phys. Rev. Lett. 13, 143 (1964)
17. *M. Month*, Phys. Lett. 18, 357 (1965)
18. *E. Nagy*, Nuovo Cim. 49a, 280 (1967)
19. *R. T. Deck*, Phys. Rev. Lett. 13, 169 (1964)
20. *E. Nagy*, Nucl. Phys. 79, 691 (1966)
21. *G. Bozóki et al.* Phys. Lett. 18, 20 (1965)
22. *F. Conte et al.*, Nuovo Cim. 51A 174 (1967);  
*J. F. Allard et al.*, Nuovo Cim. 46A 737 (1967).

MAGYAR  
KÖZLEMÉNYEK  
KÖNYVTÁRA

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat beérkezett: 1968. IV. 17. — Példányszám: 500 — Terjedelem: 9,45 (A/5) ív

68-5922 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám:  
43-790-057-181) útján eszközölhetők



Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

INDEX: 26,491

## TARTALOMJEGYZÉK

	oldal
<i>Gálfi László és Kunszt Zoltán: Mezon és barion rezonanciák szórásamplitúdók</i> .....	313
<i>Sebestyén Ákos és Surányi Péter: A nagyenergiájú Regge-pólus elmélet néhány új eredménye</i>	347
<i>Szegő Károly és Tóth Kálmán: A szórási amplitúdó analitikus tulajdonságai és Regge-pólus családok</i> .....	371
<i>Frenkel Andor: Nyugvó antiproton—nukleon annihiláció</i> .....	387
<i>Nagy Elemér: Rezonancia keletkezési mechanizmusok</i> .....	401

## KÖNYVISMERTETÉS

<i>Zimmer H. G., Geometrische Optik. (P. E.)</i> .....	346
<i>Becker, R., Theory of Heat. (P. E.)</i> .....	346
<i>Flügge, S. Lehrbuch der Theoretischen Physik. II. (P. E.)</i> .....	386
<i>Handbuch der Physik. Band XXIX. (P. E.)</i> .....	386



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

5. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10–10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóiratról évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelmében.

A kéziratok a következő címre küldendők:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, síma, fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írjanak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.



# NEUTRONAKTIVÁLÁSOS ANALÍZIS\*

QUITTNER PÁL

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet, Budapest

A neutronaktiválós analízis napjaink egyik legérzékenyebb analitikai módszere. A cikkben ismertetjük az aktivációs analízis elvét, főbb lépéseit és irodalmát. Tár-  
gyljuk a minták radioaktívá tételének különböző lehetőségeit, az aktiváláshoz leg-  
gyakrabban használt sugárforrásokat. Röviden ismertetjük a radioaktív izotópok szét-  
különítésére általánosan alkalmazott kémiai elválasztásokat, majd részletesen ismer-  
tetjük a keletkező radioaktivitás mérésére szolgáló módszereket, és összehasonlítjuk  
a szcintillációs és félvezető detektorokat az aktivációs analízisben való alkalmazható-  
ságuk szempontjából. Foglalkozunk a mérés közben leggyakrabban előforduló hiba-  
lehetőségekkel, a zavaró aktivitásoknak nukleáris mérésekkel való kiküszöbölésével,  
és a mérési eredmények számológépes kiértékelésével. Néhány példán bemutatjuk az  
aktivációs analízis gyakorlati alkalmazását is.

## Bevezetés

A modern ipar egyre szélesebb körben és állandóan növekvő mennyiségben  
igényli a legkülönbözőbb nagytisztaságú alapanyagokat. Félvezető gyártásnál pl.  
egyes szennyező elemek koncentrációja még a  $10^{-7}\%$ -ot sem haladhatja meg.

Biológiai vizsgálatok alapján kiderült, hogy az élő szervezetekben egyes, csak  
igen kis mennyiségben jelenlevő nyomelemek eloszlása egyrészt egyénenként spe-  
cifikus, másrészt mennyisége jelentős befolyást gyakorolhat a szervezet működésére.

A hagyományos kémiai analitikai eljárások érzékenysége a legtöbb esetben  
nem elegendő ilyen csekély anyagmennyiségek kimutatására. Az aktivációs analízis  
módszerével azonban a legtöbb elemről nagyságrendekkel kisebb mennyiségek is  
meghatározhatók, mint a spektroszkópiai, kolorimetrikus, gravimetrikus vagy egyéb  
analitikai módszerek segítségével. Egyes esetekben az aktivációs analízis érzékenysége  
ugyan nem jobb, mint a másfajta vizsgálati eljárásoké, azonban gyorsasága, auto-  
matizálhatósága révén nyújt előnyöket velük szemben.

## I. Az aktivációs analízis módszere

### 1. Az aktivációs analízis elve és főbb lépései

Az aktivációs analízis segítségével különböző anyagok elemi összetételét lehet  
nagy érzékenységgel és gyorsasággal meghatározni. Az analizálandó mintát nukleáris  
részecskékkel (legtöbbször neutronokkal) besugározzák. Ennek következtében mag-  
reakciók jönnek létre, a mintában radioaktív izotópok keletkeznek. Ezek különböző  
sugárzások kibocsátásával bomlanak el. A kilépő sugárzás fajtája, energiája és erős-  
ségének időbeli csökkenése jellemző a kibocsátó, ezen keresztül a besugárzott ele-  
mekre. A besugárzott minták radioaktivitásának mérésével ilyen módon kvalitatív  
elemzést lehet elvégezni.

\* Érkezett 1968. II. 8.



Kvantitatív elemzésnél abszolút aktivitás mérésből, a besugárzó részecskék fluxusából és a magreakció hatáskeresztmetszetéből a besugárzott elem mennyisége kiszámítható. A gyakorlatban azonban legtöbbször egy másik út használatos. A meghatározandó elem ismert mennyiségét is besugározzák az analizálandó mintával teljesen azonos körülmények között. Ennek aktivitását összehasonlítva a mintának a mérendő elemből származó aktivitásával, a két aktivitás arányából a mintában levő elem mennyisége megállapítható. Az első eljárást az aktivációs analízis *abszolút*, a másodikat a *relatív* módszerének szokták nevezni.

A módszer érzékenységét végső fokon a detektált részecskék száma szabja meg. Ez a keletkező radioaktív magok számán keresztül függ a besugárzó részecskék számától, a besugárzási és mérési időtől, a magreakció hatáskeresztmetszetétől, ami elemenként és a bombázó részecskék fajtájától és energiájától függően is változik, valamint a mérőrendszernek a kibocsátott sugárzásra vonatkoztatott megszólalási valószínűségétől.

### I. TÁBLÁZAT

Neutronaktivációs analitikai vizsgálatok maximális érzékenysége  $10^{13}$  n/cm<sup>2</sup>/sec fluxusnál

Elem	Maximális érzékenység nagyságrendje (g)
Európium, diszprózium	$10^{-12}$
Holmium, indium, irídium, lutécium, mangán, rénium, szamárium	$10^{-11} - 10^{-10}$
Antimon, arany, arzén, bróm, gallium, itterbium, jód, lantán, nátrium, praezodimium, palládium, réz, szkandium, tantál, terbium, tullium, volfrám	$10^{-10} - 10^{-9}$
Bárium, cink, erbium, foszfor, gadolinium, germánium, hafnium, ittrium, kadmium, kálium, klór, kobalt, nikkel, ozmium, rubidium, szelén	$10^{-9} - 10^{-8}$
Cérium, cink, cirkónium, ezüst, higany, króm, molibdén, neodinium, platina, ruténium, stroncium, tallium, tellur	$10^{-8} - 10^{-7}$
Bizmut, kalcium, kén, szilícium, vas	$10^{-7} - 10^{-6}$

Normál körülmények között mintegy 65 elemből 0,05  $\mu$ g még kimutatható. Egyes elemekre az érzékenység még sokkal jobb, elérheti a  $10^{-6}$   $\mu$ g-ot is. Az I. táblázatban feltüntettük az aktivációs analízis érzékenységét különböző elemekre  $10^{13}$  n/cm<sup>2</sup>/sec besugárzó fluxusnál, míg a II. táblázatban megadtuk az aktivációs analízissel különféle besugárzások után meghatározható elemeket. A neutronaktivációs analízis érzékenységét különböző kísérleti körülmények között több táblázatban is megtalálhatjuk [1, 2, 3].

A neutronaktivációs analízis és a különböző kémiai analitikai módszerek érzékenységének összehasonlítása alapján megállapítható, hogy a periódusos rendszer legkönnyebb elemeinek kivételével az aktivációs analízis érzékenysége általában két nagyságrenddel meghaladja az egyéb eljárásokét [4].

Az I. táblázatban feltüntetett értékek csak akkor érvényesek, ha a mérendő elemből származó aktivitást más sugárzás nem zavarja. Ha egyéb zavaró aktivitások is keletkeznek, akkor a roncsolásmentes vizsgálatoknál az érzékenység több nagy-



ságrenddel rosszabb lehet. Ilyen esetekben — ha szükséges — megfelelő kémiai eljárások segítségével elválasztják egymástól a mérendő és a zavaró sugárzást kibocsátó atomokat. Jól megválasztott kémiai szétválasztási műveletek után az érzékenység zavaró aktivitások keletkezése esetén is jelentősen javítható, és legtöbbször megközelíti vagy el is éri az I. táblázatban megadott értékeket. Egyes elemkombinációknál a felezési idők különbözőségének kihasználásával, valamint speciális nukleáris mérési módszerekkel (pl. koincidencia kapcsolásokkal, anti-Compton spektrométerrel) kémiai elválasztás nélkül is jelentősen lecsökkenthetők a zavaró aktivitások.

## II. TÁBLÁZAT

## Aktivációs analízissel meghatározható elemek



H He  
 Li Be B C N O F Ne  
 Na Mg Al Si P S Cl Ar  
 K Ca Sc Ti V Cr Mn Fe Co Ni Cu Zn Ga Ge As Se Br Kr  
 Rb Sr Y Zr Nb Mo Tc Ru Rh Pd Ag Cd In Sn Sb Te J Xe  
 Cs Ba La Hf Ta W Re Os Ir Pt Au Hg Tl Pb Bi Po At Rn  
 Fr Ra Ac  
 Ce Pr Nd Pm Sm Eu Gd Tb Dy Ho Er Tm Yb Lu  
 Th Pa U

**ÉRZÉKENYSÉG:**

$$\begin{aligned} \text{Mn} &= 10^{-10} - 10^{-12} \text{ g} \\ \text{Al} &= 10^{-8} - 10^{-9} \text{ g} \\ \text{Zr} &= 10^{-7} \text{ g} \\ \text{Tl} &= 10^{-6} \text{ g} \end{aligned}$$

$H$  = nem határozható meg

$Ac^*$  = radioaktiv elem

 = csak rövid besugárzással meghatározható  
 = rövid besugárzással is meghatározható

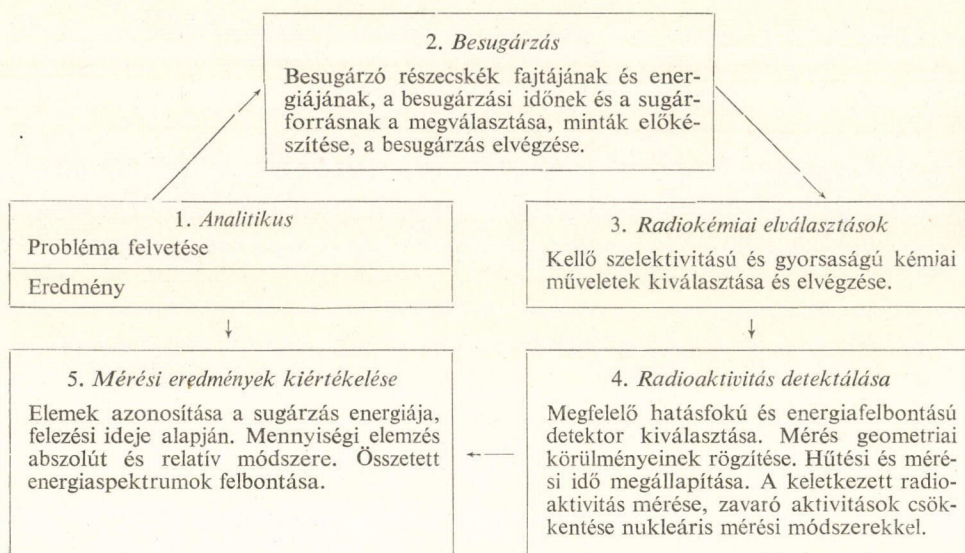
(B)(C) = *proton vagy deutron  
aktivációval meghatározható*

$NO$  = gyorsneutronokkal  
meghatározható

Az aktivációs analitikai vizsgálatoknál rendszerint a keletkező radioaktív atommagok gamma-sugárzását mérik, mivel ebben az esetben a mintában történő önabszorpció csekély, és a kilépő sugárzás energiája is jól meghatározható. Rencsólásmentes vizsgálatoknál azonban általában egyidejűleg detektáljuk több radioaktív izotóp gamma-sugárzását. Az egyes elemek mennyiségi meghatározásához szükséges az így kapott összetett spektrum összetevőire való szétbontása, dekomponálása. Ez egyszerűbb esetekben történhet grafikus úton, azonban bonyolultabb spektrumoknál kellő pontosságot csak számológéppel való dekomponálással lehet elérni.

Az aktivációs analízisnél fellépő munkafolyamatokat sematikusán az 1. ábrán tüntettük fel.





I. ábra. Az aktivációs analízis főbb lépései

Összefoglalva tehát, az aktivációs elemzés főbb lépései a következők:

1. A probléma kiválasztása,
2. a minták előkészítése, besugárzás,
3. radiokémiai elválasztások,
4. nukleáris mérések,
5. a kapott mérési eredmények kiértékelése.

Ezen lépések végrehajtása közben az analitikusnak a következő főbb problémákat kell megoldania:

Adott alanyanyagban bizonyos szennyezéseket megfelelő érzékenységgel kell meghatározni. A vizsgálandó elemek nukleáris tulajdonságai alapján megállapítja, hogy a rendelkezésére álló kísérleti lehetőségek mellett a vizsgálat elvégezhető-e aktivációs analízissel, vagy inkább más módszer alkalmazása lesz célszerű. Ha az aktivációs analízis mellett dönt, akkor az adott kísérleti lehetőségek közül kiválasztja a besugárzásra legmegfelelőbb részecskék fajtáját, energiáját, meghatározza a besugárzási időt, és a besugárzás befejezésétől a radioaktivitás méréséig szükséges ún. hűtési időt. Ezután elvégzi a szükséges radiokémiai elválasztásokat. Ezen műveletekhez tekintetbe kell venni az aktív anyagokra vonatkozó sugárvédelmi előírásokat. A mérendő és az esetleg zavaró radioaktív sugárzások tulajdonságai, valamint a kísérleti lehetőségek figyelembevételével kiválasztja a legmegfelelőbb nukleáris detektort, meghatározza a mérés időtartamát és geometriai körülményeit. A kapott nukleáris mérési adatokból megfelelő matematikai kiértékelési eljárás segítségével megállapítja a mintában levő különböző összetevők vagy szennyezések mennyiségét.



## 2. Az aktivációs analízis előnyei és hátrányai

Mint azt már az előző pontban említettük, az aktivációs analízis legnagyobb előnye az igen nagy érzékenység. A mérések gyakorlati kivitelezése szempontjából még további nagy előny, hogy a szükséges kémiai műveleteket általában a besugárzás után lehet elvégezni. Ezáltal a különféle kémiai reagensekben levő szennyezések, melyek az egyébfajta mikroanalitikai módszerek eredményeit jelentősen meghamisíthatják, itt nem okoznak zavart. Ugyancsak könnyebbé teszi a mérést, hogy a besugárzás utáni kémiai műveleteknél megfelelő mennyiségű inaktív hordozó hozzáadása után már nem mikromennyiségekkel kell dolgoznunk, és ezeket az elválasztási műveleteket sem kell általában kvantitatívan elvégeznünk. A kémiai kitermelést a mintához hozzáadott inaktív hordozó alapján, vagy ismert mennyiségű jelzett izotóp (pl. a mintával együtt besugárzott standard) segítségével külön is meg tudjuk határozni.

A kémiai elválasztásokkal kombinált roncsolásos aktivációs analízis igen specifikus. Roncsolásmentes vizsgálatoknál is sokszor előfordul, hogy a mintából keletkező radioaktív elemek sugárzásának felezési ideje és energiája annyira különbözik, hogy a módszer gyakorlatilag specifikusnak tekinthető.

További előnyt jelent még a módszer gyorsasága. Egyes vizsgálatok a reaktorba vagy neutrongenerátorhoz beépített gyors besugárzó berendezés segítségével néhány másodperc alatt elvégezhetők. A fejlődést biztosítja, hogy a mérési eljárás viszonylag könnyen és biztosan automatizálható. Ma már működik olyan aktivációs analitikai laboratórium is, amelyik naponta több száz minta automatikus elemzésére képes [5, 6, 7].

## 3. Az aktivációs analízis általános irodalma

Az első aktivációs analitikai vizsgálatokat a magyar származású *Hevesy és Levi* végezte 1936–38-ban [12, 13]. Radioaktív neutronforrás segítségével ritkaföldfémek keverékét aktiválták fel, és a hosszadalmas kémiai elválasztások helyett a radioaktivitása révén határozták meg a keverékben levő eurórium és diszprózium mennyiségét. Az azóta eltelt 30 év alatt a módszer igen széles körben elterjedt. Előnyei elsősorban a reaktorokkal elérhető nagy neutronfluxusok felhasználása után domborodtak ki. Az aktivációs analízis gyors fejlődésére jellemző, hogy míg 1938-ban pl. csak  $10^{-5}$  g eurórium kimutatására volt alkalmas a módszer, addig ma ugyancsak az elemre az érzékenység már  $10^{-12}$  g körül van. A termikus reaktorok mellett újabban egyre gyakrabban alkalmazzák a neutrongenerátorokat is sugárforrásként aktivációs analitikai célokra. Ezeknek, a generátor kisebb ára, terjedelme és könnyebb telepíthetősége miatt elsősorban a gyakorlati ipari alkalmazásoknál van nagy jövője [12]. Ugyancsak ilyen okokból alkalmazzuk gyors, nem túl nagy érzékenységű analízisre, elsősorban főkomponensek meghatározására radioaktív neutronforrásokat is. Igen rövid felezési idejű izotópokra nagy érzékenységet értek el pulzált üzemű reaktorban való felaktiválással [13]. Könnyű elemeket töltött részecskékkel vagy elektromágneses sugárzással aktiválnak fel. Erre a célra különböző típusú gyorsítókat (ciklotron, Van de Graaf, lineáris gyorsító) használnak fel sugárforrásként.

Az aktivációs analízis fontosságát mutatja a témával foglalkozó publikációk rohamosan növekvő száma is. 1954–55-ben összesen mintegy 60, 1956–57-ben



85, 1958—59-ben 125, míg 1960-ban már több száz aktivációs analízisről szóló közlemény jelent meg, és számuk azóta is egyre növekszik [14]. A rohamosan gyarapodó irodalom közti eligazodást ma már csak a külön aktivációs analitikai bibliográfiák teszik lehetővé. Az irodalomjegyzékek közül legfontosabbak a Gmelin Institut kiadványai, *D. Gibbons*, valamint *Bujdosó Ernő* összefoglalói [15, 16, 17].

Csupán az aktivációs analízis modern irányzatával foglalkoznak külön nemzetközi konferenciák [18, 19, 20, 21], és az utóbbi években a nemzetközi analitikai konferenciákon is külön szekciók tárgyalják az aktivációs analízis módszereit és alkalmazásait [22, 23].

Az aktivációs analízis alapjait és speciális alkalmazásait több könyv is tárgyalja. Ezek közül legjelentősebbek a következők:

*D. H. F. Atkins* és *A. A. Smales*: *Activation Analysis* c. művében [24] az aktivációs analízis módszerét tárgyalja. Elsősorban a vegyészeti szempontokra hívja fel a figyelmet.

*R. C. Koch*: *Activation Analysis Handbook* c. könyve [25] röviden tárgyalja az aktivációs analízis elméletét és metodikáját, majd táblázatosan összefoglalja minden elemre a gyakorlatban legfontosabb nukleáris adatokat. Ezenkívül nagyszámú irodalmi hivatkozást is tartalmaz a különböző elemek meghatározási módszerére.

*W. Schulze*: *Neutronenaktivierung als analytisches Hilfsmittel* c. könyve [26] részletesen tárgyalja az aktivációs analízis elméleti alapjait. Ismerteti a besugárzások során fellépő problémákat, a béta- és gamma-sugárzások mérésének legfontosabb módszereit. Igen sok irodalmi utalást és számos, a gyakorlatban jól használható táblázatot tartalmaz.

*H. J. M. Bowen* és *D. Gibbons*: *Radioactivation Analysis* c. könyve [27] elsősorban az aktivációs analízis kémiai vonatkozásait tárgyalja. Részletesen ismerteti a minták előkészítésénél és besugárzásánál fellépő problémákat, megadja számos radiokémiai elválasztási eljárás részletesen kidolgozott sémáját.

*W. S. Lyon*: *Guide to Activation Analysis* c. könyve [28] tárgyalja az aktivációs analízis elméletét és gyakorlati kivitelezését, igen erős hangsúlyt helyezve a korszerű nukleáris mérési módszerekre. Részletesen ismerteti a különböző sugárforrásokat, és bemutat több gyakorlati alkalmazást.

*D. Taylor*: *Neutron Irradiation and Activation Analysis* c. művében [29] az aktivációs analízis modern irányzatát, és a prompt sugárzások alapján való analízisre való kiterjesztését tárgyalja. A módszer fizikai alapjainak ismertetése után számos gyakorlati alkalmazást mutat be. Sok jól összeállított táblázattal hasznos segítséget nyújt a közvetlen gyakorlati munkában is.

Magyar nyelven is megjelent *Tölgyessy J.*: *Magsugárzás a kémiai analízisben* c. könyve [30]. Az aktivációs analízissel kb. 80 oldal terjedelemben foglalkozik, igen sok irodalmi hivatkozást ad meg. Lényegében kézikönyv jellegű.

*Nagy L. Gy.* és *Szokolý L.*: *Neutronaktivációs vizsgálatok* c. könyvükben [31] általános összefoglaló képet adnak az aktivációs analízisről. Ismertetik a különböző mérőmódszereket, és részletes, jól használható táblázatokban foglalják össze a neutronokkal indukált magreakciókat, és a keletkező radioaktív izotópok adatait.

Az aktivációs analízist a gyakorlatban is alkalmazzák részére nélkülözhetetlenek a különböző atommagok befogási hatáskeresztmetszetét, a radioaktív izotópok keletkezési módját, bomlási sémáját és energiaspektrumát összefoglaló táblázatok és katalógusok. Ezek közül a már idézett könyvekben levő táblázatokon kívül a gyakorlatban kiválóan használható *R. L. Heath* spektrumkatalógusa [32], *C. E.*



Crouthamel könyvének [33] függelékei, a Nuclear Data Sheets [34], W. Kunz és J. Schintlmeister [35], B. Sz. Dzselepov és L. K. Peker [36] táblázatai, valamint D. J. Hughes és R. B. Schwartz hatáskeresztmetszet atlasza [37].

## II. A minták felaktiválása

Az aktivációs analízis első lépése a minták radioaktívra tétele. Ez különféle sugárforrások (reaktor, neutrongenerátor, radioaktív neutronforrás, nehéz töltött részecskéket vagy elektronokat gyorsító berendezések) segítségével valósítható meg. A másodpercenként elbomló atommagok száma

$$I = \frac{0,602 \cdot W \cdot \Phi \cdot \sigma \cdot m}{A} [1 - \exp(-\lambda t_1)] \quad (1)$$

ahol  $W$  = a besugárzott elem összmennyisége g-ban,

$A$  = a besugárzott elem atomsúlya,

$\Phi$  = a bombázó részecskék fluxusa részecske (cm<sup>2</sup>) secban,

$\sigma$  = a magreakció hatáskeresztmetszete az elem természetes izotópösszetételére az adott bombázó részecskékre barn-ban,

$m$  = annak az izotópnak a gyakorisága az elem természetes összetételében, melyből a radioaktív izotóp keletkezik,

$\lambda$  = a keletkezett radioaktív izotóp bomlási állandója,

$t_1$  = a besugárzási idő.

A (1) képletben a zárójel előtt levő faktor a telítési aktivitás. Adott kísérleti körülmények (anyagmennyiség, fluxus) között ez a maximálisan elérhető aktivitás, amit elvileg végtelen hosszú, gyakorlatilag a keletkező radioaktív izotóp felezési idejének 4–5-szöröséig tartó besugárzással érhetünk el. A zárójelben levő  $[1 - \exp(-\lambda t)]$  kifejezés a telítési faktor, a besugárzási idő növekedésével monoton növekedve egyhez tart.

Az aktivációs analízis érzékenységet azonban végső fokon nem a keletkező, hanem a detektált radioaktív atomok száma szabja meg. Az  $I$  kezdeti aktivitás a besugárzás befejezése után időben exponenciálisan csökken. A  $t_3$  idő alatt elbomló atommagok száma

$$I_p \int_{t_2}^{t_2+t_3} \exp(-\lambda t) dt = \frac{I_p}{\lambda} \exp(-\lambda t_2) [1 - \exp(-\lambda t_3)]$$

A felaktivált mintából származó jelek száma:

$$\begin{aligned} N &= I \cdot p \cdot f \cdot \frac{g}{4\pi} \cdot \exp(-\lambda t_2) \cdot \frac{1 - \exp(-\lambda t_3)}{\lambda} = \\ &= \frac{0,602 \cdot W \cdot \Phi \cdot \sigma \cdot m \cdot p \cdot f \cdot g [1 - \exp(-\lambda t_1)] \exp(-\lambda t_2) [1 - \exp(-\lambda t_3)]}{4\pi A \cdot \lambda} \end{aligned} \quad (2)$$

ahol  $p$  = a keletkezett izotóp megfelelő részecskével való elbomlásának valószínűsége,



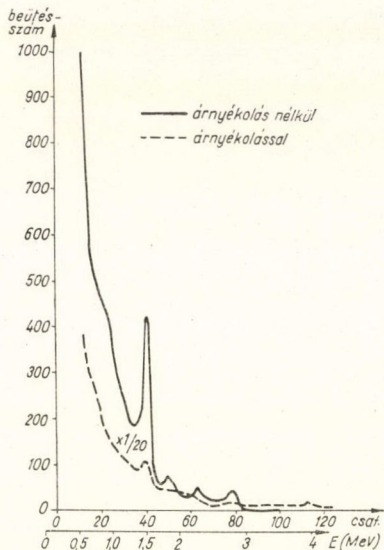
$f$  = a detektor hatásfoka erre a sugárzásra,  
 $g$  = a detektor térszöge a mintából nézve,  
 $t_2$  = az aktiválás befejezése és a mérés kezdete között eltelt idő,  
 $t_3$  = a mérés időtartama.

Ha a detektor hátere másodpercenként  $H$  beütés, akkor a keletkezett radioaktivitásból származó  $N$  beütésszám csak abban az esetben mutatható ki szignifikánsan, ha az  $N - Ht_3$  különbség nagyobb a mérés hibájánál. A minimálisan észlelhető  $N_{\min}$  beütésszámot az

$$N_{\min} - Ht_3 = k \sqrt{N_{\min} + 2Ht_3} \quad (3)$$

egyenlet megoldásaként kapjuk, ahol  $k$  értéke az eredmény szignifikánságának valószínűségétől függ. A legtöbb esetben elegendő a  $k = 2-3$  értékkel számolni. Ezt az  $N_{\min}$ -ot visszairva (2)-be, megkaphatjuk az adott kísérleti körülmények között minimálisan kimutatható  $N_{\min}$  anyagmennyiséget.

Ez a számítás természetesen csak akkor érvényes, ha a besugárzott mintában létrejövő aktivitások közül a detektor csak a mérendő elem sugárzását észleli. Az I. táblázatban közölt értékek ezen feltételezésen alapulnak. A méréseinkhez általában használt  $3 \times 3$  inches NaI(Tl)-os szcintillációs detektor hátere 15 cm-es vas, 1,5 cm ólom, 1 mm kadmium és réz árnyékolású mérődobozban a 100 keV és 2 MeV közti teljes energiatartományban 1 cm<sup>3</sup> kristálytérfogatra számolva 0,6 imp/min volt. A 2. ábrán látható ezen detektor háterének energiaeloszlása az árnyékolással, illetve anélkül.



2. ábra.  $3 \times 3$  inches NaI(Tl)-os szcintillációs detektor hátere árnyékolás nélkül, illetve 15 cm-es vas, 1,5 cm-es ólom, 1 mm-es kadmium és réz árnyékolású mérődobozban

Ha a mintában olyan radioaktív izotópok is keletkeznek, melyek sugárzása a detektálandó tartományba esik (akár a Compton-effektus miatt), úgy  $H$  megnövekszik, értéke függeni fog a besugárzás és a mérés körülményeitől. A besugárzási, hűtési és mérési idő helyes megválasztása ilyenkor bonyolult feladat, és az optimális értékek kísérletről kísérletre változnak.

Az analitikus számára azonban nemcsak a kimutathatóság érdekes, hanem a pontos mennyiségi meghatározás is. Az abszolút módszernél a mért beütésszámokból a megfelelő nukleáris adatok ismeretében, a (2) egyenlet alapján kiszámítható a besugárzott anyag összmennyisége. Ennek az eredménynek a hibája azonban igen nagy, egyrészt az irodalomban rendelkezésre álló nukleáris adatok, másrészt a detektor abszolút hatásfokának irodalmi vagy saját méréssel való pontatlan meghatározása miatt. (L. III. táblázatot.)

Kiküszöböli ezeket a hibaforrásokat a relatív módszer. Ha a mintával teljesen azonos körülmények között besugározzuk és megmérjük a meghatározandó elem ismert  $W_1$  mennyiségének aktivitásából származó  $N_1$  beütésszámot, akkor (2)-ből



## III. TÁBLÁZAT

Röncsolásmentes neutronaktivációs analízis hibaforrásai

Hibaforrás	Hiba nagyság (%)	Módszer		
		a	b	c
1. Előkészítés				
a) minta súlya (0,1—1 mg)	1	+	+	+
b) standard súlya (0,03—0,1 mg)	2		+	
2. Besugárzás				
a) önárnyékolás (<50%)	4	+	+	+
b) fluxus depresszió	2		+	
c) termikus fluxus abszolút értéke	5	+		+
d) kadmiumviszony értéke	2	+		+
e) besugárzási idő (<1 min)	3	+		+
f) neutronfluxus inhomogenitása	1	+	+	+
3. Felhasznált nukleáris adatok				
a) felezési idő	2—10	+		+
b) bomlássémák ( $\epsilon/\gamma$ stb.)	2—50	+		+
c) hatáskeresztmetszetek	5—30	+		+
4. Detektálás				
a) detektor kalibrálás	3	+		+
b) számlálási sebesség (<10 <sup>3</sup> cps)	4	+	+	+
c) geometriai faktorkok	1	+	+	+
5. Egyéb zavaró magreakciók	változó	+	+	+

a) négy vagy kevesebb elem meghatározása abszolút módszerrel. Az alapanyag aktivitása elhanyagolható.

b) u. a., mint a), de relatív módszerrel

c) u. a., mint a), de több elemre

+ jelzi, hogy az adott módszernél előfordulhat a hiba

látható, hogy a mintában levő elem  $W$  ismeretlen mennyiségét a mért  $N$ ,  $N_1$ ,  $W_1$  adatokból a következő módon kaphatjuk meg:

$$W = \frac{N}{N_1} \cdot W_1 \quad (3)$$

Amennyiben a minta és az összehasonlító standard hűtési vagy mérési ideje nem egyezett meg, az ebből adódó eltérés számítással pontosan korrekcióba vehető. Nagy pontosságú méréseknél ezenkívül figyelembe kell még venni azt is, hogy a besugárzó részecskék és a kilépő sugárzás gyengülése, valamint a geometriai faktorkok is különbözhetnek a mintában és a standardban.

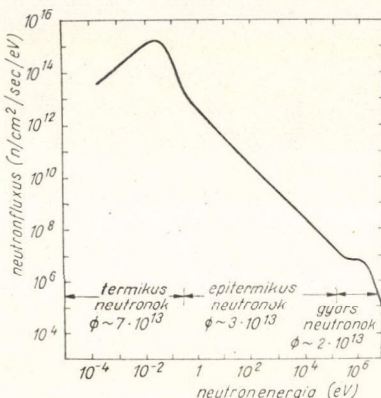
A besugárzás folyamán fellépő különbségeket és az ebből adódó hibákat *Plumb* és *Levis* [9], a mérésekből keletkező eltéréseket pedig *Taylor* [38], valamint *Lyon*, *Eldridge* és *Crowther* [39] tárgyalja részletesen.



### III. Sugárforrások

#### 1. Termikus reaktorok

A (2) képletből látható, hogy az aktivációs analízis érzékenysége egyenes arányban növekszik a reakció hatáskeresztmetszetével, valamint a bombázó részecskék fluxusával. A legnagyobb részecske fluxust a reaktorok belsejében tudjuk előállítani. Ehhez hozzájárul még az, hogy a legtöbb elemnek termikus neutronokra legnagyobb az aktiválási hatáskeresztmetszete. Ezek alapján érthető, hogy az aktivációs analitikai vizsgálatok zöménél reaktort használnak sugárforrásként.



3. ábra. Reaktor-neutronok közelítő energia eloszlása

A legtöbb reaktor, mely mellé aktivációs analitikai laboratóriumok is települtek,  $^{235}\text{U}$  fűtőanyaggal üzemel, melyet víz, nehézvíz, grafit vagy berillium moderátor vesz körül. A továbbiakban röviden összefoglaljuk az ilyen reaktorok aktivációs analitikai szempontból lényeges tulajdonságait.

A reaktorok által szolgáltatott termikus neutronfluxus a legtöbb esetben  $10^{13}$  n/cm²/sec körül mozog, bár egyes speciális reaktorokban eléri a  $10^{15}$  n/cm²/sec-et is. A neutronfluxus nagysága döntő módon befolyásolja az aktivációs analitikai vizsgálatok érzékenységét, és nyommennyiségek meghatározásánál a pontosságát is.

A felhasználó számára azonban a neutronfluxusnak nemcsak a nagysága, hanem energia, hely és időbeli eloszlása is igen fontos. A maghasadáskor gyors neutronok keletkeznek, melyek a moderátorban fokozatosan lefékeződnek. Ezért minden reaktor neutronfluxusa energia szempontból az aktív zónában vagy közelében az aktiválás szempontjából három fő komponensre osztható.

1. Gyors neutronfluxus  $\sim 0,1$  MeV fölött,
2. epitermikus (rezonancia) neutronfluxus  $\sim 0,2$  eV— $0,1$  MeV között,
3. termikus neutronfluxus  $\sim 0,2$  eV alatt.

A legtöbb reaktor neutronfluxusának energia eloszlása a 3. ábrán látható görbéhez hasonló jellegű (40, 41). A görbén levő fluxusértékek természetesen csak relatív értékek, és közelítő jellegűek. A tényleges helyzetet sok egyéb tényező befolyásolhatja, pl. a moderátor, az üzemanyag elhelyezése, neutron kiszabadulás, rezonancia befogás, stb. A gyors fluxus nagysága és energia eloszlása erősen függ a zóna közép-pontjától való távolságtól is. A neutronok energiaspektruma az aktív zóna belsejében 3 MeV fölött gyakorlatilag megegyezik a hasadásból származó neutronok energia spektrumával.

A moderátor atomjaival való ütközések következtében a gyors neutronok fokozatosan lelassulnak. A lelassulás folyamata olyan, hogy a rezonancia tartományban az egységnyi energia intervallumra eső neutronfluxus  $1/E$ -vel arányos.

A termikus neutronok eloszlása megfelel a gázmolekulák termikus mozgásából adódó Maxwell—Boltzman energia eloszlásnak.

Mivel az aktivációs analízisben mennyiségi elemzésre legtöbbször a relatív



módszert használják, azaz a minta aktivitását egy azonos körülmények között besugárzott standard aktivitásával hasonlítják össze, ezért az eredmények pontosságához és reprodukálhatóságához nélkülözhetetlen a reaktorfluxus helyi és időbeli állandósága, illetve változásainak ismerete.

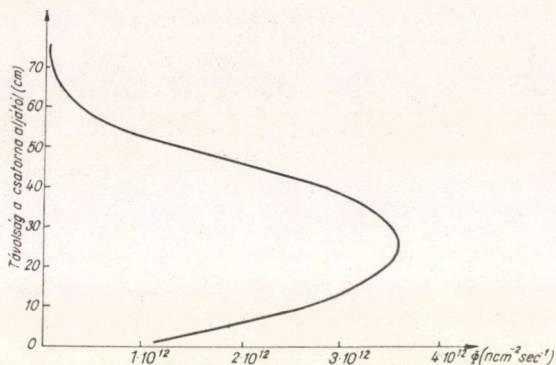
Ha a reaktor állandó teljesítménnyel üzemel, akkor a neutronfluxus időbeli változása csekély, néhány órán belül legfeljebb néhány tized százalék. Ez lehetővé teszi, hogy a mintákat és a standardokat különböző időkben sugározzuk be. Ekkor természetesen biztosítani kell a reaktor teljesítményének állandósága mellett azt is, hogy például egyéb besugárzendó minták miatt a helyi fluxus a két besugárzás között ne változzék meg.

Az időbeli változásnál sokkal lényegesebb hibaforrást jelenthet a neutronfluxus helyi változása. Mérések alapján a nagy grafitmoderátoros reaktorok belső zónájában levő besugárzó helyeken egy méteres távolságon belül a termikus fluxus változása  $\pm 5\%$ , míg egy vízmoderátoros reaktornál a zónán kívül a termikus fluxus változása már  $\pm 48\%$ /inch (39). A 4. ábrán látható a gyors neutronfluxus helyi eloszlása a KFKI VVR-Sz típusú reaktorában az aktivációs analitikai célokra használt gyors besugárzó csatornának megfelelő helyen. A mérés kén küszöbdetektorral történt, és gyakorlatilag a neutronfluxus 1—5 MeV közti tartományát reprezentálja (42). Ezek a mérések mind azt mutatják, hogy besugárzáskor a minták és a standardok térbeli elkülönülése egyes esetekben komoly eltérést okozhat, ezért a neutronfluxus helyi változásait minden esetben ellenőrizni kell, és amennyiben szükséges, a mért értékeket ennek megfelelően korrigálni kell.

Az aktivációs analitikai célokra felhasználható besugárzó helyek a reaktor izotóptermelésre szolgáló csatornái vagy speciálisan e célból épített pneumatikus vagy hidraulikus csőposták. A csatornák méretei általában viszonylag nagyok, hűtésük megfelelő, így sok minta sugározható be bennük hosszabb ideig is. A minták kivétele és a laboratóriumba való szállítása azonban aránylag nehézkes, legtöbbször csak órák vagy hosszabb felezési idejű izotópok aktivitása mérhető ilyen besugárzási mód után.

A csőposták nagy előnye, hogy segítségükkel rövid ideig tartó besugárzások is elvégezhetők, és hogy a minta mérése néhány másodperccel a besugárzás befejezése után megkezdődhet. Ez lehetővé teszi rövid, perces vagy még rövidebb felezési idővel rendelkező radioaktív izotópok mérését is. Hátrányuk a csőpostáknak, hogy a besugárzott minták mérete általában kicsi lehet csak, és hogy hosszabb ideig tartó besugárzás után a mintát hordozó műanyagtest tönkremegy.

Reaktor-neutronokkal elvégzett aktivációs analitikai vizsgálatoknál a legkiterjedtebben használt magreakció az  $(n, \gamma)$  reakció. Ennek bekövetkezési való-



4. ábra. A gyors neutronfluxus axiális eloszlása a KFKI VVR-Sz típusú reaktorában, az aktivációs analitikai célokra szolgáló csőpostának megfelelő helyen

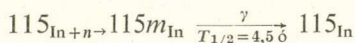


színüése elsősorban a termikus neutronokra nagy, de létrejöhet magasabb neutron-energiákon is. Ebben a folyamatban az atommag befog egy neutron, és ezzel egyidejűleg egy vagy több gamma-sugarat bocsát ki. A keletkező új atommag lehet stabil, mint pl. a  $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$  magreakció esetében, de a legtöbbször instabil atommag keletkezik a neutronbefogás révén. Mivel ezek a magok neutronfölösleggel rendelkeznek, rendszerint negatív béta-részecskék kibocsátásával bomlanak el, melyet általában gamma-sugárzás is kísér. Tipikus példa erre a  $^{23}\text{Na}(n, \gamma)^{24}\text{Na}$  vagy az  $^{59}\text{Co}(n, \gamma)^{60}\text{Co}$  magreakció. A keletkező  $^{24}\text{Na}$  15 óra felezési idővel  $^{24}\text{Mg}$ -má alakul át, miközben 1,39 MeV-es elektront, és ezzel egyidejűleg egy 2,76 és egy 1,38 MeV-es gamma-kvantumot bocsát ki.

Vannak olyan izotópok, melyek csak béta-sugárzást bocsátanak ki. Ilyen pl. a foszfor egyetlen stabil izotópjából a  $^{31}\text{P}$ -ből  $(n, \gamma)$  reakcióval keletkező  $^{32}\text{P}$ . A csupán béta-sugárzást kibocsátó izotópok meghatározása neutronaktivációs analízissel a kilépő sugárzás önabszorpciója miatt általában nehezebb és pontatlanabb, mint a gamma-sugárzó izotópoké. Ezért ezen elemeknél gyakran olyan gamma-sugárzó izotóp bomlását detektálják, mely gyors neutronok hatására keletkezik belőlük.

Néhány kivételes esetben pozitronbomló mag is keletkezhet neutronbefogás révén. Ez történik például a  $^{63}\text{Cu}(n, \gamma)^{64}\text{Cu}$  magreakcióban. Az aktivitás mérés ilyenkor rendszerint a pozitronbomlást követő 0,51 MeV-es gamma-sugárzás detektálásával történik. Az ilyen elemek roncsolásmentes meghatározását igen megkönnyíti a két gamma-kvantum közti koincidencia és szögkoleráció, mert ennek segítségével jól megkülönböztethetők a többi gamma-sugárzó izotóptól.

Néhány atommagnál előfordul, hogy a neutron a magreakció után azonnal eltávozik a magból, melyet viszonylag hosszabb élettartamú, gerjesztett állapotban hagy vissza. Az ilyen izomer átmeneteknél kilépő gamma-sugárzás is felhasználható aktivációs analitikai célokra. Erre példa az



folyamat.

Magasabb neutron energián számottevő valószínűséggel létrejöhet az  $(n, p)$  vagy  $(n, \alpha)$  reakció is, mely szintén radioaktív izotópra vezet. Mivel ezen reakció hatáskeresztmetszete energiafüggő, a reaktor neutronfluxusának energia eloszlásában levő változások is befolyásolják a keletkező radioaktív magok számát. Ezért a gyorsneutronos magreakciókat reaktornál általában csak akkor használják fel aktivációs analízisre, ha lassú neutronokkal aktiválva nem keletkezik megfelelő radioaktív izotóp (pl. foszfor meghatározása gamma-spektrometriai úton a  $^{31}\text{P}(n, \alpha)^{28}\text{Al}$  magreakció révén), az elem természetes izotóp összetételében igen csekély annak az izotópnak az aránya, melyből neutronbefogás után megfelelő élettartamú gamma-sugárzó izotóp lesz, vagy pedig az  $(n, \gamma)$  reakcióval keletkező izotóp kémiai elválasztása problémát okoz.

Az  $(n, 2n)$  reakció küszöbenergiája a legtöbb elemre 8–10 MeV körül van [43]. Így reaktor-neutronokra bekövetkezési valószínűsége csekély, aktivációs analitikai célokra nem igen használják.

Ugyancsak nem, vagy csak igen speciális esetekben használják fel aktivációs analitikai célokra a maghasadást. Természetesen azonban uránt tartalmazó minták-



nál a hasadás révén keletkező radioaktív izotópok mennyiségét az elemzésnél korrekcióba kell venni [44].

Mivel a reaktor-neutronok energiaspektruma széles tartományt ölel fel, a besugárzott mintákban ugyanabból az elemből is különböző magreakciók révén különféle radioaktív izotópok keletkezhetnek. Ez önmagában még előnyös, hiszen a többféle radioaktív izotóp közül azt használhatjuk fel mennyiségi elemzésre, melynek nukleáris és kémiai tulajdonságai (hatáskeresztmetszete, a kibocsátott sugárzás fajtája, energiája, felezési ideje, szeparálhatósága) a legkedvezőbb detektálási lehetőségeket biztosítják. Ugyanez az előny viszont komoly hátrányt is jelent, mert különböző elemekből ugyanaz a radioaktív izotóp keletkezhet, és ebből az egyes elemek mennyiségét külön-külön csak úgy tudjuk meghatározni, ha egy kivételével valamennyinek a mennyiségét megállapítjuk más módszerrel, pl. egy másik izotóp-jának aktivitása révén, vagy annyi különböző neutron energiaeloszlással bíró helyen sugározzuk be a mintát, ahány elemből keletkezhet a kérdéses izotóp.

Ha a gyors neutronok által keltett reakciók okoznak zavart, akkor hatásuk bár fluxuscsökkenés árán, de csaknem teljesen kiküszöbölhető a termikus oszlopban való besugárzással, míg az  $(n, \gamma)$  reakciók bekövetkezésének valószínűsége általában egy-két nagyságrenddel lecsökkenthető a mintának kadmiumba való csomagolásával. Tipikus példa a zavaró reakciókra az alumínium meghatározása szilícium és foszfor jelenlétében, vagy kobalt, nikkelt és réz együttes meghatározása. Az  $^{27}\text{Al}(n, \gamma)^{28}\text{Al}$ ,  $^{27}\text{Si}(n, p)^{28}\text{Al}$  és  $^{31}\text{P}(n, \alpha)^{28}\text{Al}$  mind ugyanarra a radioaktív izotópra, az  $^{28}\text{Al}$ -ra, a  $^{59}\text{Co}(n, \gamma)^{60}\text{Co}$ ,  $^{60}\text{Ni}(n, p)^{60}\text{Co}$ ,  $^{63}\text{Cu}(n, \alpha)^{60}\text{Co}$  reakciók pedig a  $^{60}\text{Co}$ -ra vezetnek. A zavaró reakciók következtében egyes, egymástól rendszámban eggyel vagy kettővel különböző elemek egyidejű jelenléte esetén az aktivációs analízis érzékenysége jelentősen lecsökkenhet.

Ha az  $A$  és  $B$  elemből különböző magreakciók révén ugyanaz a  $C$  radioaktív izotóp keletkezik, akkor két különböző energia eloszlású fluxusban való besugárzás után ezek  $x_A$  és  $x_B$  mennyiségét a mintában az

$$x_A a_i + x_B b_i = c_i \quad (i=1, 2)$$

egyenletek megoldásaként kapjuk, ahol  $a_i$  és  $b_i$  az  $A$  és  $B$  elemek egységnyi súlyából,  $c_i$  pedig  $C$ -nek a mintából származó beütésszámát jelentik a különböző besugárzások után.

A maximum-likelihood módszer segítségével kimutatható, hogyha a  $h_i$  háttér hibája elhanyagolható, akkor  $x_A$  hibája

$$\sigma(A) = \frac{\sqrt{(c_1 + h_1)b_2^2 + (c_2 + h_2)b_1^2}}{|a_1 b_2 - b_2 a_1|}$$

és hasonló kifejezés érvényes  $x_B$  hibájára is [45].

Az egymást zavaró magreakciókról részletes táblázatot közöl Okada [46].

A termikus neutronok kadmiummal vagy bórral való kiszűrése révén sokszor más esetben is meg lehet javítani a roncsolásmentes vizsgálatok érzékenységét. Olyan elemeknél, melyeknél a termikus neutronokra az  $(n, \gamma)$  reakció hatáskeresztmetszete azonos nagyságrendű, a rezonancia integrál jelentősen különbözhet. Ezért csupán rezonancia neutronokkal végezve az aktiválást, a nem kívánatos elem aktivitása kedvező esetben minden kémiai elválasztás nélkül jelentősen lecsökkenthető a mérendőhöz képest.



A rezonancia integrálok közti különbséget kihasználva mutattak ki *Borg* és munkatársai vérben magnéziumot roncsolásmentesen, nátrium jelenlétében [47].

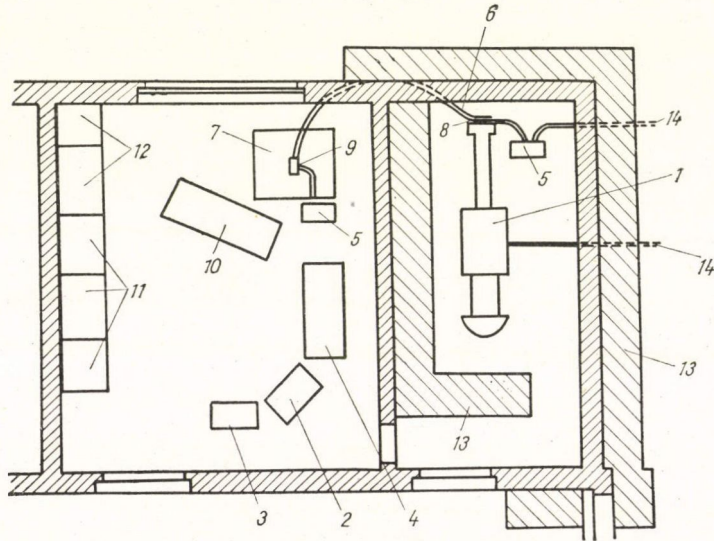
További hibákat okozhatnak nyommennységek meghatározásánál az alapanyagban bekövetkező másodlagos zavaró reakciók. Így pl. Si alapanyag vizsgálatakor a szilíciumban a  $^{30}\text{Si}(n, \gamma)^{31}\text{Si}$  magreakció után a  $^{31}\text{Si}$  béta-bomlása következtében  $^{31}\text{P}$  keletkezik, amely a mintában levő foszfor meghatározásánál hibát jelenthet [48]. A másodlagos reakciók zavaró hatását általánosan tárgyalja *Ricci* és *Dyer* [49].

Impulzus reaktorokban igen rövid idő alatt  $10^{14}$ – $10^{15}$  neutron/cm<sup>2</sup> halad át a mintán. Ilyen nagy fluxusok segítségével lehetővé válik rövid besugárással igen rövid felezési idejű izotópok azonosítása. Ezenkívül a telítési faktorok erős eltérése miatt a szelektivitás is jelentősen javítható [13].

## 2. Neutrongenerátorok

Aktivációs analitikai célokra leggyakrabban a  $^3\text{T}(d, n)^4\text{He}$  reakciót használják fel, mivel ennek hatáskeresztmetszete már alacsony bombázó részecske energiánál is nagy. A kilépő neutronok energiája 14 MeV körül van, így általában  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$  vagy  $(n, 2n)$  magreakciót hoznak létre az aktiválandó mintában. A gyorsítókat, mint neutronforrásokat itt nem tárgyaljuk, kizárólag azt vizsgáljuk, milyen lehetőséget és előnyöket nyújtanak a neutrongenerátorok az aktivációs analitikai vizsgálatok elvégzéséhez.

A neutrongenerátoroknak a reaktorokkal szemben az a legfőbb gyakorlati előnyük, hogy olcsóbbak és könnyebben telepíthetők a vizsgálat helyszínére. Így



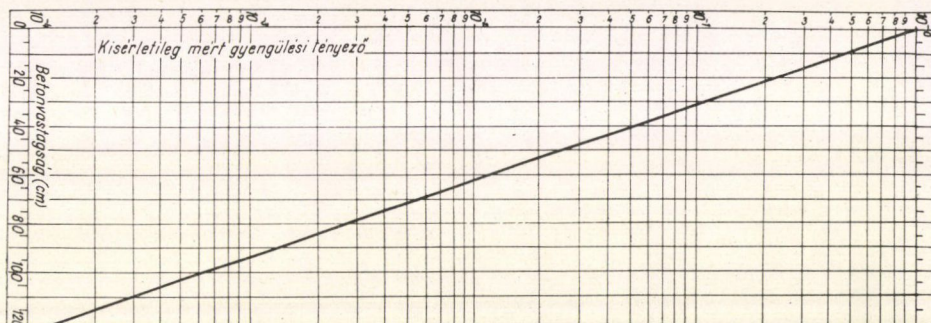
5. ábra. Neutrongenerátoros aktivációs analitikai laboratórium

1 = kis neutrongenerátor; 2 = neutrongenerátor kezelőpultja; 3 = neutronhozammérő; 4 = egy-csatornás amplitúdó analízátorok; 5 = csőposta szelepek; 6 = csőposta; 7 = kisháttérű mérőhely; 8 = besugárzás helye; 9 = mérés helye; 10 = sokcsatornás analízátor; 11 = aktivitásmérő; 12 = áramstabilizátorok; 13 = beton sugárvédelem; 14 = csőposta és szivattyú szellőzés



azokhoz a gyors elemzésekhez, melyekhez ezeknek a készülékeknek a  $10^8$ – $10^9$  neutron/cm<sup>2</sup>/sec-os fluxusa elegendő és reaktor nincs a közelben, kiválóan felhasználhatók. Különösen előnyös a neutrongenerátor makrokomponensek gyors, ronscsolásmentes meghatározására nagy számú mintánál.

Az 5. ábrán egy neutrongenerátoros aktivációs analitikai laboratórium elrendezése látható. A biológiai sugárvédelem céljából a gyorsítót 1–1,5 méter vastag betonfal veszi körül. A 14 MeV-es neutronok gyengülési tényezőjét betonban a falvastagság függvényében a 6. ábrán láthatjuk. A mérendő mintákat pneumatikus csőposta juttatja el a besugárzó, illetve a mérőhelyre. Termikus neutronokkal való aktiváláskor a targetet vízzel veszik körül a D + T reakcióból kilépő gyorsneutronok lelassítása céljából.



6. ábra. 14 MeV-es neutronok gyengülési tényezője betonban a falvastagság függvényében

A neutrongenerátoros vizsgálatoknál komoly nehézségeket okoz a target rövid élettartama. A szokásos Zr—T targetek neutronhozama 1 mA deutron áram hatására óránként legalább egyharmadára csökken. Ez azt jelenti, hogy a folyamatosan nagy fluxust szolgáltató generátoroknál kb. óránként szükséges a targetcseré. A target élettartamát megnöveli, ha besugárzás közben állandóan vagy időnként forgatják, így a deutron nyaláb mindig más helyére esik.

Hosszabb ideig szolgáltatnak állandó hozamot a leforrasztott csővű generátorok. Egy  $10^{11}$  neutron/sec hozamú generátor csővének átlagos élettartama kb. 100 üzemóra. Ezen idő alatt a neutron hozama állandó értéken tartható, és csak 100 óra után kell a csövet kicserélni [50].

A neutronfluxus és a minták térbeli inhomogenitásának kiküszöbölésére a mintákat rendszerint forgatják besugárzás közben. A fluxus monitorozása történhet különböző neutrondetektorokkal, a D + T reakcióból visszalökött alfa-részecskék detektálásával, vagy a mintával együtt besugárzott vékony fólia aktivitásának mérésével. Ezenkívül gyakran használják fluxusmérésre a target hűtővizében az  $^{16}\text{O}(n, p)^{16}\text{N}$  magreakció révén keletkező 7,35 sec felezési idejű  $^{16}\text{N}$  radioaktív izotópot is. Egyes esetekben a besugárzott minta alapanyagából keletkező radioaktív izotópok is felhasználhatók neutronmonitorként.

Ha a besugárzási idő összemérhető a mérendő radioaktív izotópok felezési idejével, akkor a neutronhozam időbeli instabilitása miatt a minta aktivitása a besugárzás végén nem mindig arányos a neutronmonitor beütésszámával. Ennek a hibának kiküszöbölésére vagy együtt sugározzák be a mintát az összehasonlító stan-



darddal, amikor viszont a fluxus helyi változásait kell korrigálni, vagy pedig egy olyan ratemetert kapcsolnak a neutronmonitorként szolgáló detektorhoz, melynek időállandója megegyezik a mérendő izotóp felezési idejével. Ebben az esetben a ratemeter nem a neutronfluxust regisztrálja, hanem a keletkező radioaktív atommagok bomlását követi, és kitérése minden időpillanatban a mintában ténylegesen jelenlevő radioaktív atommagok számával lesz arányos [51].

Gyorsneutronokkal történő neutrongenerátoros vizsgálatoknál fokozottan ügyelni kell az  $(n, p)$  és  $(n, \alpha)$  reakciók zavaró hatására. A leginkább elterjedt, alacsony feszültséggel (100–150 kV) dolgozó generátoroknál a neutronenergiát lényegében nem lehet változtatni. Így a zavaró reakciók különböző energiaeioszlású neutronfluxussal való besugárzás révén történő szétválasztására nincsen lehetőség. Más részről viszont sokszor nagy előnyt jelent az, hogy termikus és epitermikus neutronok nincsenek jelen. Így olyan elemek mellett, melyeknek hatáskeresztmetszete nagy, ezen neutronenergiára a generátoros besugárzással végzett roncsolásmentes vizsgálatok sokkal szelektívebbek lehetnek, mint reaktorban való aktiválás után.

Nagyfeszültségű gyorsítók felhasználásával a szelektivitás tovább javítható. A neutronenergia változtatásával kedvező esetben elérhető, hogy csak a meghatározandó elem vagy elemek aktiválódjanak fel jelentős mértékben, ha a többi reakció küszöbenergiája a mintát érő neutronok energiájánál magasabb. A fluor meghatározását például 14 MeV-es neutronokkal történő aktiváláskor a mintában jelenlevő oxigén zavarja, mert az  $^{16}\text{O}(n, p)^{16}\text{N}$  magreakció ugyanarra a végtermékre vezet, mint a fluorelemzés alapjául szolgáló  $^{19}\text{F}(n, \alpha)^{16}\text{N}$  reakció. Az  $^{16}\text{O}$  reakció küszöbenergiájánál, 10 MeV-nél alacsonyabb energiájú neutronokkal végezve a besugárzást, az oxigén zavaró hatása teljesen kiküszöbölhető.

14 MeV-es neutronokkal való rövid ( $< 10$  min) besugárzás után mintegy 60 elem meghatározható, ha makrokomponensként van jelen, és kb. 20 elemből már 100  $\mu\text{g}$ -nyi mennyiség is mérhető. A IV. táblázatban Gillespie és Hill számítása

IV. TÁBLÁZAT  
Neutrongenerátorral meghatározható elemek

Elem	Reakció	$\gamma$ -sugárzás energiája (MeV)	Felezési idő	Minimálisan észlelhető mennyiség ( $\mu\text{g}$ )
Nitrogén	$^{14}\text{N}(n, 2n)^{13}\text{N}$	0,51*	10,0 perc	200
Oxigén	$^{16}\text{O}(n, p)^{16}\text{N}$	6,13	7,35 sec	100
Fluor	$^{19}\text{F}(n, p)^{19}\text{O}$	0,2; 1,3	29,4 sec	50
	$^{19}\text{F}(n, 2n)^{18}\text{F}$	0,51*	112 perc	40
Alumínium	$^{27}\text{Al}(n, p)^{27}\text{Mg}$	0,83; 1,02	9,45 perc	100
Szilícium	$^{28}\text{Si}(n, p)^{28}\text{Al}$	1,78	2,3 perc	50
Foszfor	$^{31}\text{P}(n, \alpha)^{28}\text{Al}$	1,78	2,3 perc	100
Króm	$^{52}\text{Cr}(n, p)^{52}\text{V}$	1,44	3,8 perc	150
Mangán	$^{55}\text{Mn}(n, \alpha)^{52}\text{V}$	1,44	3,8 perc	300
Réz	$^{63}\text{Cu}(n, 2n)^{62}\text{Cu}$	0,51*	9,8 perc	50
Yttrium	$^{90}\text{Y}(n, 2n)^{89}\text{Y}$	0,92	16,1 sec	100
Molibdén	$^{92}\text{Mo}(n, 2n)^{91}\text{Mo}$	0,51	66 sec és 15,5 perc	200
Niobium	$^{93}\text{Nb}(n, n', \alpha)^{89}\text{Y}$	0,92	16,1 sec	400

\* pozitronbomlásból



alapján néhány elemre összefoglaltuk az aktivációs analízis érzékenységét  $10^8$  neutron/cm<sup>2</sup>·sec fluxusú, és maximum 10 perces besugárzás esetén [2]. A mérőberendezés  $3'' \times 3''$  NaJ (TI) szcintillációs detektor.

### 3. Radioaktív neutronforrások

A radioaktív neutronforrások által szolgáltatott neutronfluxus általában nem haladja meg a  $10^5$  neutron/cm<sup>2</sup>/sec-ot. Ekkor a fluxussal való aktiválás után a legtöbb elemből csak mg-nyi vagy még nagyobb anyagmennyiség határozható meg. Ilyen típusú elemzéseket egyszerűségük miatt gyakran végeznek el úgy, hogy a mintákat radioaktív neutronforrással aktiválják fel. Így határozták meg például bauxit-érc alumíniumtartalmát, valamint különböző acélötvözetek összetételét. *Strain és Lyon* 8 db <sup>241</sup>Am—Be neutronforrás segítségével egy  $183 \text{ cm}^3$ -es térfogat belsejében mindenhol egyforma  $(8 \pm 0,4) \times 10^4$  neutron/cm<sup>2</sup>/sec nagyságú neutronfluxust hoztak létre aktivációs analitikai célokra [52].

### 4. Aktiválás fotonokkal és töltött részecskékkel

Aktivációs analízisben a neutronokon kívül leggyakrabban a nagyenergiájú elektrongyorsítókból származó fékezési sugárzást használják fel atommagok radioaktívvá tételére. A 10—70 MeV közti fotonenergia tartományban a  $(\gamma, n)$  reakció hatáskeresztmetszete mintegy tízszerese a  $(\gamma, \gamma')$  és százszorosa a  $(\gamma, p)$  reakciók hatáskeresztmetszetének, míg egyéb reakciók bekövetkezésének valószínűsége még ennél is sokkal kisebb. Ezért a keletkező és a besugárzott atommag között gyakorlatilag egyértelmű kapcsolat áll fenn. A besugárzásra felhasznált fotonok maximális energiájának változtatásával a

mérendő elem sugárzását zavaró aktivitások kedvező esetben kiküszöbölhetők, máskor számítás-sal korrekcióba vehetők (53). Az aktivációs analízisben leggyakrabban felhasznált  $(\gamma, n)$  reakciók adatait az V. táblázatban foglaltuk össze [54].

A fotonaktivációs vizsgálatok jól kiegészíthetők a neutronaktivációs elemzéseket, mivel fotonokkal a neutronbesugárzással nehezen aktiválható alacsonyrendszámú elemek is radioaktívvá tehetők.

A töltött részecskékkel, protonokkal, deuteronokkal, alfa-részecskékkel, <sup>3</sup>He ionokkal való aktiválás felhasználási területe — elsősorban a részecskék csekély hatótávolsága miatt — korlátozott. Könnyű elemeknél a <sup>3</sup>He hatására létrejövő magreakciók általában exoergek, így már viszonylag alacsony bombázóenergiánál is bekövetkeznek. <sup>3</sup>He-mal való aktiválás után egyes elemekre a felületi érzékenység igen nagy lehet, elérheti a  $10^{-7}\%$  tartományt is [55, 56].

V. TÁBLÁZAT

Az aktivációs analízisben leggyakrabban felhasznált  $(\gamma, n)$  magreakciók adatai

Elem	Magreakció	A keletkező izotóp félezési ideje (perc)	Küszöbenergia (MeV)
O	<sup>16</sup> O( $\gamma, n$ ) <sup>15</sup> O	2,02	15,7
P	<sup>31</sup> P( $\gamma, n$ ) <sup>30</sup> P	2,56	12,4
S	<sup>32</sup> S( $\gamma, pn$ ) <sup>30</sup> P	2,56	19,15
Fe	<sup>54</sup> Fe( $\gamma, n$ ) <sup>53</sup> Fe	8,9	13,8
Cu	<sup>63</sup> Cu( $\gamma, n$ ) <sup>62</sup> Cu	9,7	10,9
N	<sup>14</sup> N( $\gamma, n$ ) <sup>13</sup> N	10,08	10,5
C	<sup>12</sup> C( $\gamma, n$ ) <sup>11</sup> C	20,74	18,8
F	<sup>19</sup> F( $\gamma, n$ ) <sup>18</sup> F	112	10,5



### 5.\* Elemzés a közvetlen reakciótermékek alapján

Igen sok magreakcióban a bombázó részecskék ismeretében a kilépő részecskék fajtájából és energiájából is egyértelműen visszakövetkeztethetünk a besugárzott atommagokra. Így pl. az  $(n, \gamma)$  reakciónál a prompt gamma-sugárzás energiája alapján elvileg egyértelmű minőségi és mennyiségi elemzést lehetne elvégezni. Az egyes elemek gamma-spektruma azonban annyira összetett, hogy a különböző elemek sugárzásai energiában igen erősen átfedik egymást. Ezenkívül maga a sugárforrás is olyan nagy háttérrel okoz, hogy a befogáskor keletkező fotonok alapján általában legfeljebb csak makrokomponensek határozhatók meg.

Eredményesebben lehet viszont meghatározni alacsony rendszámú elemeket a gyorsneutronok rugalmatlan szórásakor kilépő gamma-sugárzásnak a mérése alapján, mivel ezek a gerjesztési nívók elég magasan vannak és elég távol esnek egymástól. Így pl. sikeresen határoztak meg szén 14 MeV-es neutronok rugalmatlan szórása révén, a  $^{12}\text{C}^*$  4,41 MeV-es nívójáról származó gammasugárzás detektálásával [57].

Hasonlóképpen lehet elemzéseket végezni vékony rétegeken, vagy felületeken töltött részecskékkal létrejövő magreakciókkal, vagy töltött részecskék szórása alapján [58]. A közvetlen reakciótermékek alapján való elemzés előnye az aktivációs analízissel szemben az, hogy az előbbinél a detektált részecskék száma a mérési idővel lineárisan nő. Így — legalább is elvben — elegendő hosszú idő alatt gyengébb sugárforrással is nagy érzékenység érhető el. Az utóbbinál viszont a keletkező összaktivitás telítési értékhez tart, a sugárforrás erőssége már eleve korlátozza az érzékenységet.

### 6. A minták előkészítése

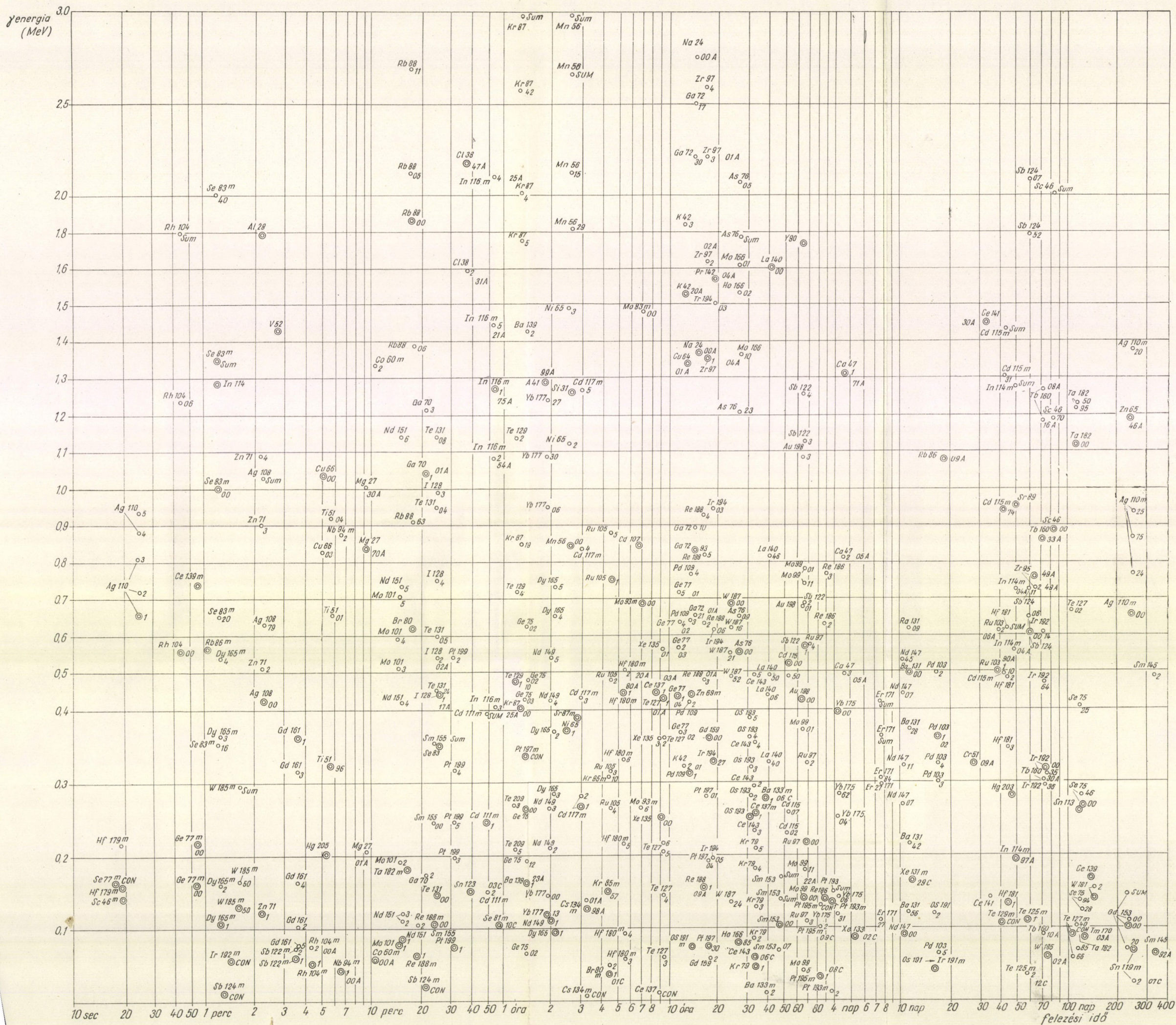
A besugárzó helyek technikai adottságai általában korlátozzák a minták geometriai méreteit. E mellett figyelembe kell még venni az elemzendő minták nagyságánál a következő két ellentétes követelményt is.

1. A kívánt pontosság eléréséhez szükséges minimális anyagmennyiség,
2. az önabszorpció elhanyagolhatóságához (vagy pontos meghatározhatóságához) megengedhető maximális anyagmennyiség.

Ezen két követelmény egyidejű teljesítése főleg nyomszennyezések meghatározásánál jelent nehézséget, amikor a szennyező elegendő mennyiségét csak nagy súlyú alapanyag tartalmazza.

A gyakorlatban a besugárzott minták súlya 0,1—100 g között változik, bár egyes esetekben, pl. hajszálvizsgálatoknál mg körüli mintákat sugároznak be. A mintákat és az összehasonlító standardok ismert mennyiségét kis alumínium, kvarc vagy műanyag tokba helyezve, teszik be a reaktorba, gyorsítónál általában műanyagtokokat használnak. A kvarc és műanyag tokokat főleg folyadék és poralakú minták esetén használják. A tokok megvédik a bennük levő anyagot a környező szennyezéstől. Általában kevésbé aktiválódó anyagból készülnek, így kibontásuk nem igényel különösebb elővigyázatot. Egyes folyadékokat csak bepárolt állapotban sugároznak be. Csőpostákban hordozótestként különböző nagytisztaságú műanyagokat (polietiléneket) használnak. Makromennyiségek meghatározásánál a tokok aktiválása nem okoz jelentős hibát, a besugárzott minták a tokkal együtt átcsomagolás nélkül is mérhetők. Mikroelemzésnél azonban a felaktiválódott tokot előbb el kell távolítani.





7. ábra. Az  $(n, \gamma)$  reakcióval létrehozható radioaktív izotópok energia és felezési idő szerinti ábrázolása. A koordináta rendszer vízszintes tengelyén a kérdéses izotóp felezési ideje, a függőlegesen energiája olvasható le. A ponttal jelölt izotópok más energiájú gamma-sugárzást is kibocsátanak, a bekarikázott ponttal jelöltek ez a legintenzívebb (vagy egyetlen) gamma-energia. Az egyjegyű szám a gamma-sugárzás intenzitásának sorrendjét, a kétjegyű a százalékos relatív intenzitását (a 00 jel 100%-ot), ha  $A$  van utána, akkor abszolút intenzitását jelenti egy bomlásra vonatkoztatva. A SUM összegzésűcsot, a  $C$  előtti szám  $e/\gamma$  viszonyt, a CON jelölés igen nagy  $e/\gamma$  viszonyt jelent







#### IV. Kémiai elválasztások

##### 1. A kémiai elválasztások szükségessége

Az előzőkben már említettük, hogy az aktivációs módszer igen gyakran roncsolásmentes elemzéseket tesz lehetővé. Előfordulnak azonban olyan esetek is, melyeknél a kívánt elem radioaktivitása egyáltalában nem, vagy csak igen nehezen határozható meg a többi elem radioaktivitásának zavaró hatása miatt. Ilyenkor szükséges a nukleáris mérések elé kémiai elválasztásokat is közbeiktatni. Ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk az aktivációs analitikai vizsgálatoknál leggyakrabban alkalmazott kémiai elválasztásokat, és megemlítjük néhány alkalmazási területüket is. A radioakémiai műveletekről elemenként összefoglaló monográfiákat ad ki folytonosan a Subcommittee on Radiochemistry of the National Academy of Sciences (Washington), melyben az egyes elemek legfontosabb radiokémiai tulajdonságai összegyűjtve megtalálhatók.

A kémiai elválasztásokra a gyakorlatban a következő esetekben van szükség:

a) A mintában több elem van, melyekből hasonló energiájú és felezési idejű, sugárzást kibocsátó radioaktív izotópok keletkeznek. Ezen izotópok sugárzásának kellő határfokú szétválasztása nukleáris mérési módszerekkel nem lehetséges. A termikus, illetve gyorsneutronokkal való besugárzásakor keletkező, egymást energiában és felezési időben is zavaró elemeket, melyek együttes jelenléte szükségessé teszi a kémiai elválasztást, a 7. és 8. ábrán láthatjuk.

b) A mintában olyan elemek vannak, melyek mennyiségük hatáskeresztmetszetük vagy felezési idejük folytán olyan nagymértékben felaktiválódnak, hogy bár sugárzásuk jelentősen különbözik a mérendő izotóp sugárzásától, mégis elfedik azt. Ez fordul elő pl. nyomelemek erősen felaktiválódtak, közepes felezési idejű anyagban (pl. wolfrámban vagy nátriumban) való meghatározásánál.

c) Az aktiválás után a kívánt elemből csak béta-sugárzó izotóp keletkezik, mely nem különíthető el a mintában levő többi, hasonló energiájú béta-sugárzástól.

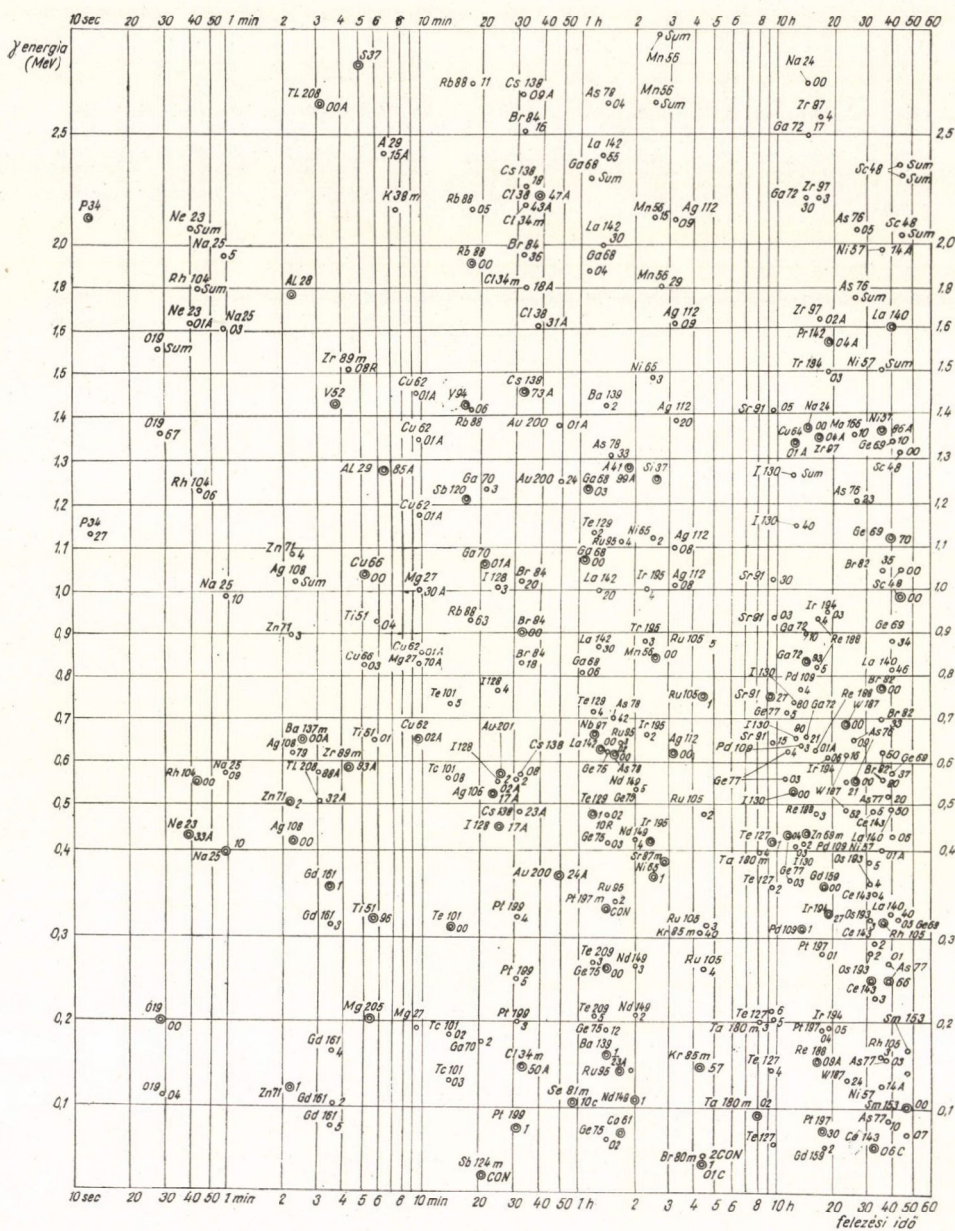
d) Sokszor a maximális érzékenység miatt szükséges a vizsgálandó elemet radiokémiaiilag tiszta formában előállítani, mert az összes egyéb sugárzás a mérés szempontjából háttérnek tekintendő, és ezáltal az érzékenységet rontja (l. 3. képlet).

A kémiai elválasztásokat csaknem mindig az aktiválás után végezzük el, hogy a reagensok esetleges szennyezései ne okozhassanak zavart. A klasszikus kémiai analízisben alkalmazott módszereket alkalmazzuk itt is. Míg azonban a klasszikus analízisnél igen fontos az elválasztások specifikus és kvantitatív volta, addig ezek szerepe az aktivitás alapján való elemzésnél lényegesen kisebb. Ha a mérendő izotóp a zavaró sugárzásokat kibocsátó izotóptól elkülöníthető, akkor ez a szelektivitás már elegendő az aktivitásmérés pontossá tételéhez.

Mikromennyiségekkel végzett műveletek hatékonysága erősen függ koncentrációjuktól. Különösen érvényes ez a lecsapásokra, melyek csak akkor kvantitatívak, ha a csapadék oldékonysági szorzatát jóval túlléptük. Ez a hibalehetőség az aktivációs elemzésnél kiesik, mivel a besugárzás után, de még a kémiai műveletek megkezdése előtt ismert mennyiségben annyi inaktív hordozót adnak a mintához, hogy az elválasztási műveletek optimális körülmények között menjenek végbe, és kvantitatívan is megbízhatók legyenek.

Nagy előnye az aktivációs analízisnél alkalmazható kémiai műveleteknek,





8. ábra. Gyors neutronokkal létrehozható radioaktív izotópok energia és felezési idő szerinti ábrázolása



hogy a kitermelést utólag pontosan meg lehet határozni. Sokszor a nagyobb radio-kémiai tisztaság kedvéért feláldozzuk a jó kitermelést, mert az ebből származó korrekciók pontosan mérhetők. A kitermelési korrekció megállapítására két módszer van:

- a) inaktív hordozó hozzáadása,
- b) radioaktív nyomjelzővel való meghatározás.

Mindkét módszernél lényeges, hogy a hordozó vagy a radioaktív nyomelem ugyanolyan kémiai formában legyen jelen, mint a keresett elem. A reaktorban történt besugárzás hatására ugyanis a mintában jelentős kémiai változások következhetnek be, így egyes elemek kémiai állapota részben vagy egészben más lesz, min-besugárzás előtt volt. Amennyiben ezt a lehetőséget nem vesszük figyelembe a kémiai elválasztásnál, úgy a kitermelés meghatározásánál, és ezáltal a mennyiségi elemzésnél jelentős hibát követhetünk el.

A gyakorlatban leginkább inaktív hordozó segítségével állapítjuk meg a kitermelést. A hordozó ismert  $M$  és visszakapott  $M_1$  mennyiségéből, valamint a kitermelés után mért  $A_1$  aktivitásból a minta eredeti aktivitása

$$A = A_1 \cdot \frac{M}{M_1}$$

$M_1$ -et bármilyen megfelelő analitikai módszerrel, pl. a csapadék súlyának közvetlen mérésével, titrálással, stb. megkaphatjuk, tekintettel arra, hogy itt már nem mikromennyiségek méréséről van szó.

Az aktivációs analízis összehasonlító módszerénél még erre sincsen szükség. A standardhoz és a mintához is ugyanannyi inaktív hordozót adunk, és ugyanazokat a műveleteket végezzük el velük. Ebben az esetben az aktivitások aránya továbbra is megegyezik a súlyok arányával, függetlenül a kitermelés hatásfokától.

A radioaktív nyomjelzőket általában akkor használjuk fel a kitermelés meghatározására, ha a vizsgált elemnek van olyan radioaktív izotópja, mely nem keletkezhet a reaktorban való besugárzáskor. Példa erre a jó kitermelésének meghatározása a  $^{131}\text{I}$  izotóp felhasználásával. A reaktorban  $(n, \gamma)$  reakcióval a jódból csak a 25 perc felezési idejű  $^{128}\text{I}$  jódiotóp keletkezik, mely 0,46 és 0,54 MeV-es gamma-sugárzást bocsát ki. A más úton előállítható, 8 nap felezési idejű  $^{131}\text{I}$ -ből más energiájú gamma-kvantumok lépnek ki, így ebből ismert mennyiséget adva a mintához az elválasztás előtt, a  $^{128}\text{I}$  kitermelése a  $^{131}\text{I}$  aktivitásának elválasztás utáni és előtti aktivitása arányából megkapható.

## 2. Legfontosabb elválasztási módszerek

Az aktivációs analízisben leggyakrabban alkalmazott kémiai elválasztási műveletek a következők:

- a) oldószeres extrakció,
- b) kromatográfia,
- c) lecsapás,
- d) elektrolitikus leválasztás,
- e) desztillálás,
- f) izotópcsere.



Ezek közül az első öt módszert a klasszikus kémiai analízisben is igen gyakran alkalmazzák. Az adott feladathoz legjobban megfelelő elválasztási eljárást mindig a mintában szereplő elemek radiokémiai tulajdonságai szabják meg. Az aktivációs elemzésnél azonban sokszor tekintetbe kell vennünk azt is, hogy a kémiai műveletek milyen gyorsan végezhetőek el, nehogy a meghatározandó radioaktív izotópok közben lebomoljanak.

Az aktivációs analízisben használt kémiai elválasztások legfontosabb jellemzőit, az elvégzésükhöz szükséges minimális időt, szelektivitásukat, koncentráció függésüket, reagens szennyeződésre való érzékenységüket és alkalmazhatóságukat Bowen és Gibbons nyomán (27) a VI. táblázatban foglaltuk össze.

## VI. TÁBLÁZATOK

Az aktivációs analízisben leggyakrabban alkalmazott kémiai elválasztások jellemzői

Módszer	Minimális idő	Szelektivitás	Konc. függés	Érzékenység reagens szennyezőre	Alkalmazás
Oldószeres extrakció	1 p	mérsékelt, jó	rendszerint nincs	nagyon kicsi	legtöbb elem
Kromatográfia	30 p	jó, kítűnő	nincs	nagyon kicsi	legtöbb elem
Lecsapás	2 p	gyenge, jó	van	mérsékelt	legtöbb elem
Elektrolitikus leválasztás	30 p	mérsékelt, jó	nincs	mérsékelt	néhány elem
Követelmények					
Konvencionális analízis	nem fontos	szükséges	fontos lehet	fontos	minden elem
Aktivációs analízis	nagyon fontos lehet	kevésbé fontos	nem fontos	nem fontos	legtöbb elem

Az alábbiakban röviden áttekintjük ezen elválasztási módszereket.

a) Az *oldószeres extrakció* az egyik leggyorsabban és legegyszerűbben elvégezhető elválasztási eljárás. Azon alapszik, hogy két különböző oldószer keverékében (melyek közül az egyik rendszerint vizes fázis), az oldott anyagok különbözőképpen oszlanak meg. Különleges felszerelést nem igényel, és előnye, hogy radioaktív minták esetén könnyen elvégezhető távirányítással, manipulátorokkal is. Eddig már több mint 75 elem elválasztására dolgoztak ki extrakciós módszereket. Az extrakcióval foglalkozik részletesen G. H. Morisson és H. Freiser könyve [60].

Az oldószeres extrakciónál fellépő kevés gyakorlati nehézség a kísérleti körülmények gondos beállításával minimálisra csökkenthető. A legnagyobb problémát az emulzióképződés okozhatja, főleg ha az elválasztás elvégzéséhez szükséges idő is jelentős szerepet játszik. Semleges sófelesleg, pl. ammónium-acetát hozzáadásával rendszerint elérhető, hogy az emulzió hamar megszűnjék.

Bármely szerves anyag, amely vizes oldatban egyszerű molekulaként van jelen, (pl.  $\text{Br}_2$ ,  $\text{I}_2$ ) könnyen extrahálható szerves oldószerbe. De eltekintve a gyengén elektropozitív fémek néhány haloidjától ( $\text{HgCl}_2$ ,  $\text{AlCl}_3$ ,  $\text{GeCl}_4$ ) szerves anyagok kovalens molekulákként ritkán fordulnak elő vizes oldatban. A kelát vagy az ion-



asszociációs komplexképzés segítségével azonban az ionos vegyületek átalakíthatók úgy, hogy azok szerves oldószerben oldékonyabbá váljanak. A kelátképzés után a pozitív iont néhány terjedelmes szerves molekula anionja veszi körül. Jól ismert kelátképző pl. a ditizon, kupferron, dietilditio-karbamát. A keláttá alakított anyag szerves oldószerben, mint kovalens molekula oldódik. Fémkelátok extrakciójával részletesen foglalkozik könyvében *J. Stary* [61].

Ionasszociációs komplexek képzésénél az anyagot olyan sóvá alakítják át, melynél egyik vagy mindkét ion terjedelmes. Mivel az ion hidratációs energiája minimális, könnyű átvinni olyan oldószerbe, melynek dielektromos állandója kisebb.

Gyakran használják az ammónium-rodanidos extrakciót is. Egyes fémek vízzel ekvimoláris  $\text{NH}_4\text{SCN}$  jelenlétében, vagy rodanid feleslegben extrahálhatók éterbe.

Néhány évvel ezelőtt dolgozta ki *Ruzicka* és *Stary* a szubsztöchiometrikus extrakciót germániumban levő Ag, Cu, Zn és In szennyezések ditizonos extrakciójára [62, 63]. Ez az eljárás jelenleg az egyik legegyszerűbb és leghatékonyabb radio-kémiai elválasztási módszer. A szubsztöchiometrikus extrakció lényege, hogy a vizsgálandó elemet tartalmazó oldathoz és a standardhoz is pontosan annyi hordozót és reagenst adunk, ügyelve arra, hogy a reagens súlya kevesebb legyen a sztöchiometrikusan megfelelő mennyiségnél. A vizsgálatot olyan körülmények között végezzük el, hogy a reagens kvantitatív reakcióba lépjen a vizsgálandó elemmel, és ugyanakkor a többi elem komplexének stabilitási állandója kisebb legyen. Az extrakció szubsztöchiometrikus beállítása miatt a mintában levő többi radioaktív elem nem tud a reagenssel reakcióba lépni, ezért a módszer rendkívül szelektív.

b) *Kromatográfia*. A kromatográfiás elválasztás azon alapszik, hogy a különböző anyagok elegyei porózus közegben vándorolva különböző mértékben adszorbeálódnak, és ezáltal elkülönülnek. Az elkülönülés létrejöhet adszorpció megoszlás vagy ioncsere révén. A leggyakrabban alkalmazott módszerek az oszlop-, a papír- és a vékonyréteges kromatográfia.

Az oszlopkromatográfiánál az oszlopon végighaladó folyadékok vagy gázok a nyugvó, porózus anyag felületén adszorpciós tulajdonságaitól függően különböző távolságra kötődnek meg. Ez a megkötődés létrejöhet közvetlenül az oszlop anyagán, vagy az előzőleg már rávitt nyugvó folyadék felületén, vagy pedig a mozgó anyag ionjai kicserélődhetnek a nyugvó folyadék ionjaival.

A papírkromatográfiánál szűrőpapírra cseppentik rá a szétválasztandó elemeket tartalmazó oldatot. A szűrőpapír vége egy megfelelő vívő oldószerbe lóg, amely felszívódva a papíron, magával viszi a rácseppentett oldatban levő elemeket is. A szétválasztás jóságára jellemző a retenciós faktor ( $R_f$ ). Ha  $d$ -vel jelöljük egy adott elemnek,  $D$ -vel pedig az oldószer frontjának a felcseppentés helyétől való távolságát, akkor az erre az elemre vonatkozó  $R_f$  érték  $R_f = d/D$ . A papírkromatográfia módszerét részletesen tárgyalja könyvében *Cramer* [64].

A vékonyréteg kromatográfiánál a szétválasztandó elemek üveglapra rávitt vékony rétegen keresztül haladnak különböző sebességgel.

A kromatogramok kiértékelése aktivációs analitikai vizsgálatoknál az egyes részek aktivitásának mérése alapján történik. *R. Coulomb* vezette be a papírkromatográfiás vizsgálatoknál a kromatogramoknak a közelítőleg meghatározott  $R_f$  értékek szerinti szétvágását, és az így kapott szeletek külön való mérését [65].

A kromatográfiás elválasztásoknak fő hátrányuk az, hogy lassúak, a legtöbb esetben több óráig tartanak. Az ioncserélő gyantákat az aktivációs analízisben



leginkább az alkálifémek, lantanidák és aktinidák szétválasztására használják, mert ezeket csapadékos módszerrel elég nehéz elkülöníteni, és radioaktív izotópjaik felezési ideje általában elég hosszú, nem bomlanak el a hosszú szétválasztási idő alatt.

c) *Lecsapás*. A lecsapás útján való elválasztás egyik leggyakrabban alkalmazott módszere a klasszikus kémiai analízisnek. A radiokémiai és közönséges kémiai rendszerekre ebben az esetben ugyanazok a törvények érvényesek. Az aktivációs analízis módszerét leggyakrabban nyomszennyezők meghatározására alkalmazzák. Ilyen kis mennyiségek közvetlen lecsapása általában nem lehetséges, ezért a mintához az oldás vagy a lecsapás előtt kellő mennyiségű hordozót adnak. A hordozó általában a meghatározandó elemmel azonos, de néha elegendő, ha csak hozzá hasonló kémiai tulajdonságokkal rendelkezik. Mivel az aktív és inaktív elemek viselkedése a vegyi folyamatokban megegyezik, ezért az aktív atomoknak ugyanakkora hányada kerül csapadékba, mint az inaktívaké.

Hasonló kémiai tulajdonságú elemek gyakran nem választhatók szét teljesen lecsapással. Például aktív báriumot és ittriumot tartalmazó mintában a  $\text{BaSO}_4$  csapadék szennyezett lesz radioaktív  $^{90}\text{Y}$ -nel. Az ilyenfajta szennyezések csökkentésére szolgál a visszatartó hordozó (hold-back carrier) módszer. A zavaró anyagból a fenti példában az ittriumból is nagy mennyiséget adnak hozzá az oldathoz. Ezáltal a  $\text{BaSO}_4$ -tal együtt lecsapódó ittrium fajlagos aktivitása igen alacsony lesz.

Mivel sokkal több anyag oldódik savban, mint lúgban, a specifikus vagy közel specifikus lecsapásokat rendszerint savas közegben végezzük. Forró salétromsavban igen sok elem oldódik, ezért az a néhány elem, amelynek forró salétromsavban oldhatatlan nitrátjai vagy oxidjai vannak (pl. W, Nb, Ta) kvantitatívan lecsapható. A Sr-, Ba- és Pb-nitrátok 80%-os salétromsavban oldhatatlanok. Ezen a tényen sok hasznos elválasztás alapszik. Sok fém lecsapható megfelelő szerves reagenssel.

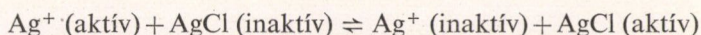
d) *Elektrolitikus leválasztás*. Az elektrolitikus leválasztást is gyakran alkalmazzák roncsolásos aktivációs analitikai vizsgálatoknál a zavaró aktivitások szétválasztására. A mintához kis mennyiségű hordozót adva, a kitermelés kvantitatív. A módszer előnye, hogy a gyakorlatban előforduló kis mennyiségek kiválasztására még viszonylag gyors, és a kivált réteg csaknem teljesen mentes az egyéb mikroszennyezésektől. Igen eredményesen alkalmazták az elektrolitikus leválasztást arany, platina, higany, ezüst, réz és antimon-oxid kiválasztására, de más fémeknél is célravezető lehet. A gyakorlatban a fémeket platinára vagy rozsdamentes acélra választják le.

e) *Desztilláció*. A desztillációs eljárásokat abban az esetben alkalmazzák, amikor a nagy aktivitású alapanyag fő tömegét kell eltávolítani. Sikeresen felhasználták pl. GaAs-ben levő nyomelemek meghatározásánál, amikor a gallium és az arzén fő tömegét eldesztillálták. Lehetőség van a különböző, elsősorban halogénvegyületek illékonyságában rejlő különbségeket felhasználni egyes nemesfém izotópok elválasztására.

f) *Izotópcseré*. Az izotópcseré — szemben az előbb ismertetett módszerekkel — speciálisan csak radiokémiai rendszerekre alkalmazható elválasztási módszer. Azt a tényt használja fel, hogy egy adott elem különböző izotópjai kicserélődnek a különböző kémiai vegyületek vagy fázisok között, és az egyensúly beállta után az izotópok eloszlása minden vegyületben vagy fázisban ugyanaz lesz. Az izotópcseré létrejöhet homogén rendszerben vagy többfázisú rendszer különböző fázisai között. Ha pl. kis mennyiségű aktív ezüstöt tartalmazó oldathoz ezüstkloridot adunk, akkor



az aktivitás az alábbi reverzibilis folyamat révén megoszlik az oldat és a szilárd fázis között:



Ha az AgCl mennyisége nagy, az oldatban levő  $\text{Ag}^+$ -hoz képest, akkor az aktivitás zöme az egyensúly beállta után az AgCl csapadékban lesz. Az aktív ezüst elválasztására tehát csak a csapadékot kell elkülöníteni. Az izotópcserés eljárás nagyon gyors és specifikus lehet aktivációs analitikai célokra azonban csak újabban kezdték alkalmazni.

A kémiai elválasztásos módszerek általában pontosak és érzékenyek, viszont több időt kívánnak és munkaingényesek. Rutinvizsgálatok elvégzésénél ezért előnyös, ha ez a lépés lerövidíthető, vagy teljesen elhagyható. A kémiai elválasztással egybekötött módszer érzékenysége azonban jóval felülmúlja a tiszta gamma-spektrometriás eljárásokat. A két módszer kombinálásával szerencsésen kihasználhatjuk mindkét eljárás előnyös tulajdonságait úgy, hogy a besugárzott minta feloldása után csoportelválasztást végzünk, melynek eredményeképpen az egyes csoportokba csak olyan néhány elem (3—4) kerüljön, amelyek gamma-energiái nem túl közeliek egymáshoz, és így a már kevésbé bonyolult gamma-spektrum kiértékelése könnyebben elvégezhető.

## V. Gamma-spektroszkópia

Aktivációs analitikai vizsgálatoknál leggyakrabban a besugárzott mintából kilépő gamma-sugárzást detektáljuk, mivel ennek a sugárzásnak az energiája határozható meg viszonylag a legpontosabban, és a minta belsejében bekövetkező önabszorpció is általában jelentéktelen vagy korrekcióba vehető. Abban a néhány speciális esetben, amikor a meghatározandó elemnek nem keletkezik megfelelő gamma-sugárzó izotópja, és ezért mennyiségét béta-sugárzásának aktivitásából kell megállapítanunk, a gyakorlatban megfelelő hűtési idő és/vagy kémiai elválasztások közbeiktatása után úgyis radiokémiaiilag tiszta rendszereken végezzük el a mérést. Ekkor viszont elegendő csupán a béta-részecskék esetleges energia diszkriminációval egybekötött detektálására szorítkozni, mely elvégezhető egy egyszerű végablakos GM-csővel, vagy béta-részecskék számlálására alkalmas szcintillációs detektorral. Ezért a továbbiakban csak a gamma-spektroszkópiai mérésekkel foglalkozunk.

### 1. Szcintillációs detektorok

Az aktivációs analízist elsősorban nagy érzékenysége helyezi az egyéb analitikai eljárások fölé. Ez a jó érzékenység azonban mint ezt a II. pontban megmutattuk, csak kellő hatásfokú detektor alkalmazásával érhető el. A jelenleg kapható félvezető gammadetektorok hatásfoka a MeV körüli tartományban — ahová a legtöbb gyakorlati szempontból fontos elem gammasugárzásának energiája esik — igen alacsony még. Ezért az aktivációs analízisben ma még rosszabb felbontása ellenére is a nagy hatásfokú NaI(Tl)-os szcintillációs detektorokat alkalmazzák legelterjedtebben. A félvezető detektorok felhasználására ezen a területen még csak az első kezdeti lépések történtek meg. A szcintillációs detektorok fejlesztésével és felhasználásával a rendszeres szimpóziumokon kívül (66) több könyv is foglalkozik. Igen részletes



összefoglaló található erről a tárgykőről *Siegbahn* [67], *Crouthamel* [33] és *Keszt-helyi Lajos* [68] könyvében.

A célkitűzésünknek megfelelően ebben a fejezetben csupán a szcintillációs gamma-detektoroknak az aktivációs analízis gyakorlata szempontjából legfontosabb tulajdonságait és a mérések folyamán leggyakrabban elkövethető hibákat tárgyaljuk. Ismertetjük a különböző elemek zavaró hatását lecsökkentő mérési elrendezések, így a koincidencia kapcsolások, anticompton-spektrométerek, összeülést letiltó áramkörök elvét. Ezután röviden tárgyaljuk a fejlődés útját jelentő félvezető gamma-detektorokat is, majd összehasonlítjuk a szcintillációs és félvezető gammadetektorokat az aktivációs analízisben való alkalmazhatóság szempontjából.

Az összetett gamma-spektrumok kiértékelését a VI. pontban tárgyaljuk.

A gamma-sugarak a szcintillátor anyagával legnagyobb valószínűséggel az alábbi három folyamat révén lépnek kölcsönhatásba:

a) fotoelektromos-effektus;

a gamma-kvantum összes energiáját átadja a meglökött elektronnak.

b) Compton-szórás;

a gamma-kvantum rugalmasan szóródik egy elektronon, energiáját részben adja csak át. A kisebb energiájú szóródott foton kiléphet a kristályból vagy Compton-szórás, vagy fotoelektromos-effektus révén további energiát adhat át neki. A másodlagos folyamatok révén ekkor is lehetséges, hogy a foton teljes energiája abszorbeálódik a kristályban.

c) Párokeltés;

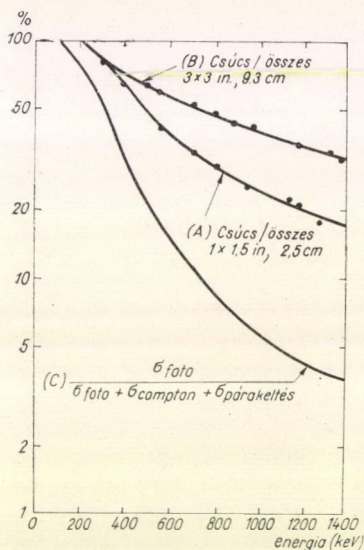
MeV feletti energiával rendelkező gamma-sugarak elektron-pozitron párt keltethetnek, melyek lefékeződnek a kristályban. A pozitron megsemmisülésekor keletkező két foton energiája részben vagy teljesen a kristályban maradhat.

Gamma-spektroszkópiai célokra leggyakrabban talliummal aktivált NaI kristályt alkalmaznak, mert ezekből kellő nagyságú, jó hatásfokú szcintillációs kristályok készíthetők, és egyéb tulajdonságaik (fotonátváltási tényező, lecsengési idő, kibocsátott fény hullámhossza, átlátszóság, stb.) is megfelelőek.

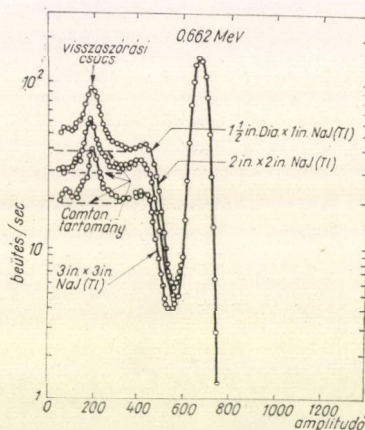
A talliummal aktivált NaI szcintillációs kristályokban az egységnyi foton-energiára jutó fényhozam jó közelítéssel független az energiától. Ezért akár egy, akár több lépésben adta át a foton a teljes energiáját a szcintillátornak, a keletkezett fény illetve a detektor kimenetén jelentkező jel-amplitúdó ideális esetben ugyanaz lenne. A gyakorlatban azonban különböző effektusok kiszélesítik a monoenergiás fotonoknak megfelelő spektrum vonalait. A felbontást meghatározó statisztikus tényezők közül *Breitenberger* szerint [69] a legjelentősebb a kristályban történő energia-fényátváltási folyamat, fényvezetés, a fotokatód fényelektron átváltási határfoka, az első dinóda elektronbegyűjtési határfoka, és a dinódák sokszorozása. Ezen faktorok következtében a szcintillációs detektorokban a monoenergiás gamma-kvantumoknál a teljes energia leadásnak megfelelő vonal kiszélesedik, és az alacsony energiájú oldal egy kis részének kivételével jól megközelíthető egy Gauss-görbével. Az eltérés az alacsonyabb energiáknál a Compton-szórás zavaró hatásának tulajdonítható. A spektroszkópiai célokra használható szcintillációs detektorok relatív felbontása (teljes félérték szélesség a maximális amplitúdó felénél, fwhm) a  $^{137}\text{Cs}$  izotóp 0,661 MeV-es gamma-sugárzására vonatkoztatva, kristálynagyságtól és gyártó cégtől függően 7–10% között mozog, és első közelítésben a fotonenergia négyzetgyökével fordított arányban változik.



Az egyes gamma-sugárzó izotópokat legjobban a teljes energiacsúcsok alapján tudjuk azonosítani. A fotoelektromos abszorpció valószínűsége azonban növekvő fotonenergiára gyorsan csökken, így a teljes energia csúcsba jutás valószínűségének növeléséhez fokozni kell a másodlagos abszorpció valószínűségét, tehát a kristály méreteit. Ez egyben a detektor hatásfokát is javítja. A kristály méreteinek túlzott növelése azonban technikai okok miatt korlátozott, és ugyanakkor a felbontás romlásához is vezet. Ezért a gyakorlatban kompromisszumként standard spektrométerül a  $3 \times 3$ "-es NaI(Tl)-os szcintillációs detektort alkalmazzák a legelterjedtebben. A különböző izotópoknak gamma-spektrumuk alapján való azonosítására különböző spektrumkatalógusok készültek [32, 33]. A teljes energia csúcsba jutás és a detektálás valószínűségének hányadosát (csúcs/összes viszony) csak egyszeres abszorpciós folyamatot, illetve különböző méretű kristályoknál többszörös kölcsönhatást is figyelembe véve, a 9. ábrán láthatjuk.



9. ábra. A teljes energiacsúcsba jutás és a detektálás valószínűségének viszonya (csúcs/összes viszony) a fotonenergia függvényében csak egyszeres abszorpciót tekintve, illetve  $1 \times 1,5$ " és  $3 \times 3$ "-es NaI kristályoknál többszörös kölcsönhatást is figyelembe véve

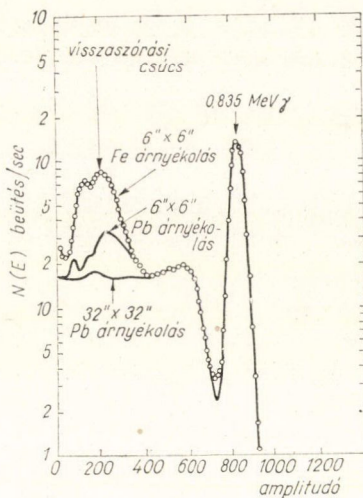


10. ábra.  $^{137}\text{Cs}$  0,661 MeV-es gamma-sugárzásának amplitúdó spektruma különböző méretű NaI (Tl)-es detektorokkal. A Compton-tartománynak a teljes energiacsúcshoz viszonyított aránya a kristály méreteinek növelésével csökken

A kristály méretének a gamma-spektrumra való hatását többen vizsgálták részletesen, így pl. Perkins [70], valamint legújabban Lents és Schulz [71]. A 10. ábrán látható, hogy azonos amplitúdóra és félértékre normált teljes energiacsúcs esetén hogyan csökken a Compton-tartomány a kristályméret növelésével.

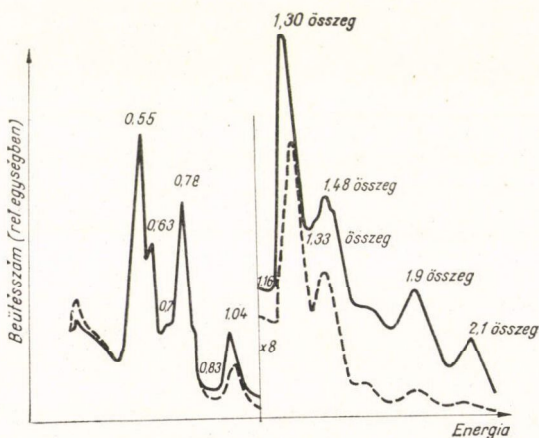
A háttérsugárzás csökkentésére a detektort árnyékolással veszik körül. A nagy tömegű védelemről a kristályba viasszóródott fotonok energiája 160–250 keV körül van, ezért itt a spektrumban egy új csúcsot, az ún. viasszórósi csúcsot kapjuk. Ennek a mérendő spektrumhoz viszonyított relatív nagysága függ a forrás-detektor





11. ábra. Az árnyékolás hatása  $^{54}\text{Mn}$  gamma-sugárzásának spektrumára. A visszaszórás csúcs a védelem méreteinek növelésével erősen csökken

ján. Ez rendszerint ismert mennyiségű standard aktivitásával való összehasonlítással történik a 3. képlet segítségével. A pontos eredményhez elengedhetetlen, hogy a minták és a standardok mérése teljesen azonos körülmények között menjen végbe. Különösen fontos ez akkor, ha a mérési eredmények kiértékelése gépi úton



12. ábra.  $^{82}\text{Br}$  mért spektrumának változása az összegcsúcsok változása következtében. A folytonos vonallal rajzolt görbénél a minta közvetlenül a  $3 \times 3''$ -es kristályon volt, a szaggatottnál pedig 8 cm-re

távolságtól, az árnyékoló doboz méreteitől és anyagától. Az árnyékolás hatását a spektrum alakjára a 11. ábrán láthatjuk.

A primer sugárzás karakterisztikus röntgensugárzást vált ki az árnyékolásul szolgáló anyagban, mely alacsony energián való mérésnél erősen zavarhat. A mérődoboz belsejét kb. 1,5 mm kadmiummal és 0,4 mm rézzel kibéélve a karakterisztikus röntgensugárzás századrészére lecsökkenthető.

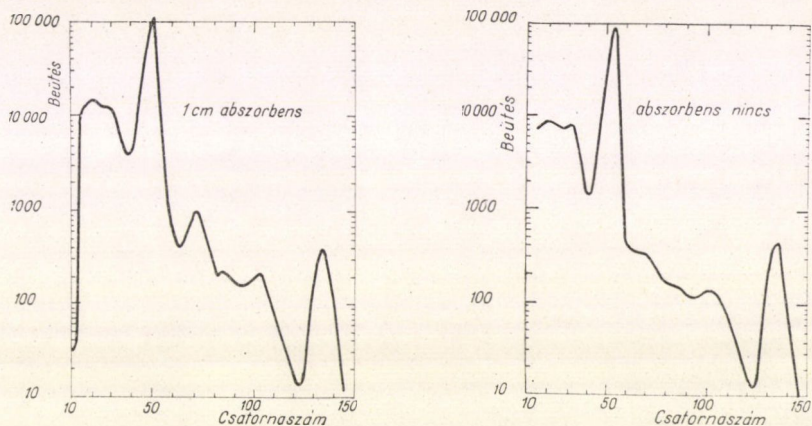
A szcintillációs detektorok jeleinek amplitúdó szerinti osztályozása ma csaknem kizárólag sokcsatornás analízátorokkal történik. A sokcsatornás analízátorok működésének ismertetése meghaladná ezen fejezet kereteit, ezért ebből a tárgykörből csak néhány alapvető irodalomra hivatkozunk [67, 72, 73]. A többdimenziós analízálást aktivációs analízisben intenzitás okok miatt eddig még csak elvétve használták fel [74].

## 2. Leggyakoribb hibaforrások

Az aktivációs analízis végső célja az egyes elemek kvantitatív meghatározása aktivitásuk alapján. Ez rendszerint ismert mennyiségű standard aktivitásával való összehasonlítással történik a 3. képlet segítségével. A pontos eredményhez elengedhetetlen, hogy a minták és a standardok mérése teljesen azonos körülmények között menjen végbe. Különösen fontos ez akkor, ha a mérési eredmények kiértékelése gépi úton történik, mivel ekkor esetleg olyan durvább hibák, amelyeket kézi kiértékelésnél még észrevennénk, rejtve maradhatnak, vagy megfordítva olyan effektusok, melyek kézi kiértékelésnél kicsiny voltak miatt a felszínre sem kerülnek, a gépi kiértékelésnél hibás eredmények okozói lehetnek. Ezért ebben a szakaszban Lazar [75], Lyon, Eldridge, Crowther [39] és Perkins [70] nyomán, valamint saját tapasztalataink alapján megvizsgáljuk a gamma-spektroszkópiai méréseknél azokat a leggyakrabban előforduló hibalehetőségeket, melyek eredményeképpen a mért spektrum alakja különböző torzulásokat szenvedhet, és azokat a módszereket, melyekkel ezeket a változásokat kiküszöbölhetjük, illetve minimálisra csökkenthetjük.



Ha két gamma-kvantum koincidenzában lép ki, akkor a két jel összeülhet a kristályban, és a spektrumban a teljes energialeadásnak megfelelően egy új csúcsot, az ún. összegcsúcsot találjuk. Az összegcsúcsnak a spektrum tényleges csúcsaihoz viszonyított relatív nagyságát a minta aktivitása nem befolyásolja, de a detektor-forrás távolság növelésével csökkenthető, mint ezt a 12. ábrán is láthatjuk. Mivel a méréseket rendszerint azonos geometriánál végezzük el, a valódi koincidenzákból származó összegcsúcsok nem szokták megamisítani a mérési eredményeket, de rossz geometriai beállításban igen lecsökkenthetik az érzékenységet vagy a pontosságot olyan elemekre, melyeknek mérendő teljes energiacsúcsa egybeesik egy másik, a mintában szintén jelenlévő elem összegcsúcsával.



13. ábra.  $^{64}\text{Cu}$  pozitronbomlásából a visszaszóródó annihilációs gammák miatt 700 keV körül keletkező „hamis csúcs” változása a forrást körülvevő anyag mennyiségének következtében

Nagy aktivitású minták mérésekor véletlen koincidenzá révén is összeülhetnek jelek, ezáltal a spektrumban újabb, véletlen összegcsúcsok keletkeznek, melyek nagysága már a minta aktivitásától is függ. Két különböző elem sugárzásának véletlen összeülésekor olyan helyen is kaphatunk hamis csúcsokat, melyek külön-külön egyik spektrumban sem szerepelnek. Az ilyenfajta összeülések ellen a detektor beütésszámának, valamint az egyes jelek időtartamának rövidítésével, továbbá speciális elektronikus áramkörökkel (lásd a következő pontot) lehet védekezni.

Pozitronbomló izotópok detektálásánál az egyik annihilációs gamma-kvantum jele összeülhet a másikéval, amely  $180^\circ$  körüli Compton-szórással szóródott vissza a kristályba. Ezért a spektrumban 700 keV körül egy újabb csúcs keletkezik, melyet hibásan idegen elemnek tulajdoníthatunk. Ez az összehasonlító standard alkalmazásakor is jelentős hiba forrása lehet, mert mint az a 13. ábrán látható, a visszaszórás miatt keletkező csúcs relatív nagysága erősen függ a forrás és a forrást körülvevő abszorbeáló anyag méreteitől.

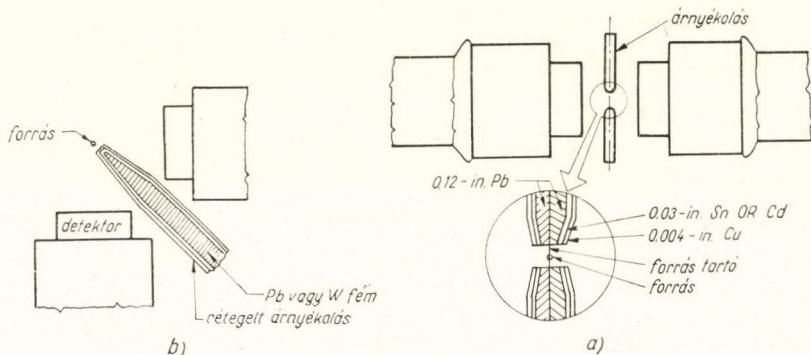
A pozitronbomlás után keletkező annihilációs gammák detektálásakor a 0,51 MeV-es teljes energiacsúcsba eső jelek száma is igen erősen függ a forrás, illetve a körülötte levő abszorbens méreteitől, mert a pozitronok lefékezéséi helyétől függően változik a kristálynak a gamma-sugárzásra vonatkozó térszöge. Abszor-



bens nélkül, valamint,  $1,23 \text{ g/cm}^2$  berillium abszorbenst helyezve a forrás köré, alá, fölé, illetve a kristályra, az annihilációs gammák detektálása alapján megállapított aktivitás az abszorbens helyétől függően a valódi aktivitásnak 80–142%-a között változott. Ezért annihilációs gammák alapján való elemzésnél különös gondot kell helyezni arra, hogy a forrás körül minél kevesebb idegen anyag legyen, és hogy a minta és a standard méretei megegyezzenek.

További problémákat okoz az annihilációs gammák detektálásánál, ha a mintában egyéb, nagy energiájú gamma-sugarakat kibocsátó izotópok is vannak. Ezek a minta anyagában vagy a detektor árnyékolásában párkeltés révén végül a pozitronbomló izotóp mérését zavaró 0,51 MeV-es gamma-sugarakat hoznak létre. Az effektus hatása csökkenthető a minta-detektor távolság csökkentésével, és az árnyékolás méreteinek növelésével. Egy 50 cm magas, 30 cm átmérőjű ólomvédelemnél 10 cm forrás-detektor távolságnál pl. 1 g nátriumból a 2,76 MeV-es fotonok 12 mg Cu-nak megfelelő bomlást adnak, a 0,51 MeV-es csúcsba, míg 20 cm távolságnál már közel 50 mg Cu-val egyenértékűek.

Koincidenca méréseknél hamis koincidenkiákat okozhatnak az egyik kristályból a másikba átszóródó fotonok. Az E MeV energiájú foton átszórása miatt hamis koincidenkiákat ad E-200 és 200 keV körüli energiánál. Ezeknek a szisztematikus koincidenkiákhoz való viszonylagos súlyát sem a koincidenca kör felbontásával, sem a forrás-kristály távolságával nem tudjuk változtatni. Az alacsonyabb energiájú visszaszóródott fotonok elnyelésére vékony abszorbenst téve, a helyzet jelentősen megjavítható. A 14. ábrán pozitronbomló, illetve egyéb koincidenkiában bomló izotópok mérésére szolgáló árnyékolás elrendezése látható, míg a 15. ábrán feltüntettük az árnyékolás hatását a koincidenca spektrumra.



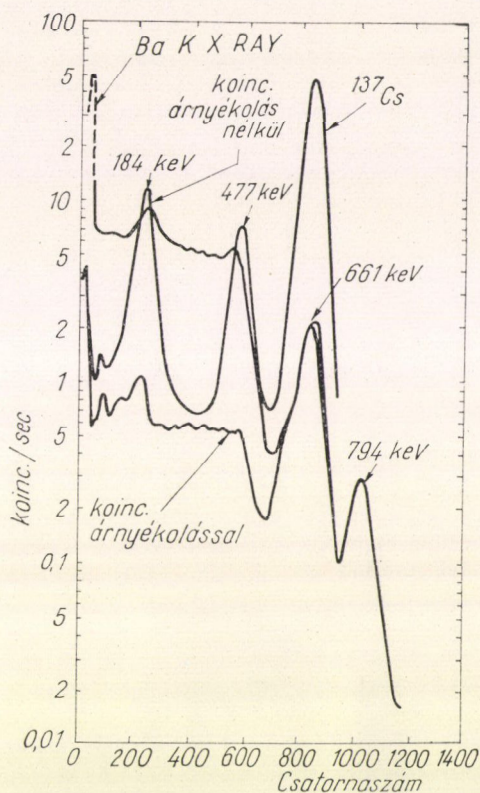
14. ábra. Compton-visszaszórásból származó hamis koincidenkiák csökkentésére szolgáló geometriai elrendezés a) pozitronbomlás, b) egyéb koincidenkiák mérése esetén

### 3. Zavaró aktivitások szétválasztása nukleáris mérési módszerekkel

Azokat az elemeket, amelyek egyszerre több részecske kibocsátásával bomlanak el legtöbbször igen hatásosan meg lehet különböztetni a többi elem zavaró aktivitásától a részecskék koincidenkiában való detektálásával. Aktivációs analízisben leg-

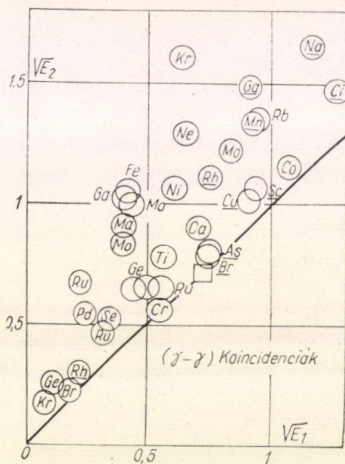


gyakrabban a gamma-gamma koincidenenciákat használják ki, bár sok elemet határoz-  
nak meg béta-gamma koincidenenciával is. Ez utóbbi főleg akkor hatásos, ha a kilépő  
béta-részecskék elég nagy energiával rendelkeznek. A koincidenencia módszer alkal-



15. ábra. Az árnyékolás hatása az átszórási ko-  
incidenenciákra. A  $^{137}\text{Cs}$  koincidenencia spektrumából  
teljesen eltűntek a 611 keV-es gammák Compton-  
átszórásából származó hamis koincidenenciák

mazhatóságát az aktivációs analízisben  
részletesen tárgyalja M. W. Schulze [76].  
A gamma-gamma koincidenencia módszer  
szelektivitása jól látható a 16. ábrán.  
A periódusos rendszer 1—47 rendszámú  
elemei közül feltüntetjük a gamma-gam-  
ma koincidenenciák segítségével meghatá-  
rozható elemeket. Az egyes elemek teljes



16. ábra. A gamma-gamma koinci-  
denenciával meghatározható 1—47-ig  
terjedő rendszámú elemek. Az egyes  
elemek teljes energiacsúcsa által el-  
foglalt tartományt körrel jelöltük.  
Az egyedülálló körökben levő ele-  
mekre a gamma-gamma koinciden-  
cia módszer szelektív

energiacsúcsai által elfoglalt tartományt körrel jelöltük. A gamma-sugárzás energiá-  
ját négyzetgyökös léptékben tüntettük fel, ezáltal a teljes energiacsúcsok szélessége  
(a körök átmérője) jó közelítéssel azonos. Az egyedül álló körökben levő elemekre a  
módszer szelektív.

A mérést zavaró szisztematikus koincidenenciák mellett tekintetbe kell vennünk  
a véletlen koincidenenciákat is. Ha  $N_1$  és  $N_2$  az egyes csatornák beütésszáma másod-  
percenként, akkor a másodpercenkénti véletlen koincidenenciák száma közelítőleg  
 $2N_1N_2\tau$ , ahol  $\tau$  a koincidenencia kör felbontási ideje. Mivel a véletlen koincidenenciák  
száma az intenzitás négyzetével nő, a valódi és véletlen koincidenenciák viszonya egy  
adott intenzitás felett rohamosan romlik. Ez elvileg megszabja a minták maximális  
aktivitását. A gyakorlatban azonban a maximális aktivitást nem a véletlen koinci-  
denenciák korlátozzák, hanem az egy- vagy sokcsatornás analízátorok terhelhetősége.



A véletlen koincidenciák számát a koincidenca kör felbontási idejével csökkenthetjük. Az aktivációs analízisben keletkezett aktivitásoknál általában  $0,1\text{--}0,2\ \mu\text{sec}$  felbontású koincidenca körök már elegendők a véletlen koincidenciák kellő alacsony szinten való tartására. Csak ritka esetekben van szükség különleges, gyors-lassú koincidenca kapcsolás alkalmazására.

Az alacsonyabb energiájú gamma-sugarak detektálását igen megnehezítik a magasabb energiájú fotonok Compton-tartományából származó jelek. A Compton-tartomány lecsökkenetésére szolgálnak az anti-Compton spektrométerek [77, 78]. Ezek elve a következő: a belső mérőkristályt (vagy félvezető detektort) egy másik szcintillációs kristály veszi körül, melyet külön elektronsokszorozók néznek. Azok a fotonok, amelyek detektáláskor nem adták le teljes energiájukat a mérődetektorban, nagy valószínűséggel adszorbeálódnak a külső nagyméretű kristályban. A két detektor jele anti-koincidenciába van kapcsolva, és ez a jel kapuzza a mérődetektor kimenetét. Ezzel a módszerrel a teljes energiacsúcsba való detektálás hatásfokának csökkentése nélkül  $5\text{--}7$ -szeres csökkentés érhető el a Compton-tartományban.

Egy kaszkádban bomló elem aktivitásának zavaró háttér mellett való mérésére igen alkalmas a *Hoogenboom*-féle összegkoincidenca módszer [79]. A gamma-sugarakat két szcintillációs detektor regisztrálja. A detektorok jelei összeadva egy egycsatornás diszkriminátorra kerülnek, mely csak azokat a jeleket engedi át, melyeknek energiája a kaszkádbomlásból kilépő két foton együttes energiájának felel meg. Ezzel kapuzva a detektor jeleit, a spektrumban csak a kaszkád egyes tagjai által létrehozott teljes energiacsúcs marad meg. Az összegkoincidenca módszer előnye, hogy az így mért spektrum felbontása jobb, mint az eredetié. Ha  $G_1$  és  $G_2$  az eredeti egy kristállyal mért félérték szélessége a spektrumnak, és  $G_s$  az összegspektrumra megszabott csatornaszélesség, akkor az összegkoincidenca módszerrel mért spektrum félérték szélessége  $F_1$

$$F_1 = G_1 \cdot \sqrt{G_2^2 + G_s^2} / \sqrt{G_1^2 + G_2^2 + G_s^2}$$

Ha  $G_s \ll G_1$  és  $G_s \ll G_2$ , akkor egyforma energiájú gamma-sugarakra a felbontás  $\sqrt{2}$ -ször javul. További előnye még az összegkoincidenca spektrométernek, hogy a kristályokat általában egymáshoz közel helyezhetjük el, így a rendszer megszólalási valószínűsége a koincidenciában való detektálás ellenére is elég magas.

Összegkoincidenca módszerrel határozott meg pl. *Adams* és *Hoste* aktivációs analízissel kis mennyiségű  $^{124}\text{Sb}$ -t,  $^{110\text{m}}\text{Ag}$  zavaró aktivitás jelenlétében [80].

A Compton-szóráson alapuló két kristályos spektrométerek monoenergiás gamma-sugarakra közel vonalas spektrumot adnak, azonban hatásfokuk igen alacsony,  $10^{-4}$  nagyságrendű, ezért aktivációs analízisben nem alkalmazhatók.

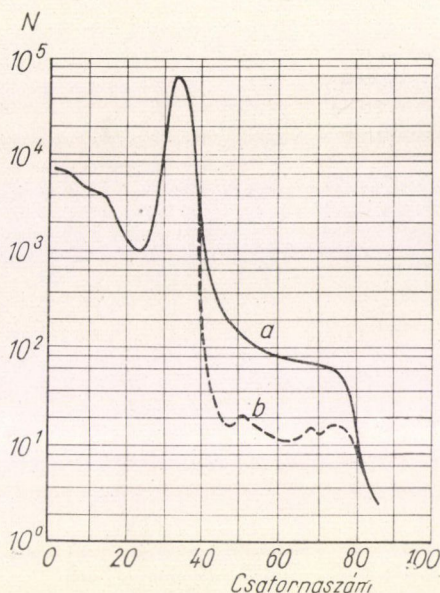
Mivel a neutronaktiválásos analitikai vizsgálatoknál mindig béta- vagy gamma-sugárzó mag marad vissza, a jelalak diszkriminációt aktivációs analízisben közvetlenül nem lehet alkalmazni. Spektrumstabilizálási célokra azonban felhasználható. Alfabomló, hosszú felezési idejű izotópnak a szcintillációs kristályba való beépítésével a spektrumnak ez a pontja (vagy pontjai) fixen tarthatók, és a jelalak diszkriminációval elérhető, hogy a referencia forrásból származó jelek ne zavarják a mérést. Az aktivációs analízisnek a prompt gammák alapján való meghatározásra történő kiterjesztésekor valószínű, hogy a jelalak diszkriminációt is fel fogják használni a háttér csökkentésére.

Nagy aktivitások mérésekor két vagy akár több jel is számottevő valószínűséggel egymásra ülhet. Ilyenkor a mért amplitúdó nem felel meg az egyes fotonok



által a kristályban leadott energiának, a spektrum alakja az intenzitástól erősen függő módon torzul el. Ezen hatás csökkentésére szolgálnak az összeülést letiltó áramkörök, melyek a következő elven működnek [81, 82, 83].

A normál impulzusok alakja különbözik az összeült jelek alakjától. Az előbbieket maximumukat mindig egy fix időponttal a jel kezdete után éri el, míg az utóbbiaknál a maximális amplitúdóra való felfutás ideje változó. Ha tehát a szcintillációs detektor eredeti jeleit megdifferenciáljuk, és egy trigger áramkört, melyet a differenciált jel zérus átmenete indít, koincidenzába kapcsolunk egy másik, a jelről megfelelő késleltetéssel indított körrel, akkor elérhetjük, hogy a koincidenzá kör kimenetén csak akkor kapunk jelet, ha a jel kezdete és maximuma közt eltelt idő a normál jelek felfutási idejével volt egyenlő. Ezen koincidenzá kör tehát csak a normál jelekre szólal meg, összeülés esetén nem ad kimenő jelet. Az összeülést letiltó áramkör hatását a spektrum alakjára a 17. ábrán láthatjuk.



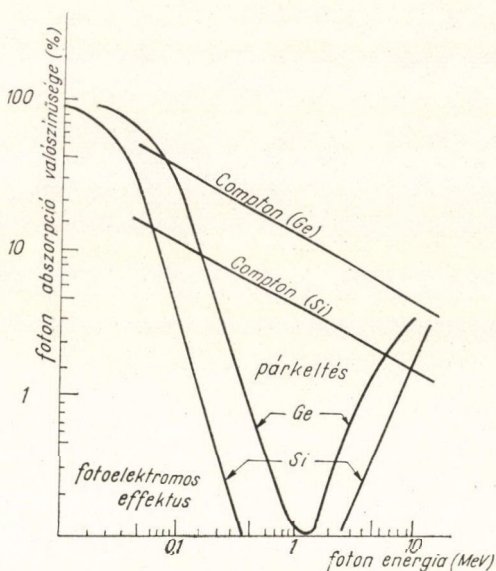
17. ábra. Az egymásra ülés lecsökkentése az  $^{51}\text{Cr}$  gamma-spektrumában. A 40. csatorna fölött csak összeült jelek vannak. Az *a* görbe a normál körülmények között, *b* az összeülést letiltó áramkörrel kapuzva felvett spektrumot ábrázolja

#### 4. Gamma-spektroszkópia félvezető detektorokkal

A félvezető detektoroknak a gáztöltésű és szcintillációs detektorokhoz képest kiváló energia felbontása abból adódik, hogy az ionizáló részecskék energiáját sokkal jobb hatásokkal alakítják át, és a részecskék hatására keletkező elektromos jel nagysága a detektor és az erősítő rendszer zajához viszonyítva sokkal nagyobb. Egy elektron-lyuk pár létrehozásához szilíciumban 3,55, germániumban 2,94 elektronvolt szükséges, míg gázokban egy ionpár keltéséhez átlagosan kb. 30 eV kell, szcintillációs detektorokban pedig 100–300 eV energiavesztés után keletkezik egy olyan fotoelektron, amelyik eléri az első dinódát. Ezért — bár a Fano faktorok különbözők — a keletkezett össztöltés szórása a félvezető detektorokban azonos energia leadásnál sokkal kisebb. A gamma-sugárzás energiájának mérésére kezdetben szilícium, 1964–65-től kezdve azonban már csaknem kizárólag germánium félvezető detektorokat alkalmaznak. A fotoelektromos abszorpció valószínűsége a rendszám ötödik, a Compton-szórásé pedig a második hatványával arányosan nő. Ezért a 32 rendszámú germánium sokkal alkalmasabb gamma-spektroszkópiai célokra, mint a 14 rendszámú szilícium. A 18. ábrán látható a különböző abszorpciós folyamatok valószínűségének energiafüggése 3 mm vastag germániumban, illetve szilíciumban.

Nagyenergiájú gamma-sugárzás detektálásakor a háttér jelentősen lecsökkenthető hármas koincidenzá kapcsolással [84]. A félvezető detektort két egymással





18. ábra. Gamma-sugarak kölcsönhatásának valószínűsége 3 mm vastag germániumban, illetve szilíciumban

szemben levő nagyméretű szcintillációs detektor veszi közre, melyek a párkeltéskor keletkező annihilációs gammák észlelésére szolgálnak. Ilyen módon a koincidencia spektrumban a kettős kiszökési csúcs jelenik csak meg.

A félvezető detektorok jele a beeső részecske által az érzékeny térfogatban létrehozott összöltéssel arányos. Mivel a detektor kapacitása feszültségfüggő, előerősítőnek töltéserzékeny erősítőt használnak. Ennek paraméterei igen erősen befolyásolják a mérőrendszer felbontását. Megfelelő előerősítővel és detektorral 2 keV-nél kisebb vonalszélesség is elérhető monoenergiás gamma-sugárzásra [85].

Egy 19 mm átmérőjű, 3,5 mm vastag germánium p-i-n detektor által elért, valamint a keltett elektron-lyuk párok számának statisztikus szórásából adódó félérték szélességet a VII. táblázatban foglaltuk össze [86].

A félvezető detektorok készítésénél jelenleg a legnagyobb probléma a megfelelő nagyságú érzékeny térfogat előállítása. A kereskedelmi forgalomban is kapható, gamma-spektroszkópiai célokra alkalmas, lítiummal driftelt germánium detektorok érzékeny térfogata pillanatnyilag maximálisan 10–50 cm<sup>3</sup> körül van. A Ge(Li) detektorok használata számos gyakorlati problémát is felvet. Ezek közül az előállítás magas költségein kívül a legfontosabb az, hogy ezeket a detektorokat a visszaram alacsony értéken való tartása miatt folyékony nitrogén hőmérsékletén lehet csak használni, és a lítium benntartása miatt üzemben kívül is állandóan alacsony hőmérsékleten kell tartani.

A félvezető detektorok aktivációs analitikai alkalmazásáról csak a legutóbbi

két évben jelentek meg elvétve közlemények [87–90]. Prussin és munkatársai 6 cm<sup>2</sup>·9 mm-es, érzékeny térfogatú Ge(Li) detektorral vizsgálták 99,999%-os alumínium szennyezéseit roncsolásmentesen, és 5·10<sup>12</sup> n/cm<sup>2</sup>/sec fluxusú besugárzással ki tudtak mutatni 0,4 µg Cu, 0,08 µg Mn, 14 µg Ga és 7 µg Na szennyezést [90]. A felaktivált alumíniumminta spektrumát a félvezető, illetve 3"×3"-es NaI(Tl) szcintillációs detektorral mérve, a 19. ábrán mutatjuk be.

## VII. TÁBLÁZAT

19 mm átmérőjű, 3,5 mm vastag Ge p-i-n detektor energia felbontása

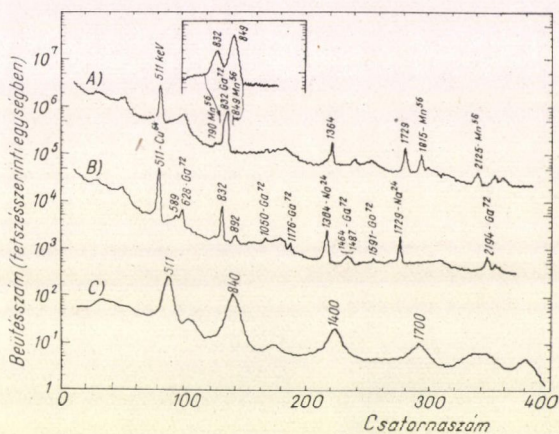
Gamma energia (keV)	Hatások teljes energiacsúcsra ±20%	Kísérleti felbontás keV-ben ±10% (fwhm)	Elektron-lyuk párok számának statisztikus szórásából adódó félérték szélessége (keV)
122	35	3,3	1,38
661	0,7	4,3	3,2
1333	0,16	5,0	4,5
3918*	0,35	7,8	6,8
7639*	0,20	9,8	10,2

\* Az adatok a kettős kiszökési csúcsra vonatkoznak

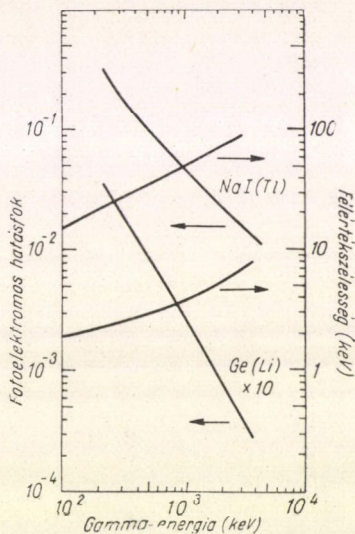


### 5. Szcintillációs és félvezető gamma-detektorok összehasonlítása aktivációs analitikai szempontból

A félvezető gamma-detektorok felbontóképessége MeV körüli energián több mint egy nagyságrenddel jobb, mint a szcintillációs detektoroké, de ugyanakkor hatásfokuk legalább két nagyságrenddel kisebb. A 20. ábrán összehasonlítjuk egy  $2\text{ cm}^2 \times 7\text{ mm}$ -es aktív térfogatú Ge(Li) és egy  $3'' \times 3''$ -es NaI(Tl) detektor fotoelektromos hatásfokát és felbontóképességét a gamma-sugárzás energiájának függvényében. Aktivációs analitikai vizsgálatoknál általában a nagy hatásfok és a jó felbontóképesség is szükséges. Ezért a két detektortípus általános összehasonlítását a végeredmény segítségével minimálisan észlelhető anyagmennyiség alapján végezzük el.



19. ábra. Nagytisztaságú alumínium szennyezőinek gamma-spektruma  $5,4\text{ cm}^3$ -es Ge(Li) és  $3'' \times 3''$ -es NaI(Tl) detektorral mérve. Besugárzási idő 2 óra, hűtési idő A=5,2 óra, B=54,7 óra, C=5,7 óra



20. ábra.  $2\text{ cm}^2 \times 7\text{ mm}$  érzékeny térfogatú Ge(Li) és  $3 \times 3''$  NaI(Tl) detektor fotoelektromos hatásfokának és felbontóképességének összehasonlítása a gamma-sugárzás energiájának függvényében

Nyilvánvaló, hogy ha kémiai elválasztások után radiokémiaiilag tiszta elemeket vizsgálunk, akkor nagyobb hatásfoka következtében sokkal célszerűbb szcintillációs detektort használni. Roncsolásmentes vizsgálatoknál azonban az egyes csúcsok szétválasztása igen fontos, és a jobb felbontás gyakran kompenzálni tudja a kisebb hatásfokot. Ennek szakszerű megállapítására Pauly, Guzzi, Girardi és Borella [91] egy új jellemzőt vezettek be, az érzékenységi spektrumot.

Ha egy detektorral mértünk valamilyen spektrumot, akkor ebből az érzékenységi spektrumot a következő módon kapjuk meg:

Ha a mért spektrum az  $n$ -edik csatorna környékén lassan változik, akkor vesszük az  $n - \Delta n$  és  $n + \Delta n$  közti csatornák beütésszámát, és ismerve a detektor hatásfokát, megállapítjuk mekkora  $I(E)$  aktivitással kell rendelkeznie annak az  $E$  energiájú gamma-sugárzást kibocsátó izotópnek, amelyiknek teljes energiacsúcsa



az  $n$ -ik csatornába esik, és az egyéb sugárforrásokból már ott meglevő beütésszám statisztikus szórása mellett még szignifikánsan kimutatható. Belátható, hogy extrém esetektől eltekintve  $I(E)$  akkor lesz a legkisebb, ha  $\Delta n \sim 0,6F$ , ahol  $F$  a detektor félérték szélessége az  $n$ -ik csatornába eső teljes energiacsúcsra. Az így kapott  $I(E)$  érték az érzékenységi spektrum értéke az  $E$  energiájú sugárzásra.

Nyilvánvaló, hogy egy detektor aktivációs analitikai célokra annál megfelelőbb, minél kisebb az érzékenységi spektrum értéke. Mivel azonban ez nemcsak a meghatározandó sugárzás energiájától függ, hanem a mintában jelenlevő összes többi radioaktív elemtől is, ezért valójában a detektoroknak ez az összehasonlítása is maradéktalanul csak egy-egy konkrét elemzésre érvényes.

A spektrumban levő Gauss-csúcsok környékén az érzékenységi spektrumot a szerzők úgy definiálják, mint azt a legkisebb aktivitást, amelyből származó teljes energiacsúcs láthatóan megkülönböztethető az eredeti csúcs-tól, tehát ha a mintában jelen lenne  $I(E)$  aktivitással egy radioaktív izotóp, akkor a két teljes energia csúcs közt a mért spektrumnak minimuma lenne.

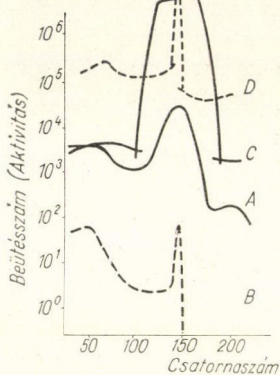
Egy  $3'' \times 3''$ -es NaI(Tl) és egy  $2,5 \text{ cm}^2 \times 3 \text{ mm}$  Ge(Li) detektor egy  $^{137}\text{Cs}$  izotóp sugárzása mellett ilyen módon definiált érzékenységi spektrumát a 21. ábrán láthatjuk. Látható, hogy a teljes energiacsúcs közvetlen környékén a két detektor kb. egyforma. Ezután a félvezető detektor a szcintillációs detektor rossz energiafelbontása miatt kb. egy nagyságrenddel érzékenyebb, de a spektrum Compton-tartományában viszont már a szcintillációs detektor érzékenysége jobb majdnem két nagyságrenddel. Az érzékenységi spektrumnak ez a jellege egyébként minden gamma-spektrumra érvényes.

Nagyobb méretű félvezető detektorokra természetesen javul a helyzet. Ugyanakkor viszont a szcintillációs detektor felbontóképességének energiafüggése alapján két Gauss-csúcs akkor is megkülönböztethető, ha nincsen köztük látható minimum. Ezért az a tartomány, ahol a félvezető detektor érzékenyebb, mint a szcintillációs, keskenyebb, viszont a spektrum többi részében a szcintillációs detektor nem annyival érzékenyebb, mint az a 21. ábrából következne.

Összefoglalva, jelen cikk megírásakor az a helyzet, hogy ha a mérendő minta szcintillációs gamma-spektrumában az egyes csúcsok elkülönülnek egymástól, akkor az aktivációs analízis szempontjából célszerűbb a szcintillációs detektorok alkalmazása. Közel azonos energiájú gamma-sugarak alapján való roncsolásmentes elemzésnél azonban már ma is jobb eredményt biztosít a félvezető detektor, és ez a jövőben valószínűleg egyre szélesebb alkalmazási területekre fog kiterjedni.

## VI. Összetett spektrumok gépi kiértékelése

Összetett gamma-spektrumok kiértékelése többféle módon történhet. A mért minták aktivitását legegyszerűbb esetben a teljes energiacsúcsba eső beütésszámból határozzák meg. A teljes energiacsúcs alatti terület pontos meghatározására több



21. ábra.  $3 \times 3''$ : NaI(Tl) és  $2,5 \text{ cm}^2 \times 3 \text{ mm}$  Ge(Li) detektor érzékenységi spektruma  $^{137}\text{Cs}$  mérés mellett (D és C). A és B a ténylegesen mért kísérleti spektrumok



eljárás ismeretes [76, 92, 93, 94]. Több komponensből álló spektrumokat gyakran értékelnek ki a „stripping” módszerrel is. A legnagyobb energiától kezdve egymásután egyenként fokozatosan levonják a megfelelő komponensek kellő súlyú spektrumait úgy, hogy végül minden mérési pontban közelítőleg zérus maradjon. Ezt a műveletet a modern sokcsatornás analízátorokkal közvetlenül is el lehet végezni, és a kivonás eredményességét az analízátor képernyőjén ellenőrizhetjük [95]. Az ilyen és ehhez hasonló jellegű kiértékelési eljárások azonban bonyolultabb spektrumok esetén nagyon pontatlan eredményt szolgáltatnak, ezért a továbbiakban csak az összetett spektrumok gépi úton való dekomponálásával foglalkozunk.

A mért spektrumokról való egyéb ismereteinktől függően a gépi dekomponálásnak két fő típusát különböztetjük meg.

a) A spektrum szétbontása adott számú és ismert spektrummal bíró komponensekre.

b) Az összetevők száma és pontos spektruma is ismeretlen. Az egyes komponensek spektrumát a gép mért spektrumokból interpolálja, vagy analitikai formula alapján határozza meg. Az illesztéshez felhasznált spektrumok számát addig növeksztik, amíg az összes jelentős mennyiségben jelenlevő összetevőt meg nem határozta.

Nyilvánvaló, hogy az első módszer sokkal pontosabb eredményeket szolgáltat, hiszen az egyes összetevők spektrumának pontos alakját igen sok tényező befolyásolja, melyeket számítással nem mindig lehet figyelembe venni. Ezért a gyakorlatban ez az eljárás az elterjedtebb. A neutronbesugárással előállítható radioaktív izotópok nagy száma miatt azonban aktivációs analízisnél sokszor előfordul, hogy nem áll rendelkezésre az összetett spektrum minden egyes összetevőjének külön is mért spektruma. Ilyenkor vagy a két eljárás kombinálásával bontják szét a spektrumot; a spektrum alakja alapján megállapítják az összetevők számát és gamma-sugárzásuk közelítő energiáját, majd ezen spektrumok előállítását után illesztik a mért görbét, vagy pedig a teljes energiacsúcsok megkeresésével a második módszerrel állapítják meg a komponensek számát is, és súlyát is.

### 1. Spektrum dekomponálás ismert számú és spektrumú komponens esetén

Összetett gamma-spektrumok ismert számú és spektrumú komponensre való bontását leggyakrabban a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével végzik. Kimutatható, hogy a maximum-likelihood módszer ennél a problémánál szintén ugyanarra az egyenletrendszerre vezet [96]. A súlyozott legkisebb négyzetek módszerének alkalmazása spektrum dekomponálásra az irodalomban sok helyen megtalálható [pl. 97–106], ezért itt most csak az eljárás legfontosabb lépéseit ismertetjük röviden.

Ha az  $n$  csatornában mért összetett spektrum csak  $l$  számú ismert komponensből áll (ezek közül egyik lehet a háttér is), akkor az egyes összetevőknek a standardokhoz viszonyított  $x_k$  súlyát úgy határozzuk meg, hogy a mért és összerakott spektrum közti eltérések négyzetének súlyozott összege a lehető legkisebb legyen, tehát teljesüljön a

$$\chi^2 = \frac{1}{n-l} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\left( N_i - \sum_{k=1}^l \chi_k A_{ki} \right)^2}{\sigma_i^2} \quad (4)$$

minimum feltétel, ahol  $N_i$  az összetett spektrumban,  $A_{ki}$  pedig a  $k$ -ik összetevő adott

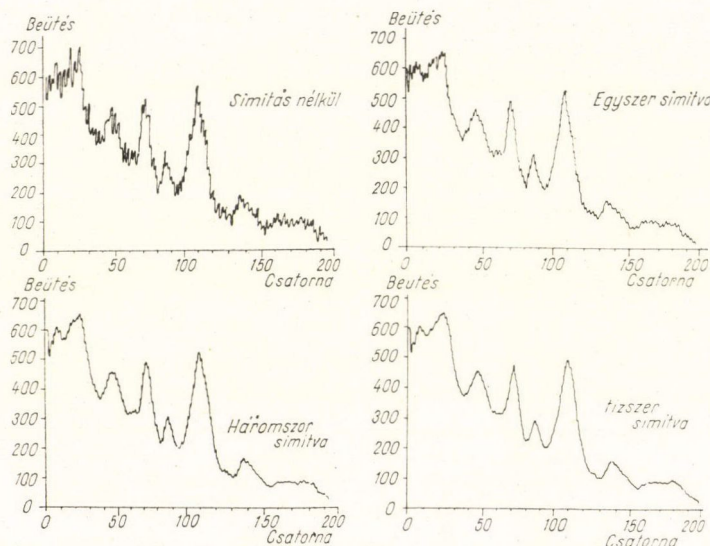


mennyiségének ismert spektrumában az  $i$ -dik csatornában mért beütésszám,  $\sigma_i$  pedig ugyanitt a számított és mért beütésszám különbségének a statisztikus hibája.

Ha az összetevő spektrumokban levő beütésszámok statisztikus szórása elhanyagolható az összetett spektrumban levő statisztikus szóráshoz képest ( $\sigma(A_{ki}) \ll \sigma(N_i)$ ,  $k = 1, 2, \dots, l$ ), akkor  $\sigma_i^2 = N_i$  és (4) minimalizálásából az egyes összetevők ismeretlen mennyiségét az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldásaként kapjuk

$$\sum_{m=1}^l x_m \sum_{i=1}^n \frac{A_{ki} \cdot A_{mi}}{N_i} = \sum_{i=1}^n A_{ki} \quad (5)$$

A legtöbb gyakorlati esetben a  $\sigma(A_{ki}) \ll \sigma(N_i)$  feltétel teljesül. Amikor ez mégsem érvényes, akkor a standard spektrumok statisztikus szórása néhány szomszédos csatorna beütésszámának figyelembevételével megfelelő illesztési eljárással csökkenthető, a mért spektrum kisimítható. A simításnak a spektrumokra gyakorolhatását részletesen vizsgálta Lars-Olaf Plantin [105]. Egy mért spektrumból simítással kapott görbét láthatunk a 22. ábrán. A simításon kívül a programba beépített megfelelő iterációs eljárással a standard spektrumok beütésszámában levő statisztikus szórásból adódó hibák is figyelembe vehetők [101].



22. ábra. A szomszédos csatornák tartalmát is figyelembe vevő simítási eljárás hatása a mért gamma-spektrumok alakjára

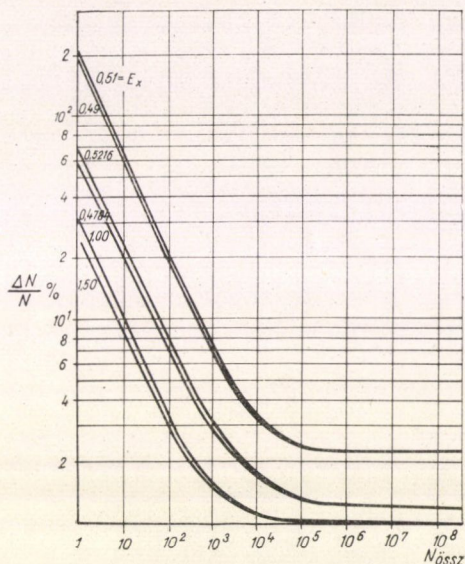
Ha a fenti feltételek mind teljesülnek, illetve a megfelelő simítást és/vagy iterációkat elvégezzük, akkor kimutatható, hogy  $x^2$  várható értéke  $\langle x^2 \rangle = 1$ , szórása  $\sqrt{\frac{2}{n-1}}$ , és  $x_k$  értékének szórása  $\sqrt{M_{kk}^{-1}}$ , ahol  $M^{-1}$  az (5) egyenletrendszer inverz mátrixa [107, 108].

A dekomponálás eredményének pontossága tökéletesen stabil mérőberendezés és teljes spektrumkönyvtár esetén is függ attól, hogy mennyire különböznek egy-

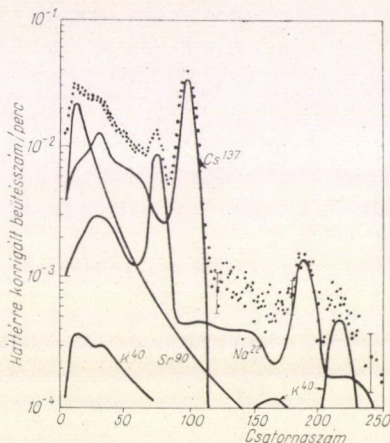


mástól az egyes összetevők spektrumai (104). A 23. ábrán látható, hogyan változik különböző energiájú gamma-sugarak meghatározásának pontossága a teljes energiacsúcs maximumában levő beütésszám függvényében egy 0,5 MeV-es,  $10^4$  maximális beütésszámú gamma-sugárzás mellett.

Tovább rontják a mérések kiértékelhetőségét az elektronikus instabilitások [109]. A  $\chi^2$  próba, mely aktivációs analízisnél az ilyenfajta kiértékelésnél általában annak ellenőrzésére szolgál, hogy az összetett spektrum valóban csak az előre megadott összetevőkből áll, elektronikus instabilitások esetén csak megfelelő korrek-



23. ábra. Különböző energiájú gamma-sugarak meghatározásának százalékos pontossága a teljes energiacsúcs maximumában levő beütésszám függvényében egy 0,5 MeV energiájú, a teljes energiacsúcs maximumában  $10^4$  beütéssel bíró gamma-sugárzás esetén



24. ábra. 4 komponensből álló összetett spektrum szétbontása összetevőire

cióval alkalmazható [110]. A mérőberendezésben az energia-amplitúdó átalakítás stabilitását két, de legalább egy ponton megfogott visszacsatolt rendszerrel kell biztosítani. Erre a célra a különböző spektrumstabilizálási módszerek ismereteseek [110–114].

A mérőberendezés bizonyos fajtájú instabilitásait programmal is korrekcióba vehetjük [102, 115]. Ilyenkor a számológép korrigálja az energia-amplitúdó konverzióban beállt változásokat.

A 24. ábrán egy négy komponensből álló összetett spektrum, valamint összetevőinek a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével megállapított spektruma látható.

## 2. Gamma-spektrumok paraméteres előállítása

Tetszés szerinti energiájú fontonok spektrumának megállapítására a legegyszerűbb eljárás az, hogy a gamma-spektrométert hitelesítjük több monoenergiás gamma-



forrás segítségével, és az így kapott spektrumokból interpolálás útján állapítjuk meg a kívánt energiájú fotonok spektrumát [116]. A módszert úgy ellenőrzik, hogy ismert energiájú, kalibrációként fel nem használt spektrumokat is előállítanak a többi kalibrációs spektrumból, és összehasonlítják az így számított és a mért spektrumot. Ennek a spektrumelőállításnak fő hátránya az, hogy pontos spektrumgeneráláshoz igen sok, az egész energiaskálát befedő sugárforrás szükséges, és ezek adatai a gép memóriájában sok helyet foglalnak el.

A gyakorlatban ezért inkább több paraméteres analitikus függvény formájában adják meg a különböző energiájú gamma-sugarak amplitúdó eloszlását, ahol a paraméterek egy adott mérési elrendezésnél a foton energiájától függnék [95, 117–119]. A kíváncsi az lenne, ha a spektrumot leíró analitikus függvény alakját fizikai megfontolások alapján meg tudnánk határozni, és csak a benne szereplő paraméterek értékét kellene egy-egy adott mérési elrendezésnél a gamma-energia függvényében meghatározni. Ez a követelmény azonban sajnos csak részben valósítható meg, mivel a kristályban lejátszódó többszörös folyamatok, forrás-detektor távolság, felbontás, külső anyagokról való beszóródás, stb. együttes hatását szinte lehetetlen minden egyes mérési elrendezésre pontosan figyelembe venni.

Az amplitúdó eloszlás analitikus leírása céljából célszerű a mért spektrumot több tartományra osztani. A maximális energia környékén a monoenergiás gamma-spektrumok jól leírhatók egy Gauss-görbével vagy esetleg egy Gauss-görbe és egy egyenes szuperpozíciójaként. Nagyon pontos illesztésnél a Gauss-görbe helyett az amplitúdó eloszlást az  $[x_0 - \sigma; x_0 + 3\sigma]$  intervallumban egy

$$\frac{G_0}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \cdot \exp \left[ -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \right] [1 + a(x-x_0)^4 + b(x-x_0)^{12}] \text{ függvénnyel } (a, b \ll 1)$$

szokásos illeszteni. Fokozatosan alacsonyabb amplitúdók felé haladva a következő illesztési tartomány a Compton-él, és ha 1,02 MeV felett van, a sugárzás energiája, akkor a kiszökési csúcsok is. A következő rész maga a Compton-tartomány, majd a visszaszórási csúcs, és végül igen alacsony energiájú sugárzások detektálásánál a karakterisztikus röntgensugárzás tartománya. A folytonos illesztés céljából a különböző szakaszok néhány csatornán keresztül átfedik egymást. Az egyes részeken belül a spektrumok magasabb fokú polinomokkal írhatók le, melyek a szakaszok közti átmeneteknél az átfedés következtében simán kapcsolódnak egymásba.

A polinomok együtthatóit minden egyes illesztési szakaszon belül a súlyozott legkisebb négyzetek módszerével határozzák meg. Az illesztéshez szükséges tagok számát a  $x^2$  próbával kaphatjuk meg. Ha a  $k$ -ad fokú polinommal való illesztés esetén a megfelelő tartományban a mért és számított spektrum alapján kapott  $x^2$ -et  $x^2(k)$ -val jelöljük, akkor addig ismételjük meg az illesztést egyre magasabb-fokú polinomokkal, míg

$$x^2(k)/x^2(k+1) \approx x^2(k+1)/x^2(k+2) \approx 1.$$

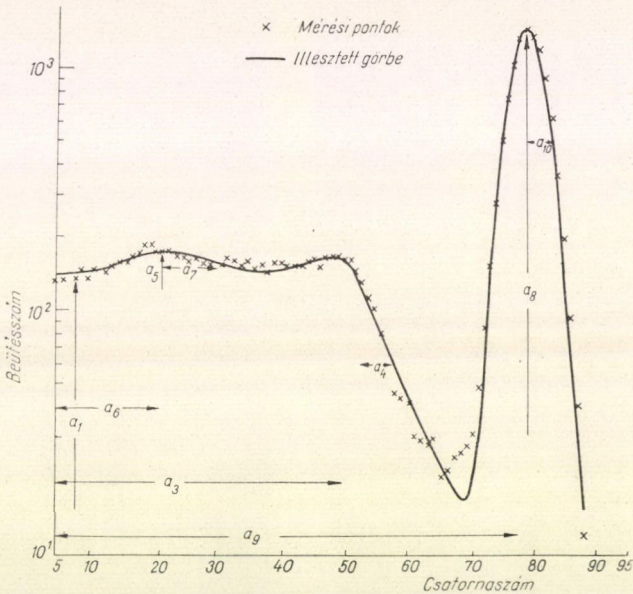
Ebben az esetben a spektrum jól leírható az így kapott  $k$ -ad fokú polinommal [96]. Különböző monoenergiás gamma-sugarak spektrumának illesztésével az egyes paraméterek (a polinomok együtthatói és a Gauss-görbe paraméterei) energia függéseit meghatározzuk. Ennek ismeretében egy tetszés szerinti energiájú gamma-sugárzásnak a hitelesítéssel azonos körülmények között felvett amplitúdó eloszlása megkapható.



Monoenergiás gamma-sugarak spektrumának analitikus formában való megadására jól használható az alábbi formula is [118]:

$$A(x) = a_1 \sqrt{\frac{1 + a_2^2 \exp[(x - a_3)a_4]}{\exp[(x - a_3)/a_4] + \{1 - a_2 \exp[(x - a_3)/a_4]\}^2}} + a_5 \exp\left[-\left(\frac{x - a_6}{a_7}\right)^2\right] + a_8 \exp\left[-\left(\frac{x - a_9}{a_{10}}\right)^2\right],$$

ahol az egyes paraméterek jelentését és hatását a számított spektrum alakjára a 25. ábráról olvashatjuk le.



25. ábra.  $^{137}\text{Cs}$  izotóp szcintillációs detektorral mért, és az 5.3 képlet alapján számított amplitúdó spektruma

### 3. Számológépes programok

Az aktivációs analitikai célokra felhasznált számítógépes programok általában nemcsak a spektrum dekomponálását végzik el, hanem közvetlenül megadják a mintákban jelenlevő elemek mennyiségét grammokban vagy százalékos összetételben. Ezért bemenő adatul a spektrumokon kívül szükség van a minták és a standardok súlyára, mérési és felezési időkre, melyek alapján a gép a szükséges számításokat elvégzi. Bonyolultabb spektrumoknál általában több mérésre van szükség, hogy a különböző izotópokat felezési idejük alapján is szétválaszthassuk, illetve egyes izotópok lebomlását megvárhassuk. Összetett programok ilyenkor nem egy mérés alapján értékelik ki az összetevőket, hanem a különböző időkből történt mérések alapján súlyozott átlag alapján számolják ki a mintákban jelenlevő anyagok mennyiségét.



## VII. Néhány gyakorlati alkalmazás

A periódusos rendszer elemeinek és az ezekből gyakorlatilag előforduló elem-kombinációk nagy száma miatt az aktivációs analízis felhasználási lehetőségei szinte korlátlanok. A többkeznyi különböző típusú elemzést, mit, miben, milyen érzékenységgel és pontossággal határoztak meg, egy ilyen rövid összefoglalóban még csak felsorolni sem lehetséges. Ezzel a tárgykörrel külön irodalmi összefoglalók foglalkoznak, melyek közül a legjobban használható *Bock—Werthman, Bujdosó* és munkatársai, *Gibbons* és munkatársai, valamint Koch munkái [24, 25, 26].

Az aktivációs analízis alkalmazási területe a vizsgálatok jellege alapján két nagy csoportra osztható:

Az első csoportba tartoznak azok az elemzések, amelyekben az aktivációs analízist nagy érzékenysége miatt alkalmazzák. A mintákban levő nyomszennyezések koncentrációja vagy pedig a minták mennyisége olyan csekély, hogy összetételük meghatározása egyéb analitikai módszerekkel igen nehézkes és pontatlan, vagy esetleg el sem végezhető. Anélkül, hogy teljességre törekednénk, felsorolunk néhány területet, melyen az aktivációs analízist már kiterjedten felhasználják.

— Félvezető gyártásra szolgáló alapanyagok és a gyártáshoz felhasznált nagy-tisztaságú vegyszerek nyomszennyezőinek vizsgálata.

— Nagytisztaságú fémek nyomszennyezőinek meghatározása.

— Élő szervezetekben levő nyomelemek biológiai szerepe.

— Kriminálisztikai alkalmazások. Különböző anyagok eredetének azonosítása a bennük levő nyomelemek koncentrációjának egyezése alapján.

A másik nagy felhasználási területnél az aktivációs analízist gyorsasága és nagy fokú automatizálhatósága miatt alkalmazzák. Ezek az elemzések más módszerekkel is elvégezhetők, azonban az aktivációs elemzés olcsóbb és gyorsabban szolgáltat eredményeket. Az ilyen vizsgálatokhoz — éppen nagy fokú mozgékony-sága miatt — legtöbbször neutrongenerátort használnak sugárforrásként. Néhány tipikus ilyenfajta alkalmazási terület a következő.

— Acélok, fémek, különböző ötvözetek oxigéntartalmának meghatározása.

— Szerves anyagok nitrogéntartalmának megállapítása.

— Ötvözetek összetételének gyors ellenőrzése.

— Kőzetek összetételének gyors vizsgálata.

— Kőolaj és kőolaj származékok tisztaságának ellenőrzése.

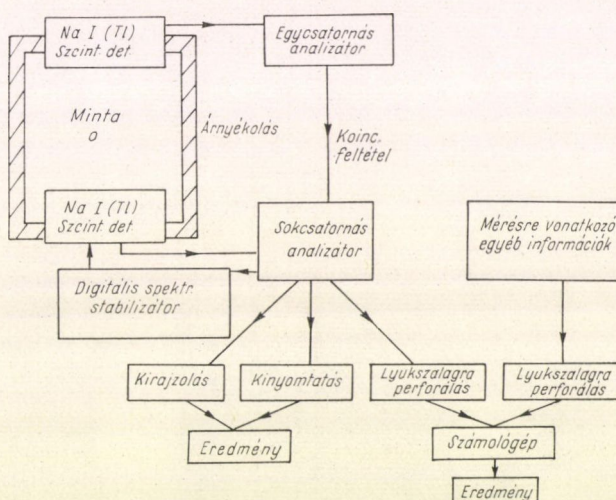
A sokféle felhasználási lehetőség közül az alábbiakban néhányat kissé részletesebben is ismertetünk.

### 1. Félvezető gyártásra szolgáló szilícium sorozatelemzése roncsolásmentes neutronaktivációs analízissel

A félvezető anyagok vizsgálatára szolgáló különböző analitikai módszereket összefoglalóan tárgyalja könyvében *Cali* [120]. A modern ipar által megkövetelt tisztaságot az alapanyagokban egyes esetekben csak az aktivációs analízissel lehet ellenőrizni. Mivel a szilíciumból reaktor neutronok hatására néhány perc felezési idejű gamma-sugárzó izotópok, illetve 2,6 óra felezési idejű béta-bomló izotóp keletkezik, ezért ezek lebomlása után a szilícium alapanyagban igen sok elem mutat-ható ki nagy érzékenységgel.



A kb. 1—2 g súlyú, 20—30 mm átmérőjű, korongalakú szilícium mintákat besugárzás előtt ultrahanggal tisztították, majd 8—10 mintát és a kis kvarc ampulában levő standard oldatokat egy nagyobb kvarc tokba téve 24—48 órán keresztül  $10^{13}$  n/cm<sup>2</sup>/sec termikus neutronfluxusban besugározták. A minta kiterjedése miatt fluxusváltozásból adódó hiba százalékos nagyságrendű, így kisebb az egyéb mérési hibáknál. Standardként spektráltiszta (Cu, As, Sb, W) fémekből és pro anal. (Au, Cl<sub>3</sub>, HCl, 3 H<sub>2</sub>O; NaNO<sub>3</sub>) vegyszerekből készült kb. 2—4 mg fém/ml koncentrációjú oldatokat használtak. A felaktivált mintákat a <sup>31</sup>Si lebomlása után 24—36 órás hűtés után az esetleges felületi szennyezések eltávolítására királyvízzel maraták. A standardokat forró királyvízzel, illetve salétromsavval oldották ki a kvarc-ampullákból, a kvantitatív elemzés szabályai szerint kezelték, és a mintákkal egyező nagyságú alumínium tálkákra beszárították.



26. ábra. Félvezetőgyártásra szolgáló szilícium szennyezéseinek meghatározására szolgáló mérőberendezés blokkvázlata

A méréseket a 26. ábrán látható sokcsatornás mérőrendszerrel végezték el. A réztartalmat a <sup>64</sup>Cu pozitronbomlásból származó koincideneciák alapján a sokcsatornás méréssel egyidejűleg külön is mérték. Az egyes szennyezők egyértelmű azonosítása céljából minden mintán különböző hűtési idők után több mérést végeztek, hogy a keletkezett radioaktív izotópok felezési idejét is ellenőrizhessék. Egy-egy minta mérési ideje alkalmanként 10—15 perc volt.

A mérések kiértékelését számítógéppel végezték el. A vizsgált mintákban rendszeresen találtak rézet, aranyat, arzént, nátriumot, időnként antimont, volfrámot, galliumot és indiumot is [121, 122].



## 2. Kriminálisztikai vizsgálatok

Az aktivációs analízis kriminálisztikai alkalmazásáról részletes összefoglalót adott *Brian, Guinn és Settle* [123]. Faszilánkok, gépkocsikról lepattogzott zománcdarabok azonosítását végezték el, kábítószeres eredetét határozták meg a bennük levő különböző nyomelemek koncentrációja alapján.

*Perkons és Jervis* részletesen megvizsgálták, hogy az emberi hajban aktivációs analízissel meghatározható nyomelemek koncentrációja alapján mennyire lehet egyes személyeket megkülönböztetni egymástól, illetve azonosítani [124, 125]. Több mint ezer hajmintát sugároztak be reaktorban, és mintegy 20 elemet határoztak meg mennyiségileg az egyes mintákban. Megállapították milyen határok között szór az egyes elemek koncentrációja, ha ugyanazon személytől a fej különböző helyéről vették a mintákat, és milyen az egyes nyomelemek koncentrációjának eloszlása a különböző embereknél. Ezen adatok alapján meghatározták annak valószínűségét, hogy két ember hajának aktivációs analízissel kimutatható nyomelem tartalma az egyes embereknél tapasztalható szórásán belül véletlenül megegyezzen, és ebből a haj nyomelem koncentrációja alapján való azonosítás megbízhatóságát.

Azt, hogy valaki egy lőfegyverrel tüzelt-e vagy sem, a hagyományos rendőrségi eljárások során a nitrátp próbával mutatják ki. Az eljárás nagyon érzékeny, csak egy döntő hibája van: a nitrátok gyakori vegyületek, nemcsak a fegyver elsütésekor kerülhetnek a gyanúsított kezére, hanem egész ártatlan körülmények között is, például trágyázott talajból.

Az aktivációs analitikai vizsgálat nem a nitrátokat mutatja ki, hanem az antimon és bárium lerakódásokat [126]. Ezek a vizsgálatok sokkal meggyőzőbb bizonyítékokat szolgáltatnak a bűnösség mellett. Ellentétben a nitrátokkal, igen csekély a valószínűsége annak, hogy ezek az elemek normális körülmények között a kézfejre kerüljenek. A töltések gyújtószerkezete viszont tartalmazza a fenti két elemet, és lövés közben kis mennyiségben bár, de leülepednek a tüzelő személy kezére. A bárium és antimon mennyisége és eloszlása alapján azt is meg lehet állapítani, hogy hányszor, milyen testhelyzetből és milyen fajtájú fegyverrel tüzeltek.

## 3. Oxigén meghatározása különböző fémekben

A neutrongenerátorok egyik legfontosabb és legelterjedtebb felhasználási területe az oxigén meghatározása különböző fémekben, elsősorban acélokban.

Az oxigénből az  $^{16}\text{O}(n, p)^{16}\text{N}$  magreakció révén keletkező 7,4 másodperc felezési idejű radioaktív nitrogén izotóp igen nagy energiájú gamma-sugárzást bocsát ki, amely gyakorlatilag minden más zavaró sugárzástól elkülönül. Nagyméretű NaI(Tl)-os detektorral a sugárzás jó hatásfokkal észlelhető.

Egy csupán oxigén meghatározásra alkalmas automatikus céllaboratórium leg-egyszerűbb összeállításban a következőképpen üzemel:

A minták elemzése előtt hitelesítik a berendezést. Magas oxigéntartalmú anyag besugárzása után egysatornás analizátorral ráállnak az oxigénből származó jelekre; meghatározzák a mérőberendezés háttérét; megállapítják, hogy ha a neutron hozam-mérő  $N$  összbeütésszámot mutat, akkor az oxigént mérő egysatornás rendszer 1 mg oxigénből összesen  $M$  beütést észlel. Ezután állandó neutronhozamnál egymás után besugározzák a mintákat. A neutronok termelése a mintának a gyorsítócső



végéhez való érkezésekor kezdődik meg. Amikor a neutronhozammérő összbeütésszáma  $N$  lesz, a neutrontermelés megszűnik, a minta visszarepül a mérőfejhez, és megkezdődik az oxigénből keletkezett aktivitásnak állandó ideig tartó mérése. Az egyes folyamatok indítása és leállítása teljesen automatikusan történik,  $N$ -et úgy választják meg, hogy a besugárzás 5—25 másodpercig tartson, míg az állandó, 7—20 másodperc közti mérési időt úgy állítják be, hogy  $M$  lehetőleg kerek szám, pl. 1000 legyen. Ekkor az oxigén számláló háttérre automatikusan korrigált  $Q$  beütésszáma azonnal a minta oxigéntartalmát adja mikrogrammban.

A radioaktív bomlás statisztikus jellegéből kifolyólag a minta valódi oxigéntartalma 99,7%-os valószínűséggel  $Q \pm 3\sqrt{Q}$   $\mu\text{g}$  és 95%-os valószínűséggel  $Q \pm 2\sqrt{Q}$   $\mu\text{g}$  között van.

Amennyiben a neutronhozam időben változik, az  $N$  beütésszám különböző idők alatt gyűlik össze. Ebben az esetben figyelembe kell venni azt is, hogy a keletkezett radioaktivitásnak más és más hányada bomlik el már a besugárzás ideje alatt. Időben lassan változó hozamnál az eltérés korrigálható számítás alapján is, azonban gyakorlatilag ilyenkor célszerűbb kettős csőpostával a mintával együtt mindig besugározni egy oxigén standardot is. Az oxigéntartalom meghatározásához ekkor a mintából származó beütésszámot ezen standard beütésszámához viszonyítják.

Egy oxigén-elemzés teljes elvégzéséhez mindkét esetben 30—150 másodperc elegendő.

#### 4. Szén hamutartalmának gyors meghatározása

Az aktivációs és a magreakcióban közvetlenül kilépő gamma-sugárzás alapján való elemzésnek egy érdekes összekapcsolásával a szénben levő hamu, valamint a nedvességtartalom meghatározható [127].

A kitermelt szenet szállító szalag egy állandóan működő neutrongenerátor előtt halad el. A gyors neutronok szén atommagokon történő rugalmas szórásakor 4,43 MeV energiájú gamma-sugárzás keletkezik. Az egyik detektor a hozzácsatolt két egysatsornás analizátorral közvetlenül ennek, valamint az oxigénből keletkező rövid felezési idejű  $^{16}\text{N}$  sugárzásának észlelésére szolgál. A besugárzott szén 40 másodperc múlva, a  $^{16}\text{N}$  lebomlása után ér el a másik detektor elé, mely az alumínium és szilícium tartalmából keletkező aktivitást méri két egysatsornás analizátoron. A különböző aktivitásokból adódó háttérrel, valamint a neutronhozam változásait mindegyik mérőlánc korrigálja. A széntartalomból a fűtőértékre, az alumínium és szilícium tartalomból pedig a salak mennyiségére lehet egyértelműen következtetéseket levonni, míg az oxigén mennyisége a minta nedvességtartalmáról ad tájékoztatást.



## IRODALOMJEGYZÉK

1. Schindewolf, U., *Angew. Chemie* 70, 181, 1958.
2. Gillespie, A. S. Jr., Hill, W. W., *Nucl.* 19, 170, 1961.
3. Wing, J., Wahlgren, M. A., *ANL* 6953.
4. Meinke, W. W., *Anal. Chem.* 31, 792, 1959.
5. Wainerdi, R. R., Fite, L. E., *Proc. Anal. Chem. Conf. Budapest*, 1966, Vol. II. 323.
6. Rybach, L., Adams, J. A. S., *Proc. Anal. Chem. Conf. Budapest*, 1966, Vol. II. 323.
7. Wainerdi, R. E., Fite, L. E., Gibbons, D., Wilkins, W. W., Jimenez, P., Drew, D.: *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis*, IAEA Vienna, 1965. Vol. II. 149.
8. Cohan, M. D., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis*, Texas, 1965. p. 157.
9. Plumb, R. C., Lewis, J. E., *Nucl.* 13, 42, 1955.
10. Cali, J. P., Winer, J. R., Rocco, G. R., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis*, Texas, 1965. p. 253.
11. Mott, W. E., Orange, J. M., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis*, Texas, A & M University 1965, p. 115.
12. Wood, J. D. L. H., Downton, D. W., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis*, Texas, 1965. p. 175.
13. Yule, H. P., Guinn, V. P., *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis*, IAEA Vienna, 1965. Vol. II. p. 111.
14. Ördögh M., Szabó E., *Magyar Kémikusok Lapja*, *Anal. Közl.* 1965. 3. szám, 153. o.
15. AED, AB 1966. Sorozat, AED-C-1401, 1961., AED-C-14-03, 1964.
16. Gibbons, D., Loveridge, B. A., Millet, L. J., *AERE 1 R 2208*, 1957 és 1960.
17. Bujdosó E., Miskei M., Ormos Gy., *Aktivációs Analízis Bibliográfia*, I-II-III. *Nukl. Dok. Szolg.* 3. 1961. *Atomtechn. Táj.* 5, 6, 1963. *KFKI* 1966.
18. *Proc. 1965. Int. Conf. Texas: Modern Trends in Activation Analysis.*
19. *Proc. 1961. Int. Conf. Texas: Modern Trends in Activation Analysis.*
20. *Proc. Conf. Radioactivation Analysis*, Vienna 1959. Butterworth, London, 1960.
21. *Symp. on Activation Analysis in the Life Sciences*, Amsterdam, 1967.
22. *Proc. Analytical Chemical Conf. Budapest*, 1966.
23. *Symp. on Radiochemical Analysis*, Salzburg, 1964., IAEA, Vienna, 1965.
24. Atkins, D. M. F., Smales, A. A., *Activation Analysis, Advances in Inorganic Chemistry*, Vol. 1., Academic Press, New York, London, 1959.
25. Koch, R. C., *Activation Analysis Handbook*, Academic Press, New York, London, 1960.
26. Schulze, W., *Neutronenaktivierung als analytischen Hilfsmittel*, Enke, Stuttgart 1962.
27. Bowen, H. J. M., Gibbons, D., *Radioactivation Analysis*, Oxford, Clarendon Press, 1963.
28. Lyon, W. S., (Editor), *Guide to Activation Analysis*, D. van Nostrand Comp. Princeton, H. J. 1964.
29. Taylor, D., *Neutron Irradiation and Activation Analysis*, George Hownes Ltd., London, 1964.
30. Tölgyessy J., *Magsugárzás a kémiai analízisben*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1965.
31. Nagy, L. Gy., Szokolai, L., *Neutronaktivációs vizsgálatok*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966.
32. Heath, R. L., *Scintillation Spectrometry: Gamma-Ray Spectrum Catalogue YDO-16880-1*, AEC. Rep. TID 4500, 1964.
33. Crouthamel, C. E., (Editor), *Applied Gamma-Ray Spectrometry*, Pergamon Press, London, 1960.
34. *Nuclear Data Sheets*, revised, Nat. Acad. Sciences, Nat. Rev. Council. Washington D. C., 1964.
35. Kunz, W. W., Schintlmeister, J., *Tabellen der Atomkerne*, Akademie Verlag, Berlin, 1958. és 1965.
36. Dzselepev, B. Sz., Peker, L. K., *Szhemü Raszpada Radioaktivnüh Jader*, Izd. Akad. Nauk, SzSzSZR Moszkva, Leningrád, 1958.
37. Hughes, D. J., Schwartz, R. B., *Neutron Cross Section*, BML 325 1958.
38. Taylor, D., *Measurements of Radioactive Isotopes*, Methuen Monograph 2nd Ed. 1957, Appendix II.
39. Lyon, W. S., Eldridge, J. S., Crowther, P., *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis*, IAEA Vienna, 1965.
40. Hughes, D. J., *Pile Neutron Research*, Addison-Wesley Publ. Comp., 1953.



41. Glasstone, S., Edlung, M. C., The Elements of Nuclear Reactor Theory, D. Van Nostrand Comp., Princeton, N. J., 1958.
42. Frankl, L., Németh, A., Tóth, M., KFKI Közl. 13, 109, 1965.
43. Segre, E., (Editor), Experimental Nuclear Physics, Vol. II. p. 350.
44. Hudgens, D., Dobagien, M., Nucl. 10, 25, 1952.
45. Quittner, P., Acta Chem. Hung. 54, 127, 1967.
46. Okada, M., Nucl. 22, 111, 1964.
47. Borg, D. C., Segel, R. E., Kieule, P., Cambell, P., Intern. Journ. Appl. Rad. and Isotopes 11, 10, 1961.
48. Kent, A., Cali, P. J., Thomson, H. D., Anal. Chem. 28, 1867, 1956.
49. Ricci, R., Dyer, P. F., Nucl. 22, 45, 1964.
50. Bounden, J. E., Lomer, P. D., Wood, J. D. L. H., Prol. Modes Trends in Activation Analysis, Texas A. & M. University 1965. p. 182.
51. Fujii, Muoto, Ogawa, Tani, Journ. Atom. Energ. Soc., Japan 5, 455, 1963.
52. Strain, J. E., Jyon, W. S., Proc. Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, IAEA, Vienna 1965. Vol. I.
53. Engelmann, C., Proc. Symp. on Radiochemical Methods of Analysis IAEA, Vienna 1965. Vol. I. p. 341.
54. Proc. Symp. on Nuclear Activation Techniques in the Life Sciences, Amsterdam 1967, SM 91.
55. Markovitz, S. S., Mahony J. D., Anal. Chem. 34, 329, 1962.
56. Ricci, E., Hahn, R. L., Anal. Chem. 1967. megj. alatt.
57. Martin, T. C., Morgan, I. L., Hall, J. D., Proc. Modern Trends in Activ. Anal. Texas 1965. p. 71, Texas A. & M. University.
58. Rubin, S., Passell, T. O., Baibey, L. E., Anal. Chem. 29, 736, 1957.
59. Perneczky G., Quittner P., KFKI preprint 5, 1967.
60. Morrison, G. H., Preiser, H., Solvent Extraction in Analytical Chemistry, John Wiley & Sons Inc., New York, 1957.
61. Sary, J., The Solvent Extraction of Methal Chelates, Pergamon, 1964.
62. Ruzicka, J., Sary, J., Talanta 10, 287, 1963.
63. Ruzicka, J., Sary, J., Chem. Listy 57, 1025, 1963.
64. Cramer, F., Paper Chromatography 2nd Ed. St. Martins New York, 1954.
65. Coulomb, R., Comp. Rend. 254, 4328, 1962.
66. A legutolsó szimpóziumok anyaga:  
Sventh Scintillation Counter Symp. IRE Trans. on Nucl. Sci. NS-5. No 3. 1958. Eight Scintillation and Semiconductor Counter Symp. IRE Trans. on Nucl. Sci. NS-9 No. 3. 1962. Ninth Scintillation and Semiconductor Counter Symp. IERE Trans. on Nucl. Sci. NS-11 No. 3. 1964.
67. Siegbahn, K., (Editor), Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy Vol. I. North-Holland Publ. Comp. Amsterdam 1965.
68. Lazar, N. H., IRE Trans. Nucl. Sci. NS-5-HO 3, 138, 1958.
69. Breitenberger, E., Progress in Nuclear Physics 4. Pergamon Press London, 1955.
70. Perkins, R. W., RW-68525, 1961.
71. Lents, H., Schultz, C., Nucl. Instr. 40, 257, 1966.
72. Chase, R. L., Nuclear Pulse Spectrometry, McGraw-Hill Book Comp. Inc. New York, 1961.
73. Stanford, G. S., Nucl. Instr. 34, 1, 1965.
74. Perkins, R. W., Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, IAEA, Vienna 1965. Vol. II. p. 47.
75. Lazar, N. H., IRE Trans. Nucl. Sci. NS-5-HO 3, 138, 1958.
76. Schulze W., Proc. Modern Trends in Activation Analysis, Texas 1965. p. 272.
77. Kantala, J., Mortills, O. J., Mattule J., Nucl. Instr. & Meth. 39, 194, 1966.
78. Trail, C. C., Raboy, S., Rev. Sci. Instr. 30, 425, 1959.
79. Hoggboom, A. M., Nucl. Instr. & Meth. 3, 57, 1958.
80. Adams, F., Hoste, J., Nucl. 22, No 3, 1964.
81. Rozen, S., Nucl. Instr. & Meth. 11, 316, 1961.
82. Máthé, Gy., Nucl. Instr. & Meth. 23, 261, 1963.
83. Strauss, M. G., Rev. Sci., Instr. 34, 335, 1963.
84. Tavendale, A. J., IERE Trans. Nucl., Sci. HS-11, No 3, 191, 1964.
85. Radeka, L., BNL 6957, 1963.
86. Glos, MB., Nucl. 22, 50, 1964.



87. Girardi, F., Guzzi, G., Pauly, J., *Radiochim. Acta* 4, 109, 1965.
88. Prussin, S. G., Harris, J. A., Hollander, J. M., *Anal. Chem.* 37, 1127, 1965.
89. Holm, D. M., Sandern, W. M., *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, IAEA Vienna, 1965. Vol. II. p. 81.*
90. Prussin, S. G., Harris, J. A., Hollander, J. M., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis, Texas 1965. p. 357.*
91. Pauly, J., Guzzi, G., Girardi, F., Borella, J., *Nucl. Instr. & Meth.* 42, 15, 1966.
92. Cowell, F. B., *Anal. Chem.* 31, 1785, 1959.
93. Rober, J. D., Major, J. E., *Nucl. Instr. & Meth.* 23, 162, 1963.
94. Daddi, L., D'Angelo, V., *Nucl. Instr. & Meth.* 42, 134, 1966.
95. Lee, W., *Anal. Chem.* 31, 800, 1959.
96. Müller, P., IKF-10 1963.
97. Salmon, L., *Nucl. Instr. & Meth.* 14, 193, 1961.
98. Salmon, L., NAS-NS 3107, 165, 1963.
99. Nicholson, W. L., Schlosser, J. E., Bauer, F. P., H. W. 75806, 1962.
100. Ferguson, A. J., AECL 1398, 1961.
101. McWilliams, P., Hall, W. S., Wenger, H. E., *Rev. Sci. Instr.* 33, 70, 1962.
102. Parr, R. M., Lucas, H. F., NS-11, 3, 349, 1964.
103. *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, Vol. II. p. 125—195. Application of Computers to Activation Analysis, IAEA Vienna, 1965.*
104. Wolberg, J. R., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis, Texas, 1965. p. 13.*
105. Schonfeld, E., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis, Texas, 1965.*
106. Schonfeld, E., *Nucl. Instr. & Meth.* 42, 213, 1966.
107. Jánossy L., *Theory and Practice of the Evaluation of Measurements, Oxford, Clarendon Press, 1965.*
108. Hildebrand, F. B., *Introduction to Numerical Analysis McGraw-Hill Book Co, New York, 1956.*
109. Dudley, R. A., Ben Haim, A., *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, IAEA, Vienna, 1965. Vol. II. p. 69.*
110. Quittner, P., *Nucl. Instr. & Meth.* 51, 273, 1967.
111. Rijks, H. J., *Nucl. Instr. & Meth.* 14, 76, 1961.
112. Ageno, M., Felici, C., *Rev. Sci. Instr.* 34, 997, 1963.
113. de Waard, H., *Nucl.* 13, 36, 1955.
114. Seherbahkoy, *Rev. Sci. Instr.* 32, 559, 1961.
115. Heath, R. L., Helmer, R. G., Metcalf, D. D., Cazier, G. A., IDO-17015, 1964.
116. Strickfaden, W. B., Lkoeppe, R. M., LA-2461, 1961.
117. Heath, R. L., *Nucl.* 20, 67, 1962.
118. Salmon, L., *Symp. on Radiochemical Methods of Analysis, IAEA Vienna Vol. II.*
119. Heath, R. L., IRE-NS-9 3, 294, 1962.
120. Cali, J. P., *Trace Analysis of Semiconductor Materials, Pergamon Press, 1964.*
121. Bogács, J., Quittner, P., Szabó, E., *Magyar Kémiai Folyóirat* 73, 346, 1967.
122. Bogács, J., Quittner, P., Szabó, E., *Proc. Symp. on Test Methods and Measurements of Semiconductor Devices, Vol. II. 515, Budapest, 1967.*
123. Bryan, D. E., Guinn, V. P., Settle, D. M., *Proc. Symp. Activation Analysis in Life Science, Amsterdam, 1967. SM 91)62.*
124. Perkons, A. K., Jarris, R. E., *Proc. Modern Trends in Act. Anal. Texas 1965., p. 295. Texas A. & M. University.*
125. Perkons, A. K., Jarris, R. E., *Journ. of Forensic Sci.* 11, 50, 1966.
126. Ruch, R. R., J. D., Buchauan, Guinn, V. P., Bellanca, B. C., Pinker, R. H., *Journ. Forensic Sci.* 9, 119, 1964.
127. Martin, T. C., Morgan, I. L., Hall, J. D., *Proc. Modern Trends in Activation Analysis Texas 1965., p. 71. Texas A. & M. University.*



# TÉRELMELETI MÓDSZEREK ALKALMAZÁSA A MOLEKULAFIZIKÁBAN

JAN LINDERBERG

Aarhusi Egyetem, Kémiai Intézet; Aarhus, Dánia

A szerző e munkájában — amely az 1967 szeptemberében, az MTA rendezésében tartott Magyarországi Nemzetközi Kvantumkémia Nyári Iskolán elhangzott, igen nagy érdeklődést és tetszést kiváltott előadássorozatának kissé kibővített változata — áttekintést ad a modern kvantummechanikai többtest-probléma térelméleti módszereinek — nevezetesen: a második kvantálás és a propagátorok, ill. Green-függvények módszerének — molekulafizikai alkalmazásairól. A Schrödinger-egyenlet formális megoldásából kiindulva, kitűnő didaktikai érzékkel, értelmezi — a fermion-operátorok bevezetése után — az elektron-propagátorok, ill. Green-függvények fogalmát, ismerteti az elektronok kölcsönhatásának leírását a második kvantálás módszerével, és bevezeti a polarizációs propagátorokat. Röviden vázolja a Green-függvények spektrális tulajdonságait, foglalkozik az atomi és molekulapályák új megfogalmazásával, ismerteti a lineáris válasz és a véletlen fázisok módszerének lényegét, a sajátenergia-operátor, leárnýékolt Coulomb-kölcsönhatás és a vertex-függvény definícióját. Bevezeti az effektív Hamilton-operátor fogalmát, majd ennek alapján megalapozza a kvantumkémia ismert félempirikus közelítőmódzsereit. Általában arra törekszik, hogy rávilágítson a hagyományos tárgyalásmód és az új módszer kapcsolatára, ill. az új módszer alkalmazásainak a lehetőségére a hagyományos módszerek továbbfejlesztésénél.

Horváth János

## 1. §. Bevezetés

Az utóbbi időben a térelméleti módszerek széles körű alkalmazást nyertek a nem-relativisztikus kvantummechanikában, és kitűnt, hogy milyen jól használhatók a vizsgált problémák fizikai hátterének a megvilágítására. Az alapozó fizikai tanulmányok során, a jelenségek tér- és időbeli leírására törekedve, a sok-részecske-rendszereket a konfigurációs térben írjuk le. A tapasztalat azt mutatja, hogy ez a módszer kezdők számára jelentékeny nehézséget jelent. Jelen tanulmányunkkal az a célunk, hogy rámutassunk arra, hogy a molekuláris kvantummechanikában használatos módszerek egyszerű kapcsolatban vannak az alapvető kvantummechanikai törvényekkel, és az ismert módszerek továbbfejleszthetők a második kvantálás és a propagátorok, ill. Green-függvények módszerének alkalmazásával.

A térelméleti módszereknek a kvantummechanikai többtestproblémában való alkalmazása iránt érdeklődők számára bőséges irodalom áll rendelkezésre. Ezek közül néhányra külön fel szeretnénk hívni a figyelmet. Kitűnő bevezetésként szolgálhat a propagátor-egyenletek perturbációs vizsgálatánál *Mattuck* [34] műve és az elmélet további kifejtését tartalmazza *Noziers* [37] monográfiája. Fermion- és bozonrendszerekkel egyaránt foglalkozik *Abrikosov*, *Gorkov* és *Dzjaloshinski* [1] könyve. A mozgásegyenletre alapozott módszer kifejtése jól megtalálható *Zubarev* [48] összefoglaló cikkében. A második kvantálás módszerét *Jordan* és *Wigner* [21] ill. *Fock* [15] alapozták meg, és a módszer kifejtése megtalálható *Dirac* [11], *Landau* és *Lifschitz* [25] és *Schiff* [41] tankönyvében.



## 2. §. A Schrödinger-egyenlet formális megoldása

Az elektronok mozgási állapotának a jellemzésére Schrödinger-elméletében a  $\psi(\vec{r}, t)$  hullámfüggvény szolgál, amelynek időbeli változását a Schrödinger-egyenlet határozza meg. A továbbiakban kissé általánosabban fogalmazzuk meg a problémát és az  $\vec{r}$  helykoordináta mellett bevezetjük a spinkoordinátát is. A hely-, valamint a spinkoordináták összességét  $\xi$ -vel jelöljük. A  $\psi(\xi, t)$  hullámfüggvényt egy meghatározott  $\{u_s(\xi)\}$  teljes ortonormált függvényrendszer elemei, mint bázisfüggvények segítségével állítjuk elő:

$$\psi(\xi, t) = \sum_s u_s(\xi) a_s(t), \quad (2.1)$$

akkor a Schrödinger-egyenlet mátrix-reprezentációban a következő alakba írható ( $\hbar = 1$ ):

$$i \frac{da_s}{dt} = \sum_r h_{sr} a_r(t). \quad (2.2)$$

Tekintsük a rendszer  $H \equiv \{h_{rs}\}$  Hamilton-féle mátrixának

$$h_{sr} = \sum_l x_{sl} \varepsilon_l x_{lr}^+ \quad (2.3)$$

spektrális előállítását, feltéve, hogy

$$\delta_{sr} = \sum_k x_{sk} x_{kr}^+, \quad (2.4)$$

$$\delta_{kl} = \sum_s x_{sk}^+ x_{sl}. \quad \left( \delta_{nm} = \begin{cases} 1, & \text{ha } n=m \\ 0, & \text{ha } n \neq m \end{cases} \right) \quad (2.5)$$

Ily módon  $X \equiv \{x_{rk}\}$  egy unitér mátrix, amely diagonalizálja a Hamilton-féle mátrixot:

$$\varepsilon = X^+ H X. \quad (2.6)$$

Szorozzuk a (2.2) alatti egyenlet mindkét oldalát  $x_{ks}^+$ -tel, és összegezzük  $s$ -re, akkor (2.5) alapján kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \left\{ \sum_s x_{ks}^+ a_s \right\} &= \sum_r \sum_s \sum_l x_{ks}^+ x_{sl} \varepsilon_l x_{lr}^+ a_r = \\ &= \sum_r \sum_l \delta_{kl} \varepsilon_l x_{lr}^+ a_r = \varepsilon_k \left\{ \sum_r x_{kr}^+ a_r \right\}. \end{aligned}$$

Ily módon a kapcsos zárójelekben levő kifejezésekre egyszerű differenciálegyenletet kapunk, amelyet könnyen integrálhatunk.  $a_r(0)$ -val jelölve az  $a_r(t)$  függvény értékét  $t=0$  időpillanatban, a megoldás  $x_{sk}$ -val szorozva, és  $k$ -ra összegezve a következő alakba írható:

$$a_s(t) = \sum_k x_{sk} \exp \{-i\varepsilon_k t\} \sum_r x_{kr}^+ a_r(0). \quad (2.7)$$

A kvantummechanika valószínűségi interpretációja alapján közvetlenül felírhatjuk annak a valószínűségét, hogy az elektron  $t$  időpillanatban az  $s$  állapotban van, feltéve, hogy  $t=0$  időpillanatban az  $r$  állapotban volt [12]:

$$\mathcal{P}_{sr}(t) = \left| \sum_k x_{sk} \exp \{-i\varepsilon_k t\} x_{kr}^+ \right|^2.$$



Ha pl. egy szórás kísérletet végeznénk el oly módon, hogy az elektron  $t=0$  időpillanatban  $r$  állapotában lép be a rendszerbe, akkor, annak a valószínűségét, hogy  $t$  időpillanatban az  $s$  állapotban lesz éppen  $\mathcal{P}_{sr}(t)$  adja.

Foglalkozunk most több elektronból álló rendszerrel, de egyelőre tekintsünk el az elektronok kölcsönhatásától. Tegyük fel, hogy a rendszer alapállapotban van, amikor is —  $N$  elektron esetén — az  $N$  legalsó energiaállapot mind be van töltve. Ha most lép be a rendszerbe egy további elektron, akkor az — a Pauli-elv miatt — csak olyan állapotba kerülhet, amely még nincs elektronnal betöltve, tehát a fenti valószínűségi amplitúdó a következőképpen módosul:

$$\mathcal{P}'_{sr}(t) = \left| \sum_k x_{sk}(1-f_k) \exp \{-i\varepsilon_k t\} x_{kr}^+ \right|^2, \quad (2.8)$$

ahol

$$f_k = \begin{cases} 1, & \text{ha a } k \text{ állapot betöltött,} \\ 0, & \text{ha a } k \text{ állapot üres.} \end{cases}$$

Vegyük észre, hogy az  $r$  állapot ily módon ortogonális lesz a betöltött állapotokra.

Az elektron tehát nem kerülhetett betöltött állapotba, hacsak a belépés előtti időpillanatban nem távolítottuk el az éppen abban az állapotban levő elektront. Egy ilyen folyamatot is egyszerűen leírhatunk a fenti módszerrel, ha az elektron „belépési” folyamatát az „eltávolítási” folyamat „megfordításának” tekintjük  $t < 0$  időben. Annak érdekében, hogy egybefoglaljuk ezt a két folyamatot, értelmezzük a

$$G_{sr}(t) = \begin{cases} -i \sum_k x_{sk}(1-f_k) \exp \{-i\varepsilon_k t\} x_{kr}^+, & t > 0 \\ +i \sum_k x_{sk} f_k \exp \{-i\varepsilon_k t\} x_{kr}^+, & t < 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

függvényt, melyet az elektron *kauzális propagátorának* nevezünk. Ámde akkor annak a valószínűsége, hogy az elektron  $t$  időpillanatban az  $s$  állapotban hagyja el a rendszert, feltéve, hogy  $t=0$  időpillanatban az  $r$  állapotban lépett a rendszerbe:

$$\mathcal{P}_{sr}(t) = |G_{sr}(t)|^2.$$

Az elektron propagátora a Schrödinger-egyenlet Green-függvénye:

$$i \frac{d}{dt} G_{sr} = \sum_q h_{sq} G_{qr}(t) + \delta(t) \delta_{sr}. \quad (2.10)$$

A jobboldalon a második tag azért lép fel, mert a propagátornak a  $t=0$  időpont ugráshelye, ami részint a valószínűségi interpretációból következő határfeltételre, részint a többi elektron jelenlétére vezethető vissza.

### 3. §. Fermion-operátorok

Az előző paragrafusban mondottakat most olyan formába öntjük, hogy a formalizmus alkalmas legyen az elektronok kölcsönhatásának a figyelembevételére is. Tekintsük ezért az együtthatókat operátoroknak, amelyek algebráját úgy értelmezzük, hogy segítségükkel a többielektronos rendszerek tulajdonságai leírhatók legyenek.



Az így bevezetendő operátoraink nem önadjungáltak, de bevezetjük az adjungáltakat ( $a_s^+(t)$ ) is. Operátoraink algebráját meghatározandó feltesszük, hogy — tettség szerinti, de rögzített  $t$  időpillanatban — eleget tesznek az alábbi felcserélési relációknak:

$$\begin{aligned} [a_s, a_r]_+ &\equiv a_s a_r + a_r a_s = 0, \\ [a_s^+, a_r^+]_+ &\equiv a_s^+ a_r^+ + a_r^+ a_s^+ = 0, \\ [a_s, a_r^+]_+ &\equiv a_s a_r^+ + a_r^+ a_s = \delta_{rs}. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Ily módon operátoraink egy Grassman-algebra generátorai lesznek [3], az ebből adódó sajátosságait azonban nem fogjuk mélyebben elemezni. Mindenesetre azt vegyük észre, hogy a (3.1) alatti felcserélési relációkból következik, hogy

$$(a_r)^2 = 0, \quad (a_r^+)^2 = 0.$$

Tekintettel arra, hogy a hullámfüggvény együtthatóit operátorokkal helyettesítetük  $\psi(\xi, t)$  maga is operátor lesz, és kielégíti az alábbi antikommutációs relációkat:

$$\begin{aligned} [\psi(\xi, t), \psi(\xi', t)]_+ &= 0 \\ [\psi^+(\xi, t), \psi^+(\xi', t)]_+ &= 0 \\ [\psi(\xi, t), \psi^+(\xi', t)]_+ &= \delta(\xi - \xi'), \end{aligned} \quad (3.2)$$

Operátorainknak ki kell elégíteniök a Heisenberg-féle mozgásegyenleteket:

$$i \frac{d}{dt} a_s = [a_s, H]. \quad (3.3)$$

Ezek az egyenletek azonban csak akkor lesznek ekvivalensek az (1.2) alatti egyenletekkel, ha a Hamilton-operátor

$$H = \sum_s \sum_r a_s^+ h_{sr} a_r, \quad (3.4)$$

ill.

$$H = \int d\xi \psi^+(\xi) \left\{ -\frac{1}{2m} \nabla^2 + v(\xi) \right\} \psi(\xi) \quad (3.5)$$

alakban állítható elő. A mágneses teret egyelőre figyelmen kívül hagytuk, hiszen abban az esetben, ha jelenlétével számolnunk kell, a figyelembe vétele nem jelent különleges nehézséget, és csupán a szokásos változtatást igényli.

Az operátoroknak ez az előállítása általánosabb esetekben is könnyen alkalmazható. Pl. a töltés- és az áramsűrűség operátorait a következőképpen adhatjuk meg [25]:

$$q(\vec{r}) = e \sum_{(\text{spin})} \psi^+(\xi) \psi(\xi); \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \vec{j}(\vec{r}) = \frac{e}{2m} \sum_{(\text{spin})} \left\{ i \vec{\nabla} \psi^+(\xi) \cdot \psi(\xi) - i \psi^+(\xi) \cdot \vec{\nabla} \psi(\xi) - \right. \\ \left. - 2 \psi^+(\xi) \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}) \psi(\xi) + \vec{\nabla} \times [\psi^+(\xi) \vec{\sigma} \psi(\xi)] \right\}, \end{aligned} \quad (3.7)$$



ahol  $\vec{A}$  a vektorpotenciál,  $\vec{\sigma}$  a Pauli-féle spin-operátor, és az utolsó tag a spinsűrűséget adja meg. A rendszer teljes elektromos töltése a

$$Q = \int d\vec{r} q(\vec{r}) = e \int d\zeta \psi^+(\zeta) \psi(\zeta) = e N_{op} \quad (3.8)$$

operátor sajátértéke. Az  $N_{op}$  részecskeszám operátor definíciója így módon

$$N_{op} = \sum_s a_s^+ a_s = \sum_s n_s, \quad (3.9)$$

amelyet a további alkalmazások miatt célszerű lesz egy kissé alaposabban tanulmányozni. Itt  $n_s$  az  $s$  állapotban levő elektronok számát határozza meg, ezért *betöltési-szám operátornak* nevezzük.

Mindenekelőtt a (3.1) alatti felcserélési relációk alapján közvetlenül belátható, hogy

$$[n_s, n_r] = 0, \quad (3.10)$$

és

$$n_s^2 = a_s^+ a_s a_s^+ a_s = a_s^+ (1 - a_s^+ a_s) a_s = n_s - a_s^+ a_s^+ a_s a_s = n_s. \quad (3.11)$$

Ez azonban azt jelenti, hogy  $n_s$  sajátértékei 0 vagy 1, így  $N_{op}$  sajátértékei zéró és a természetes egészszámok. Feltesszük, hogy a részecskeszám operátor zéró sajátértékéhez tartozó sajátállapot nem-degenerált, és ezt az állapotot a továbbiakban *vákuum-állapotnak* nevezzük:

$$N_{op} |\text{vak}\rangle = 0. \quad (3.12)$$

Ebből következik, hogy  $n_r |\text{vak}\rangle = 0$ , továbbá  $\langle \text{vak} | a_r^+ a_r | \text{vak} \rangle = 0$ , tehát *minden  $r$ -re teljesül, hogy*

$$a_r |\text{vak}\rangle = 0. \quad (3.13)$$

Tekintsük most a

$$|r\rangle \equiv a_r^+ |\text{vak}\rangle \quad (3.14)$$

állapotvektorral leírt állapotot, akkor azt találjuk, hogy

$$n_s |r\rangle = a_s^+ a_s a_r^+ |\text{vak}\rangle = a_s^+ (\delta_{sr} - a_r^+ a_s) |\text{vak}\rangle = \delta_{rs} |r\rangle, \quad (3.15)$$

és így

$$N_{op} |r\rangle = |r\rangle. \quad (3.16)$$

Hasonlóképpen kapjuk, hogy

$$|rs\rangle \equiv a_r^+ a_s^+ |\text{vak}\rangle, \quad |rr\rangle = 0, \quad (3.17)$$

továbbá

$$n_p |rs\rangle = (\delta_{pr} + \delta_{ps}) |rs\rangle; \quad (3.18)$$

valamint

$$N_{op} |rs\rangle = 2 |rs\rangle. \quad (3.19)$$

Az

$$|rs\dots\rangle = a_r^+ a_s^+ \dots |\text{vak}\rangle \quad (3.20)$$

állapotokból majd a továbbiakban bázisrendszert fogunk kiválasztani. Megjegyezzük azonban, hogy az így definiált állapotok, még nem lineárisan függetlenek, hiszen pl. a következő egyszerű esetben, (3.1) alapján közvetlenül belátható, hogy

$$|rs\rangle = -|sr\rangle.$$

Az  $a_r^+$  operátorokat *elektront keltő* és az  $a_r$  adjungáltjaikat *elektront eltüntető*



operátoroknak szokás hívni. Ily módon az állapotvektorainkat a keltő operátorok lépcsőzetesen építik fel, ill. az eltüntető operátorok lépcsőzetesen bontják le:

$$a_r|rs\rangle = |s\rangle, \quad a_s|rs\rangle = -|r\rangle \text{ stb.}$$

Az  $n_s$  betöltési szám operátor sajátállapotai általában nem stacionér állapotok. Csak akkor lesznek azok, ha a Hamilton-operátor a (3.4) alakban adható meg, és a Hamilton-mátrix diagonális:  $h_{rs} = \varepsilon_r \delta_{rs}$ . Ilyenkor a stacionér állapotok leírására használhatjuk a *független-részecke-modellből* jól ismert hullámfüggvényeket (pl. síkhullámokat). Rendelkezésünkre áll egy ortonormált bázisrendszer és a bázisrendszer transzformációi megfelelnek az operátoraink lineáris kombinációinak. Ámde akkor rendszerünknek az előző paragrafusban leírt *alapállapotát* a következőképpen állíthatjuk elő:

$$|0\rangle \equiv \prod_k \left\{ \sum_r a_r^+ x_{rk} \right\}^{f_k} |\text{vak}\rangle. \quad (3.21)$$

Továbbá egyszerű algebrai átalakítások segítségével igazolható, hogy az (1.9) alatti elektronpropagátor, ill. a kauzális Green-függvény a következő alakba írható:

$$G_{sr}(t-t') \equiv -i\langle 0|T\{a_s(t)a_r^+(t')\}|0\rangle \equiv \begin{cases} -i\langle 0|a_s(t)a_r^+(t')|0\rangle & t > t' \\ +i\langle 0|a_r^+(t')a_s(t)|0\rangle & t < t'. \end{cases} \quad (3.22)$$

Itt használtuk a  $T$ -szorzat szokásos definícióját, melynek értelmében az operátorok szorzataiban a tényezőket kauzális sorrendben rendezzük el. Az előjelváltást operátoraink fermion-jellege (tehát antikommutatív volta) okozza.

Vegyük észre, hogy (3.22) alatti egyenletünk éppen az előző paragrafusban vázolt gondolati kísérletünket, a szorzási folyamatot írja le. Valóban, a  $t'$  időpillanatban — ha az állapot nincs betöltve — a rendszerünkhöz hozzáadunk egy  $r$  állapotú elektront, és  $t > t'$  időpillanatban eltüntetünk a rendszerből egy  $s$  állapotú elektront, feltéve természetesen, hogy ilyen állapotú elektronnal rendelkezett a rendszer. Ha történetesen  $t'$  időpillanatban az  $r$  állapot be van töltve, akkor  $|0\rangle$  kifejezésében már szerepel egy  $a_r^+(t')$  faktor, tehát a  $G_{sr}$  Green-függvény  $[a_r^+(t')]^2$  miatt eltűnik; hasonlóképpen, ha  $t$  időpillanatban az  $s$  állapot nincs betöltve, tehát  $|0\rangle$  előállításában nem szerepel az  $a_s^+(t)$  faktor  $a_s(t)$  a vákuum állapotra hat, és így (3.13) miatt  $G_{sr}$  ismét automatikusan eltűnik. Egyben azt is látjuk, hogy  $t < t'$  esetben éppen a most tárgyalt folyamat megfordítottjáról van szó.

A továbbiakban majd még egy kis módosításra lesz szükségünk a jelen paragrafusban kifejtett megfontolásokat illetően, amennyiben többnyire olyan folyamatokkal fogunk foglalkozni, amikor az egész rendszer alapállapotban marad. Ha azonban az elektron kölcsönhatását elhanyagoljuk mindig ez a helyzet.

#### 4. §. Az elektronok kölcsönhatása

Az lesz most a következő feladatunk, hogy tanulmányozzuk az elektronok kölcsönhatását. E célból a kölcsönhatási operátort ugyanolyan alakban állítjuk elő, mint az eddigi operátorokat. Csak elektrosztatikus Coulomb-szerű kölcsönhatást veszünk figyelembe, ezért az energiaoperátornak e kölcsönhatást leíró tagja

$$H'_{\text{int}} = \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{r}' q(\vec{r}) \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} q(\vec{r}') \quad (4.1)$$



lesz, mely éppen a  $q(\vec{r})$  töltéeloszlás sajátenergiája. A (4.1) alatti energiakifejezés behatóbb tanulmányozása arra az eredményre vezet, hogy  $H'_{\text{int}}$  várható értéke még egy-elektron-állapot esetében is végtelenné válik. Ezt a nehézséget oly módon hidalhatjuk át, hogy (4.1) integranduszában az operátorok ún. *normálszorzatát* vesszük, tehát a tényezőket úgy rendezzük át, hogy az eltüntető operátorok mind jobbra kerüljenek a keltő operátoroktól. E sorrend kialakítása közben az operátorok fermionjellege miatt — a felcserélések számától függően — előjelváltás következhetik be, az antikommutátorok további hatását azonban figyelmen kívül hagyjuk:

$$H_{\text{int}} = \frac{e^2}{2} \int d\xi d\xi' \psi^+(\xi) \psi^+(\xi') \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \psi(\xi') \psi(\xi) =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{rr'ss'} (rs|r's') a_r^+ a_r^+ a_s a_s,$$
(4.2)

ahol

$$(rs|r's') \equiv e^2 \int d\xi d\xi' u_r^*(\xi) u_s(\xi) \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} u_r^*(\xi') u_s(\xi') \quad (4.3)$$

az elektronok *kölcsönhatási mátrixeleme*.

A rendszer teljes Hamilton-operátora a (3.4) és a (4.2) alatti operátorok összege, és a Heisenberg-féle mozgásegyenlet jobboldalán pedig egy járulékos tag lép fel:

$$i \frac{d}{dt} a_s = \sum_r h_{sr} a_r + \sum_{rr's'} (sr|s'r') a_s^+ a_r^+ a_r a_s. \quad (4.4)$$

A korrelációs effektusokat az egyenlet jobboldalán fellépő járulékos tag tartalmazza, és a feladatunk az lesz, hogy e tagot kielégítő közelítésben meghatározva figyelembe vegyük az elektronok kölcsönhatását.

Megemlítünk még itt két könnyen igazolható összefüggést, melyet a továbbiakban ismételten fel fogunk használni:

$$\sum_s a_s^+ [a_s, H_{\text{int}}] = 2H_{\text{int}}, \quad (4.5)$$

és

$$\sum_s a_s^+ [a_s, H] = H, \quad (4.6)$$

ahol  $H$  a (3.4) alatti Hamilton-operátor.

## 5. §. Polarizációs propagátor

Külső elektromos terek polarizálják az elektronrendszereket, és látni fogjuk, hogy a sugárzás abszorpció valószínűsége az alábbiakban definiálandó polarizációs propagátor segítségével határozható meg. Ez a propagátor szintén Green-függvénynek tekinthető, mindazonáltal nem közvetlenül a keltő és eltüntető operá-



torok segítségével állítható elő, hanem töltés-, áram-, ill. spinsűrűségekből épül fel. Minden ilyen típusú operátor Green-függvények segítségével definiálható:

$$\begin{aligned} Q_{rs, r's'}(t-t') &= -i\langle 0|T\{a_r^+(t)a_s(t)a_{r'}^+(t')a_{s'}(t')\}|0\rangle \equiv \\ &\equiv \begin{cases} -i\langle 0|a_r^+(t)a_s(t)a_{r'}^+(t')a_{s'}(t')|0\rangle & t > t'; \\ -i\langle 0|a_{r'}^+(t')a_{s'}(t')a_r^+(t)a_s(t)|0\rangle & t < t'. \end{cases} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Ha eltekintünk az elektronok kölcsönhatásától, ezeket a függvényeket (2.7) és (3.21) alapján egyszerűen kiszámíthatjuk:

$$Q_{rs, r's'}(t-t') = +iG_{rs}(-0)G_{s'r'}(-0) - iG_{sr'}(t-t')G_{s'r'}(t'-t), \quad (5.2)$$

ahol az első két Green-függvényt infinitezimális negatív időintervallumra számítjuk ki, ami megadja az operátorok várható értékét. Egy módosított propagátort, mint a sűrűségingadozást figyelembe vevő Green-függvényt, a következőképpen szokás definiálni:

$$Q'_{rs, r's'}(t-t') = -i\langle 0|T\{(a_r^+(t)a_s(t) - \langle a_r^+ a_s \rangle)(a_{r'}^+(t')a_{s'}(t') - \langle a_{r'}^+ a_{s'} \rangle)\}|0\rangle, \quad (5.3)$$

amely kölcsönhatás nélküli esetben a

$$-G_{rs}(t-t')G_{s'r'}(t'-t) \quad (5.4)$$

kifejezésre redukálódik. Eredményünket akként értelmezhetjük, hogy a keltett zavar úgy terjed, mintha azt két független részecske-lyuk pár gerjesztődése közvetítené.

## 6. §. A Green-függvényekről általában

Eddigi definícióink során a Green-függvényeket mint Heisenberg-képben, megadott operátorok időrendezett szorzatának várható értékét értelmeztük. Most kissé közelebből megvizsgáljuk általános tulajdonságait [48]. Tekintsük a következő definíciót:

$$\langle\langle A(t); B(t') \rangle\rangle = -i\langle T\{A(t)B(t')\} \rangle, \quad (6.1)$$

ahol  $A$  és  $B$  tetszőleges szerinti operátorok. Zárt, stacionér állapotban, vagy hőmérsékleti egyensúlyban levő rendszer esetében, a kezdeti időpont kitüntetésének nincs jelentősége, ezért ilyenkor a Green-függvény csupán a  $(t-t')$  időintervallum függvénye.

A  $T$  időrendező operátor  $t=t'$  időpillanatban diszkontinuitást eredményez, melynek a nagysága

$$-i\langle AB \pm BA \rangle,$$

ahol valahányszor  $A$  és  $B$  egyaránt fermion jellegű — tehát páratlan fermionoperátor szorzata — a felső előjel van érvényben. Ha idő szerint differenciálunk, ez a diszkontinuitás egy  $\delta(t)$  tag fellejtését eredményezi a Green-függvény differenciálhányadosában. Így módon a Heisenberg-féle mozgásegyenletből adódik, hogy

$$i\frac{d}{dt}\langle\langle A(t); B(t') \rangle\rangle = \delta(t)\langle AB \pm BA \rangle + \langle\langle [A(t), H_{\text{tot}}]; B(t') \rangle\rangle, \quad (6.2)$$



ahol  $H_{\text{tot}} \equiv H + H_{\text{int}}$ . Az elektron-propagátor (2.10) alatti mozgásegyenletét ebből  $A = a_s$ ,  $B = a_r^+$  és  $H_{\text{tot}} = H$  helyettesítéssel kapjuk.

A Green-függvények előnyös alkalmazhatósága spektrális előállításuk analitikus sajátosságaiából adódik. Stacionér állapotban a (6.1) alatti definíciós egyenlet a következő alakba írható át:

$$\langle\langle A(t); B(t') \rangle\rangle = \begin{cases} i \sum_n \langle 0|A|n \rangle \exp \{-i(E_n - E_0)(t - t')\} \langle n|B|0 \rangle, & t > t' \\ \pm i \sum_n \langle 0|B|n \rangle \exp \{+i(E_n - E_0)(t - t')\} \langle n|A|0 \rangle, & t < t'. \end{cases} \quad (6.3)$$

Az alábbi integrálok segítségével:

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-iEt}}{E - \varepsilon - i\delta} dE = \begin{cases} 0 & \text{ha } t > 0 \\ ie^{-i\varepsilon t}, & \text{ha } t < 0; \end{cases} \quad (6.4)$$

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-iEt}}{E - \varepsilon + i\delta} dE = \begin{cases} -ie^{-i\varepsilon t}, & \text{ha } t > 0 \\ 0, & \text{ha } t < 0, \end{cases} \quad (6.5)$$

Green-függvényünk a következőképpen állítható elő:

$$\langle\langle A(t); B(t') \rangle\rangle = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dE e^{-iE(t-t')} \langle\langle A; B \rangle\rangle_E, \quad (6.6)$$

ahol

$$\langle\langle A; B \rangle\rangle_E \equiv \sum_n \left\{ \frac{\langle 0|A|n \rangle \langle n|B|0 \rangle}{E - E_n + E_0 + i\delta} \pm \frac{\langle 0|B|n \rangle \langle n|A|0 \rangle}{E - E_n + E_0 - i\delta} \right\} \quad (6.7)$$

a Green-függvény Fourier-transzformáltja, és az infinitezimális képzetes rész azt a célt szolgálja, hogy viselkedését a pólus közelében tanulmányozni tudjuk. Könnyen adódik pl., hogy

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \langle\langle A; B \rangle\rangle = \pi \sum_n \{ \langle 0|A|n \rangle \langle n|B|0 \rangle \delta(E - E_n + E_0) \pm \langle 0|B|n \rangle \langle n|A|0 \rangle \delta(E - E_0 + E_n) \} \quad (6.8)$$

Kissé behatóbban tanulmányozva a fenti kifejezéseket, a (2.9) alatti elektron-propagátort a következőképpen interpretálhatjuk.  $G_{sr}(t)$ -nek a  $t > 0$  idejű része azokat az  $\varepsilon_k$  frekvenciákat ( $\hbar = 1$ ) tartalmazza, amelyek olyan állapotok energiájának  $E_n - E_0$  különbségeként állíthatók elő, melyek esetében az

$$\langle n|a_r^+|0 \rangle = x_{kr} \quad (6.9)$$

átmeneti mátrixelemek nem tűnnek el. Az  $|n\rangle$  tehát egy olyan közbülső állapot állapotvektora, melyben eggyel több elektron van, mint a  $|0\rangle$  alapállapotban. Ámde akkor (6.9) alapján

$$\langle n| \sum_r a_r^+ x_{rk} |0 \rangle = \sum_r x_{kr}^+ x_{rk} = 1, \quad (6.10)$$



amiből — tekintettel arra, hogy  $|n\rangle$  és  $|0\rangle$  normált sajátállapotok — következik, hogy

$$|n\rangle = \sum_r a_r^+ x_{rk} |0\rangle. \quad (6.11)$$

Mindez azonban csak akkor helytálló, ha az elektronok kölcsönhatását figyelmen kívül hagyjuk. A közbülső állapotok energiájára pedig kapjuk, hogy

$$E_n = E_0 + \varepsilon_k. \quad (6.12)$$

A Green-függvénynek a negatív időintervallumhoz tartozó része esetében a közbülső állapotok állapotvektora hasonlóképpen

$$|n\rangle = \sum_r x_{kr}^+ a_r |0\rangle, \quad (6.13)$$

és energiájuk

$$E_n = E_0 - \varepsilon_k. \quad (6.14)$$

A polarizációs propagátor spektrális előállításában az alap- és olyan közbülső állapotokhoz tartozó átmeneti mátrixelemek szerepelnek, amelyek esetében az elektronok száma megegyezik. A Fourier-transzformált pólusai segítségével meghatározhatjuk a gerjesztési energiákat, a  $\langle 0 | a_r^+ a_s | n \rangle$  mátrixelemek pedig az ún. *oszillátor-erősségeket* szolgáltatják. Ha az elektronok kölcsönhatásától eltekintünk, a rezonanciafrekvenciákat várakozásunknak megfelelően a betöltött és az üres állapotok energiájának különbségei adják:

$$E_n = E_0 + (\varepsilon_k - \varepsilon_{k'}) f_{k'} (1 - f_k). \quad (6.15)$$

A Green-függvények további sajátosságai alapján vizsgálhatjuk az alapállapot tulajdonságait. Az egy- és kétrészecske állapotokhoz tartozó redukált sűrűségoperátor kapcsolatba hozható  $G_{rs}$ , ill.  $G_{rs,r's'}$  kezdeti értékével, ily módon az utóbbiak ismeretében kiszámítható a teljes energia. Lehetséges azonban a teljes energia meghatározása pusztán  $G_{rs}(t)$  segítségével. Felhasználva ugyanis (4.5), (4.6) és (6.2) alatti eredményeinket kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} 2E_0 &= \sum_{rs} h_{rs} [-iG_{sr}(-0)] + \lim_{t \rightarrow -0} \sum_r \frac{d}{dt} G_{rr} = \\ &= \sum_{rs} h_{rs} \langle a_r^+ a_s \rangle + \langle H + 2H_{\text{int}} \rangle = 2\langle H + H_{\text{int}} \rangle. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Ha  $G_{sr}(t)$  (1.9) alatti előállítását tekintjük és az elektronok kölcsönhatását elhagyjuk, az idő szerinti derivált éppen  $\sum_k f_k \varepsilon_k$ , és megegyezik az első taggal.

Az eddig alkalmazott algebrai módszerek azt a célt szolgálták, hogy az olvasó bizonyos jártasságra tegyen szert a Green-függvényes technikában, és hozzászokjon az operátorok Schrödinger-képbeli előállítása helyett a Heisenberg-képbeli előállításhoz. Az a helyzet ugyanis, hogy a második kvantálás fentebb alkalmazott módszere igen használható algebrai módszer, és lehetővé teszi egyes transzformációk általános használatát, amelyek a konfigurációs-térben használatos módszerek esetén többnyire nehezen áttekinthetők. A Green-függvények segítségével kiküszöböl-



hetünk az okoskodásainkból a lényeghez nem tartozó részleteket, és a reprezentálhatóság problémája helyett olyan fogalmakkal dolgozunk, amelyek háttérben fizikailag értelmezhető folyamatok, ill. állapotok húzódnak meg. A továbbiakban látni fogjuk, hogyan alkalmazhatók a fenti általános eredmények.

## 7. §. Atomi és molekulapályák

A molekulák kvantummechanikai tárgyalása során többnyire atomi reprezentációból indulunk ki; nevezetesen: atomi állapotok, ill. az ún. *atomi pályák* segítségével állítjuk elő a bennünket érdeklő molekulaállapotokat, az ún. *molekulapályákat*. A második kvantálás módszerét használva a keltő és az eltüntető operátorok segítségével az atomi állapotokba gerjesztünk, ill. az atomi állapotokból veszünk el elektronokat, és ezeket az eltüntető, ill. keltő operátorokat a következőképpen értelmezzük:

$$a_s \equiv \int d\xi u_s^*(\xi) \psi(\xi), \quad a_s^+ = \int d\xi \psi^+(\xi) u_s(\xi). \quad (7.1)$$

Az atomi spinpályák (állapotok) általában nem ortogonálisak egymásra, ezért a (3.1) alatti felcserélési relációkat kissé módosítanunk kell. (7.1) és (3.2) alapján ugyanis kapjuk, hogy

$$[a_s, a_r^+]_+ = \int d\xi d\xi' u_s^*(\xi) u_r(\xi') [\psi(\xi), \psi^+(\xi)]_+ = \int d\xi u_s^*(\xi) u_r(\xi) \equiv \delta_{sr} + S_{sr}. \quad (7.2)$$

Következésképpen, ha a  $\psi(\xi)$  téroperátort az  $a_s$  operátorok lineáris kombinációjaként kívánjuk előállítani, lényegesen bonyolultabb összefüggést kapunk, mint a (2.1) alatti, tekintettel arra, az  $\mathbf{1} + \mathbf{S}$  mátrix inverze is fellép előállításában:

$$\psi(\xi) = \sum_{sr} u_s(\xi) \{\mathbf{1} + \mathbf{S}\}_{sr}^{-1} a_r. \quad (7.3)$$

További problémát jelent, a molekulapályák szokásos előállítása esetén, hogy az atomi pályák nem alkotnak teljes rendszert. Mindazonáltal ez a második kvantálás algebrájának alkalmazása esetén kevésbé problematikus, mint Schrödinger-képben. Nevezetesen: (7.3), (3.5) és (4.2) alatti formuláink felhasználásával már pusztán a rendelkezésünkre álló atomi pályák segítségével megadhatunk egy, a céljainknak megfelelő *effektív-Hamilton-operátort*.

A molekulapálya módszer egyenértékű a (6.2) alatti általános mozgásegyenletnek a független-részecske-modell keretében felírt (2.10) alatti mozgásegyenletre való redukciójával. Összehasonlítva ugyanis ezt a két egyenletet látható, hogy végső soron az  $\langle\langle [a_s(t), H_{\text{tot}}]; a_r^+(t') \rangle\rangle$  Green-függvényt a  $\langle\langle [a_q(t); a_r^+(t')] \rangle\rangle$  propagátorok lineáris kombinációjával helyettesítjük. Ezt a helyettesítést szokás a Green-függvény „szétcsatolásának” nevezni, amelyet a következőképpen hajtunk végre.

A baloldalon álló operátort elemi eltüntető operátorok lineáris kombinációjaként állítjuk elő, és ezt az operátort fogjuk *ekvivalens operátornak* hívni. Az ekvivalencia itt akként értendő, hogy a két operátor hatása az alapállapotra egyenértékű. Tekintettel arra, hogy az eltüntető operátor nem önadjungált, az ekvivalenciát két feltétellel kell rögzítenünk. Legyen pl.  $X$  egy operátor, amelyet az  $a_s$  operátorok



„ekvivalens lineáris kombinációjával” kívánunk helyettesíteni, akkor feltesszük, hogy

$$X|0\rangle = \sum_s x_s a_s |0\rangle \quad (7.4)$$

és

$$\langle 0|X = \sum_s x_s \langle 0|a_s. \quad (7.5)$$

A megoldandó problémánk végső soron hasonlatos ahhoz, amikor egy állapotvektort egy bázisrendszer elemei szerint kívánunk kifejtetni. A sorfejtési együtthatók meghatározása céljából szorozzuk a (7.4) alatti egyenletet skalárisan a  $\langle 0|a_r^+$  vektorral, a (7.5) alatti egyenletet pedig az  $a_r^+|0\rangle$  állapotvektorral, és az így kapott kifejezéseket adjuk össze:

$$\langle 0|a_r^+ X + X a_r^+ |0\rangle = \langle 0|[a_r^+, X]_+ |0\rangle = \sum_s x_s (\delta_{sr} + S_{sr}). \quad (7.6)$$

Értelmezzük most a *Fock-operátor* mátrixelemeit a következőképpen:

$$\langle 0|[a_r^+[a_s, H + H_{\text{int}}]]_+ |0\rangle \equiv f_{sr}, \quad (7.7)$$

és a  $G_{sr}(t)$  Green-függvény differenciálegyenletét mátrix reprezentációban írjuk a következő alakba:

$$i \frac{d}{dt} \mathbf{G}(t) = \mathbf{f}\{\mathbf{1} + \mathbf{S}\}^{-1} \mathbf{G}(t) + \delta(t) \{\mathbf{1} + \mathbf{S}\}. \quad (7.8)$$

Ezt az egyenletet (2.10) mintájára is megoldhatnánk, célszerűbb lesz azonban, ha Fourier-transzformáltat véve direkt módszert alkalmazunk. Ekkor ugyanis mátrix alakban kapjuk, hogy

$$\{E(\mathbf{1} + \mathbf{S}) - \mathbf{f}\}(\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1} \mathbf{G}(E) = \mathbf{1} + \mathbf{S}, \quad (7.9)$$

ill.

$$\mathbf{G}(E) = (\mathbf{1} + \mathbf{S})\{E(\mathbf{1} + \mathbf{S}) - \mathbf{f}\}^{-1}(\mathbf{1} + \mathbf{S}). \quad (7.10)$$

Ez a megoldás a jobboldalon szereplő inverz mátrix pólusainál nem határozza meg egyértelműen a megoldást, ezért tekintetbe kell vennünk a  $\mathbf{G}(t)$ -re vonatkozó kezdeti feltételeket, amelyeket alkalmasan kell megválasztani. Egyedül csak arra kell ügyelnünk, hogy a Hartree—Fock-probléma betöltött és virtuális nívóit élesen megkülönböztessük. Valóban, a Hartree—Fock módszer egyenértékű közelítés az itteni szétcsatolási eljárással, és a (7.7) alatti operátor éppen a Fock-operátorral egyezik meg.

Amikor Coulson és Longuet—Higgins 1947-ben konjugált rendszerek tulajdonságait vizsgálták a molekulapálya módszerrel [9], már nagyon közel jártak a probléma itteni megfogalmazásához. 1940-ben Coulson [10] javasolt a  $\pi$ -elektron-rendszerek energiájának a meghatározására egy komplex-függvénytani módszert. Az energiát egy kontúr-integrállal állította elő, mely a fenti eredményünkéből és egy a Fredholm-determinánsokra vonatkozó tételből közvetlenül adódik. Eltekintve az elektromok kölcsönhatásától azt találjuk, hogy infinitezimális negatív időintervallumra



vonatkoztatva a propagátor mátrix nyomának (spur) időszerinti differenciálhányadosa adja az energiát. (6.6) alapján ugyanis írhatjuk, hogy ( $S \equiv 0$ )

$$E_0 = \lim_{t \rightarrow -0} \frac{d}{dt} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dE e^{-iEt} \text{Sp} \{G(E)\}. \quad (7.11)$$

A betöltött pályák energiáit a komplex  $E$ -síkon, kissé a valós tengely fölött, egy meghatározott  $\mu$  értéktől balra elhelyezkedő pólusok, míg a betöltetlen nívók esetében kissé a valós tengely alatt,  $\mu$ -tól jobbra található pólusok határozzák meg (1. ábra). Lezárva egyenesünket a felső  $E$ -síkon egy végtelen sugarú félkörrel, e félkör mentén vett integrál csak akkor ad járulékot, ha  $t < 0$ . Határesetben azonban az integrandusz pólusai a valós egyenesre esnek, ezért célszerű az integrációs utat úgy módosítani, hogy az új  $C$  integrációs út az  $E = \mu$  pontra merőleges egyenesből és egy azt balról lezáró végtelensugarú félkörből álljon (Coulson-kontúr; 2. ábra). Végezzük el az időszerinti differenciálást, akkor  $t = 0$  határesetben kapjuk, hogy

$$E_0 = \frac{1}{2\pi i} \oint_C dE E \text{Sp} \{G(E)\}. \quad (7.12)$$

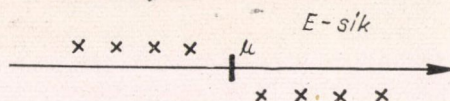
Az integrálegyenletek elméletéből ismertes Fredholm-tétel [16] alapján:

$$\begin{aligned} \text{Sp} \{EG(E)\} &= \text{Sp} \{(1 - E^{-1}f)^{-1}\} = \\ &= \text{Sp} 1 + E^{-1} \text{Sp} \{f(1 - E^{-1}f)^{-1}\} = \\ &= \text{Sp} 1 + E \frac{d}{dE} \log \det |1 - E^{-1}f|. \end{aligned} \quad (7.13)$$

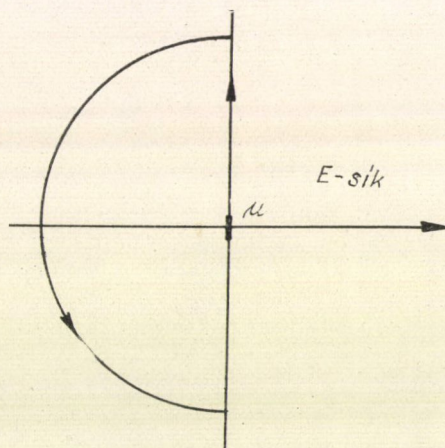
A logaritmus argumentumában szereplő determináns arányos a szekuláris determinánssal, ill. a  $D(E)$  karakterisztikus polinommal. Legyen a szekuláris determináns  $n$ -ed rendű, akkor ez az arányossági tényező  $E^{-n}$ . Az egységmátrix nyoma reguláris függvény lévén nem ad járulékot az integrálhoz. A második tag a félkörön úgy viselkedik, mint  $E^{-1}$ , tehát az integrációs út e szakasza  $\frac{1}{2} \text{Sp}\{f\}$  értékkel járul hozzá az energiához. Ennek a figyelembevételével kapjuk Coulson eredményét:

$$E_0 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dy \left\{ (\mu + iy) \frac{D'(\mu + iy)}{D(\mu + iy)} - n \right\} + \frac{1}{2} \text{Sp} \{f\}, \quad (7.14)$$

hiszen a szekuláris determináns rendje ( $n$ ) megegyezik a spinpályák számával.



1. ábra. Az egyrészeske-propagátor pólusainak az elhelyezkedése a komplex  $E$ -síkon [1. (6.7) alatti egyenletünket]



2. ábra. Coulson-kontúr ( $C$ ) a komplex  $E$ -síkon



Az átfedések figyelembevételével hasonló eredményre jutunk, csak a karakterisztikus polinom

$$D(E) = \det |E\mathbf{1} - (\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1}| \quad (7.15)$$

lesz, ill. ennek egy hasonlósági transzformáltja.

A Coulson-kontúr mentén vett integrálok felhasználhatók a töltés- és a kötésrend meghatározására, amelyekre eltűnő eredő spin esetén a következő kifejezések adódnak

$$q_s = -\frac{i}{\pi} \oint_C dE \{(\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1/2} \mathbf{G}(E)(\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1/2}\}_{ss} \quad (7.16)$$

ill.

$$p_{rs} = -\frac{i}{\pi} \oint_C dE \{(\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1/2} \mathbf{G}(E)(\mathbf{1} + \mathbf{S})^{-1/2}\}_{sr}, \quad (7.17)$$

ahol a következő jelölést alkalmaztuk: egyenleteink baloldalán szereplő indexek spinmentesek, viszont a jobboldaliak tartalmazzák a spint, de ugyanarra a komponensre vonatkoznak. Ezek a formulák megegyeznek még Chirgwin és Coulson [7], ill. Löwdin [31] későbbi eredményével is.

### 8. §. Lineáris válasz és véletlen fázisú közelítés

Említettük már az előzőekben, hogy a töltés- és áramsűrűség operátorokból felépülő Green-függvények fontos szerepet játszanak a fényabszorpció tanulmányozásánál. Most kissé részletesebben fogjuk tanulmányozni ezt a problémát, de megelégszünk a perturbációs számítás elsőrendű közelítésével, azaz pusztán a „lineáris válasz” (linear response) fog bennünket érdekelni. Feltesszük, hogy a  $H$  Hamilton-operátorral jellemzett rendszert a  $V(t)$  perturbációs operátorral leírt külső tér perturbálja. Határozzuk meg a rendszer abszorpcióképességét. Speciálisan adiabatikusan bekapcsolt monokromatikus perturbációval fogunk foglalkozni, tehát felteszszük, hogy

$$V(t) = \{V e^{i\omega t} + V^+ e^{-i\omega t}\} e^{x t}. \quad (8.1)$$

A Schrödinger-képbeli állapotvektort a perturbációmentes rendszer  $|E_0\rangle$  állapotvektora és egy — a perturbációról számotadó —  $|g\rangle$  ketvektor összegeként kívánjuk előállítani:

$$|t\rangle = |E_0\rangle + |g\rangle. \quad (8.2)$$

A Schrödinger-egyenletbe behelyettesítve az állapotvektornak ezt a kifejezését megállunk az elsőrendű közelítésnél:

$$i \frac{d}{dt} |g\rangle = H |g\rangle + V(t) |E_0\rangle. \quad (8.3)$$

Legyen  $|0\rangle$  az alapállapot állapotvektora  $t=0$  időpillanatban, akkor a megoldást a következő alakban kereshetjük:

$$|g\rangle = -ie^{-iHt} \int_{-\infty}^t e^{iHt'} V(t') e^{-iHt'} |0\rangle dt. \quad (8.4)$$



A (8.2) és (8.4) alatti állapotvektoraink a perturbációs számítás másodrendű közelítésében nincsenek normálva, következésképpen  $|t\rangle$  normájának időszerinti differenciálhányadosa megadja az időegységre eső  $W$  abszorpciós valószínűséget:

$$\begin{aligned} W &= \frac{d}{dt} \langle g|g \rangle = -2 \operatorname{Im} \left\{ -i \frac{d}{dt} \langle g| \right\} |g\rangle = \\ &= -2 \operatorname{Im} \int_{-\infty}^t dt' \{ -i \langle 0| e^{iHt} V(t) e^{-i(t-t')} V(t') e^{-iHt'} |0\rangle \}. \end{aligned} \quad (8.5)$$

E kifejezés további analízise, ha elhanyagoljuk az oszcilláló tagokat a következő eredményre vezet:

$$W = -2 \operatorname{Im} \langle \langle V; V^+ \rangle \rangle_{\omega}. \quad (8.6)$$

A (8.1) alatt bevezetett perturbációs operátor explicit alakja felírható a szokásos módon a sugárzás és a rendszer közti kölcsönhatás figyelembevételével. Feltéve, hogy a fény hullámhossza nagy az előforduló molekulák méreteihez képest, kapjuk:

$$V(t) = -\frac{1}{c} \int d\vec{r} \vec{A}(\vec{r}, t) \vec{j}(\vec{r}) = \frac{e}{m\omega} \sum_{r,s} (i\vec{E} \cdot \vec{p})_{rs} a_r^+ a_s e^{i\omega t} + \text{komplex konjugált}. \quad (8.7)$$

Az  $\vec{A}$  vektorpotenciál és az  $\vec{E}$  elektromos térerősség közti összefüggést

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{ic}{\omega} \{ \vec{E} e^{i\omega t} - \vec{E}^* e^{-i\omega t} \} \quad (8.8)$$

adja. Ily módon végülis a keresett abszorpciós valószínűség

$$W = -2 \operatorname{Im} \left\{ \left( \frac{e}{m\omega} \right)^2 \sum_{rs, r's'} (\vec{E} \cdot \vec{p})_{sr} (\vec{E}^* \cdot \vec{p})_{s'r'} \langle \langle a_s^+ a_r; a_r^+ a_s \rangle \rangle_{\omega} \right\} \quad (8.9)$$

lesz.

A sűrűségpropagátor fluktuációjának közelítő meghatározására szolgálhat (5.2) alatti egyenletünk. Nevezetesen

$$\begin{aligned} \langle \langle a_r^+ a_s; a_r^+ a_s \rangle \rangle_{\omega} &= \int_{-\infty}^{+\infty} dt(t-t') \langle \langle a_r^+(t) a_s(t); a_r^+(t') a_s(t') \rangle \rangle e^{i\omega(t-t')} = \\ &= -i\delta(\omega) G_{sr}(-0) G_{s'r'}(-0) + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \langle \langle a_s; a_r^+ \rangle \rangle_{\omega'} \langle \langle a_{s'}; a_r^+ \rangle \rangle_{\omega'-\omega}. \end{aligned} \quad (8.10)$$

E kifejezésben csupán a második tag lesz számunkra fontos, mert az első tag nem ad járulékot, ha (8.9) alatti egyenletünkbe behelyettesítjük. Tekintettel arra, hogy

$$\langle \langle a_s; a_r^+ \rangle \rangle_E = \sum_k x_{sk} \left\{ \frac{1-f_k}{E-\varepsilon_k+i\delta} + \frac{f_k}{E-\varepsilon_k-i\delta} \right\} x_{kr}^+, \quad (8.11)$$



ha eltekintünk a kölcsönhatástól, a Fourier-transzformált (8.10) alatti konvolúciós integráljára kapjuk:

$$\langle\langle a_r^+ a_s; a_r^+ a_s \rangle\rangle_\omega = \sum_{kl} x_{sk} x_{lr}^+ x_{s'l} x_{kr}^+ \left\{ \frac{(1-f_k)f_l}{\omega + \varepsilon_l - \varepsilon_k + 2i\delta} - \frac{(1-f_l)f_k}{\omega + \varepsilon_l - \varepsilon_k - 2i\delta} \right\}. \quad (8.12)$$

Következésképpen a keresett átmeneti valószínűség:

$$W = \sum_{kl} \left( \frac{e}{m\omega} \right)^2 |(\vec{E} \cdot \vec{p})_{lk}|^2 \{ (1-f_k)f_l + f_k(1-f_l) \} \pi \delta(\omega + \varepsilon_l - \varepsilon_k). \quad (8.13)$$

Tekintettel arra, hogy a sugárzási energia arányos az elektromos térerősség négyzetével, ebből közvetlenül meghatározható az Einstein-féle abszorpciós együttható.

(8.13) alatti eredményünk levezetésénél elhanyagoltuk az elektronok kölcsönhatását. Ez az ún. *független-részecske-modell* igen durva közelítést jelent, és a spektrum tanulmányozásánál jobb közelítést érünk el, ha kissé körültekintőbben járunk el. Kézenfekvőnek látszik, hogy e célból a (6.2) alatti mozgásegyenletből induljunk ki, és a kétrészecske-Green-függvény szétcsatolásánál úgy járjunk el, amint az a Hartree—Fock-közelítés esetében szokásos. Az alkalmazásra kerülő módszert a *véletlen fázisok módszerének* (random phase approximation) szokás hívni és ekvivalens [40] a *Linhard* által javasolt időtől függő Hartree—Fock módszerrel [28].

Szétcsatolási módszerként a (7.6) alatti egyenletünk származtatásánál már bemutatott eljárást alkalmazzuk. A módszer alapgondolata az, hogy a tetszés szerinti  $X$  operátort az  $a_r^+ a_s$  operátorok ekvivalens lineáris kombinációjaként állítjuk elő, azaz megköveteljük, hogy az

$$X|0\rangle = \sum_{rs} a_r^+ a_s |0\rangle \quad (8.14)$$

és a

$$\langle 0|X = \sum_{rs} x_{rs} \langle 0| a_r^+ a_s \quad (8.15)$$

feltételei egyenletek teljesüljenek. Ily módon, ha ismerjük az  $\langle 0|a_r^+ a_s|0\rangle$  várható értékeket, egyenletrendszert kapunk az ismeretlen együtthatók meghatározására. E várható értékek meghatározásánál vegyük tekintetbe, hogy a Hartree—Fock közelítésnél

$$\langle 0|a_r^+ a_s|0\rangle = \delta_{rs} f_s, \quad (8.16)$$

feltéve, hogy a Hartree—Fock egyenlet megoldása révén adódó ortonormált függvényrendszer segítségével határozzuk meg a várható értéket. Ámde akkor a feltételei egyenleteink alapján kapjuk, hogy

$$\langle 0|[a_s^+ a_r, X]|0\rangle = x_{rs}(f_s - f_r). \quad (8.17)$$

Feltéve, hogy

$$X \equiv [a_t^+ a_u, H_{\text{tot}}],$$

egyszerű algebrai átalakításokkal kapjuk, hogy

$$x_{rs} = \delta_{tr} \delta_{us} (\varepsilon_s - \varepsilon_r) + (f_t - f_u) \{ (rs|ut) - (rt|us) \}. \quad (8.18)$$

Ahelyett, hogy most közvetlenül felhasználnánk a (6.2) alatti mozgásegyenletet, vegyük a Fourier-transzformáltját. Az így kapott Fourier-együtthatókat tartalmazó



egyenletrendszerben szerepelni fog az az együttható is, amely az átmeneti valószínűséget meghatározza:

$$(E - \varepsilon_u + \varepsilon_t) \langle\langle a_t^+ a_u; a_r^+ a_{s'} \rangle\rangle_E = \delta_{ur'} \delta_{ts'} (f_t - f_u) + (f_t - f_u) \sum_{rs} \{ (ut|rs) - (us|rt) \} \langle\langle a_r^+ a_s; a_{r'}^+ a_{s'} \rangle\rangle_E. \quad (8.19)$$

Ez az egyenlet még nem határozza meg a Fourier-együtthatók képzetes részét, ily módon meghatározása céljából fel kell használnunk a kezdeti feltételeket. Ha azonban ismeretes (8.19) megoldása, a (6.3) alatti integráلهőállítás és (6.7) alapján a sűrűség-ingadozást leíró Green-függvény már egyértelműen meghatározható.

A (8.19) alatti egyenlet behatóbb tanulmányozása számos jól ismert eredményre vezet. Ha elhanyagoljuk az elektronok kölcsönhatását  $\langle\langle a_t^+ a_u; a_r^+ a_{s'} \rangle\rangle_E$  pólusai — feltéve, hogy az  $u$  és  $t$  spinpályák egyike üres, a másik betöltött —  $E = \varepsilon_u - \varepsilon_t$  energiaértéknél vannak. Ezek a perturbálatlan energiaértékek módosulnak, ha az egyenletünk jobboldalán levő második tag diagonális részét is figyelembe vesszük. Nevezetesen: a gerjesztési energia

$$E = \varepsilon_u - \varepsilon_t + (f_t - f_u) \{ (uu|tt) - (ut|ut) \} \quad (8.20)$$

lesz, ahol  $\varepsilon_u$  a „részcsekék”, az  $\varepsilon_t$  pedig a „lyukak” energiája. A zárójelben levő két integrál — a (4.3) alatti definíciónak megfelelően — a kettő közti Coulomb- és kicserélődési integrál.

A (8.19) alatti egyenlet további tagjainak a figyelembevétele a különböző „részcseke-lyuk” gerjesztések közti kölcsönhatásáról ad számot; mégpedig úgy, hogy a Hartree—Fock-féle Hamilton-operátor szimmetriacsoportjának irreducibilis reprezentációi segítségével faktorizáljuk az egyenletet. Speciálisan, ha a Hartree—Fock alakállapot spinje zéró, szinglett és tripllett gerjesztéseket kapunk [17]. Ennek az eredménynek az igazolása felettébb tanulságos az általános szimmetriatulajdonságok tanulmányozása szempontjából. Legegyszerűbben úgy járhatunk el, ha figyelmünket a (8.19) alatti egyenlet szingularitásainak meghatározására fordítjuk. (6.7) alapján mindenesetre írhatjuk, hogy

$$\langle\langle a_t^+ a_u; a_r^+ a_{s'} \rangle\rangle_E = \sum_k \frac{C_{tu,k} C_{sr,k}^+}{E - E_k}, \quad (8.21)$$

ahol a  $C_k$  vektorok kielégítik a (8.19) alatti egyenletből a Kronecker-deltákat tartalmazó tagok elhagyásával kapott sajátérték-egyenletet. Ily módon

$$(E_k - \varepsilon_u + \varepsilon_t) C_{tu,k} = (f_t - f_u) \sum_{rs} \{ (ut|rs) - (us|rt) \} C_{rs,k}. \quad (8.22)$$

Mindazonáltal most célszerű lesz a spinkvantumszámok explicit figyelembevétele, ezért bevezetjük az alábbi együtthatórendszereket:

$${}^3d_{tu,k} = C_{t^+ u^-, k} = C_{t^- u^+, k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ C_{t^+ u^+, k} - C_{t^- u^-, k} \}, \quad (8.23)$$

$${}^1d_{tu,k} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ C_{t^+ u^+, k} + C_{t^- u^-, k} \}, \quad (8.24)$$



ahol a balfelső index arra utal, hogy a gerjesztés szinglett-e vagy triplett. Ámde akkor (8.22) alatti egyenletünk a következőképpen szeparálható:

$$(E_k - \varepsilon_u + \varepsilon_t) {}^3d_{tu,k} = -(f_t - f_u) \sum_{rs} (us|rt) {}^3d_{rs,k} \quad (8.25)$$

$$(E_k - \varepsilon_u - \varepsilon_t) {}^1d_{tu,k} = (f_t - f_u) \sum_{rs} \{2(ut|rs) - (us|rt)\} {}^1d_{rs,k}. \quad (8.26)$$

*Ball* és *McLachlan* foglalkoztak ezeknek az egyenleteknek a molekulafizikai alkalmazások szempontjából minden fontos részletre kiterjedő elemzésével [2]. Mi eredményeiknek csupán azt a részét ismertetjük, amelyik az etilénnek a Pariser—Parr—Pople modell keretében történő vizsgálatára vonatkozik. Ebben az esetben pusztán két molekulapályával kell számolnunk. Ezek közül a *kötő pályát* *b*-vel (bonding MO), a *lazító pályát* *a*-val (antibonding MO) jelöljük. Bevezetve az alábbi jelöléseket:

$$(aa|bb) = \frac{1}{2} \gamma_{00} + \frac{1}{2} \gamma_{01}, \quad \varepsilon_b = \alpha + \beta - \frac{1}{2} \gamma_{01},$$

$$(ab|ab) = \frac{1}{2} \gamma_{00} - \frac{1}{2} \gamma_{01}, \quad \varepsilon_a = \alpha - \beta + \frac{1}{2} \gamma_{01},$$

(ahol  $\alpha$  és  $\beta$  az LCAO-Mo módszerben bevezetett Coulomb- és kicserélődési integrálok) a (8.25) alatti egyenletünk a következő alakba írható:

$$\begin{pmatrix} E - 2\beta - \frac{1}{2} \gamma_{00} + \frac{1}{2} \gamma_{01} & -\frac{1}{2} \gamma_{00} + \frac{1}{2} \gamma_{01} \\ \frac{1}{2} \gamma_{00} - \frac{1}{2} \gamma_{01} & E + 2\beta + \frac{1}{2} \gamma_{00} - \frac{1}{2} \gamma_{01} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^3d_{ab} \\ {}^3d_{ba} \end{pmatrix} = 0. \quad (8.27)$$

A szekuláris determináns gyökei

$$E = \pm \{2\beta(2\beta + \gamma_{00} - \gamma_{01})\}^{1/2}. \quad (8.28)$$

Tekintettel arra, hogy a  $\beta$  definíciójánál fogva negatív, ez a gyök akkor lesz képzetes, ha

$$\gamma_{00} > \gamma_{01} - 2\beta. \quad (8.29)$$

Ez az eset előfordulhat, ha az elektronok tasztításából származó integrálok értékét pusztán elméleti úton számítjuk. *Thouless* [43] foglalkozott a képzetes frekvenciák előfordulásával, és bebizonyította, hogy felléptük a Hartree—Fock megoldás stabilitásának a problémájával kapcsolatos. Ugyanerre az eredményre jutottak még 1949-ben *Coulson* és *Fischer* is a hidrogénmolekula vizsgálata során.

Hasonló módszerrel igazolható [32,38], hogy a benzol Hartree—Fock alapállapota átmegy alternáló molekulapálya állapotba, ha

$$24\beta > -5\gamma_{00} + 8\gamma_{01} - 4\gamma_{02} + \gamma_{03} - \{9(\gamma_{00} - \gamma_{03})^2 + 16(\gamma_{00} - \gamma_{02})^2\}^{1/2}. \quad (8.30)$$

A véletlen fázisok módszerét molekuláris rendszerek esetében *Ball* és *McLachlan* [2], *Herzenberg*, *Sherrington* és *Süveges* [19], atomi problémák esetében pedig *Brandt* és *Lundquist* [6] alkalmazták.



### 9. §. Perturbációelmélet és funkcionálanalízis

Feynman, aki a kvantummechanikának a „pálya-integrál” módszerével való megalapozását kidolgozta [12, 13], megmutatta, hogy miként lehet az elektron-propagátort az elektron minden lehetséges mozgási állapotára vett funkcionális integrál alakjában előállítani. Kidolgozta az azóta róla elnevezett diagrammtechnikát [13], melynek segítségével a perturbációs sor felösszegezhető, és így meghatározható az elektronpropagátor. Ő a relativisztikus esetet tárgyalta, de azóta több szerző foglalkozott azzal a kérdéssel, hogyan alkalmazható ez a módszer a nem-relativisztikus többlest-probléma esetében [1, 34, 37]. Most nyilván nem foglalkozhatunk e módszer igazolásával, ezért csupán az eredmények ismertetésére szorítkozunk.

A perturbációszámítás formulái levezethetők a funkcionális deriválás módszerével [33], melynek különösen *Hedintől* származó megfogalmazása lesz számunkra hasznos [18]. Ezért a továbbiakban az ő alapegyenleteiből indulunk ki. Alkalmazunk folytonos reprezentációt. Jelölje  $x = \{\xi, t\}$  a tér-spin-időkoordináták összességét és az elektron-propagátor definíciós egyenlete legyen

$$G(x, x') = -i \langle T \{ \psi(x) \psi^+(x') \} \rangle. \quad (9.1)$$

A Coulomb-potenciált írjuk a következő alakba:

$$v(x, x') \equiv \delta(t - t') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|}, \quad (9.2)$$

akkor a (7.9) alatti Hartree—Fock-egyenlet

$$\left\{ i \frac{d}{dt} + \frac{1}{2m} \nabla^2 - V(x) \right\} G(x, x') = \delta(x, x') + \int dx'' M(x, x'') G(x'', x') \quad (9.3)$$

lesz, ahol

$$M(x, x'') \equiv -v(x, x'') \langle \psi^+(x'') \psi(x) \rangle \quad (9.4)$$

a kicserélődési kölcsönhatást és

$$V(x) = v(x) + \int dx' v(x, x') \langle \psi^+(x') \psi(x) \rangle \quad (9.5)$$

a teljes elektrosztatikus kölcsönhatást adja. Vegyük észre, hogy a (9.2) alatti Coulomb-potenciálban fellépő  $\delta(t - t')$  függvényre való tekintettel,  $M$  az időben lokális operátor.

Formálisan a (9.3) alatti egyenletünk a Green-függvény egzakt differenciálegyenletével egyezik meg, csak hogy az utóbbi esetben az  $M$  meglehetősen bonyolult operátor, amely időben nem lokális többé, hanem az elektronok kölcsönhatása során a retardálásból eredő hatásokat is tartalmazza. Az egzakt  $M$  operátorhoz, melyet a kvantumelektrodinamikából átvett terminológiával élve *sajátenergia operátornak* is szokás hívni, a (9.4) alatti egyenlet általánosításával juthatunk el. Ez két lépésben történik. Először is a Coulomb-potenciált a Hubbard által bevezetett leárnýékolt potenciállal helyettesítjük [20]:

$$v(x, x') \rightarrow W(x, x') = v(x, x') + \int dy dy' v(x, y) Q(y, y') v(y', x'), \quad (9.6)$$

ahol

$$Q(y, y') = \langle \langle [\psi^+(y) \psi(y) - \langle \psi^+(y) \psi(y) \rangle]; \psi^+(y') \psi(y') \rangle \rangle \quad (9.7)$$



lényegében véve a töltéssűrűség autokorrelációs függvénye. Majd a (9.4) alatti egyenletben szereplő várható értéket a  $G(x, x'')$  Green-függvénnyel helyettesítjük, és egyben feltételezzük, hogy határesetben negatív  $(t - t'')$  időintervallumra eltűnik. Ily módon  $M(x, x')$  kifejezésében módosított kölcsönhatás lép fel, melyet  $\Gamma(x, x'; y)$ -nal jelölünk, és *vertex-függvénynek* fogunk a szokásnak megfelelően hívni:

$$M(x, x'') = i \int dy dy' W(x, y) G(x, y') \Gamma(y', x''; y). \quad (9.8)$$

Az itt szereplő ismeretlen függvényeket vagy a funkcionális deriválás módszerével, vagy a  $v(x, x')$  hatványai szerint haladó sorfejtéssel lehet meghatározni, ha eredményünket össze kívánjuk vetni a perturbációs módszerrel. A formulák azonban magasabb rendben felettébb bonyolultakká válnak, ezért a részleteket illetően most csupán *Hedin* dolgozatára utalunk [18].

A sajátenergia-operátor kulcsfontosságú része a vertex-függvény. Három argumentumtól függ, eltérően a Green-függvénytől és a leárnékoló potenciáltól, amelyek kétváltozós függvények, és az új változó egy „intervallum változó”, melynek időbeli jellege van. *Hedin* megmutatta [18], hogy a vertex-függvény a sajátenergia-operátornak a  $V(x)$  sztatikus potenciál szerinti funkcionális deriváltjaként állítható elő:

$$\Gamma(x, x'; y) = \delta(x, x') \delta(x, y) - \frac{\delta M(x, x')}{\delta V(y)}, \quad (9.9)$$

és így módon a fontosabb mennyiségeket iterációval nyerhetjük. Pl. megmutatható, hogy a perturbációs módszerrel származtatott eredmények a nem-leárnékoló  $v(x, x')$  Coulomb-potenciál szerinti iterációs sorfejtés segítségével is nyerhetők. Ahelyett, hogy ezeket az eredményeket részleteznénk, most a (9.3), (9.6) és (9.8) alatti általános formuláinkat fogjuk behatódobban elemezni.

## 10. §. Leárnékoló Coulomb-kölcsönhatás

Megmutatjuk ebben a paragrafusban, hogy  $W(x, x')$  az elektronrendszer és a külső töltések közti *effektív kölcsönhatást* írja le, és átvitt értelemben úgy is interpretálható, mint a  $v(x, x')$  „tiszta” Coulomb-féle taszítás dielektromos effektusok következtében módosított alakja; más szóval: *a dielektromosan redukált Coulomb-taszítás*.

A dielektrikumok szokásos elmélete a Poisson-egyenletre épül, amelyet a következő alakba írhatunk:

$$\nabla^2 \Phi(\vec{r}, t) = -4\pi q_{\text{tot}}(\vec{r}, t) = -\frac{4\pi}{\epsilon} q_{\text{ext}}(\vec{r}, t), \quad (10.1)$$

ahol  $q_{\text{tot}}$  a „teljes” (totális) töltéssűrűség,  $q_{\text{ext}}$  a külső töltéssűrűség és a dielektromos effektusok révén a közegben indukált töltéssűrűség összege. Az utóbbiról feltesszük, hogy az előbbivel arányos. Még általánosabban: feltételezhetjük, hogy — legalábbis a perturbációs számítás első közelítésében — egy ilyen arányossági viszony a következőképpen fogalmazható meg:

$$q_{\text{tot}}(\vec{r}, t) = \int d\vec{r}' dt' \epsilon^{-1}(\vec{r}, t; \vec{r}', t') q_{\text{ext}}(\vec{r}', t'). \quad (10.2)$$



A (3.6) és (8.4) alatti egyenleteink alapján, ha feltételezzük, hogy a  $V(t)$  perturbációs operátor a következő integrállal helyettesíthető:

$$V(t) \rightarrow \int d\vec{r} d\vec{r}' q_{\text{ext}}(\vec{r}, t) |\vec{r} - \vec{r}'|^{-1} q(\vec{r}),$$

az  $\varepsilon^{-1}$  magfüggvény közvetlenül meghatározható:

$$\varepsilon^{-1}(\vec{r}, t; \vec{r}', t') = \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(t - t') - i \int d\vec{r}'' \langle [q(\vec{r}, t), q(\vec{r}'', t')] | \vec{r} - \vec{r}' |^{-1}. \quad (t > t') \quad (10.3)$$

Ebben az egyenletben egy új típusú függvény — ún. *válasz-függvény* (response function), ill. *retardált Green-függvény* — lép fel [48]:

$$\langle\langle A(t); B(t) \rangle\rangle_r = \begin{cases} -i \langle [A(t), B(t')] \rangle & t > t' \\ 0 & t < t', \end{cases} \quad (10.4)$$

amelynek Fourier-transzformáltja eléggé hasonló a (6.7) alatti  $\langle\langle A; B \rangle\rangle_E$  függvényhez. A különbség mindössze annyi, hogy a második tag, melyben az infinitezimális  $\delta$  mennyiség előjelet vált, elmarad, mert az állapotokra vett összegezés során, alapállapotban ez a tag nem ad járulékot. Ámde akkor a (10.4) alatti retardált Green-függvény Fourier-transzformáltja, valamint az  $\varepsilon^{-1}$  dielektromos permittivitási függvény analitikusan folytatható az  $\text{Im}\{E\} > 0$  félsíkon, és így kielégíti a jól ismert diszperziós relációkat [24, 23, 48].

Visszatérve a leárnnyékolt kölcsönhatásra láthatjuk, hogy független a spin-koordinátáktól, és — ha a Fourier-transzformáltját egy időintervallumra vonatkoztatjuk — írhatjuk, hogy ( $q' \equiv q - \langle q \rangle$ )

$$\begin{aligned} W(\vec{r}, \vec{r}'; E) &= \int d(t - t') W(x, x') \exp \{iE(t - t')\} = \\ &= \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + e^2 \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_1|} \langle\langle q'(\vec{r}_1); q'(\vec{r}_2) \rangle\rangle_E \frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}'|} = \\ &= e^2 \int d\vec{r}_1 |\vec{r} - \vec{r}_1|^{-1} \varepsilon_c^{-1}(\vec{r}_1, \vec{r}; E). \end{aligned} \quad (10.5)$$

Itt az  $\varepsilon_c^{-1}$  függvényt hasonlóan értelmezzük, mint (10.3) alatti egyenletünkkel az  $\varepsilon^{-1}$  függvényt, csak hogy a (10.4) alatti retardált Green-függvény helyett a *kauzális Green-függvényt* használjuk. Ezek Fourier-transzformáltja megegyezik minden  $E$  értékre, hacsak nem szingulárisak. Pontosabban: az  $\varepsilon^{-1}$  Fourier-transzformáltjának a pólusai közvetlenül a valós tengely alatt helyezkednek el, az  $C_c^{-1}$  pólusai pedig negatív  $E$  értékre a valós tengely fölött, pozitív  $E$  értékre pedig a valós tengely alatt találhatók.

## 11. §. A vertex-függvény

Leárnnyékolt kölcsönhatás esetén eléggé bonyolult feladat a  $\Gamma(x, x'; y)$  típusú vertex-függvények vizsgálata. Nem lehet tehát most az a feladatunk, hogy ezt a problémát teljes általánosságában elemezzük, és meg kell elégednünk néhány egyszerűbb részleteredmény vázlatos ismertetésével.



Hogy lássuk miről is van végeredményben szó, tekintsük a sajátenergia operátorának azt az egyszerű alakját, amikor a (9.9) alatti egyenletünkben a vertex-függvényt az egységoperátorral közelítjük, és újfent az sajátenergia-operátor egyszerű alakjából indulunk ki:

$$M(x, x') = iW(x, x')G(x, x'). \quad (11.1)$$

Feltesszük, hogy — eltekintve a tényleges kicserélődési kölcsönhatástól — ez a kifejezés egy olyan effektív potenciált ír le, amely egyaránt számot ad a rendszer elektronjainak propagációiról és a töltéssűrűség fluktuációjáról. Az utóbbi fellelhető (9.6) második tagjában, és szinglett állapotban levő rendszer esetében szinglett gerjesztésre vezet.

A sajátenergia-operátor a spin-kölcsönhatás figyelembe vétele esetén is kielégítően számot ad az egyes állapotokban az elektronok propagációjáról és a tripllett-gerjesztésről egyaránt. Ezek a járulékok éppen a  $\Gamma(x, x'; y)$  vertex-függvénytől származnak, amely a rendszer elektronjainak és a különböző gerjesztéseknek a kölcsönhatásáról is számot ad. Azt mondhatjuk tehát, hogy  $\Gamma(x, x'; y)$  révén dinamikai csatolás van a rendszer propagáló elektronjai és a különböző gerjesztések között.

Tanulságos lesz, ha tájékozódás céljából egy durva közelítést vizsgálunk, amely már számot ad az említett effektusokról. Helyettesítsük pl. a  $W(x, x')$  effektív potenciált a  $v(x, x')$  sztatikus potenciállal — vagy más pillanatnyi (távolbaható) potenciállal — és használjuk a (11.1) alatti egyenletünket, de legyünk tekintettel a vertex-függvény (9.9) alatti előállítására. A (9.3) alatti mozgásegyenlet és (9.9) alapján kimutatható, hogy ebben az esetben:

$$\frac{\delta}{\delta V(y)} G(x, x') = \int dx_1 dx_2 G(x, x_1) G(x_2, x') \Gamma(x_1, x_2; y). \quad (11.2)$$

A (11.1) alatti egyenletben a potenciál funkcionális deriváltjától tekintsünk el, akkor (9.9), (11.1) és (11.2) felhasználásával végülis a

$$\Gamma(x, x'; y) = \delta(x, x')\delta(x, y) + iv(x, x') \int dx_1 dx_2 G(x, x_1) G(x_2, x') \Gamma(x_1, x_2; y) \quad (11.3)$$

integrálegyenletet kapjuk a vertex-függvény meghatározására. Ámde akkor ebben a közelítésben a vertex-függvény eltűnik, hacsak az  $x$  és  $x'$  változók időargumentumai nem egyeznek meg. Továbbá Fourier-transzformáció segítségével igazolható, hogy (11.3) alatti egyenletünk hasonlít a (8.25) alatti közelítéshez, ha  $G(x, x')$  Hartree—Fock közelítését használjuk. Ezért számíthatunk arra, hogy a vertex-függvény leírja a rendszer időben lejátszódó sajátosságait is, amelyek során pl. a tripllett gerjesztési frekvenciák is fontos szerepet játszanak. A vertex-függvény kapcsolatát a véletlen fázisok módszerével részletesen Layzer [26] vizsgálta.

## 12. §. Közelítő Hamilton-operátor

Az atom- és molekulafizikai vizsgálatok során sokszor célszerűnek mutatkozik olyan modellek használata, mint amilyenek pl. összetett spektrumok Slater-féle elmélete, a Dirac-van Vleck-féle modell, a Heisenberg-féle spin-Hamilton-operátor, vagy konjugált rendszerek esetében a Hückel—Pariser—Parr—Pople-féle  $\pi$ -elektron



modell. Ezek a modellek a konfigurációs térben meglehetősen nehezen áttekinthetők, és a második kvantálás módszere számos esetben előnyösen használható [22, 46].

Az említett modellek közös alapfeltevése, hogy megadható egy  $\{A_n\}$  operátorrendszer, amelynek a segítségével bevezethető egy *effektív Hamilton-operátor* úgy, hogy az kielégítően, közelíti a tekintetbe vett rendszer igazi Hamilton-operátorát. Hasonló gondolattal fentebb már találkoztunk, amikor a Hartre—Fock közelítés esetében a szétszétválasztási módszert tárgyaltuk. Akkor azt találtuk, hogy

$$H_{\text{eff}} = \text{konst} + \sum_{sr} f_{sr} a_s^+ a_r, \quad (12.1)$$

ahol a Fock-operátor  $f_{sr}$  mátrixelemeit alkalmasan választott bázisrendszerben írtuk fel. Általában is az a közelítés lényege, hogy az ekvivalens állapotokat alkalmasan megválasztott állapotok, ill. ilyen állapotokra vett átlagképzés segítségével határozzuk meg.

Amikor Slater az összetett spektrumok elméletét kidolgozta [42], feltételezte, hogy az atomi állapotok hullámfüggvényei kiszámíthatók egy effektív centrális erőter feltételezésével, és az ebből adódó degenerációk bizonyos mértékig kielégítően kiküszöbölhetők, ha figyelembe vesszük, hogy az elektronok taszítják egymást. Ily módon az atomi energianívók relatív távolsága néhány integrál kiszámítása révén meghatározható volt.

A Slater által vizsgált probléma megfogalmazható a Green-függvények segítségével is. A továbbiak során alkalmazandó jelölési rendszerünk megvilágítása céljából hasznos lesz, ha először egyetlen valencia-elektronnal rendelkező atom esetében mutatjuk be a módszert. A (6.7), (6.8) és (6.12) alatti eredményeink felhasználásával, ilyen atomoknál az energianívók meghatározhatók a megfelelő pozitív ion alapállapotában értelmezett egy-részecske Green-függvény segítségével. Felteesszük, hogy az ionállapot eredő pályaimpulzusmomentuma és spinje eltűnik, amikor is a Green-függvény és a sajátenergia-operátor a spinindexekben diagonális és forgásinvariáns. Ámde akkor a  $\psi(\xi)$  téroperátor a (9.3) alatti egyenletünk baloldalán szereplő operátornak megfelelő centrális erőter sajátállapotai segítségével a következő alakba írható:

$$\psi(\xi) = \sum_{nlms} u_{nlms}(\xi) a_{nlms}, \quad (12.2)$$

és felhasználva egyszerűsítő feltevéseinket

$$G_{nlms; n'l'm's'}(t-t') = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{ss'} G_{nl; n'l'}(t-t'), \quad (12.3)$$

ahol  $n$ ,  $l$ ,  $m$  és  $s$  a fő-, mellék-, mágneses, ill. a spinquantumszám jelölésére szolgál. A (9.3) alatti egyenletünk Fourier-transzformáltja a (12.2) alatt bevezetett bázisrendszerben:

$$[E - \varepsilon_{nl}] G_{nl; n'l'}(E) = \sum_{n''} M_{nl; n''l'}(E) G_{n''l'; n'l'}(E) + \delta_{nn''} \delta_{ll'}. \quad (12.4)$$

Elhanyagolva a sajátenergia-operátorának nem-diagonális elemeit, egyenletünk közelítő megoldását kapjuk, és a Green-függvény pólusai az

$$E = \varepsilon_{nl} + M_{nl; nl}(E) \quad (12.5)$$

helyen lesznek. Ez az eredmény jól közelíthető a következő formulával:

$$E = \varepsilon_{nl} + M_{nl; nl}(\varepsilon_{nl}). \quad (12.6)$$



Hedin [18] megmutatta, hogy ezek az eredmények már tartalmazzák a Rydberg-állapotok polarizációs korrekcióit [5, 45]. Azt a következtetést vonhatjuk tehát le e példából, hogy a centrális-erőtér-modell kielégítő közelítést ad, ha megfelelően figyelembe vesszük a sajátenergiából adódó effektusokat.

A fenti módszert Bloch és Horowitz [4] általánosították arra az esetre, amikor az atom lezárt héjain kívül több elektron van. Elméletük az

$$A = a_{nlm_1 s_1} a_{nlm_2 s_2} \dots a_{nlm_k s_k} \quad [k < 2(2l+1)] \quad (12.7)$$

operátorokból felépülő Green-függvények segítségével fogalmazható meg. Alapállapotként ilyenkor a lezárt héjakból felépülő ion alapállapotát választjuk. Az így megkonstruált  $\langle\langle A(t); A^+(t') \rangle\rangle$  Green-függvény  $k$  számú elektron egyidejű propagációját írja le, és a Green-függvény karakterisztikus frekvenciái az  $(nl)^k$  elektron-konfiguráció energiájával azonosítható.

Összesen  $\binom{4l+2}{k}$  számú (12.7) alatti típusú független operátor írható fel, amelyek mindegyike kielégíti az

$$[A, H] = (k\varepsilon_{nl})A \quad (12.8)$$

sajátérték-egyenletet, ha a rendszer Hamilton-operátora csak a centrális-erőtér-modellnek megfelelő tagokból áll. Ez a degeneráció az elektronok kölcsönhatásának a figyelembevételével kiküszöbölhető. Bloch és Horowitz vizsgálata [4] a következő eredményre vezetett:

$$[E - k\varepsilon_{nl}]\langle\langle A_\mu; A_\nu^+ \rangle\rangle = \sum_\lambda M_{\mu\lambda} \langle\langle A_\lambda; A_\nu^+ \rangle\rangle_E + \delta_{\mu\nu}, \quad (12.9)$$

ahol  $M_{\mu\lambda}$  a sajátenergia-operátor kézenfekvő általánosítása. Egyenletünk az eredő pálya impulzusmomentum és a spin-momentum lehetséges értékeinek a figyelembevételével tovább egyszerűsíthető. Az  $M$ -operátor kiszámítása azonban meglehetősen bonyolult, és csak az remélhető, hogy a rendszer tulajdonságait illetően néhány általános megállapítás tehető. Összehasonlítva azonban (12.9) alatti egyenletünket a Green-függvény (6.2) alatti mozgásegyenletével, kézenfekvő módszer adódik egy effektív Hamilton-operátor bevezetésére, amely jó közelítéssel szolgáltatja a (12.9) alatti egyenletből levezethető eredményeket. Gyakorlatilag ez a program operátor-algebránk és a transzformációelmélet segítségével realizálható [46]. Elvileg lehetségesnek látszik ily módon az effektív kölcsönhatási integrálok kiszámítása.

A [12.9] alatti egyenlethez hasonló összefüggést vezetett le Löwdin [30] perturbációs elmélete keretében.

### 13. §. A félempirikus módszer

Az effektív Hamilton-operátor bevezetésének a jelentősége abban rejlik, hogy segítségével lehetőség nyílik kísérletileg meghatározható információk használatára a rendszerre jellemző fontos paraméterek kiszámításánál, és ezek ismeretében az adott elmélet keretében kiszámíthatók olyan dinamikai mennyiségek, amelyek kísérletileg ellenőrizhetők. Ilyen típusú félempirikus módszerek sikerei közismertek.

Az előzőekben ismertetett térelméleti módszerrel megalapozhatók ilyen félempirikus módszerek, ha ügyelünk a Hamilton-operátor szimmetria- és transzfor-



mációs tulajdonságaira. A módszert most a konjugált aromás vegyületek  $\pi$ -elektronjainak a Hamilton-operátora esetében mutatjuk be; speciálisan: a Pariser—Parr—Pople-modell néhány sajátosságát vizsgáljuk.

Kezdjük a megfontolásunkat azzal, hogy a  $\psi(\xi)$  téroperátor  $\sigma$ - és  $\pi$ -részét szeparáljuk. Erre akkor nyílik lehetőség, ha figyelembe vesszük a molekula szimmetriáját, és a molekula-szimmetriasík ismeretében alkalmasan megválasztott projekciós operátorokat használunk. A  $C_s$  szimmetriacsoport irreducibilis reprezentációi segítségével a téroperátort két részre bontjuk [8]:

$$\psi(\xi) = \psi(a', \xi) + \psi(a'', \xi), \quad (13.1)$$

ahol  $a''$ -vel jelöljük a téroperátor  $\pi$ -részét, amelyik a molekula síkjára vonatkozóan páratlan függvény. Az elektronok részecske-szám operátora ennek megfelelően

$$N_{op} = N(a') + N(a'') \quad (13.2)$$

alakba írható, hiszen a  $\psi^+(a')$  és  $\psi(a'')$  operátorok szorzatából álló interferencia-tag integrálja eltűnik. Hasonlóképpen kapjuk, hogy (3.5) alatti egyenletünkben a magoktól származó  $v(\xi)$  potenciál is szimmetrikus a molekula síkjára, és így

$$H = H(a') + H(a''). \quad (13.3)$$

A Hamilton-operátornak az elektronok kölcsönhatását tartalmazó része, (4.2) azonban már nem ilyen egyszerűen szeparálható, mert (13.1) behelyettesítésével öt különböző típusú járulékos tag adódik, amelyeket kézenfekvő jelöléssel a következő alakba írhatunk:

$$\begin{aligned} H_{int} = & H_1\{\psi^+(a')\psi^+(a')\psi(a')\psi(a')\} + \\ & + H_2\{\psi^+(a')\psi^+(a')\psi(a'')\psi(a'')\} + H_2^+ + \\ & + 2H_3\{\psi^+(a')\psi^+(a'')\psi(a'')\psi(a')\} + 2H_4\{\psi^+(a')\psi^+(a'')\psi(a'')\psi(a')\} + \\ & + H_5\{\psi^+(a'')\psi^+(a'')\psi(a'')\psi(a'')\}. \end{aligned} \quad (13.4)$$

A szokásos szóhasználat szerint  $H_1$  az  $(a')$ -elektronok egymásközi,  $H_5$  az  $(a'')$ -elektronok egymásközi kölcsönhatásának,  $H_3$  és  $H_4$  pedig az  $(a')$ -, ill.  $(a'')$ -elektronok egymásközi Coulomb- és kicserélődési kölcsönhatásának nevezhető. A  $H_2$  és  $H_2^+$  tagok nem cserélhetők fel az  $N(a')$ , ill.  $N(a'')$  operátorokkal, és lehetetlenné teszik az elektronok szeparációját az említett két csoportba. Ha azonban elhanyagoljuk a kölcsönhatási operátor  $H_2$  és  $H_2^+$  tagját, akkor ez a közelítés a Lykas—Parr-módszernek a rendszer hullámfüggvényére tett „Ansatz”-ának felel meg [29]. Két körülmény is szól amellett, hogy éljünk ezzel a közelítéssel. A  $H_2$ -ben szereplő integrálok nagyságrendje összemérhető az  $(a')$ - és  $(a'')$ -pályák közti kicserélődési integrálokkal, és értékük igen kicsiny. Ezen túlmenően azt várhatjuk, hogy, amennyiben  $\psi(a')$ , ill.  $\psi(a'')$  időbeli változása az  $\varepsilon(a')$ , ill.  $\varepsilon(a'')$  frekvenciával jellemezhető ( $\hbar = 1$ !), úgy  $H_2$  időbeli változásához a  $2\{\varepsilon(a'') - \varepsilon(a')\}$  frekvencia tartozik; más szóval: ez az  $(a')$ -, ill.  $(a'')$ -elektronok tipikus energiája közti különbség kétszerese. Amiből következik, hogy  $H_2$  dinamikai hatása a  $\psi(a'')$ -vel jellemzett mozgási állapotra elhanyagolható, hiszen a karakterisztikus frekvenciák közti különbség igen nagy, és így  $H_2$  integrandusza olyan gyorsan oszcillál, hogy  $H_2$  eltűnik.



Hasonlóképpen indokolható a Lykas—Parr-modell másik feltevése is. Nevezetesen, az említett szerzők felteszik, hogy elegendő a számításnál csak azokat az állapotokat figyelembe venni, amelyek eléggé mélyek ahhoz, hogy közel essenek a normális alapállapothoz, és így a közös elektronvázhoz tartozó állapotból gerjeszthetők. Jelöljük ezt az állapotot  $|E_0(a')\rangle$ -vel, és tanulmányozzuk a

$$\psi^+(a'', \xi)\psi^+(a'', \xi') \dots |E_0(a')\rangle$$

állapotokat. Azt természetesen feltesszük, hogy

$$\psi(a'', \xi)|E_0(a')\rangle = 0 \quad (13.5)$$

Amde akkor a Hamilton-operátor eme állapotaihoz tartozó mátrix-elemei számíthatók egy olyan redukált Hamilton-operátor felhasználásával, ahol a  $\psi(a')$  és  $\psi^+(a')$  téroperátorok szorzatát a megfelelő állapotokhoz tartozó várható értékkel helyettesítjük.

A redukált Hamilton-operátor a következő alakban adható meg:

$$\begin{aligned} H_{\text{tot}}(a'') &= \langle E_0(a') | H_{\text{tot}} | E_0(a') \rangle + \\ &+ \int d\xi d\xi' \psi^+(a'', \xi') \left\{ \delta(\xi' - \xi) \frac{1}{2m} \nabla^2 + v_{\text{törzs}}(\xi', \xi) \right\} \psi(a'', \xi) + \\ &+ \frac{e^2}{2} \int d\xi d\xi' \psi^+(a'', \xi) \psi^+(a'', \xi') \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \psi(a'', \xi) \psi(a'', \xi'), \end{aligned} \quad (13.6)$$

ahol

$$\begin{aligned} v_{\text{törzs}}(\xi', \xi) &= \delta(\xi' - \xi) \left\{ v(\xi) + e^2 \int d\xi'' |\vec{r} - \vec{r}''|^{-1} \langle E_0(a) | \psi^+(\xi'') \psi(\xi'') | E_0(a) \rangle - \right. \\ &\quad \left. - \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \langle E_0(a') | \psi^+(\xi) \psi(\xi') | E_0(a') \rangle \right\}. \end{aligned}$$

Itt a (13.5) alatti feltétel feleslegessé teszi, hogy külön megjelöljük, hogy a  $\psi(\xi)$  operátornak csak az  $(a')$  komponense veendő számításba a várható értékek kiszámításánál.

E második feltevés érvényessége kizárja az  $(a')$ -elektronváz gerjesztődésének a lehetőségét. Általában is fel szokás tételezni, hogy ilyen gerjesztődések frekvenciája sokkal nagyobb, mint az  $(a'')$ -rendszer gerjesztődése. Mindazonáltal várható, hogy ilyen típusú gerjesztődések közelítőleg automatikusan figyelembe vétetnek, ha a (13.6) alatti kifejezésben a tiszta Coulomb-potenciált olyan típusú leárnýkolt kölcsönhatással helyettesítjük, mint amilyenekkel a (9.6) és (10.7) alatti összefüggések során már találkoztunk.

A problémánk tovább egyszerűsödik, ha feltesszük, hogy a  $\psi(a'', \xi)$  téroperátor előállítható véges számú, alkalmasan ortogonalizált [31],  $(a'')$ -szimmetriájú atomi pálya lineáris kombinációjaként. A redukált Hamilton-operátor ebben az esetben olyan alakú lesz, mint a (3.4) és (4.2) alatti energia-operátorok, és meghatározhatók a megfelelő mátrix-elemek. Ily módon — az átfedési integrálokat elhanyagoló köze-



lítés (zero-differential overlap approximation) esetében — megkapjuk a Pariser—Parr—Pople-modellt, és a Hamilton-operátor

$$H(PPP) = \text{konst} + \sum \{h_{\text{törzs}}\}_{rs} a_{r\mu}^+ a_{s\mu} + \frac{1}{2} \sum I_{rs} a_{r\mu}^+ a_{s\mu}^+ a_{s\mu} a_{r\mu} \quad (13.7)$$

lesz; feltéve, hogy  $r$  és  $s$  az atomi állapotokra, ill.  $\mu$  és  $\mu'$  a spin-állapotra utalnak. A „törzs”-Hamilton-operátort (13.6) alatti egyenletünk definiálja, és  $I_{rs}$  a két-centrumos Coulomb-integrál.

(13.7) alatti egyenletünkéből következik, hogy elektron-lyuk típusú gerjesztésnél az  $(a'')$ -elektronok száma nem változik, azaz az  $(a'')$ -elektronrendszer részecske-szám-operátora mozgás integrál, és így a rendszer energiája sem változik, ha egy  $\frac{1}{2}AN(a'')\{N(a'')-1\}$  típusú tagot adunk a  $H(PPP)$  Hamilton-operátorhoz. Egy ilyen transzformáció a Coulomb-integrál  $I'_{rs} = I_{rs} + A$  megváltozását eredményezi, és azt bizonyítja, hogy a gerjesztési energia csak ezeknek az integráloknak a relatív különbségétől függ [36, 39].

Érdekes összefüggés adódik, ha a (13.7) alatti és az átfedési integrálokat elhanyagoló közelítést összehasonlítjuk. Amikor a (8.9) alatti formulával megadott módon kiszámítjuk az abszorpciók együtthatót, szükségünk van az impulzus operátor mátrixelemeire. Kimutatható [27], hogy ezek a mátrixelemek a félempirikus elmélet keretében a következő alakba írhatók:

$$\vec{p}_{rs} = -(\vec{R}_r - \vec{R}_s)\{h_{\text{törzs}}\}_{rs}, \quad (13.8)$$

ahol  $\vec{R}_r$  az  $r$ -edik atom helyzetvektora. Ámde akkor ez az összefüggés lehetőséget ad  $\vec{p}_{rs}$  ismeretében a  $\{h_{\text{törzs}}\}_{rs}$  mátrixelemek félempirikus meghatározására.

#### 14. §. Elektron-mag kölcsönhatás

Végül vizsgáljuk meg, hogyan befolyásolja az atommagok mozgása a molekulák elektronjainak mozgási állapotát. Itt elsősorban két effektusra kell gondolnunk, nevezetesen a rezgési állapotok befolyására és az elektronspin rezonancia-spektrumok hiperfinom szerkezetére. Más esetben is hasonlóképpen kell eljárni.

A rendszer Hamilton-operátora, amely számot ad ezekről az effektusokról, az eddigi Hamilton-operátorainkban szereplő tagokon túlmenően olyan operátorokat is tartalmaz, amelyek a magok dinamikai viselkedését írják le. Ezek részben a rezgési energiakvantumok keltő és eltüntető operátorai, részben magspin-operátorok.

A rezgési állapotok figyelembevétele esetén a következő alakba írjuk a Hamilton-operátort:

$$H = H_{\text{elektron}} + \sum_m w_m b_m^+ b_m + \sum_{rsm} \{\lambda_{rs,m} a_r^+ a_s b_m + \lambda_{rs,m}^* a_s^+ a_r b_m\}. \quad (14.1)$$

Itt  $b_m$  az  $m$ -edik normálrezgés energiakvantumának eltüntető operátora, és a  $b_m$ , ill.  $b_m^+$  operátorok a Bose-féle felcserélési relációkat elégítik ki:

$$[b_m, b_n] = 0, \quad [b_m^+, b_n^+] = 0, \quad [b_m, b_n^+] = \delta_{mn}.$$



Elvileg lehetséges lenne olyan kölcsönhatási tagok bevezetése is, amelyek a  $b_m$  operátorokban nem lineárisak (anharmonikus rezgések), ezeket azonban általában el lehet hanyagolni.

A mozgásegyenletből következik, hogy most olyan Green-függvények is felépnek, amelyekben az  $a_r$  és  $b_m$  operátorok egyaránt szerepelnek, pl.

$$\langle\langle a_r(t)b_m(t); a_s^+(t') \rangle\rangle.$$

Ha az elektronok és magok mozgása közti kölcsönhatás lényeges szerepet játszik, akkor az ilyen Green-függvények szétcsatolása nem lehetséges a korábban használt Hartree—Fock-módszerrel. Sokkal általánosabb szétcsatolási módszerre van tehát szükség, de ebben az irányban egyelőre kevés történt, és nem egészen világos, hogyan hajtható végre ez a program. Az adódott például, hogy a véletlen fázisok módszerének megfelelő approximáció nem vezetett eredményre, mert nem tudott kielégítően számot adni a Jahn—Teller-effektusról [44].

A magspin figyelembevétele céljából több kölcsönhatási tagot kell bevezetni az elektron-mag kölcsönhatás leírásánál:

$$\sum_{rs} \{X_{rs}I_x + Y_{rs}I_y + Z_{rs}I_z\} a_r^+ a_s, \quad (14.2)$$

és az  $I_x, I_y, I_z$  magspin-operátorok fellépte most is azt eredményezi, hogy az  $a_r$  és a magspin-operátorokat vegyesen tartalmazó

$$\langle\langle a_r(t)I_x(t); a_s^+(t') \rangle\rangle$$

típusú Green-függvények lépnek fel. Az elektron-propagátorok közvetlen alkalmazást nyernek az ionok és gyökök elektron-spin-rezonancia-spektrumának a vizsgálatánál. Ha figyelembe vesszük a (14.2) alatti kölcsönhatási tagot, a zárthéjaknak megfelelő állapotokra vonatkoztatott egyrészesecske Green-függvények közvetlen információt adnak arról, hogyan befolyásolja a perturbált energianívókat egy-egy elektron hozzáadása, ill. elvétele.

Példaképpen most azt mutatjuk meg, hogyan vezethető le a Green-függvényes módszerrel *McLachlannak* [35] a konjugált molekulák ionos állapotai esetében a spektrum hiperfinom szerkezetre vonatkozó eredménye. Végző soron azt fogjuk vizsgálni, hogyan befolyásolja a (14.2) alatti kölcsönhatási operátor az  $\langle\langle a_r; a_s^+ \rangle\rangle_E$  Green-függvény pólusainak az elhelyezkedését, ha kis perturbációnak tekintjük. Közelítésképpen az  $I_x$  operátort  $c$ -számnak tekintjük, és a Pariser—Parr—Pople-modellt használjuk Hartree—Fock közelítésben. A Fock-operátor  $f_{rs}$  mátrixelemében csak olyan tagokat veszünk figyelembe, amelyek a perturbáció első (lineáris) közelítésének felelnek meg. Azt találjuk, hogy

$$G_{rs}(E) \equiv \langle\langle a_r; a_s^+ \rangle\rangle_E = G_{rs}^0(E) + \delta G_{rs}(E) \quad (14.3)$$

és

$$f_{rs} = f_{rs}^0 + \delta f_{rs}, \quad (14.4)$$

ahol

$$\sum_t \{E\delta_{rt} - f_{rt}^0\} G_{ts}^0(E) = \delta_{rs}, \quad (14.5)$$

és  $\delta f$ -ben első rendű közelítésképpen adódik, hogy

$$\delta G_{rs}(E) = \sum_{tu} G_{rt}^0(E) \delta f_{tu} G_{us}^0(E). \quad (14.6)$$



Az  $f_{rs}$  mátrixelemek függnek a töltés- és kötésrendtől, és változásuk (7.18), ill. (7.19) felhasználásával (14.6) alapján meghatározható. *McLachlan* eredményének a levezetése céljából először is arra mutatunk rá, hogy a magspin nem változtatja meg a töltéseloszlást, és a lényeges változás tulajdonképpen a kicserélődési kölcsönhatás eredménye:

$$\delta f_{rs} = X_{rs}I_x + Y_{rs}I_y + Z_{rs}I_z - I_{rs} \frac{1}{2\pi i} \oint_C \delta G_{rs}(E) dE, \quad (14.7)$$

ahol ismét bevezettük a (13.7) alatt értelmezett kétcentrum-Coulomb-integrált. (14.6) alapján láthatjuk, hogy ez az összefüggés egy integrálegyenlet  $f_{rs}$  meghatározására. *McLachlan* iterációs módszert használt a megoldásnál, és azt kapta, hogy

$$\delta f_{rs} = X'_{rs}I_x + Y'_{rs}I_y + Z'_{rs}I_z, \quad (14.8)$$

ahol

$$X'_{rs} \equiv X_{rs} - I_{rs} \left\{ \sum_{tu} \frac{1}{2\pi i} \oint_C G_{rt}^0(E) G_{us}^0(E) dE \right\} X_{tu}, \quad (14.9)$$

és hasonlóan a többi együttható esetében is. Végül is arra az eredményre jutott, hogy a legtöbb esetben jó közelítést kapunk, ha csak azokat a tagokat vesszük figyelembe, amelyek az atomi indexekben diagonálisak.

A végső eredmény származtatása céljából tegyük fel, hogy (14.2) alatti perturbáció izotróp, és hatása csak egyetlen atom esetében számottevő, amelyet 0 indexszel jelölünk meg. Miként az (8.23) alatt tettük ismét külön megjelöljük a spinindexeket, és azt találjuk, hogy a megmaradó mátrixelemek megegyeznek:

$$X_{0+0-} = X_{0-0+} = iY_{0+0-} = -iY_{0-0+} = Z_{0+0+} = -Z_{0-0-} = Q. \quad (14.9)$$

A zárthéjaknak megfelelő állapot invariáns a spinek megfordításával szemben, és a molekula spin-pályák legalább páronként degeneráltak. Transzformáljuk a Fock-operátort a molekula spin-pályák bázisrendszerével, és kivéve ama mátrixelemeket, amelyek a degenerált pályákat kötik össze, a nem-diagonális elemeket hanyagoljuk el. Egyelőre csak a spin-degenerációra legyünk tekintettel, akkor felhasználva az atomok kölcsönös polarizálhatóságának *Coulson* és *Longuet-Higgins* által levezetett kifejezését [9]:

$$\pi_{rs} = -\frac{i}{\pi} \oint_C G_{rs}^0(E) G_{sr}^0(E) dE, \quad (14.10)$$

a következő mátrixelemeket kapjuk:

$$\left. \begin{aligned} f_{k+k+} &= \varepsilon_k + Q_k Q I_z, \\ f_{k+k-} &= Q_k Q (I_x - iI_y), \\ f_{k-k+} &= Q_k Q (I_x + iI_y), \\ f_{k-k-} &= \varepsilon_k - Q_k Q I_z, \end{aligned} \right\} \quad (14.11)$$

ahol

$$Q_k = |x_{0k}|^2 - \frac{1}{2} \sum_r |x_{rk}|^2 I_{rr} \pi_{r0}. \quad (14.12)$$



Az utóbbi eredményünk megegyezik a spinsűrűség paraméterének *McLachlan* által megadott alakjával. Észrevesszük, hogy a (14.11) alatti mátrixelemek levezethetők úgy is, hogy a spin-Hamilton-operátort

$$H_{\text{spin}} = \varrho_k Q \vec{I} \cdot \vec{s}_k \quad (14.13)$$

alakban vesszük fel, ha az  $\varepsilon_k$  állandót elhanyagoljuk és  $\vec{s}_k$  az elektronok spin-operátora  $k$  állapotban

$$2s_{xk} = a_{k+}^+ a_{k-} + a_{k-}^+ a_{k+}; \quad 2is_{yk} = a_{k+}^+ a_{k-} - a_{k-}^+ a_{k+}; \quad (14.14)$$

$$2s_{zk} = a_{k+}^+ a_{k+} - a_{k-}^+ a_{k-}.$$

Ily módon az alkalmazott módszer összehasonlítható a hagyományos számítási eljárásokkal.

Megemlítjük, hogy a (14.2) kölcsönhatási operátor mintájára megkonstruált kölcsönhatási operátorok segítségével többféle perturbációs hatást is figyelembe vehetünk, amelyek különböző elektron-magspin csatolásnak felelnek meg. Általános esetben még  $\langle\langle \vec{I}_1(t); \vec{I}_2(t') \rangle\rangle$  típusú Green-függvények léphetnek fel, amelyeket a fentiek analógiájára kezelhetünk.

## 15. §. Összefoglalás

A jelen referátumunkkal, amely lényegében véve az 1967 szeptemberében a Magyar Tudományos Akadémia rendezésében tartott Nemzetközi Kvantumkémiai Nyári Iskolán elhangzott előadásunk kissé kibővített változata, az volt a célunk, hogy áttekintést adjunk a Green-függvényes módszernek a sokelektronos problémák esetében való alkalmazásáról, és megmutassuk, hogyan használható fel ez a módszer a molekulafizikában. Ismertetésünk nem helyettesítheti, de megkönnyítheti az eredeti vizsgálatok tanulmányozását, amelyeket mi is felhasználtunk, és a teljességre való törekvés nélkül az irodalmi jegyzékben felsoroltunk. Végző soron arra törekedtünk, hogy áthidaljuk azt a szakadékot, amely a kvantumkémia hagyományos módszereit a kvantummechanikai többtestprobléma térelméleti módszereitől elválasztja, és bemutassuk, hogyan alkalmazható az utóbbi bonyolultabb problémák megoldásánál.

\*

Meg szeretném ragadni az alkalmat, hogy ezen a helyen is őszinte köszönetemet fejezzem ki a Nyári Iskola szervezőbizottsági elnökének, *Gáspár Rezső* professzornak és a Magyar Tudományos Akadémiának a megtisztelő meghívásáért és meleg vendéglátásáért. A Rask—Örsted alapítványnak köszönettel tartozom, hogy ösztöndíjával fedezni tudta az utazási költségeimet. Végül megköszönöm az Aarhusi Egyetem szíves vendéglátását is a kézirat elkészítése idején.



## IRODALOM

1. Abrikosov, A. A., Gorkov, L. P., and Dzyaloshinski, I. E., *Methods of Quantum Field Theory in Statistical Physics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1963).
2. Ball, M. A., and McLachlan, A. D., *Rev. Mod. Phys.* 36, 844, 1964; *Mol. Phys.* 7, 501, 1964.
3. Berezin, F. A., *The Method of Second Quantization*. Academic Press, New York; 1966.
4. Bloch, C. and Horowitz, J., *Nucl. Phys.* 8, 91, 1958.
5. Born, M. and Heisenberg, W. Z., *Physik* 23, 388, 1924.
6. Brandt, W. and Lundquist, S., *Phys. Rev.* 132, 2135, 1963.
7. Chirgwin, B. H. and Coulson, C. A., *Proc. Roy. Soc. (London)* A201, 196, 1950.
8. Cotton, F. A., *Chemical Applications of Group Theory*. Interscience, New York; 1963.
9. Coulson, C. A. and Longuet-Higgins, H. C., *Proc. Roy. Soc. (London)* A191, 39, 1947.
10. Coulson, C. A., *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 40, 201, 1940.
11. Dirac, P. A. M., *The Principles of Quantum Mechanics*. 4th ed. University Press, Oxford; 1958.
12. Feynman, R. P. and Hibbs, A. R., *Quantum Mechanics and Path Integrals* McGraw-Hill Book Co., New York; 1965.
13. Feynman, R. P., *Rev. Mod. Phys.* 20, 367, 1948.
14. Feynman, R. P., *Phys. Rev.* 76, 749, 1949.
15. Fock, V., *Z. Physik* 75, 622, 1932.
16. Fredholm, I., *Acta Mathematica* 27, 365, 1903.
17. Galitskii, V. M. and Migdal, A. B., *J. Exp. Theor. Phys.* 34, 139 1958; *J. E. T. P.* 7, 97, 1958.
18. Hedin, L., *Phys. Rev.* 139, A796 1965.
19. Herzenberg, A., Sherrington, D. and Süveges, M., *Proc. Phys. Soc.* 84, 465, 1964.
20. Hubbard, J., *Proc. Roy. Soc. (London)* A240, 539, 1957.
21. Jordan, P. and Wigner, E., *Z. Physik* 47, 631, 1928.
22. Judd, B. R., *Second Quantization and Atomic Spectroscopy*. The Johns Hopkins Press, Baltimore; 1967.
23. Kramers, H., *Atti Congress Int. fis. Como* 2, 545, 1927.
24. Kronig, R., *J. Am. Opt. Soc.* 12, 546, 1926.
25. Landau, L. D. and Lifschitz, E. M., *Quantum Mechanics* Pergamon Press, London; 1959.
26. Layzer, A., *Ann. Phys. (N. Y.)* 35, 67, 1965.
27. Linderberg, J., *Chem. Phys. Letters* 1, 39, 1967.
28. Lindhard, J., *Kgl. Danske Videnskab. Selskab, Mat-Fys. Medd.* 28, No. 8. 1954.
29. Lykos, P. G. and Parr, R. G., *J. Chem. Phys.* 24, 211, 1956.
30. Löwdin, P. O., *Perturbation Theory and its Applications in Quantum Mechanics*. Ed. C. H. Wilcox, John Wiley and Sons, Inc., New York; 1966.
31. Löwdin, P. O., *J. Chem. Phys.* 18, 365, 1950.
32. Löwdin, P. O., *Symposium on Molecular Physics*, Nikko, Japan, 1954., p. 599.
33. Martin, P. C. and Schwinger, J., *Phys. Rev.* 115, 1342, 1959.
34. Mattuck, R. D., *A layman's guide to Feynman diagrams*, McGraw-Hill Book, Co., New York, 1967.
35. McLachlan, A. D., *Mol. Phys.* 3, 233, 1960.
36. Murrell, J. N. and Salem, L., *J. Chem. Phys.* 34, 1914, 1961.
37. Nozières, P., *Le probleme a N corps*. Dunod, Paris; 1963.
38. Pauncz, R., *Molecular Orbitals in Chemistry, Physics and Biology*. Academic Press, New York; 1964.
39. Ruedenberg, K., *J. Chem. Phys.* 34, 1861, 1961.
40. Sawada, K., *Phys. Rev.* 106, 372, 1957.
41. Schiff, L. I., *Quantum Mechanics*, 2nd ed. McGraw-Hill Book Co., New York; 1955.
42. Slater, J. C., *Phys. Rev.* 34, 1293, 1929.
43. Thouless, D. J., *The Quantum Mechanics of Many Body Systems*, Academic Press, New York; 1961.
44. Van Eekelen, H. A. M. and Stevens, K. W. H., *Proc. Phys. Soc.* 90, 199, 1967.
45. Waller, I., *Z. Physik* 38, 635, 1926.
46. Watanabe, H., *Operator Methods in Ligand Field Theory*. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs; 1966.
47. Wick, G. C., *Phys. Rev.* 80, 268, 1950.
48. Zubarev, D. N., *Usp. Fiz. Nauk* 71, 71, 1960; *Soviet Physics Uspekhi* 3, 320, 1960; *Fortschr. d. Phys.* 9, 275, 1961.



# KÖNYVISMERTETÉS

Dudley H. Towne: *Wave Phenomena*.

Addison-Wesley Publishing Company, London, 1967. 482 p.

A könyv egyetemi hallgatók számára készült, de nem kifejezetten tankönyv.

A szerző célkitűzése, hogy az optika és akusztika közös hullámjelenségeit: így a hullámegyenletet, hullámok terjedését, határérték problémákat együtt tárgyalja. Távlati célkitűzése, hogy megfelelő bevezetést nyújtson a kvantummechanika matematikájába és fizikai tartalmába, hozzászoktassa olvasóit olyan kifejezésekhez, mint határfeltételek, saját függvények. Megértésének matematikai igényei a parciális differenciálegyenletekig terjednek. A függelék egyes fejezetei matematikai összefüggések többé-kevésbé adatszerű felsorolásával támogatják a könyvben foglalt anyag matematikai tárgyalását. A 17. fejezet után a könyvben különböző helyeken megadott feladatok megoldásával és tárgymutatatóval zárul a könyv.

Dicsérendő a szerzőnek az a törekvése, hogy szoros kapcsolatot igyekszik teremteni a matematikai kifejezések és a hozzájuk kapcsolódó fizikai tartalom között. Az akusztikai síkhullámok egyenleteinek megoldásakor pl. részletesen értelmezi, hogy mi megy végbe a közegben. Általában az egyes egyenletek közelítő megoldásakor alaposan mérlegeli az ezekben levő korlátozásokat és azokat a motívumokat, amelyek a közelítéshez vezettek. Itt kell megemlítenünk a szerzőnek azt az eljárását is, hogy az interferencia és diffrakciós jelenségeket nem mint a hullámegyenlet analitikai következményét származtatja le, hanem félempirikusan közelíti meg. Kihangsúlyozza, hogy a Huygens-Fresnel elv kezdetben csak egy posztulátum volt, de most már a hullámegyenletből levezethető.

A 15. fejezet első része a húr normális rezgéseivel foglalkozik. A feldolgozás módja analitikai, és úgy, mint ahogy azt a kvantummechanika teszi, a sajátérték problémák egy nagy csoportjára jellemző nyelvet és technikát használ. Fontossága teljesen nyilvánvaló, mivel így ha a hallgató később szembe találkozik a kvantummechanikával, figyelmét a fizikai értelmezés új aspektusaira koncentráltatja anélkül, hogy valami számára idegen matematikai technika zavarba ejtené.

(T. Gy.)

Otto von Guericke: *Neue magdeburger Versuche über den leeren Raum*.

VDI-Verlag Düsseldorf. 1968.

A régi mondás: a történelem az élet tanítómestere, igaz a fizikai tudományok művelői számára is. Az élő tudomány helyes megítélése, munkásainak teljes horizontja igényli a klasszikusok ismeretét és megbecsülését is. A Magyar Fizikai Folyóirat Klasszikus Sorozata is ezt a célt szolgálja. A düsseldorfi VDI-Kiadó ismertetésre kerülő kiadványa az eredetiben latin nyelvű munka német nyelvű kiadásával szintén ezt a célkitűzést szolgálja. A könyv maga mind külsejében, mind klassziczizáló szedésében tartalmán kívül is megfelelő lélektani hatást gyakorol forgatójára. A könyvben levő metszetek felkeltik minden könyvbarát érdeklődését. Otto von Guericke, az egykori magdeburgi polgármester nevét a művelt magyar közönség is jól ismeri, más egyebet azonban nem igen tud róla. Ma számunkra nemcsak egyszerűen egy polihisztor tudós gondolatai bontakoznak ki a műből, hanem egy — szerencsére — már letűnt világ ezernyi kötöttsége is. Jól tette a könyvkiadó, hogy az eredeti engedélyeket, a császári privilégiumot („Mi, Lipót, Isten kegyelméből római császár...”), valamint Guericke által „a Fenséges és Nagyhatalmú Herceghez, a legkegyelmesebb úrhoz, Frigyes Vilmoshoz, Brandenburg hercegéhez, a Szent Római Birodalom kincstárosához” stb. stb., mint ennek „alázatos és odaadó szolgálója és inasa”, irt bevezetését is közölte. Szerepel a könyvben Johannes von Gersdorf verse is, amelyet Guericke új magdeburgi kísérlete alkalmával „kegyes jótévője iránti örök hálájából” írt, melynek tréfás sorai mintha a fizikán ma élcelődő laikusoktól származnának:

Du weist uns — lass mich scherzen — Leerheit klärlieh,

In deinen Buche findet man sie schwerlich.

Nem kell azonban azt hinnünk, hogy Guericke könyve csak a levegővel, ill. a vákuummal foglalkozik. Igaz, ez teszi ki a könyv egyik felét, de a másikat a kor szellemének megfelelően asztronómiai kérdéseknek szenteli, s az, aki meg akarja „tudni”, hogy mi a világegyetem határa, olvassa el erre vonatkozó fejtegetéseit Guerickének.

(T. Gy.)

Technikai szerkesztő: Turchányi György

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat beérkezett: 1968. VI. 14. — Példányszám: 500 — Terjedelem: 7 (A/5) ív + 1 melléklet

68-5979 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32.

(Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám:  
43-790-057-181) útján eszközölhetők

MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
KÖNYVTÁRA



Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

INDEX: 26,491
---------------

## TARTALOMJEGYZÉK

	oldal
<i>Quittner Pál</i> : Neutronaktiválós analízis .....	421
<i>Jan Linderberg</i> : Térelméleti módszerek alkalmazása a molekulafizikában.....	469

## KÖNYVISMERTETÉS

<i>Dudley H. Towne</i> : Wave Phenomena .....	500
<i>Otto von Guericke</i> : Neue magdeburger Versuche über den leeren Raum .....	500



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KOVÁCS ISTVÁN, NAGY ELEMÉR,  
PÁL LÉNÁRD ÉS SZALAY SÁNDOR  
KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL

SZERKESZTI  
JÁNOSSY LAJOS

XVI. KÖTET

6. FÜZET



AKADÉMIAI KIADÓ BUDAPEST  
MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
BUDAPEST 1968



# MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

## A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA III. OSZTÁLYÁNAK FIZIKAI KÖZLEMÉNYEI

KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY UTCA 21. SZ.

A Magyar Fizikai Folyóirat a magyar fizikus kutatók lapja. A lap célja a magyar fizikai kutatás korszerű szinten való támogatása, elsősorban összefoglaló jellegű cikkek, tanulmányok stb. közlése által. Ilyen dolgozatok megjelentetésével a lap tájékoztatást kíván nyújtani a fizika különböző kutatási területeinek jelenlegi eredményeiről, problémáiról, további célkitűzéseiről. A lap „A Klasszikus Irodalomból” című rovatában rendszeresen közöl egy-egy téma köré csoportosított, immár klasszikussá vált cikkeket, amelyek a témakör befejezése, átlagosan 10—10 dolgozat megjelenése után a folyóiratfüzetekről leválasztva, az alsó lapszámozás szerint összekötve, önálló köteteket képeznek. A folyóirattól évenként egy kötet jelenik meg hat füzetben, füzetenként átlag 6 ív terjedelemben.

A kéziratok a következő címre küldendőek:

Jánossy Lajos akadémikus  
Budapest, XII., Konkoly Thege út  
Központi Fizikai Kutató Intézet

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi levelezés.

Minden szerzőt megjelent munkájáért 100 különlenyomat illeti meg. Több szerző esetén összesen 150 különlenyomatot adunk.

A közlésre el nem fogadott kéziratokat a szerkesztőség lehetőleg visszajuttatja a szerzőkhöz, de felelősséget a beküldött, el nem fogadott kéziratok megőrzéséért vagy továbbításáért nem vállal.

A folyóirat előfizetési ára kötetenként belföldi címre 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány utca 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Kútkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181) útján eszközölhetők.

A kéziratokkal kapcsolatban a szerkesztőség a következőket kéri a szerzőktől:

1. A dolgozat elé rövid tartalmi ismertetőt írjanak.
2. A levezetéseknek csak a gondolatmenetét és főbb lépéseit közöljék. Ha részletezésre lesz szükség, a szerkesztőség azt külön fogja kérni.
3. A kéziratokat gépelve, egy oldalra írva, 4 cm-es margóval, kettős sorközzel készítsék el.
4. Az ábrákat ceruzával, síma fehér papírra rajzolják. A nyomda számára a rajzok elkészítését a Kiadó vállalja.
5. Az ábrák alá rövid magyarázószöveget írjanak.
6. A kéziratban az érvényben levő kiadói előírások szerint adjanak szedési útmutatásokat.
7. A szövegben az irodalmi utalásokat szögletes zárójelbe tegyék. Az irodalmi adatok megadásakor a folyóiratban kialakult formát használják.



# AZ ELEKTRONPLAZMA REZGÉSEIRŐL\*

L. D. LANDAU

Lev Davidovics Landau 1908-ban született Bakuban. Már 14 éves korában megkezdte egyetemi tanulmányait. Előbb a bakui, majd a leningrádi egyetemen. Mindössze 18 éves, amikor diplomát szerez. 1929—1930-ban Koppenhágában, Göttingában és Zürichben tölt hosszabb időt, Bohr, Heisenberg, Pauli és Peierls mellett dolgozik. 1932-ben a Karkovi Műszaki Fizikai Intézet elméleti osztályának vezetésére kap megbízást, majd 1937-ben a moszkvai egyetemre, ill. a Szovjetunió Tudományos Akadémiájának moszkvai Fizikai Problémák Intézetébe kerül. Itt kezdi meg híres tankönyvsorozatának megírását is. Rendkívül sokoldalú elméleti kutatómunkája érdemeinek elismeréséért a Szovjetunió Állami Díjával, majd a Lenin-díjjal tüntetik ki. 1962-ben a fizikai Nobel-díj nyertese a kondenzált fázisra vonatkozó eredményeiért. 1961-ben elszenvedett súlyos autóbalesete következményeiből a mégoly bravúros orvosi beavatkozások sorozata sem tudta kigyógyítani. 1968. április 1-én hunyt el.

Az elektronplazmának azokat a rezgéseit vizsgáljuk, amelyek tetszőleges nem-egyensúlyi kezdeti eloszlásnak az eredményei. Kimutatjuk, hogy a térerősség rezgései a plazmában mindig csillapítottak, és meghatározzuk a frekvencia és a csillapítási tényező függését a hullámvektortól.

Megvizsgáljuk továbbá a periodikus külső térerősség behatolását a plazmába. Külön tekintjük azt az esetet, amikor a külső térerősség frekvenciája majdnem rezonanciában van a plazma sajátfrekvenciájával.

\*

Az elektronplazma nagyfrekvenciás rezgéseit viszonylag egyszerű egyenletek írják le. Ha a frekvencia elég magas, akkor az elektronok egymással és az ionokkal való ütközései lényegtelenek és a kinetikai egyenletben az ütközési integrál elhanyagolható. Az ionok eloszlási függvényét változatlanul lehet tekinteni, csak az elektroneloszlás oszcillál. Legyen  $F(\vec{v}, \vec{r}, t)$  az elektronok eloszlásfüggvénye, s ha  $f_0(v)$  az egyensúlyi eloszlásfüggvény (a Maxwell-eloszlás), akkor

$$F = f_0(v) + f_1(\vec{v}, \vec{r}, t) \quad (1)$$

ahol  $f$  az  $f_0$ -hoz képest kis mennyiség. A kinetikai egyenlet (az ütközési integrál nélkül):

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f - \frac{e}{m} (\nabla \varphi) \frac{\partial f_0}{\partial v} = 0 \quad (2)$$

( $\varphi$  az elektromos potenciál). A Poisson-egyenlet:

$$\Delta \varphi = -4\pi e \int f d\tau \quad (d\tau = dv_x dv_y dv_z), \quad (3)$$

(Az  $\int f_0 d\tau$  egyensúlyi elektromos töltést természetesen az ionok pozitív töltése kompenzálja). A (2) és (3) egyenletek teljes egyenletrendszerként képviselnek.

\* Eredeti megjelenés helye:

Journal of Physics (Academy of Sciences of the USSR) 10. No. 1., p. 25, 1946. (angolul) és ZsETF 16. 574., 1946. (oroszul).



Ezeket az egyenleteket használta *A. A. Vlaszov* [1, 2] a plazmarezgések tanulmányozására. Legtöbb eredménye azonban helytelennek bizonyult. *Vlaszov* a konst.  $\exp \{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}\}$  alakú megoldásokat kereste és meghatározta az  $\omega$  frekvenciát mint a  $\vec{k}$  hullámvektor függvényét. Az az egyenlet, amelyet e függvényre nyert, egy divergens integrált tartalmaz, ami már utal módszerének matematikai hibájára. *Vlaszov* [2] (és *Adirovics* [3] is) úgy igyekszik e nehézségtől megszabadulni, hogy a kérdéses integrál főértékét veszi, azonban minden megalapozás nélkül. Valójában  $\omega$  egyáltalán nem függ  $\vec{k}$ -tól, és  $\vec{k}$  egy adott értéke mellett  $\omega$  tetszőleges értékei lehetségesek. Azt a tényt, hogy az  $\exp \{-i\omega t + i\vec{k}\vec{r}\}$  alakú megoldások nem elegendőek, már abból a megfigyelésből is láthatjuk, hogy ezek a megoldásoknak csak  $\infty^3$  sokaságát szolgáltatják (a  $k_x$ ,  $k_y$  és  $k_z$  független paraméterek szerint), míg valójában  $\infty^6$  megoldásnak kell léteznie (az egyenlet hat független változót tartalmaz:  $x, y, z; v_x, v_y, v_z$ ).

### 1. §. Rezgések adott kezdeti eloszlás esetén

A (2) és (3) egyenletek helyes megoldásának megtalálása érdekében a problémát helyes felvetésben kell vizsgálni. Itt két ilyen problémát fogunk megtárgyalni.

Tegyük fel, hogy a kezdeti időpontban a plazmában egy meghatározott (nem-egyensúlyi) elektroneloszlás adott. Feladat: meghatározni az ebből eredő rezgéseket. Mínthogy a (2) és a (3) egyenlet lineáris és nem tartalmazza explicit formában a koordinátákat, az  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  függvényt a koordináták szerint Fourier-integrállal állíthatjuk elő és az egyenleteket külön minden Fourier-komponensre felírhatjuk. Ez azt jelenti, hogy elegendő az

$$f_k(\vec{v}, t) \exp \{i\vec{k}\vec{z}\}$$

alakú megoldásokat vizsgálni.

A továbbiakban a kényelem kedvéért  $f_k$ -ban a  $\vec{k}$  indexet elhagyjuk úgy, hogy  $f(\vec{v}, t)$  a kérdéses eloszlási függvény Fourier-komponensét fogja jelölni. Az  $f(\vec{r}, \vec{v}, 0)$  kezdeti eloszlás Fourier-komponensét  $g_k(\vec{v})$ -vel jelöljük és röviden  $g(\vec{v})$ -t írunk  $g_k(\vec{v})$  helyett. Végül az  $x$  tengelyt a  $\vec{k}$  vektor éppen megfontolás tárgyát képező értéke irányában vesszük fel.

A (2) és a (3) egyenletek Fourier-komponenseit véve a

$$\frac{\partial f}{\partial t} + ikv_x f - ik \frac{e}{m} \varphi \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = 0 \quad (4)$$

$$k^2 \varphi(t) = 4\pi \int f dt \quad (5)$$

egyenleteket kapjuk, ahol  $\varphi(t)$  a  $\varphi(\vec{r}, t)$  potenciál Fourier-komponense. Ezeket az egyenleteket az operátorszámítás módszerével meg lehet oldani. E módszert követve bevezetjük az  $f_p(\vec{v})$  függvényt az

$$f_p(\vec{v}) = \int_0^\infty f(\vec{v}, t) \exp \{-pt\} dt \quad (6)$$

definícióval; ekkor

$$f(\vec{v}, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} f_p(\vec{v}) \exp \{pt\} dp, \quad (7)$$



ahol az integrálást a  $p$  komplex változó síkjában a képzetes tengellyel párhuzamos, és attól jobbra elhaladó ( $\sigma > 0$ ) egyenes mentén kell elvégezni.

Megszorozzuk (4) mindkét oldalát  $\exp(-pt)$ -vel és integrálunk  $t$ -re. Figyelembe véve, hogy

$$\int_0^{\infty} \frac{\partial f}{\partial t} \exp(-pt) dt = f \exp(-pt) \Big|_0^{\infty} + p \int_0^{\infty} f \exp(-pt) dt = pf_p - g,$$

(behelyettesítettünk  $f(\vec{v}, 0) = g(\vec{v})$  szerint), kapjuk, hogy

$$(p + ikv_x)f_p - ik \frac{e}{m} \varphi_p \frac{\partial f_0}{\partial v_x} = g.$$

Hasonló módon (5)-ből adódik

$$k^2 \varphi_p = 4\pi e \int f_p d\tau.$$

Az utóbbi két egyenlet közül az elsőből

$$f_p(\vec{v}) = \frac{1}{p + ikv_x} \left\{ g(\vec{v}) + ik \frac{e}{m} \varphi_p \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \right\} \quad (8)$$

nyerhető, amit a másodikba helyettesítve,  $\varphi_p$ -re a következő kifejezést kapjuk:

$$\varphi_p = \frac{4\pi e}{k^2} \frac{\int \frac{g(\vec{v})}{p + ikv_x} d\tau}{1 - \frac{4\pi e^2}{km} \int \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \frac{d\tau}{(p + ikv_x)}}. \quad (9)$$

Ezek a képletek a felvetett problémát — elvben — megoldják. Tetszőleges kezdeti eloszláshoz ugyanis meghatározzák az elektronok eloszlásfüggvényét és az elektromos erőteret.

Mielőtt azonban a nyert képletek vizsgálatához hozzákezdénénk, megjegyezzük, hogy (9)-ben a  $dv_y dv_z$ -re vonatkozó integrálást közvetlenül el lehet végezni. Bevezetve a továbbiakban a

$$v_x = u$$

és

$$g(u) = \int g(\vec{v}) dv_y dv_z$$

jelölést, írhatjuk, hogy

$$\varphi_p = \frac{4\pi e}{k^2} \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(u)}{p + iku} du}{1 - \frac{4\pi e^2 i}{km} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df_0(u)}{du} \frac{du}{(p + iku)}}, \quad (10)$$



ahol az egyensúlyi eloszlási függvény

$$f_0(u) = n \sqrt{\frac{m}{2\pi\kappa T}} \exp \left\{ -\frac{mu^2}{2\kappa T} \right\}, \quad (11)$$

( $\kappa$  a Boltzmann-állandó,  $n$  az elektronok száma a plazma egységnyi térfogatában egyensúlyi állapotban).

Egy

$$\varphi_p = \int_0^\infty \varphi(t) \exp(-pt) dt$$

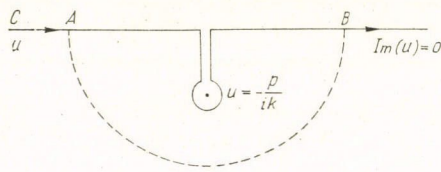
típusú kifejezésnek a  $p$  komplex változó függvényeként tekintve, csak a jobb oldali félsíkon van értelme, vagyis  $\operatorname{Re}(p) > 0$  esetén. Ugyanez vonatkozik a (10) kifejezésre is. Definíálhatjuk azonban a  $\varphi_p$ -t a bal oldali félsíkon is a (10) kifejezés analitikus folytatásaként. Könnyű belátni, hogy ha  $g(u)$  — az  $u$  komplex változó függvényeként tekintve — egész függvénye  $u$ -nak (vagyis véges  $u$  esetén nincsenek szingularitásai), akkor a

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g(u) du}{p + iku}$$

integrál analitikus folytatása a  $p$  bal oldali félsíkján is a  $p$  változó egész függvényét definiálja. A szóban forgó integrállal definiált függvénynek a jobb oldali félsíkról a bal oldali félsíkra történő analitikus folytatását képezve ugyanis az  $u$  komplex változó síkján az integráció útját deformálhatjuk, úgy vezetjük az alsó félsíkon, hogy az

$$u = -\frac{p}{ik}$$

pont felette fekdjék. Ily módon analitikus függvényt kapunk, amelyet az integrál definiál, az integrált  $\operatorname{Re}(p) > 0$  esetén a valós tengely,  $\operatorname{Re}(p) < 0$  esetén pedig az 1. ábrán folytonos vonallal kihúzott görbe mentén kell kiszámítani. E függvénynek véges értékek mellett nincsenek szingularitásai, ennél fogva ez egy egész függvény.



1. ábra

Ugyanez vonatkozik a (10) nevező-

jében szereplő integrálra is, mert  $\frac{df_0(u)}{du}$

is egész függvény. Ily módon  $\varphi_p$  egy — egész síkon — analitikus függvény, két egész függvény hányadosa (ha  $g(u)$  is egész függvény). Ennél fogva  $\varphi_p$  szingularitásai (pólusai)

csak azok a helyek lehetnek, ahol a (10) nevezője zérus. Ezek a pólusok mind a bal félsíkon fekszenek.

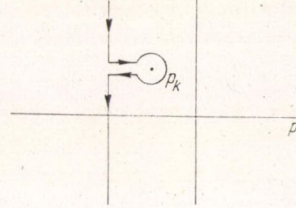
Ezek a megfontolások lehetővé teszik, hogy a  $\varphi(t)$  potenciál aszimptotikus alakját meghatározzuk nagy  $t$  értékekre. Az inverz transzformáció képletében:

$$\varphi(t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty+\sigma}^{+i\infty+\sigma} \varphi_p \exp(pt) dp \quad (12)$$



az integrálást a jobb oldali félsíkon egy, a képzetes tengellyel párhuzamos egyenes mentén kell elvégezni. Ha azonban a  $\varphi_p$  függvényt a fent leírt módon, mint az egész  $p$  síkon analitikus függvényt definiáltuk, akkor az integrációs utat a bal oldali félsíkra tolhatjuk; úgy, hogy közben  $\varphi_p$  valamennyi útjába akadó pólusát körülfogja. Legyen  $p_k$  a  $\varphi_p$  pólusának helye; vagyis a

$$\frac{4\pi e^2 i}{km} \int_c \frac{df_0}{du} \frac{du}{(p + iku)} = 1 \quad (13)$$



2. ábra

egyenletnek az a gyöke, amelynek a valós része abszolút értékben a legkisebb (amelyik tehát a legközelebb van az imaginárius tengelyhez). Hajtsuk végre az integrálást egy olyan görbén, amely elég messze balra van eltolva és a  $p - p_k$  pont körül halad, a 2. ábrán látható módon. Ekkor a (12) integrálban (a  $t$  idő nagy értékei esetén) csak a  $p_k$  pólushoz tartozó reziduum lesz jelentős. Az integrál többi járuléka (a függőleges vonal menti járulék is) exponenciálisan kisebbek a reziduum járulékához képest az integrál-kifejezésben fellépő  $\exp(pt)$  tényező miatt, ami növekvő  $t$  mellett gyorsan csökken.

Így nagy  $t$  értékekre az elektromos erőter  $\varphi(t)$  potenciálja  $\exp(p_k t)$ -vel arányos. Komplex  $p_k$  esetén ez a tényező felhasad egy periodikus és egy csökkenő ( $\text{Re}(p) < 0$ ) szorzóra. Következésképpen arra a fontos eredményre jutunk, hogy az erőter időben csillapodik, a csillapítási tényező:  $-\text{Re}(p_k)$ .

A (13) egyenlet határozza meg a  $p_k$  értékét, vagyis a rezgés frekvenciáját és a csillapítást. Ez formailag megegyezik Vlaszov egyenleteivel, a különbség pedig az, hogy itt az integrálást a  $C$  görbe mentén kell elvégezni, míg Vlaszov egyszerűen a valós tengely mentén integrál. Ez a különbség, mint látni fogjuk, lényegében új eredményhez, a csillapítás felléptéhez vezet.

Vizsgáljuk a hosszú hullámok határesetét:  $k \rightarrow 0$ . Az  $u = -\frac{p}{ik}$  pont (1. ábra) a nagyon nagy  $|u|$  értékek felé tolódik el, s minthogy  $f_0(u)$  gyorsan csökken  $|u|$  növekedésekor, (13)-ban első közelítésként a valós tengely mentén integrálhatunk. Az integranduszt  $k$  hatványai szerint sorba fejtjük. A sorbafejtés első tagja eltűnik, mert

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df_0}{du} du = f_0 \Big|_{-\infty}^{+\infty} = 0.$$

A második tagból

$$\frac{4\pi e^2}{p^2 m} \int_{-\infty}^{+\infty} u \frac{df_0}{du} du = 1$$

adódik. Figyelembe véve, hogy

$$\int_{-\infty}^{+\infty} u \frac{df_0}{du} du = u f_0 \Big|_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} f_0 du = -n, \quad (14)$$



kapjuk, hogy

$$p_k = -i\omega, \quad \omega = \sqrt{\frac{4\pi ne^2}{m}} = \omega_0, \quad (15)$$

(azt az előjelet választottuk, amely a pozitív  $x$ -tengely mentén terjedő hullámnak felel meg). Ez a kifejezés a plazma közönséges sajátfrekvenciája, ezt  $\omega_0$ -al jelöljük. A következő közelítésben a számítás során a frekvencia hullámvektor-függésére

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{3}{2} a^2 k^2 \right) \quad (16)$$

adódik, ahol  $a = \sqrt{\frac{\kappa T}{4\pi ne^2}}$  a Debye—Hückel-sugár. A részletes számításoktól itt eltekintünk, mert azok megegyeznek Vlaszov első cikkében [1] végzett számításokkal. Számításainak ez a része helyes annak következtében, hogy a  $k$  kis értékeire a frekvencia meghatározásakor (13)-ban közelítőleg integrálhatunk csak a valós tengely mentén.

A rezgések azonban csillapítottak, bár a csillapítási tényező kicsi, ha  $k$  kicsi. E tényező meghatározásakor abból a feltevésből indulunk ki, (amelyet az eredmény azután verifikál) hogy  $k \rightarrow 0$  esetén  $p_k$  valós része zérushoz tart, képzetes része pedig véges marad. Ezért kis  $k$  esetén az  $u = -\frac{p_k}{ik}$  pont (1. ábra) a képzetes tengelytől véges távolságra a valós tengelyhez pedig igen közel (pontosabban a valós tengely alatt) van. Legyen

$$p_k = -i\omega - \gamma,$$

ahol  $\gamma$  a kérdéses csillapítási tényező ( $0 < \gamma \ll \omega$ ). Választunk egy  $A$  pontot a valós tengelyen (1. ábra), nem messze az  $u = -\frac{p_k}{ik}$  ponttól, de úgy, hogy távolsága ettől a ponttól még mindig nagyobb legyen, mint  $\text{Im}(u)$ . Majd húzunk egy  $AB$  félkört ezen a ponton át (az első ábrán a szaggatott vonal) és ezt használjuk az integrációs út megfelelő szakasza helyett.

Az integrációs út egyenes szakaszainak járuléka valós a  $\text{Re}(p)=0$  határesetben és a vizsgált közelítésben  $-4\pi ne^2(mp^2)^{-1}$ -nek vehető. A félkörívre vonatkozó integrál pedig egyenlő a pólushoz tartozó reziduum  $(\pi i)$ -szeresével (a teljes körív fele!). Ily módon a (13) egyenletet a

$$-\frac{4\pi ne^2}{mp^2} + i \frac{4\pi^2 e^2}{mk^2} \frac{df_0\left(-\frac{p}{ik}\right)}{du} = 1$$

alakban kapjuk. Behelyettesítve ide a  $p = -i\omega - \gamma$  képletet, s az egyenletet szukcesszív approximációval megoldva, a csillapítási tényezőre végül a következő kifejezést kapjuk:

$$\gamma = \omega_0 \sqrt{\frac{\pi}{8}} (ka)^{-3} \exp\left(-\frac{1}{2} (ka)^2\right). \quad (17)$$

A csillapítási tényező csökkenő  $k$ -val exponenciálisan fogy.



A (15)–(17) képletek  $\gamma \ll \omega$  esetén érvényesek. Ez a feltétel a

$$ka \ll 1$$

egyenlőtlenséghez vezet.

Tekintsük most az ellenkező határesetet: a nagy  $k$  értékek esetét. Ismét legyen  $p = -i\omega - \gamma$ . Az eredmény verifikálja majd, hogy  $\omega$  és  $\gamma$  is minden határon túl nőnek, ha  $k \rightarrow \infty$ , de oly módon, hogy nagy  $k$ -ra  $\omega \ll \gamma$  és az  $\omega/k$ , ill.  $\gamma/k$  hányados zérushoz, ill. végtelenhez tart. Ekkor az  $u = -\frac{p}{ik}$  pólus a képzetes tengelyhez igen közel, a valós tengelytől igen távol fekszik ( $\text{Re}(u)$  kicsi,  $\text{Im}(u)$  nagy). Minthogy az  $f_0$  exponenciálisan nő  $u$  nagy képzetes értékeire, (13)-ban elég csak a pólust körülvevő körre integrálnunk, a valós tengelyre vett integrált elhanyagolhatjuk. Így (13)-ból kapjuk, hogy

$$\frac{4\pi e^2}{mk^2} 2\pi i \frac{df_0\left(-\frac{p}{ik}\right)}{du} = 1,$$

vagy az  $f_0(u)$ -ra vonatkozó (11) képletet felhasználva:

$$\sqrt{2\pi} \frac{p}{\omega_0 (ka)^3} \exp\left\{\frac{p^2}{2\omega_0^2 (ka)^2}\right\} = 1. \quad (18)$$

Mindkét oldal logaritmusát véve, valamint felhasználva a kívánt  $\gamma \gg \omega$  egyenlőtlenséget, kapjuk, hogy

$$\xi \exp\left(\frac{1}{2} \xi^2\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} (ak)^2, \quad (19)$$

ahol

$$\xi = \frac{\gamma}{\omega_0} ka.$$

A (18) bal oldalán álló kifejezés fázistényezője ugyanebben a közelítésben:

$$-\exp\left(\frac{i\gamma\omega}{\omega_0^2 a^2 k^2}\right),$$

s minthogy az egyenlet jobb oldalán pozitív valós mennyiség áll, ez a tényező szükségképpen  $+1$ . Ebből kapjuk, hogy

$$\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 a^2 k^2} = \pi.$$

Meg lehet mutatni, hogy ha a jobb oldalra  $3\pi, 5\pi, \dots$ , kerülne, akkor a (13) egyenlet olyan gyökét kapnánk, amely nem az imaginárius tengelyhez legközelebb fekvő gyök.

Ez a  $\xi$  definíciójával együtt az

$$\omega = \pi \sqrt{\frac{kT}{m}} \frac{k}{\xi}, \quad \gamma = \sqrt{\frac{kT}{m}} k \xi \quad (20)$$

eredményre vezet.



Ezek a képletek a rezgések frekvenciáját és csillapítását határozzák meg, a  $\xi(k)$  függvény implicit definícióját (19) adja. A  $\xi(k)$  lassan növekvő függvénye  $k$ -nak, közelítőleg úgy halad, mint  $(\ln ka)^{1/2}$ . A  $\gamma/\omega$  hányados  $k$  növekedésekor úgy nő, mint  $\xi^2$ , vagyis mint  $\ln ka$ .

Az előbbi számítások során feltettük, hogy az adott  $g(u)$  függvény egész függvény. Ha ennek a függvénynek szingularitásai vannak, akkor a  $\varphi_p$ -nek is lesznek a pólusokon kívül is szingularitásai, amelyek a (10) nevezőjének zérushelyei. A  $p_k$  pont (a 2. ábrán), amely a  $\varphi(t)$  potenciál viselkedését szabja meg nagy  $t$  esetén, úgy választandó, hogy (13) valamennyi gyöke közül és a  $g(u)$  függvény szinguláris pontjaiból adódó szingularitások közül a legközelebb legyen a képzetes tengelyhez.

Így például, ha  $g(u)$  (a valós tengelyen) folytonos függvény, amelynek deriváltja nem folytonos, akkor a  $\varphi_p$ -nek csak teljesen képzetes szinguláris pontjai lesznek:  $p = -iku_s$ , ahol  $u_s$  a  $g(u)$  deriváltjának szakadási helyei. Így a  $\varphi_p$  nagy  $t$  időértékeken mutatott viselkedését a tisztán képzetes  $p_k$  értékek határozzák meg, vagyis az elektromos tér rezgései nem fognak csillapodni. Ebből következik, hogy semmiképpen nem lehetséges szögekben megtörő (pl. egyenes darabokból álló) görbét használni  $g(u)$  számára sima görbe helyett a probléma közelítő megoldása érdekében. Ez a helyettesítés kvalitatív szempontból is helytelen képhez vezet, amelyben a térerősség rezgései nem csillapodnak.

Végül meg kell tárgyalni az elektron-eloszlásfüggvényt is. A  $dv_y dv_z$  szerint integrált eloszlási függvényre (8) szerint

$$f_p(u) = \frac{1}{p + iku} \left\{ g(u) + \frac{ike}{m} \varphi_p \frac{df_0(u)}{du} \right\},$$

$$f(u, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty + \sigma}^{+i\infty + \sigma} f_p(u) \exp(pt) dp$$

adódik. Az  $f(u, t)$  függvény viselkedését nagy  $t$ -kre az  $f_p(u)$  függvény  $p = -iku$  szinguláris pontja határozza meg. Így az eloszlási függvény (nagy  $t$  esetén) arányossá válik az  $\exp(-ikut)$  periodikus tényezővel, vagyis az  $u$  sebességtől függő  $ku$  frekvenciával csillapítatlan rezgéseket végez.

## 2. §. Plazmarezgések külső elektromos erőterben

Tegyük fel, hogy a plazma külső periodikus elektromos erőterben van. Feladat megadni, milyen törvény szerint hatol be az erőter a plazmába. A külső erőteret az idő szerint Fourier-integrálba fejthetjük, s ezért megfontolásaink során  $\omega$  frekvenciájú monokromatikus erőterre szorítkozhatunk. Feltesszük, hogy a plazmát sík fal határolja, az egész eloszlás csak egy koordináta, mondjuk az  $x$  függvénye, s az  $x$ -tengely a falra merőleges.

Az elektromos térerősséget egy az  $x$ -tengely irányába mutató longitudinális és egy a fal síkjával párhuzamos transzverzális komponensre lehet felbontani. A transzverzális térerősségkomponenst nem kell figyelembe venni, mert a plazma viselkedését transzverzális elektromágneses hullámban jól ismert képletek írják le. Ezért csak a longitudinális térerősségkomponensre szorítkozunk.



Miként az 1. §-ban, most is az érdektelen  $v_y, v_z$  változókra kiintegrált eloszlásfüggvényt használjuk. Ezt az  $f(u, x, t)$  függvényt  $f(x, u) \exp(-i\omega t)$  alakban kereshetjük, (ahol  $u = v_x$ , mint fentebb).

A (2) kinetikai egyenlet most a

$$-i\omega f + u \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{eE(x)}{m} \frac{df_0(u)}{du} = 0 \quad (21)$$

alakot ölti (az elektromos térerősséget  $E(x) \exp(-i\omega t)$  alakban írjuk fel). Második egyenletként célszerű (a (3) Poisson-egyenlet helyett) azt az egyenletet használni, amely a teljes (a  $j$  valódi és az eltolódási) áram forrásmentességét fejezi ki:

$$\operatorname{div} \left( j - \frac{i\omega}{4\pi} \vec{E} \right) = \frac{d}{dx} \left( j - \frac{i\omega}{4\pi} E \right) = 0.$$

Ebből adódik, hogy

$$4\pi j - i\omega E = \text{konstans}.$$

A plazmán kívül  $j=0$ , ezért ennek a konstansnak az értéke  $-i\omega E_0$ , ahol  $E_0 \exp(-i\omega t)$  a külső térerősség. Így egyenletünk a

$$-i\omega E(x) + 4\pi j(x) = -i\omega E_0 \quad (22)$$

alakot ölti. A  $j(x)$  áramsűrűsége az eloszlási függvény segítségével

$$j(x) = e \int_{-\infty}^{+\infty} u f(u, x) du \quad (23)$$

alakban fejezhetjük ki.

A plazmában a faltól nagy távolságban az  $E$  térerősséget közvetlenül az a feltevés határozza meg, hogy a  $D = \varepsilon E$  elektromos eltolás vektora longitudinális összetevője állandó; a plazma  $\varepsilon$  dielektromos állandóját a jól ismert

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi e^2 n}{m\omega^2} \quad (24)$$

kifejezés adja meg.

A plazmán kívül  $D = E_0$ , innen a végtelenben a határfeltétel

$$E = \frac{E_0}{\varepsilon}, \quad \text{ha } x \rightarrow +\infty \quad (25)$$

(a pozitív  $x$  irány a plazma belseje felé mutat).

Ami a fal tulajdonságait illeti, feltesszük, hogy ideális visszaverőképességű (miként ezt hasonló esetekben rendszerint felteszik). Ez azt jelenti, hogy a fallal ütköző elektron a beesési szöggel egyenlő szögben verődik vissza és sebességének nagysága változatlan marad ( $v_y$  és  $v_z$  változatlan marad, míg  $u$  előjelet vált). Ekkor az eloszlási függvény a falon ( $x=0$ ) kielégíti az

$$f(u, 0) = f(-u, 0) \quad (26)$$

határfeltételt.



Integráljuk a (21) egyenletet és kapjuk, hogy

$$f(u, x) = -\exp\left\{i\omega \frac{x}{u}\right\} \int \frac{eE(x)}{mu} \frac{df_0}{du} \exp\left\{-i\omega \frac{x}{u}\right\} dx.$$

Az integrációs állandó meghatározása érdekében a következőképpen járunk el. Tekintsük  $\omega$ -t komplex paraméternek, amelynek az imaginárius része kicsi (ezzel a későbbiekben majd zérushoz tartunk). A külső  $E_0 \exp\{-i\omega t\}$  térerősség ekkor időben növekszik, de mivel véges marad minden véges értékre, az eloszlási függvénynek is végesnek kell lennie mindenhol (minden  $x = \infty$  helyen is).

Ha  $u < 0$ , akkor az  $\exp\left\{i\omega \frac{x}{u}\right\}$  tényező  $x$  növelésével minden határon túl nő, s hogy  $f(u, \infty)$  véges maradjon,  $u < 0$  esetére kell, hogy

$$f(u, x) = \exp\left\{i\omega \frac{x}{u}\right\} \int_x^\infty \frac{eE(\xi)}{mu} \frac{df_0(u)}{du} \exp\left\{-i\omega \frac{\xi}{u}\right\} d\xi \quad (27)$$

legyen. Ha  $u > 0$ , akkor  $f(u, x)$  olyan alakba írandó, hogy eleget tegyen a (26) feltételnek. Ebből  $u > 0$  esetére adódik:

$$f(u, x) = \exp\left\{i\omega \frac{x}{u}\right\} \cdot \left\{ \int_0^\infty \frac{eE(\xi)}{mu} \frac{df_0(u)}{du} \exp\left\{i\omega \frac{\xi}{u}\right\} d\xi - \int_0^x \frac{eE(\xi)}{mu} \frac{df_0(u)}{du} \exp\left\{-i\omega \frac{\xi}{u}\right\} d\xi \right\}. \quad (28)$$

Emlékeztetbe idézzük, hogy mivel  $f_0(u)$  páros függvénye  $u$ -nak,  $df_0(u)$   $du$  páratlan függvény.

A nyert kifejezésekkel kiszámítjuk a (23) áramsűrűséget:

$$j(x) = \frac{i\omega}{4\pi} \left\{ \int_0^x E(\xi) K(x - \xi) d\xi + \int_x^\infty E(\xi) K(\xi - x) d\xi - \int_0^\infty E(\xi) K(x + \xi) d\xi \right\}, \quad (29)$$

ahol a  $K(\xi)$  függvényt a

$$K(\xi) = \frac{4\pi e^2}{m\omega} \int_0^\infty \frac{df_0}{du} \exp\left\{i\omega \frac{\xi}{u}\right\} du, \quad \xi > 0 \quad (30)$$

összefüggés definiálja. (A (29) képlet csak pozitív argumentumokkal tartalmazza a  $K(\xi)$  függvényt.)

A továbbiakban célszerű  $E(x)$ -et két tag összegére bontani, leválasztva az  $x \rightarrow +\infty$  esetén felvett térerősséget:

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon} + E_1(x) \quad (31)$$



Az  $E_1(x)$  (25) szerint eleget tesz az

$$E_1(\infty) = 0$$

határfeltételnek. Behelyettesítve (31)-et (29)-be, könnyen adódik

$$j(x) = j_1(x) + \frac{i\omega}{2\pi\epsilon} E_0 \int_0^x K(\xi) d\xi, \quad (32)$$

ahol  $j_1(x)$ -et (29) határozza meg, ha benne  $E(x)$  helyett  $E_1(x)$  áll.

Helyettesítsük (31)-et és (32)-t (22)-be, néhány elemi átalakítás után az

$$\begin{aligned} E_1(x) - \int_0^x K(x-\xi) E_1(\xi) d\xi - \int_x^\infty K(\xi-x) E_1(\xi) d\xi + \\ + \int_0^\infty K(\xi+x) E_1(\xi) d\xi = -\frac{2E_0}{\epsilon} \int_0^\infty K(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (33)$$

integrálegyenletet kapjuk az  $E_1(x)$  függvényre. Az itt végzett átalakításokban felhasználunk a (24) képletet az  $\epsilon$ -ra, valamint az  $\int_0^\infty K(\xi) d\xi$  integrálra vonatkozó speciális összefüggést, amit a következőképpen állíthatunk elő. Tekintsük ismét  $\omega$ -t komplex paraméternek, és legyen  $\text{Im}(\omega) > 0$ . Ekkor  $\exp\left\{-i\omega \frac{\xi}{u}\right\}$  zérus  $\xi = \infty$  esetén, s (30)-ban  $d\xi$  szerint az integrál jele alatt integrálva kapjuk, hogy

$$\int_0^\infty K(\xi) d\xi = -\frac{4\pi e^2}{m\omega^2} \int_0^\infty u \frac{df_0}{du} du.$$

Az  $u \frac{df_0}{du}$  integrandus  $u$ -nak páros függvénye, ennél fogva ez az integrál fele a (14) integrálnak. Végeredményben:

$$\int_0^\infty K(\xi) d\xi = \frac{2\pi e^2 n}{m\omega^2}. \quad (34)$$

A (33) integrálegyenletet a következő módon lehet megoldani. Az  $E_1(x)$  függvénynek csak a plazma belsejében van fizikai értelme; vagyis csak  $x > 0$  esetén. Folytatjuk ezt a függvényt és a  $K(\xi)$  függvényt is az argumentum negatív értékeire az alábbi definíciók segítségével:

$$K(-\xi) = K(\xi), \quad E_1(-x) = -E_1(x). \quad (35)$$

(Az így definiált  $E_1(x)$  függvénynek az  $x=0$  helyen szakadása van).



A (33) egyenlet egyszerű átalakítás után az

$$E_1(x) - \int_{-\infty}^{+\infty} K(x-\xi) E_1(\xi) d\xi = \begin{cases} -\frac{2E_0}{\varepsilon} \int_x^{\infty} K(\xi) d\xi & \text{ha } x > 0, \\ \frac{2E_0}{\varepsilon} \int_{-\infty}^x K(\xi) d\xi & \text{ha } x < 0, \end{cases} \quad (36)$$

alakra vezethető vissza. Ebben az alakban Fourier-módszerrel megoldható. Az egyenlet mindkét oldalán szorozva  $\exp(-ikx)$ -szel és  $dx$ -re  $-\infty$  és  $+\infty$  határok között integrálva kapjuk, hogy

$$E_{1k}(1 - K_k) = \frac{2iE_0}{\varepsilon} \frac{K_0 - K_k}{k},$$

ahol  $E_{1k}$  és  $K_0$  Fourier-komponensek:

$$E_{1k} = \int_{-\infty}^{+\infty} E_1(x) \exp(-ikx) dx, \quad K_k = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\xi) \exp(-ik\xi) d\xi$$

( $K_0$  a  $K_k$  értéke  $k=0$  esetén). Az

$$E_1(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{1k} \exp(ikx) dk$$

inverz transzformáció segítségével a kérdéses  $E_1(x)$  függvényt egy integrál alakjában kapjuk meg:

$$E_1(x) = \frac{iE_0}{\pi\varepsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_0 - K_k}{k(1 - K_k)} \exp(ikx) dk. \quad (37)$$

A  $K_k$  függvényt a

$$K_k = \frac{4\pi e^2}{m\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u \frac{df_0}{du}}{ku - \omega} du \quad (38)$$

alakban lehet előállítani. (A (30), (35) definíciókat használtuk fel,  $d\xi$ -re a  $du$  szerinti integrálás jele alatt integráltunk és  $\omega$ -t ismét komplex paraméternek tekintettük  $\text{Im}(\omega) > 0$  kikötéssel.) Ha ezt az integrált egyszerűen a valós tengely mentén vesszük, divergál az  $u = \frac{\omega}{k}$  pontban. Könnyű azonban látni, hogy mi legyen a tényleges integrálási út. A (38) levezetéséhez felhasználtuk, hogy  $\text{Im}(\omega) > 0$  és az integrált a valós tengely mentén vettük, vagyis az  $u = \frac{\omega}{k}$  szinguláris pont alatt (ha  $k > 0$ ), ill. fölött (ha  $k < 0$ ) haladó úton. Ezért, miután  $\text{Im}(\omega)$  helyére zérust írtunk, a (38) integrált  $k > 0$  esetben a  $C_1$ , a szingularitás alatt, míg  $k < 0$  esetben a  $C_2$ , a szinguláris pont felett körbe haladó görbe mentén vesszük (3. ábra.)



Bevezetjük a

$$K_h = K_1(k), k > 0; \quad K_k = K_2(k), k < 0 \quad (39)$$

jelöléseket. A  $K_1(k)$  és a  $K_2(k)$  függvények, amelyeket formálisan a (38) képlet, a  $C_1$ , ill.  $C_2$  görbe mentén vett integrálokkal definiál, a  $k$  komplex változó egész síkján analitikus függvények.

A (38) képlet a számolásra alkalmatlan. A  $K_1$  és  $K_2$  függvények bevezetésével egyszerű átalakítások után előállíthatjuk

$$E_1(x) = \frac{iE_0}{\pi\epsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K_0 - K_2(k)}{k |1 - K_2(k)|} \exp(ikx) dk + \frac{iE_0}{\pi\epsilon} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\{K_2(k) - K_1(k)\} \exp(ikx) dk}{k [1 - K_1(k)][1 - K_2(k)]} \quad (40)$$

alakban is. Az átalakítások során felhasználtuk, hogy (24), (38) és (14) szerint

$$K_0 = 1 - \epsilon. \quad (41)$$

A  $K_2(k) - K_1(k)$  különbséget nyilvánvalóan ugyanaz a (38) képlet állítja elő, de most az integrált a pólust (negatív irányban) körülzáró görbén kell venni. A reziduumszámítás értelmében következésképpen

$$K_2(k) - K_1(k) = -\frac{4\pi e^2}{m\omega k} 2\pi i \left( u \frac{df_0}{du} \right)_{u=\frac{\omega}{k}}, \quad (42)$$

vagyis

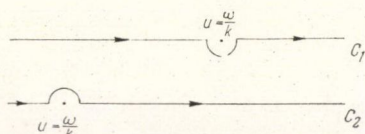
$$K_2(k) - K_1(k) = \frac{i\sqrt{2\pi}\omega}{\omega_0 a^3 k^3} \exp \left\{ -\frac{\omega^2}{2\omega_0^2 a^2 k^2} \right\}.$$

Könnyű belátni, hogy a  $K_1$  és  $K_2$  függvényeket egymással az alábbi összefüggések kapcsolják össze:

$$\begin{aligned} [K_2(k)]^* &= K_1(k^*), \\ K_1^*(-k^*) &= K_1(k), \\ K_2^*(-k^*) &= K_2(k). \end{aligned} \quad (43)$$

A végtelenben mind a  $K_1$ , mind a  $K_2$  függvény eltűnik. Itt nem részletezett vizsgálat azt mutatja, hogy a  $K_1(k)$  és  $K_2(k)$  függvénynek a  $k$  komplex változó egész síkjában csak egy szinguláris pontja van — nevezetesen egy lényeges szingularitás a  $k=0$  helyen. A  $K_0$  az a határérték, amelyhez  $K_1$  és  $K_2$  tart, amikor  $k$  a valós tengely mentén tart a zérushoz. Azt is be lehet bizonyítani, hogy a  $K_1(k)$  ugyanehez a  $K_0$  határértékhez tart, bármilyen legyen is az az út, amelyen  $k$  tart nullához, ha az az út a felső félsíkon fekvő, egymással derékszöget bezáró, a koordináta-rendszer kezdőpontjában találkozó, a képzetes tengelyhez  $45^\circ$  szögben hajló egyenesek által határolt tartományon kívül fekszik. Ugyanez vonatkozik a  $K_2(k)$ -ra is hasonló, de az alsó félsíkon fekvő tartományon kívül.

A (40) integrálban azok a pontok fontosak, amelyekben  $K_1$  és  $K_2$  egységnyi. Kimutatható, hogy a  $K_1(k)=1$  egyenletnek végtelen sok gyöke van a felső félsíkon,



3. ábra



amelyek a  $k=0$ -ban levő sűrűsödési pontjukhoz konvergálnak. Az alsó félsíkon egyáltalán nincsenek gyökök, ha  $\varepsilon > 0$  (vagyis ha  $K_0 < 1$ ), vagy egy gyök van a képzetes tengelyen, ha  $\varepsilon < 0$  (vagyis, ha  $K_0 > 1$ ). Hasonló eredmények következnek a  $K_2(k)$ -ra vonatkozóan is közvetlenül a (43) összefüggések alapján. A  $K_2(k)=1$  egyenletnek végtelen sok gyöke van az alsó félsíkon és a felső félsíkon, vagy egyetlen egy sincs (ha  $\varepsilon > 0$ ), vagy csak egy van a képzetes tengelyen (ha  $\varepsilon < 0$ ).

Következésképpen, ha  $\varepsilon > 0$ , (40) első integráljában az integrandusznak nincsenek pólusai a felső félsíkon, és az integrációs utat a végtelenbe tolva ezen a félsíkon, azt találjuk, hogy az integrál eltűnik. Ha viszont  $\varepsilon < 0$ , a felső félsíkon csak egy pólus van, és az integrál értéke az ehhez a pólushoz tartozó reziduumra redukálódik. Az  $x$ -koordinátáról való függését következtetésképpen az  $\exp(-\alpha x)$ ,  $\alpha \geq 0$  exponenciálisan csökkenő tényező adja meg.

A (40)-ben szereplő integrálok teljes kiértékelése csak numerikusan végezhető el. Meg lehet adni azonban egy aszimptotikus kifejezést, amely előállítja az  $E_1(x)$  függvényt nagy  $x$  értékekre ( $x \gg a$ ). Mint majd meglátjuk, (40) második integrálja ebben a tartományban nagyobb, mint az első, és csak ezt kell kiszámítanunk. Ezt a jól ismert „legmeredekebb lefutás” módszer segítségével fogjuk megtenni. Behelyettesítve (42)-t (40)-be, az integrandusban egy exponenciális tényezőt kapunk:

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{\omega}{\omega_0 a k} \right)^2 + i k x \right\}.$$

A „legmeredekebb lefutás” módszert követve az exponenst  $\delta k = k - k_0$  hatványai szerint fejtsük ki, ahol

$$k_0 = e \sqrt[3]{\frac{\omega^2}{\omega_0^2 a^2 x}} \exp \left( i \frac{\pi}{6} \right)$$

az exponens extrémális pontja és ezután a „legmeredekebb lefutás” pályáján integrálunk. A nemexponenciális tényezőben  $k=k_0$  vehető és kiemelhető az integrál jele elé. A nevezőben

$$1 - K_2(k_0) = 1 - K_1(k_0) \cong 1 - K_0 = \varepsilon$$

vehető ( $k_0$  kicsi, ha  $x$  nagy).

Egyszerű számítások után a következő végeredményt kapjuk:

$$E_1(x) = \frac{2E_0}{\sqrt[3]{3\varepsilon^2}} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^{4/3} \left( \frac{x}{a} \right)^{2/3} \exp \left\{ -\frac{3}{4} \left( \frac{\omega x}{\omega_0 a} \right)^{2/3} \right\} \exp i \left\{ \sqrt[3]{\frac{3}{4}} \left( \frac{\omega x}{\omega_0 a} \right)^{2/3} + \frac{2\pi}{3} \right\}. \quad (44)$$

Tehát az  $E_1(x)$  tér exponenciálisan csökken, az argumentumban  $x^{2/3}$  van. Ami (40) első tagját illeti, láttuk, hogy erősebb törvény,  $\exp(-ax)$  szerint csökken és nagy  $x$ -re ezért jelentéktelen. A (44) egy periodikus tényezőt is tartalmaz.

A plazma sajátfrekvenciájához közel rezonanciában levő frekvencia esete külön megfontolást igényel. Itt a dielektromos állandó kicsi  $|\varepsilon| \ll 1$  és a frekvenciával az egyszerű

$$\varepsilon = 2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}$$

képlet kapcsolja össze. A számítás menete különböző  $\varepsilon < 0$  és  $\varepsilon > 0$  esetén:



Tegyük fel először, hogy  $\varepsilon$  kicsi és negatív. Láttuk, hogy  $\varepsilon < 0$  esetére (40) első tagja  $\exp(-\alpha x)$  szerint, vagyis gyorsabban csökken, mint a második. De  $|\varepsilon| \ll 1$  mellett az  $\alpha$  együttható is kicsi lesz és ezért a második tag csak igen nagy  $x$  értékekre, míg a kisebb  $x$  értékekre az első tag uralkodó.

Látni fogjuk, hogy az első tag integrandusának (kis  $|\varepsilon|$  esetén) a koordináta-rendszer kezdőpontjához közel, a képzetes tengelyen van egy gyöke. (A  $K_2(k) = 1$  egyenlet egyetlen olyan gyökéről van szó, amely a felső félsíkon fekszik). A gyök kiszámítása érdekében  $K_2(k)$ -t ezért a  $k$  hatványai szerint kifejtjük. A  $K_2(k)$ -t definiáló integrálban szereplő  $C_2$  integrációs görbe az egész valós tengelyre redukálódik — ez a görbe az  $u = \frac{\omega}{k}$  szinguláris pont felett halad el (hiszen a szinguláris pont a képzetes tengely negatív felén fekszik).

Egyszerű számítással a második közelítésben adódik

$$K_2(k) = 1 - \varepsilon + 3(ka)^2.$$

Ebből a  $K_2(k) = 1$  egyenlet gyökeire kapjuk, hogy

$$k = \frac{i}{a} \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{3}}.$$

A (40) első integrálját  $e$  pontra vonatkozó reziduumként kiértékelve a teljes  $E(x)$  térre végül a következő képletet kapjuk:

$$E(x) = \frac{E_0}{\varepsilon} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{x}{3} \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{3}} \right) \right]. \quad (45)$$

Így ha  $\varepsilon$  kicsi és negatív, a térerősség egyszerű exponenciális törvény szerint monoton növekszik és az  $E_0/\varepsilon$  határértékhez tart. A (45) képlet  $x=0$ -ra  $E(x)=0$ -t ad a helyes  $E_0$  helyett. Ez azzal kapcsolatos, hogy az alkalmazott közelítésben az  $\varepsilon$ -nal egyező nagyságrendű tagokat elhanyagoltuk.

Végül tekintsük az  $\varepsilon$  kis pozitív értékeinek esetét. Ha  $\varepsilon > 0$ , a (40) első tagja eltűnik. A második integrál azonban a (44) kifejezést kivéve, olyan tagot is tartalmaz, amely  $\exp(-\alpha x)$  törvény szerint csökken. Igen kis  $\varepsilon$  mellett az a tag a legnagyobbakat kivéve bármely  $x$  érték mellett túlsúlyba kerül. Ez a tag az integrandusz azon reziduumának következménye, amely a felső félsíkon a valós tengely közelében fekszik. Kiderül, hogy a  $K_1(k) = 1$  egyenlet végtelen sok gyöke között a felső félsíkon van egy olyan gyök, amely kis  $\varepsilon$  esetén a valós tengelyhez igen közel van.

A  $K_1(k)$ -nak  $k$  hatványai szerinti sorfejtésével könnyű a kérdéses gyököt a

$$k = \frac{1}{a} \left\{ \sqrt{\frac{\varepsilon}{3}} + i \frac{3}{2\varepsilon^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp \left( -\frac{3}{2\varepsilon} \right) \right\}$$

kifejezéssel előállítani. Erre a pontra vonatkozó reziduum kiszámításával a térerősségre az

$$E(x) = \frac{E_0}{3} \left[ 1 - \exp \left\{ \frac{i}{a} \sqrt{\frac{\varepsilon}{3}} x - \frac{3}{2a} \sqrt{\frac{\pi}{2\varepsilon}} \exp \left( -\frac{3x}{2a} \right) \right\} \right] \quad (46)$$

képlet adódik.



Ebben az esetben tehát azt találjuk, hogy a térerősség amplitúdója először zérustól (valójában  $E_0$ -tól)  $2E_0/\varepsilon$ -ig növekszik, majd csillapított rezgéseket végez (igen kis csillapítási tényezővel) az  $E_0/\varepsilon$  érték körül, amelyhez nagy távolságban tart.

Fordította: Abonyi Iván

#### IRODALOM

1. A. Vlaszov, ZsETF 8, 291, 1938.
2. A. Vlaszov, Journal of Physics of the Soviet Union, 9, 25, 1945.
3. E. Adirovich, C. R. Acad, Sci. URSS 48, No. 8., 1945.



# MEGJEGYZÉSEK NaI(Tl) KRISTÁLYOK ENERGIAFELBONTÁSÁNAK MÉRÉSÉHEZ. I. RÉSZ\*

KESZTHELYINÉ LÁNDORI SÁRA

Gamma Művek, Budapest

Gamma sugárzás detektálására és energiájának meghatározására leggyakrabban NaI(Tl) kristályt alkalmaznak szcintillációs számlálóknál. A mérendő monoenergetikus gamma vonal a szcintillációs számlálóval mért impulzusamplitúdó spektrumból értékelhető ki.

Mint ismeretes [1], a szcintillációs számláló fizikai tulajdonságai miatt az impulzusamplitúdó spektrumban a gamma vonalnak megfelelő csúcs nem éles vonal, hanem a számlálóban alkalmazott kristály és a mérőrendszer minőségétől függően kiszélesedett Gauss-görbe, amelynek relatív félértékszélessége, az ún. energiafelbontás jellemző a szcintillációs számláló, mint gamma energia meghatározó rendszer jóságára.

Vizsgálatunk célja az energiafelbontás-mérés, mint a NaI(Tl) kristályt minősítő mérési módszer elméleti és gyakorlati korlátainak megállapítása volt.

## Az energiafelbontás, mint szórásadat fizikai összetevői

A NaI(Tl) kristályban  $E$  energia hatására statisztikusan  $N_f = \varepsilon_T E$  foton keletkezik, ahol  $\varepsilon_T$  a NaI(Tl) kristály transzformációs hatásfoka. Az  $E$  energiának megfelelő Gauss-görbét az alábbi összefüggés írja le:

$$P(N_f, \bar{N}_f) = \exp \left( - \frac{(N_f - \bar{N}_f)^2}{2V_{N_f} \bar{N}_f^2} \right), \quad (1)$$

ahol  $\bar{N}_f$  az  $E$  energia ellenében létrejött átlagos fotonszám és  $V_{N_f}$  a fotoningadozás relatív szórásnégyzete [2].

A  $P(N_f, \bar{N}_f)$  függvény tehát az  $N_f$  fotonszám keletkezésének valószínűségét adja meg (a Gauss-görbe egyes pontjaiban).

A fentiekből kiszámítható a Gauss-görbe relatív félértékszélessége és a relatív szórásnégyzet közötti összefüggés

$$\eta = 2 \sqrt{2 \cdot \log 2 \cdot V_{N_f}} = 2,3 \sqrt{V_{N_f}} = 2,3 \sqrt{\frac{1}{N_f}} \quad (2)$$

\* Érkezett 1967. nov. 26.



A katódra jutó fotonszámot azonban befolyásolja a kristályt körülvevő reflektor, továbbá a kristály egyéb inhomogenitása, ezért (2) kifejezés módosul

$$\eta = 2,3 \sqrt{\frac{1}{G_k \cdot H_k \cdot N_f}}, \text{ ahol } G_k < 1 \text{ és } H_k < 1 \quad (3)$$

$G_k$  a kristály fénybegyűjtése,  $H_k$  pedig az inhomogenitásra, tehát az előállításra és szerelésre jellemző tényezők.

Vegyük figyelembe a továbbiakban a mérőrendszer szórását. A létrejött  $N_f$  foton a multiplier katódjából fotoelektronokat kelt, amely szintén statisztikus jelenség, majd ezek a fotoelektronok a multiplier dinódáin felszorzorozódva a multiplier munkaellenállásán feszültségimpulzusként jelentkeznek.

A keletkező fotoelektronok számát a fotokatód  $\varepsilon_k$  kvantumhatásfoka, vagy más-keppen az ún. katóddérzékenység szabja meg, tehát a fotoelektronok száma:

$$N_e = \varepsilon_k G_k H_k N_f = \varepsilon_k \cdot G_k \cdot H_k \cdot \varepsilon_T \cdot E. \quad (4)$$

Az így kiszámított fotoelektronoknak valójában azonban csak egy hányada kerül a multiplier katódjáról az első dinódára a katód inhomogenitása és a begyűjtés tökéletlensége miatt. A keletkező fotoelektronok száma az első dinódán tehát

$$N_{e1} = H_M \cdot G_M \cdot N_e, \text{ ahol } H_M < 1 \text{ és } G_M < 1 \quad (5)$$

$H_M$  a multiplier katódinhomogenitására,  $G_M$  a fotoelektronok begyűjtésére jellemző tényező.

A relatív félértékszélesség (3) kifejezésére tehát a fentiek figyelembevételével

$$\eta = 2,3 \sqrt{\frac{1}{N_{e1}}} = 2,3 \sqrt{\frac{1}{H \cdot G \cdot \varepsilon_k \cdot \varepsilon_T \cdot E}}, \quad (6)$$

ahol  $G = G_k G_M$  és  $H = H_k H_M$ .

Az első dinódára érkező fotoelektronok a többi dinódán felszorzorozódnak, amely szintén statisztikusan megy végbe. Kiszámítható [3], hogy ha a sokszorozás szórásnégyzete  $V_M$ , akkor a (6) kifejezésben a fotoelektronszám statisztikus szórásához egy másik tag is hozzájárul, így

$$\eta = 2,3 \sqrt{\frac{1}{N_{e1}} + \frac{V_M}{N_{e1}}}. \quad (7)$$

A multiplier anódján megjelenő impulzusok amplitúdójának spektrumában tehát az  $E$  energiának megfelelő Gauss-görbe relatív félértékszélessége az eddigi tárgyalt fizikai folyamatok figyelembevételével a következő

$$\eta = 2,3 \sqrt{\frac{1 + V_M}{G \cdot H \cdot \varepsilon_k \cdot \varepsilon_T \cdot E}}. \quad (8)$$

Eddigi számításainkban feltételeztük, hogy a keletkező fotonok száma az abszorbeált gamma energiával,  $E$ -vel arányos, azaz  $\varepsilon_T$  konstans. Ez az arányosság azonban 100 keV alatt nem áll fenn, kb. 10–15% nonlinearitást tapasztaltak [4], [5], azaz  $\varepsilon_T$  a transzformációs hatások függ az  $E$  energiától.



A gamma sugárzás abszorpciója a kristályban, mint ismeretes fotoeffektus, Compton-effektus és párképzés révén jön létre. A fotoeffektusban a fotoelektron mellett a  $K$  héjnak megfelelő 28 keV-es karakterisztikus röntgen sugárzás is keletkezik. A Compton-effektusban a szórt gamma foton többszöri foto-, illetve Compton-effektus révén egészen alacsony energiájú gamma fotonokat és Compton-elektronokat is kelthet. Így tehát egy  $E$  energiájú gamma foton abszorpciója révén több — egészen alacsony energiájú — elektron keletkezik, és egy aktusban, amely az  $E$  energiának megfelelő  $N_f$  fotonszámot eredményezi, több alacsony energiájú elektron is részt vehet. Ezekre vonatkozóan  $\varepsilon_T$  más és más értékű.

Figyelembe kell venni még az ún.  $\delta$  elektronokat is, amelyek a nagyenergiájú foto- és Compton-elektronok kristállyal történő kölcsönhatásakor keletkeznek, ezek energiája  $\sim 10$  keV, tehát szintén a 100 keV alatti tartományba esnek. Ezek az effektusok azt eredményezik, hogy  $E$  energiához tartozó  $N_f$  fotonszám szórása a transzformációs hatások energiatfüggése miatt megnövekszik, amely a relatív félértékszélességben fog jelentkezni, mint belső vonal kiszélesedés [6], [7], ezzel

$$\eta = 2,3 \sqrt{\frac{1 + V_M}{N_{el}} + V_i(E)}, \quad (9)$$

ahol  $V_i$  a belső vonalkiszélesedésre jellemző szórásnégyzet. Ebben az összefüggésben tehát mindazon lényeges fizikai tényezőket figyelembe vettük, amelyek a multiplifier anódján mérhető impulzusok amplitúdó spektrumát befolyásolhatják. Az impulzus-amplitúdóspektrumot különböző elven működő analizátorokkal regisztrálhatjuk. A regisztráló rendszer hatását az energiafelbontásra a következő összefüggés alapján lehet figyelembe venni [9]:

$$\eta_{el} = \eta \left( 1 + 0,28 \cdot \left( \frac{v}{\bar{v}} \right)^2 \right), \quad (10)$$

ahol  $v$  a csatornaszélesség,  $\bar{v}$  pedig a félértékszélesség.

Általában  $v=1$  és  $\bar{v}=6-20$ , ez esetben a korrekciós tényező az energiafelbontás érték 2., illetve 3. tizedesében játszik szerepet; visszatérhetünk tehát a (9) kifejezés további vizsgálatára.

(9) kifejezésben  $N_{el} = GH\varepsilon_k\varepsilon_TE$ -t beírva megbecsülhetjük az összes paramétert, amely egy elméleti optimumot jellemezhet. Ideális esetben a kristály és a multiplifier fotokatódja homogén,  $H_k = H_M = H = 1$  a kristály fénybegyűjtési hatásfoka és a fotoelektronok begyűjtési hatásfoka 100%, tehát  $G_k = G_M = G = 1$ .

$\varepsilon_k, \varepsilon_T$  továbbá a (9) kifejezésben szereplő  $V_M$  és  $V_i$  nem idealizálható, tehát valós értékeket kell választanunk.  $V_M$  a jelenlegi gyártási feltételek mellett 0,2 (az EMI cég  $\sqrt{1 + V_M}$ -re 1,1 értéket garantál).  $\varepsilon_k$  értéke 0,1—0,3 között változhat, amely  $P=45-130 \mu A/lm$  katóddérzékenység intervallumnak felel meg.

$\varepsilon_T = \frac{\varepsilon_{sc}}{E_f}$ , ahol  $\varepsilon_{sc}$  a kristály szcintillációs hatásfoka,  $E_f$  pedig az emittált fény emissziós maximumának megfelelő foton energiája.  $\varepsilon_{sc}$  NaI(Tl) kristály esetében általában 8%,  $E_f$  pedig 3 eV-nak vehető.  $V_i$  a kristály vonalkiszélesedésére jellemző szórásnégyzet  $\bar{E}=661$  keV esetén:  $0,052^2$  [8].



A fentieket figyelembe véve a (9) összefüggésben az  $E$  energián kívül egyedül  $\varepsilon_k$  vagy  $P$  marad változónak, tehát

$$\eta_{elm} = 2,3 \sqrt{\frac{1+0,2}{0,08 \cdot 1/3 \varepsilon_k E} + V_i(E)} = \sqrt{\frac{c_1}{PE} + c_2(E)}, \quad (11)$$

ahol  $c_1 = 10^5$  és  $c_2(E) = 0,052^2 E = 661$  keV mellett.

A (11) összefüggést a  $P = 45\text{—}130 \mu\text{A/lm}$ , illetve  $\varepsilon_k = 0,1\text{—}0,3$  intervallumban az 1. számú ábrán láthatjuk. Az elméleti optimum tehát homogenitás és begyűjtés szempontjából ideális kristályt és multipliert feltételezve  $H_k = H_M = G_k = G_m = 1$ , továbbá a gyakorlatilag elérhető és konstansnak tartható  $V_M = 0,2$  mellett a  $45\text{—}130 \mu\text{A/lm}$  katódérzékenység (0,1—0,3 kvantumhatásfok) intervallumban  $E = 661$  keV esetén 7,6—6,2% között változik.

Látható, hogy a (11) összefüggés első tagja kizárólag a multiplierre vonatkozik, hiszen a kristály csak mint fényforrás van figyelembe véve, míg a második tag — amelyet, mint láttuk, a kristályban fellépő fizikai kölcsönhatások szabnak meg — a kristály minőségétől független, elméleti érték

$$\eta_{elm} = \sqrt{\frac{c_1}{P \cdot E} + c_2(E)} = \sqrt{\eta_M^2 + \eta_i^2}. \quad (12)$$

$\eta_M$  egyébként külön is mérhető, ha a multipliert impulzusüzemben dolgozó fényforrással világítják meg. A fényimpulzusok amplitúdóját természetesen az  $E$  energia hatására keletkező fotonszámmal ekvivalens módon kell megválasztani. A (8) összefüggésből kiszámíthatjuk, hogy a  $45\text{—}130 \mu\text{A/lm}$  katódérzékenység (0,1—0,3 kvantumhatásfok) tartományban  $\eta_M = 6\text{—}3,4\%$  között változik  $E = 661$  keV esetében (1. ábra). A fenti módon mért értékek 6—4%-ot adtak [9]. A gyakorlatban tehát  $\eta_M$  jól használható.

Eddigi feltételezéseink homogenitás és fénybegyűjtés szempontjából „ideális” kristályra vonatkoztak, ( $H_k = G_k = 1$ ), így a felbontás kristályra vonatkozó tagja csak  $V_i = \eta_i^2$ -t tartalmazta. A valóságban  $V_i$ -hez hozzájárul egy a  $H_k$ , illetve  $G_k$ -tól függő tényező  $\eta_k^2$ . Tehát

$$\eta = \sqrt{\eta_M^2 + \eta_k^2 + \eta_i^2}. \quad (13)$$

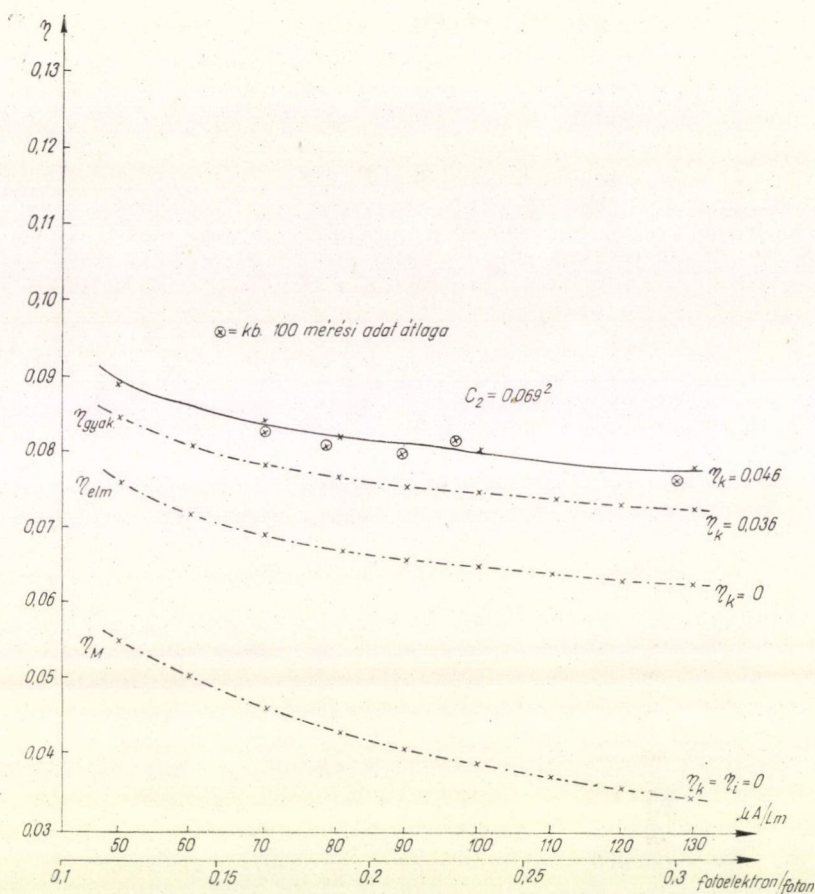
Egy gyakorlati formula szerint [10] igen jó kristály esetében

$$\eta_{gyak} = \sqrt{\frac{10^5}{E \cdot P} + \frac{3,3}{\sqrt{E}}} \quad (14)$$

$E = 661$  keV-re a második tag:  $\eta_k^2 + \eta_i^2 = 0,0637^2$  szemben az ideális kristálynál felvett:  $\eta_k^2 = 0$ , illetve  $\eta_i^2 = 0,052^2$ -nel. A különbség  $\eta_k = 0,036$ , azaz 3,6%-nak felel meg.  $\eta$  értékeit az  $50\text{—}130 \mu\text{A/lm}$  katódérzékenység intervallumban a különböző  $\eta_k$  paraméterek mellett az 1. ábráról olvashatjuk le.

Az  $\eta_k$  paraméteres görbesereg tehát ábrázolja az energiafelbontás multiplier és kristálytól való függését. Látható, hogy  $\eta_k$  növekedésével egyre kevésbé számít a multiplier minősége.





1. ábra

## Mérési eredmények

Eddigi feltételezéseinkben a multiplierre vonatkozóan  $H_M = G_M = 1$  volt, azaz a multiplier homogenitása és fénybegyűjtése optimális volt, továbbá a dinódaszórás nem haladta meg a  $V_M = 0,2$  értéket. Ezek a viszonyok a kristály mérésre elegendő nagy darabszámból kiválogatott „etalon” multiplierok esetében jól közelíthetők. Válogatásunk arra irányult, hogy optimális osztólánc beállítás mellett a kiválogatott cső a referencia kristállyal a legjobb eredményt adja. Ezzel  $H_M - G_M$  és  $V_M$  értéke a mindenkor elérhető optimumon belül közelítőleg konstans maradt.

Az 1. ábra görbéiből válasszuk ki az  $\eta_k = 0,046$  paraméterértékhez tartozó görbét. Látható, hogy mérési pontjaink ezt a görbét közelítik legjobban. Az egyes mérési pontok a 6—10 hónaponként cserélt multiplierrel végzett napi 1—2 mérésből adódó 80—140 referencia adat átlagértékei. A számolt felbontás különbség a 70—130  $\mu A/lm$  tartományban  $8,35\% - 7,75\% = 0,60\%$ .



A mért különbség a 70—127  $\mu\text{A/lm}$  tartományban  $8,3\% - 7,7\% = 0,6\%$ . Az 1. táblázatban feltüntettük a mérések darabszámát, a szórás értékeket és a középérték hibáját. Látható, hogy a mérés szórása igen nagy, tehát a fenti kis differenciák csak igen nagy darabszámú mérésekből értékelhetők ki reálisan.

A gyakorlati felbontásformula ( $\eta_{\text{gyak}}$ ) érvényessége tehát meglehetősen korlátozott, egyrészt kizárólag homogén katód, 100%-os fotoelektron begyűjtés és adott konstans dinódaszórás mellett érvényes, másrészt a katódérzékenységtől való függés olyan kismértékű, hogy a különbségek kimutatása csak nagy darabszámú méréssel lehetséges.

1. TÁBLÁZAT

Katód- érzékenység ( $\mu\text{A/lm}$ )	70	78	90	97	127
Időszak	1963. VII. 8— IX. 25.	1964. IX. 16— 1965. XII. 10.	1964. I. 31— IX. 16.	1966. V. 28— 1966. VIII. 9.	1966. X. 7—
Mérések száma	61	92	145	116	43
$\sigma$	0,34	0,36	0,36	0,18	0,11
Középérték hibája	0,045	0,037	0,022	0,017	0,017

Az előzőek alapján a mérések reprodukálhatósága is megbecsülhető. Mivel esetünkben a mérés-sorozatok eloszlása Gauss-, ill. Poisson-eloszlású volt, a 95%-os konfidencia szinthez tartozó hibaintervallum nagysága  $\pm 1,96\sigma \sim 2\sigma$ .  $\sigma = \pm 0,25$ , tehát a 95%-os konfidencia szinthez tartozó reprodukálhatóság  $\pm 0,5\%$ -os hibahatárnak felel meg. Ezek után az energiafelbontás mérésekről mint kristályminősítő módszerről a következőket állapíthatjuk meg. A kristály minősítésének elvi korlátot szab maga a multiplier ( $\eta_{\text{elm}}$ ). Gyakorlatilag elérhető, hogy a multiplier minőségét csak a katódérzékenység szabja meg, a szokásos tartományban azonban, amely az ún. „jó” csöveket jellemzi (70—130  $\mu\text{A/lm}$ ), az energiafelbontás katódérzékenységtől való függése kismértékű és ez a függés  $\eta_k$  növekedésével tovább csökken, vagyis gyengébb minőségű kristályok esetén lényegében a kristály szabja meg az energiafelbontás értékét.

A mérés reprodukálhatósága  $\pm 0,5\%$  egysatornás analízator esetében. A sokcsatornás analízátorral mérve ez  $\pm 0,3\%$ , tehát valamivel jobb, de még ez sem elegendő arra, hogy a katódérzékenységtől való függés egyedi mérésekből egyértelműen kimutatható legyen. Az „etalon” multiplier csak másodsorban és csak egyes cégeknél jellemezhető a katódérzékenységgel. A válogatás módja tehát nem lehet más, mint az optimális begyűjtésre (kimenő jel) és felbontásra való törekvés.

A fenti vizsgálatoknál feltételeztük, hogy a fotocsúcs amplitúdóeloszlása Gauss-eloszlást követ. A kristály inhomogenitásának növekedésével azonban ez egyre kevésbé áll fenn. A fotocsúcs aszimmetrikus lesz, vagy több csúcs szuperpozíciójaként alakul ki. Ez esetben a mért felbontás geometria-függő, s így a mérés reprodukálhatósága erősen csökken.

Erről egy későbbi közleményben kívánunk beszámolni.



## IRODALOM

1. *Birks*, The theory and practice of scintillation counting, 1964.
2. *Keszthelyi*, Szcintillációs számlálók, Budapest, 1964. p. 80.
3. *Keszthelyi*, Szcintillációs számlálók, Budapest, 1964. p. 81.
4. *Engelkeimer*, R. S. I. 27, 589, 1965.
5. *Iredale*, N. I. M. 11, 336—339, 1961.
6. *Iredale*, N. I. M. 11, 340—346, 1961.
7. *Zerby et al*, N. I. M. 12, 115—123, 1961.
8. *Iredale*, N. I. M. 11, 345, 1961.
9. *Matvejev—Szokolov*, Fotounnozsiteli v szcintillacionnüh szcsetcsikah, Moszkva, 1962. p. 43.
10. *Sharpe*, IRE Trans NS-7 Vol. 2—3. p. 49.







# AZ INFORMÁCIÓK FELDOLGOZÁSÁNAK BIOMECHANIZMUSÁRÓL\*

GREGUSS PÁL

Vasúti Tudományos Kutató Intézet, Budapest

Megkíséreltük a biológiai információfeldolgozás mechanizmusát a hologram-elv alapján értelmezni. Részben denevérek echolokációjával kapcsolatos kísérleti adatok értékelésével, részben modellkísérleteink alapján megpróbáltuk alátámasztani feltevéseinket. Így értelmeztük a denevérek térbeli tájékozódásának mechanizmusát és választ adtunk eddig megmagyarázhatatlannak tűnő kérdésekre. Felhívtuk a figyelmet arra, hogy a biológiai hologram-elv általánosítható és segítségével magasabb rendű agyi folyamatokat is esetleg értelmezni lehet. Tisztában vagyunk azzal, hogy a biológiai hologram-elv kifejlesztése még a kezdet kezdetén tart és jelen tanulmányt is elsősorban gondolatébresztőnek és vitaindítóknak szántuk.

A térrel kapcsolatos információk biológiai tárolódásának és visszajátszásának mechanizmusa még elvileg sincsen kellőképpen tisztázva. Egyértelműen elfogadott vélemény azonban, hogy a térérzet kialakulásához, a térben való tájékozódáshoz az érzékszervek által felfogott információk elengedhetetlenek. Ez az igen triviálisnak hangzó megállapítás valójában igen bonyolult, elsősorban információelméleti és ezzel kapcsolatos információrögzítési problémákat vet fel. Most ezzel kapcsolatban néhány gondolatot szeretnénk ismertetni a teljesség igénye nélkül.

## A hullám mint információhordozó

Mindazok az információk, amelyek a térrel, azaz a *három dimenzióval* kapcsolatosak, mindig *valamilyen* hullámjelenséghez kötődve jutnak el az érzékszervekhez, sőt biztosan állíthatjuk, hogy az agyba mint tároló és feldolgozó központba is. Ebből viszont adódik, hogy mindenféle információ *energiához* kapcsolódik és így fizikailag mérhető. A kérdés csupán az, hogy a hullámok *hogyan* hordozzák az információkat, illetve e kérdés a felvetett problémára leszűkítve, a térre vonatkozó információk a hullám melyik attributumához kapcsolódnak.

A *frekvenciához* nyilvánvalóan nem, hiszen a tér bármely pontjából különböző frekvenciájú hullámok indulhatnak ki. Azért pedig, mert például egy tárgy közelebb vagy távolabb van tőlünk, nem fogjuk más színűnek látni, vagy a hangot más magasságúnak hallani. Más a helyzet, ha az információforrás mozog (Doppler-hatás), de ilyenkor a frekvenciához nem térinformáció, hanem mozgásinformáció kötődik.

Az *amplitúdóhoz* már köthet bizonyos térinformáció, ugyanis a hullám amplitúdója a hullám intenzitásával kapcsolatos, márpedig a hullám intenzitása a távol-

\* Érkezett 1968. ápr. 20.



sággal arányosan csökkenhet, de ez egymagában véve még nem igazi térinformáció, ugyanis ez a csökkenés nem kizárólag a tér dimenzióival kapcsolatos, hanem sok más tényezőtől, így pl. abszorpció, szóródás stb. függ. Két egymás mellett levő, de különböző intenzitással megvilágított tárgyról sem gondoljuk, hogy különböző távolságra vannak tőlünk, és két azonos intenzitásúnak ítélt hang forrása sem biztos, hogy egymás mellett van.

A hullám *fázisa* az, amelyhez a térrel kapcsolatos információk elsősorban kötődnek, illetve pontosabban a hullámok fázisviszonyai azok, amelyek a térrel kapcsolatos információkat szolgáltatják. Általában azt tartjuk, hogy azért van látásunk, mert két szemünk van, illetve térhallásunk, mert két fülünk van. Ez azonban csak bizonyos mértékig igaz, de rámutat arra, hogy a térinformáció valóban a hullám fázisához kötődik, ugyanis a két szem, a két fül adott távolságra van egymástól, tehát egy helyről kiinduló hullámok más-más *időpontban* érkeznek a felfogó szervezethez, ami viszont a fázisviszonyokban fejeződik ki, és ez szolgáltatja a térinformációt. Ez azonban egyben azt is jelenti, hogy a *tér* és *idő*, a biológiai térinformációban *sem* választható szét. Ugyancsak itt kell megemlítenem, hogy az általános felfogással ellentétben nem a látás vagy hallás szolgáltatja a legtöbb térinformációt, hanem azok az érzékszervek, amelyek sok *egyedi* érzékelővel rendelkeznek, mint pl. a tapintás, ugyanis ezek különböző távolságokra lévén egymástól, finomabb fázisviszony-felismerést tesznek lehetővé.

De egyáltalában, miért is van szükség legalább két érzékelőre ahhoz, hogy a térről bármilyen esetleges információt szerezhessen a biológiai lény? A válasz viszonylag egyszerű: mint már említettük, a hullám formájában továbbított mindenféle információs adat energiajellegű. Ugyanakkor az összes eddig ismert érzékelők (de valószínűleg még az ismeretlenek is) csak frekvenciára és intenzitásra, sőt sokszor csak az utóbbira érzékenyek, a *fázisra viszont nem*. De nemcsak a biológiai, hanem a fizikai érzékelők is csak frekvenciára és amplitúdóra érzékenyek. Ezért nem lehet például egy fényképen az egymás mögött levő tárgyak közti távolságot meghatározni: fényképezéskor a fényhullám fázisához kötött információk, a tér (s bizonyos értelemben az idő) információk elvesztek, csak az amplitúdóhoz, és színes fénykép esetében a frekvenciához kötöttek is rögzítődtek.

### A hologram-elv

Az eddig mondottakat összegezve tehát megállapítható, hogy mind a biológiában, mind a fizikában a térinformációk rögzítése (kódolása), illetve tárolása — és ami ezzel egyenértékű, a visszajátszása (dekódolása) — megkívánja a hullámok amplitúdójához és fázisához kötődő információk *egyidejű* rögzítését.

Ezek után nézzük meg, hogy ha egy térrészletről, mint térrészletről információt kívánunk szerezni, hány adatra is van szükség. Mivel — mint említettük — a hullám frekvenciája nem hordoz a tér térszerűségéről információt (csupán olyat, mint például a szín), a kérdés tárgyalásának egyszerűsítése érdekében csak egyfrekvenciájú, azaz monokromatikus hullámot tételezünk fel. (A mondandók természetesen bármilyen frekvenciára külön-külön és együtt is érvényesek és „színes” tér esetében csak az információk kódolásának technikája és nem az elve bonyolódik.)

Álljon a szóban forgó térrész (tárgy)  $N$  pontból, mondhatjuk úgy is, hogy  $N$  képpontból. Amennyiben *inkoherens* hullámtérrel van dolgunk, az információt



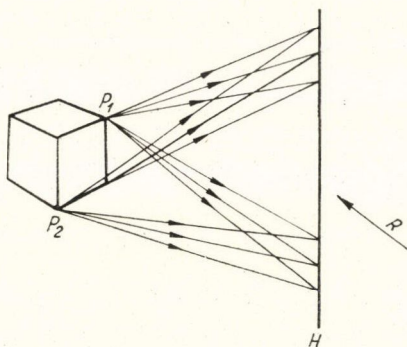
hordozó hullámok az egyes pontokból természetesen különböző időpontokban indulhatnak. Ahhoz, hogy egy ilyen hullámteret leírassunk, *Gábor és Hideya Gamo* [1] egymástól függetlenül kidolgozott elmélete értelmében  $N \times N$  adatra van szükség. Lényegesen egyszerűbbé válik azonban a helyzet, ha *koherens* hullámtérrel van szó, mivel ilyenkor minden egyes ponthoz jól definiált amplitúdó és fázis tartozik. Ilyenkor ugyanis az általános hullámteret leíró, illetve jellemző  $N \times N$  adat helyett elegendő  $2N$  adat:  $N$  amplitúdó és  $N$  fázisérték. Fennáll azonban továbbra is a hullám amplitúdójához és fázisához kötődő információk *egyidejű* rögzítésének és tárolásának problémája, hiszen minden eddig ismert természetes és mesterséges energiaérzékelő és rögzítő — pl. érző sejt, fényérzékeny lemez stb. — csak a hullám amplitúdójára érzékeny és teljesen érzéketlen a fázisviszonyokra.

Ezt a problémát a Gábor-féle elektron- és elektromágneses hullámokra kidolgozott és később általunk az akusztikai hullámokra is bebizonyított [2, 3, 4, 5, 6] holográfiai elv alkalmazása oldja fel, amely a fázisviszonyokat arányos amplitúdóviszonyokká alakítja át. Technikailag ez az átalakítás különbözőképpen történhet — ezzel kapcsolatban a megfelelő szakirodalomra utalunk [7, 8, 9, 10] — de a lényeg azonos: mind az amplitúdóhoz, mind a fázishoz kötődő információ hozzáadódik egy koherens háttérhez. Az eredményt nevezik hologramnak, utalva arra, hogy *minden* információt rögzítettek. Mivel a koherens háttér frekvenciája az információt hordozó hullám frekvenciájával megegyezik, ez az összegezés tulajdonképpen interferenciát jelent. Amikor pedig az információkra szükség van, az így intenzitásvizony (interferencia) formájában tárolt „eredményből”, a hologramból mintegy „kivonják” a koherens háttér (a koherens háttér tehát referenciaként szerepel, s ezért referenciahullámnak is nevezik, ellentétben az információkat hordozó jelhullámmal). Ezt a műveletet hívják *hullámfrontrekonstrukciónak*, ugyanis ilyenkor olyan hullámtér jön létre, mint amilyen a hologramot létrehozó hullámtér volt, vagyis a rekonstruált hullámtérben ott vannak nemcsak a hullám amplitúdójához, hanem fázisához kötött információk is. Amennyiben a hologram mondjuk fényérzékeny lemezen volt rögzítve, ez azt jelenti, hogy ha rajta áttekintünk, vagyis a rögzített, az amplitúdóinformációkat és amplitúdóinformációkká átalakított fázisinformációkat a koherens háttérrel, a referenciasugárral átvilágítjuk, az eredetinek megfelelő hullámteret kapjuk. Más szóval: ha a lemezen (a hologramon) áttekintünk, valóban ugyanazt a térrészt (tárgyat) látjuk, mint amelyről az információk származtak, és nem annak síkbeli vetületét, ugyanis a fázishoz kötődő információk nem vesztek el.

### A biológiai hologram-elv

Anélkül, hogy a térrésszel kapcsolatos információk biológiai kódolásánál és visszajátzásánál döntő szerepet játszó központi idegrendszer, az agyat vulgáris módon fényérzékeny anyaghoz kívánnánk hasonlítani, úgy gondoljuk, hogy a *hologram-elv* — és ismételten hangsúlyozni kívánjuk, hogy csak az elv és nem az ezzel kapcsolatos eddig ismert valamelyik technikai megoldásnak — *következetes* alkalmazása nemcsak a térrel kapcsolatos információk biológiai tárolódási és visszajátzási mechanizmusának megértéséhez segíthet hozzá, hanem mélyebb bepillantást enged meg az agyi tevékenységbe is. Mert mit is rejt magában az előbbiekben röviden vázolt hologram-elv, azonkívül, hogy lehetővé teszi a teljes hullámfrontrekonstrukciót?





1. ábra. A hologram minden egyes pontja a szóban forgó térrész minden egyes pontjából kap információt. R = referencia sugárzás

Mint említettük, a hologram tulajdonképpen interferogram. Ugyanakkor a hullámterjedés Huygens-elvéből következik, hogy a hologram *minden egyes* pontja a szóban forgó térrész (tárgy) minden egyes pontjából kap információt (1. ábra). Így elvileg a hologram *minden egyes* pontja az *egész* térrészről tartalmaz kódolt formában információkat. Más szóval ez azt jelenti, hogy ha egy nagyobb felületű hologramot több részre szétvágunk, akkor *minden egyes* részletdarabból a szóban forgó *egész* térrészre vonatkozó hullámfront rekonstruálható, ha nem is olyan részletdúsan, mint egy nagyobb felületből, hiszen a felbontóképesség mindig a leképező rendszer apertúrájával kapcsolatos.

A hologramok ezen tulajdonságainak ismeretében a bionikus számára igen csábító a gondolat, hogy például az emlékezés és a hullámfrontrekonstrukció között analógiát keressen, hiszen közismert, hogy bizonyos megtanult viselkedési formák aránylag nagy agyi sérülések esetében is megmaradnak.

A hologram-elv ezen tulajdonságának segítségével értelmezhetővé válik, hogy miképpen lehetséges például olyan kis aggyal, mint egy denevére, olyan tökéletes térbeli tájékozódás: a térből származó összes, a denevér számára lényeges információk ugyanis a hologram-elv értelmében igen kis térfogatban tárolódhatnak, illetve rekonstruálhatók. E kérdésre különben a későbbiekben még visszatérünk, de előbb szólnunk kell a hologram néhány tulajdonságáról, amely ugyancsak szoros kapcsolatba hozható a biológiai információátvitellel.

Egy-egy hologramban ugyanis különböző információcsoportok (például képek) egymástól *függetlenül* tárolódhatnak és rekonstruálhatók anélkül, hogy egymást zavarnák, amennyiben a különböző információcsoportok más-más frekvencián „íródtak” be a hologramba. Hasonló ez ahhoz, mint amikor a híradástechnikában egyetlen csatornán egyidejűleg több beszélgetést folytatnak.

Különböző információcsoportok azonban egy hologramban egymás zavarása nélkül akkor is tárolódhatnak, ha azonos frekvencián továbbítottak, de ilyenkor a rögzítő elemnek (például fényképező lemeznek) minden egyes információcsoport rögzítése előtt el kell „fordulnia”, hogy az egyes információcsoportokhoz tartozó interferenciaképek ne kerüljenek egymással teljesen fedésbe.

A hologram-elv fényében ezek után már a bionikus számára érthetőbbé válik, hogy miért van összefüggés — ha nem is lineáris — az élőlények agytérfogata, agyuk barázdáltsága és értelmi képessége között: a nagyobb agytérfogat többfajta „információcsoport” rögzítését teszi lehetővé, a barázdáltság viszont nagyobb „tároló” felületet jelent és ugyanakkor lehetővé teszi, hogy hasonló jellegű információcsoportok (például látással, szaglással stb. kapcsolatosak) közelebb tárolódjanak egymáshoz, és így könnyebben alakulhassanak ki közöttük asszociációs pályák. Ugyanakkor azonban a nagyobb agytérfogat és nagyobb fokú barázdáltság *egy-magában* véve nem jelent — mint ahogy az életben valóban nem is jelent — nagyobb fokú értelmi képességet, mivel az is döntő, hogy milyen az agyállomány információ-tárolás szempontjából lényeges részének szövettani felépítése, hogy úgymondjuk,



milyen a vonal/milliméter felbontóképessége. Nagy vonal/milliméter felbontóképességű szövet kis térfogatban is több információt képes tárolni, mint a kis felbontóképességű nagy térfogatban, s így érthető, hogy miért lehetett Anatole France-nak, a világ egyik legszellemesebb és legtöbbszörösen képzett írójának agyveleje az átlagnál jóval kisebb súlyú: 1017 gramm, és ugyanakkor a világ legnehezebb agyvelejével miért éppen egy idióta dicsekedhet.

Sajnos ma még nem tudjuk, hogy mi lehet az agyszövet vonal/milliméter felbontóképessége, de azért bizonyos becsléseket tehetünk. Kiindulva abból, hogy egy korszerű fényérzékeny emulzió felbontóképessége is néhány ezer vonal/mm, valószínűleg nem becsljük túl, ha az agyszövetét legalább  $10^4$  vonal/mm-nek tekintjük. Ez azt jelenti, hogy egy köbcéntiméter térfogatban  $10^{15}$  kis elemi kocka áll az információtárolás rendelkezésére. Ha feltételezzük, hogy egy-egy ilyen kis kocka csupán 8—10 intenzitás szintet tud megkülönböztetni (aminél többre, 500-ra még egy fényérzékeny emulzió is képes), úgy minden egyes kis kocka kb. 3 bit információ tárolására képes, lévén  $2^3=8$ . Így az agyszövet információkapacitása legalább  $3 \cdot 10^{15}$  bit/cm<sup>3</sup>-re tehető.

Az eddig elmondottakon túlmenően a holográfia elve alapján olyan kérdésekre is választ lehet kapni, mint pl.: miért asszociálódnak egy-egy beérkező információ-csomag hatására már más, régebbi látszólag oda sem tartozó emlékek, sőt még olyan kérdések is értelmezhetők, mint mi a „fantázia”. Mielőtt azonban az ilyenszerű kérdéseket taglalnánk, amelyek a hullámfrontrekonstrukcióval függnek össze, az eddig elmondottak illusztrálására egyes élőlényeknél tapasztalható echolokáció mechanizmusát kíséreljük meg a bioholográfia alapján értelmezni.

### Állatok echolokációjának mechanizmusa a bioholográfia tükrében

Ismeretes, hogy számos élőlény, így többek között a denevérek, delfinek, egyes madárfajták, mint pl. a szalonkák, baglyok, némely esti fecske stb. a saját maga által kibocsátott hang, illetve ultrahangimpulzusok útján térbeli információkat szereznek. Kezdetben ez az információszerezés viszonylag egyszerűnek tűnt, mivel arra gondoltak, hogy csak az impulzusok futási idejének észleléséből történik a tájékozódás. Kissé jobban utánagondolva e jelenségeknek, az echolokációval kapcsolatban számos olyan probléma merült fel, amelyre véleményünk szerint feleletet jelenleg csak a bioholográfia képes adni. Így

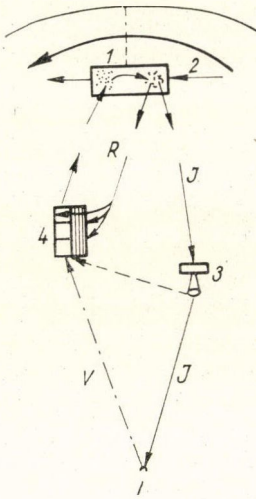
1. miképpen választja ki az élőlény saját hangjelzéseit a többi hasonló állat jelzései közül, nem is beszélve a környezet zavaró zajszintjéről, hiszen amilyen jel/zaj viszony mellett ezek az állatok az információkat még ki tudják értékelni, az messze felülmúlja a telemetriában és rádiócsillagászatban használt technikákat,

2. a denevéreknél például az ultrahangimpulzusok időtartama általában 1—10 ezredmásodperc között van, úgyhogy egy-egy energiaimpulzus a térben kb. 0,3—3 méternyi útszakaszt foglal el, vagyis az 1,5 m távolságnál közelebb levő tárgyakról a visszhang nyilván visszaérkezik, még mielőtt az adás megszűnne,

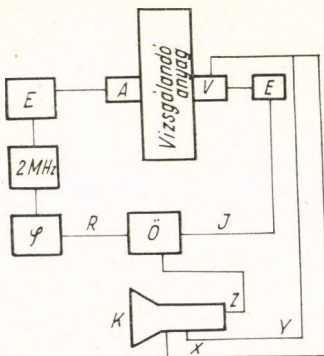
3. a denevérek például 0,1 mm nagyságrendű rovarokat is észlelnek, holott az általuk használt hullámhossz több, mint egy nagyságrenddel nagyobb,

4. honnan tudja a denevér, hogy a tárgy, amelyről az impulzus visszaverődik, élelem-e vagy kikerülendő tárgy?





2. ábra. A hologram-elv érvényesülése a denevér echolokációjában. 1. Az agy parancskiado központja, 2. Végrehajtó központ, 3. Ultrahang gerjesztés, 4. Kiértékelő központ, R = referencia jel útja, J = adathordozó jel útja, T = tárgy, V = a tárgyról visszavert, információkat hordozó jel útja



3. ábra. A denevérnél érvényesülő hologram-elv elektroakusztikai analógja. A = adófej, V = vevőfej, E = erősítő,  $\phi$  = fázisfordító, Ö = összegező, R = referencia sugár, J = jelhordozó sugár, K = képernyő

5. Hogyan képes a denevér az apró rovarokat nemcsak detektálni, hanem el is kapni, méghozzá olyanokat, amelyek ugyanakkor megpróbálnak az elkapás előtt kitérni?

6. A denevérek nemcsak különbséget tudnak tenni függőleges és vízszintes, illetve ferde rácsozat között, hanem — mint számos kísérlet alapján kiderült — alakfelismerő képességük is van, és ez egyszerű impulzusvisszhang-elv alapján nemigen értelmezhető [11].

E kérdésekre választ keresve egyre inkább előtérbe kerül a gondolat, hogy ezek az állatok az akusztikai hullámok segítségével a térről képszerű, méghozzá három dimenziós információt szereznek. És ezzel el is jutottunk a biológiai hologramelvhez. Hogy ez miképpen érvényesül a denevéreknél, azt a 2. ábra segítségével könnyen megérthetjük. Előljáróban azonban annyit, hogy a biohologram-elv szempontjából teljesen mindegy, hogy folyamatos hullámról vagy hullámcsomagról, impulzusról van-e szó, sőt végső fokon — és erre még visszatérünk — az sem zavar, ha egy ilyen impulzus frekvenciája az idő függvényében változik, mint ahogy az némely denevérfajnál tapasztalható. A jobb áttekinthetőség kedvéért ezért ábránkon csak a hullám útját tüntetjük fel.

Ismeretes [12], hogy amikor a denevér ultrahanghullámokat bocsát ki, a kibocsátáskor mintegy önmagát is értesíti, hogy egy hullámot bocsátott ki (szaggatott vonal). A hologram-elv értelmében ez pedig nem más, mint a koherens háttér, a referenciahullám biztosítása. Így a tárgyról visszaverődő, amplitúdójában és fázisában a tárgyról információt hordozó hullám fázisjellegű információja a

hologram-elv értelmében amplitúdóinformációvá alakul át és rögzítődik, illetve kerül további feldolgozásra. Jelen tanulmánynak most nem célja annak vizsgálata, hogy milyen biológiai folyamat révén, milyen „technika” szerint történik ez a rögzítődés, mégis utalni szeretnénk a denevérek echolokációjában résztvevő agyi sejtek struktúrájára és elrendeződésére, és hogy ezek mennyire „hologram-szerű” benyomást keltenek.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy amikor a denevér önmagát is értesíti, hogy ultrahanghullámokat bocsát ki, akkor ez szinte biztos, hogy *nem* akusztikai hullám útján történik, hanem ugyanolyan ingerület útján, mint amilyen révén az információkat hor-



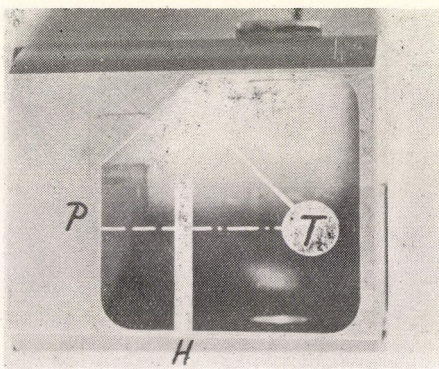
dozó visszavert hullámot felfogó szervből a megfelelő agyi részekhez jut. E gondolat jobb megértése érdekében tekintsük meg a 3. ábrát, amelyen az említett folyamat elektroakusztikai analógiáját mutatjuk be.

A denevér agyának azon része, amely a parancsot az ultrahanghullámok kibocsátására kiadja, megfelel az elektronikus generátornak, amely a nagyfrekvenciás elektromos rezgéseket gerjeszti, míg a denevér ultrahangkibocsátó szervének az adófej piezoelektromos kristálya. Ez alakítja át az elektromos rezgéseket mechanikaiakká, azaz ultrahangokká. A tárgyról visszaverődő és azokról információkat hordozó ultrahanghullámokat az információk rögzítése, illetve feldolgozása céljából ugyancsak piezoelektromos kristály (amely azonos is lehet az adóval) alakítja vissza elektromos jelekké. Mivel a hologram-elv megvalósulásához csak az szükséges, hogy

a referencia és jelhordozó hullám összegeződjék, és ebben az esetben ez az összegeződés elektromos úton történik, nem szükséges, hogy a referenciahullám elektromos jelet előbb ultrahangra, majd ismét vissza elektromos jellé alakítsák és úgy adják a vevőfej által ismét elektromos jellé változtatott információt hordozó jelhez, hanem ez közvetlenül a kétszeres átalakítás mellőzésével is megtörténhet. A lényeg, hogy a tárolásra, illetve további feldolgozásra olyan jelet kapjunk, amely amplitúdóinformáció formájában szétválasztható módon tartalmazza a jelhullám amplitúdójához és fázisához kötött információkat. Ez pedig jelen esetben fennáll.

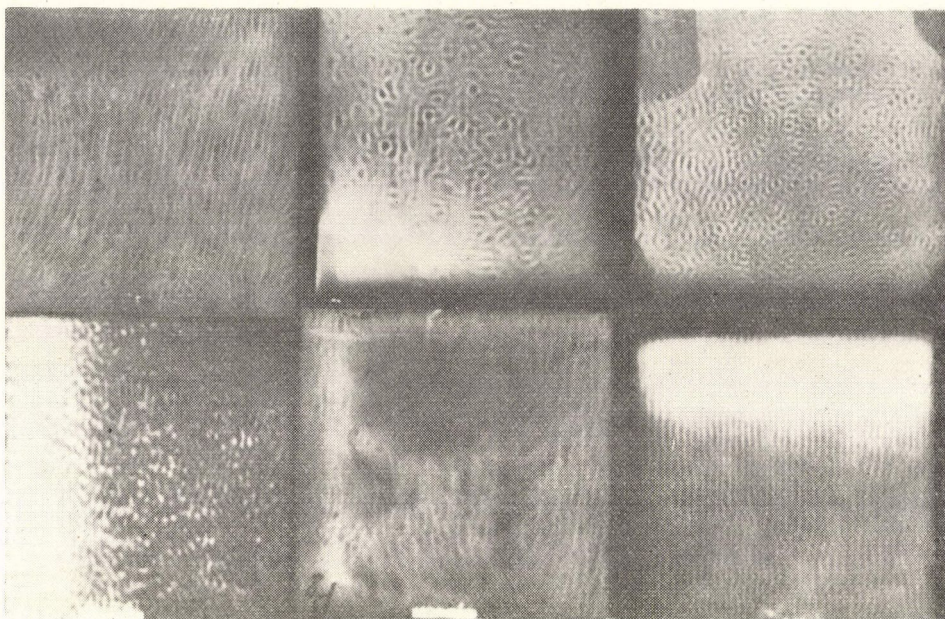
Mivel az említett elektronikus analógia megvalósítása jelenlegi lehetőségeimet meghaladó műszerezettséget követel (ilyen jellegű összeállításnak igen nagy gyakorlati jelentősége lehet), és mi mégis demonstrálni kívántuk a denevér echolokációs mechanizmusában érvényesülő hologram-elvet, ezért kidolgoztuk a 4. ábrán látható berendezést, amely a következőképpen működik:

A *P* piezoelektromos kerámialap egy elektromos generátor nagyfrekvenciás rezgéseit MHz körüli frekvenciájú ultrahangrezgésekké alakította át. Az így gerjesztett ultrahangnyaláb egy részét egy ékkel megtörtük és ebből alakítottuk ki a jelhordozó ultrahangsugarat (folyamatos vonal), amely *T* tárgyról verődött vissza (eredmény-vonal), és jutott el a *H* síkba, ahova a hangérzékeny lemezt helyeztük. Ez a sík felelt meg a denevéragy azon sejtcsoportjainak, ahol az ultrahanghologram útján kapott információk rögzítődtek. A *P* piezoelektromos kerámiáról származó, el nem térített sugárnyaláb (szaggatott vonal) szolgál koherens háttérül, illetve referenciasugárként, vagyis ez felelt meg annak, hogy a denevér önmagát is értesíti, hogy ultrahanghullámot bocsát ki. Mivel a csatoló közeg, azaz amelyben az ultrahangok terjedtek, folyadék volt, és itt a hang terjedési sebessége mintegy 4–5-szöröse a levegőben mértnek, de ugyanakkor a használt ultrahangfrekvencia is 4–5-szöröse volt a denevéreének, a hullámhosszak mindkét esetben kb. azonos nagyságrendben

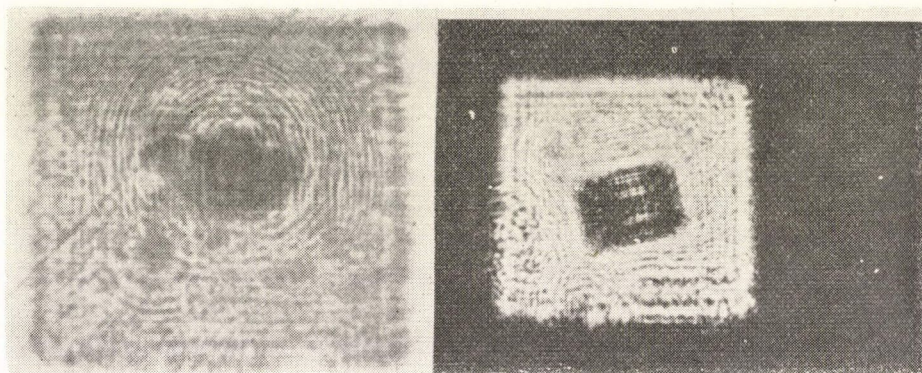


4. ábra. Berendezés a denevér echolokációjának modellezésére a hologram-elvnek megfelelően. *P* = elektroakusztikai átalakító, megfelel a 2. ábra 2 és 3 pontjának, *T* = tárgy, *H* = szonoszennitív lemez, melyen a hologram kialakul, megfelel a 2. ábra 4. pontjának, a kihúzott vonal a 2. ábrán a *J*-nek, a — — — vonal a *V*-nek, míg a ——— vonal az *R*-nek felel meg





5. ábra Részletek különböző tárgyakról készült hologramokból



6. ábra. Ultrahanghologram rekonstrukciója: baloldalsó egy plexi gömbről, a jobboldalsó egy téglalakú vasdarabról

voltak, s így a párhuzamba állítás jogos. Az 5. ábrán különböző alakú tárgyakról kapott ultrahanghologramokat láthatunk, amikről természetesen nem ismerhetők fel, hogy tulajdonképpen mit ábrázolnak, hiszen ehhez el kellene végezni a koherens háttér „kivonását”, azaz a hullámfrontrekonstrukciót, ami azonban több technikai problémát vet fel. Kimutatható ugyanis [13], hogy a rekonstrukció, vagyis az amplitúdó- és fázisinformációk visszanyerése csak akkor következik be 1:1 arányban, ha annak a hullámnak a hossza, amellyel a hologram készült, megegyezik a re-



konstrukcióban használtával. Ha viszont a rekonstrukcióban alkalmazott fény *hosszabb*, akkor a hullámhosszak arányában *nagyított*, ha meg *rövidebb*, ugyanilyen arányban kicsinyített, de azért háromdimenziójú képet nyerünk. Mivel azonban a szóban forgó ultrahanghullámok hossza általában két-három nagyságrenddel kisebb, mint a rekonstrukciónál használatos látható fényé, a rekonstrukciókor ennek megfelelő arányban kicsinyített képet kapunk, és ezért ahhoz, hogy az így rekonstruált képet láthassuk, a hullámhosszak viszonyának arányában optikai nagyítást kell alkalmaznunk, ami különböző, itt nem részletezhető okok miatt nem könnyű feladat, de megoldható. Ezzel kapcsolatban a megfelelő szakirodalomra hivatkozunk [14]. A 6. ábrán néhány ultrahanghologram rekonstrukcióját mutatjuk be, melyek annak ellenére, hogy még igen rossz a jel/zaj viszony — ez elsősorban a rendelkezésre álló, nem egészen e célra megfelelő optikai berendezésre vezethető vissza —, az ismertetett elv helyességét bizonyítják.

### A biológiai hullámfrontrekonstrukció

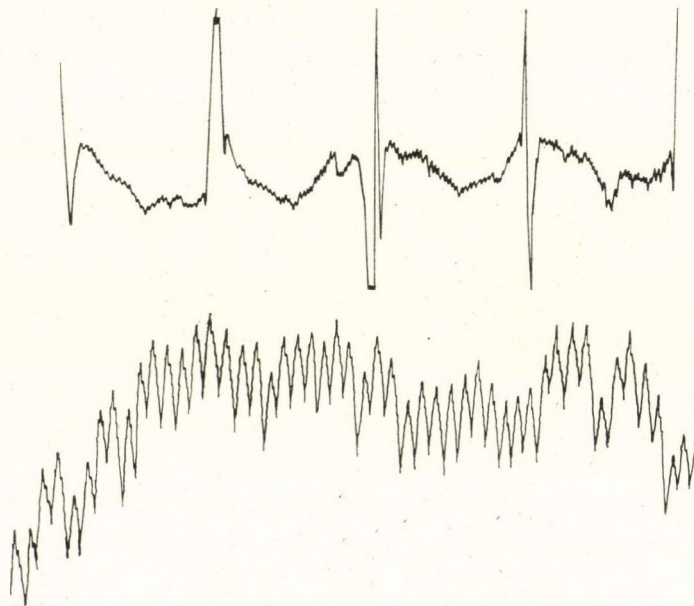
Nyilvánvaló, hogy a biológiai hullámfrontrekonstrukcióban a dekódolás nem történik fény, akusztikai, de még elektromos hullámokkal sem, hanem csak olyan élettani folyamatok révén, amelyek az agyban végbemehetnek. Se nem célunk, se nem feladatunk most ezen élettani folyamatok mechanizmusával foglalkozni, de a továbbiak megértése érdekében utalnunk kell arra, hogy ezen folyamatoknál a kibernetikából jól ismert bináris kódolási elvek érvényesülnek. Ennek tudatában aztán már nem is olyan nehéz értelmezni, hogy miképpen játszódhat le az amplitúdó- és fázisinformációkat *egyidejűleg* tartalmazó, a hologram-elv alapján a kiértékelésnél már csupán amplitúdóinformáció formájában jelenlevő jelek dekódolása úgy, hogy valóban az eredeti információcsomag álljon az élőlény rendelkezésére, például egy tárgyról háromdimenziójú kép benyomása legyen. Ehhez csupán a holográfia matematikai hátterével kell megismerkednünk, anélkül azonban, hogy most annak mélységeibe behatolnánk.

Ez a matematikai háttér tulajdonképpen nem is egészen új. Abbé [15] és Zernike [16] képalkotási elméletére támaszkodik, amely kimondja, hogy a kép a tárgy diffrakciós képének a diffrakciós képe. Más szavakkal ez azt jelenti, hogy a tárgyról visszaverődő (vagy rajta áthaladó) hullámok előbb szóródnak, majd a szóródó hullámok újból egyesülnek (pl. lencse segítségével) és szolgáltatják a képet. (Itt kell megjegyeznünk, hogy ezen megfontolásokat fényre dolgozták ugyan ki, de akusztikai hullámokra is érvényes [4, 5], sőt véleményünk szerint kiterjeszthető bármilyen információt hordozó bármilyen hullámféleségre, csak ilyenkor a „kép” fogalma alatt szállított információcsomagot (logont) kell érteni. Ugyanakkor Bragg [17] kimutatta, hogy szoros kapcsolat van a diffrakciós képek és a Fourier-transzformáció között. A Fourier-transzformáció egyik lényeges tulajdonsága viszont a megfordíthatóság, vagyis a Fourier-transzformált Fourier-transzformáltja maga az eredeti kép (információcsomag). A hologram viszont, mint tudjuk, lényegét tekintve diffrakciós kép, vagyis Fourier-transzformált, és így megfelelő Fourier-transzformációs műveletek révén belőle az eredeti kép kinyerhető, azaz az eredeti amplitúdó- és fázisinformációkat tartalmazó hullámfront rekonstruálható. Hogy ez a gondolatör nem csupán elméleti okoskodás, azt nemrég Goodman és Lawrence [18] úgy bizonyították be, hogy egy tárgyról laserrel készített hologramot nem fény-



képezőlemezre, hanem egy televíziós felvevő vidikonjának fényérzékeny rétegére képezték le. A vidikon elektronsugara aztán ezt a felületet  $256 \times 256$  pontban úgy tapogatta le, hogy pontonként nyolc intenzitásszintet, azaz nyolc amplitúdóértéket különböztetett meg. Ezen értékeket aztán olyan számítógépbe táplálták be, amely a *Cooley—Tukey* [19] algoritmus segítségével úgy volt beprogramozva, hogy ezen  $256 \times 256$  pont terület kétdimenziójú Fourier-transzformációját végezze el és a kapott értéket emelje négyzetre. Az eredményt képernyőre vive a felvett tárgy képét kapták.

Az elmondottakat az agyban lejátszódó hullámfrontrekonstrukciós folyamatokra alkalmazva azt jelenti, hogy amikor a hologram-elvnek megfelelően képzett jel-amplitúdókat (az most nem érdekes, hogy ezek tároltak-e vagy azonnal kiértékelésre kerülnek) az agy feldolgozza, ott a fenti matematikának megfelelő folyamat játszódik le, ha esetleg nem is ilyen algoritmus alapján. Természetesen a „feldolgozás” technikája ma még nem ismeretes, de az jelen tanulmány szempontjából most nem is lényeges.



7. ábra. Részletek a „linearizált” ultrahanghologramokból

Amennyiben az információk tárolódásának és feldolgozásának agyi folyamatában a holográfia elve érvényesül, úgy elképzelhető, hogy az agy azon részéről, ahol ez a feldolgozás megtörténik, levezetett bioáramok tartalmazzák — pl. denevér esetében — a tárgyról kapott *összes* információt az ismertett kódtolt formában. Ha tehát egy ilyen EEG görbével az említett művelet elvégezzük (esetleg más matematikai apparátust használva), akkor a képernyőn megjelenhet a denevér által detektált tárgy képe. Ezen feltételezés kísérleti bizonyítása természetesen igen bonyolult, de nem reménytelen, és hogy helyességét valószínűsítsük, az 5. ábrán bemutatott hologramokat a vázolt elvnek megfelelően kvantáltuk és egyben lineari-

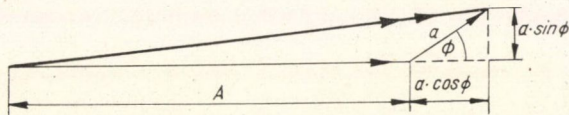


záltuk. Ez úgy történt, hogy mikrodenzitométerrel az ultrahanghologramot pontonként letapogattuk és a kapott intenzitásértékeket ugyancsak nyolc intenzitás szintet különböztetve meg, a pontok sorrendjében grafikonszerűen felrajzoltuk. A 7. ábra részletet mutat be ilyen grafikonokból. Hasonlóságuk egy EEG-görbéhez, úgy véljük, nem vitás. A görbék például azt is jól szemléltetik, hogy különböző alakú tárgyakról rögzített információk értelemszerűen különbözőek.

### Válaszok az állatok echolokációjával kapcsolatban felvetett kérdésekre

Miután ismertettük, hogy miképpen képzeljük el a hologram-elvnek a biológiai információfeldolgozásban való érvényesülését, megkíséréljük a denevérek echolokációjával kapcsolatban felvetett problémára a hologram-elv alapján a feleletet megadni. Így

1. a jel/zaj viszony jósága egyenesen a hologram-elv következménye, és nem valamilyen külön képesség. Először is monokromatikus és a referenciahullámmal mindig azonos frekvenciájú hullámokról van szó, tehát más frekvenciájú hullámok eleve nem zavarhatnak. Ha pedig a zajban a saját jelhullámnak megfelelő frekvencia is akad, például egy másik denevére, akkor sincs különösebb baj.



8. ábra. A fázisinformáció átalakítása amplitúdóinformációvá

Ennek megértése érdekében nézzük meg a 8. ábrát, ahol  $A$  a koherens háttér, a referencia hullám amplitúdóját („értésítette önmagát, hogy ultrahanghullámot bocsát ki”),  $a$  a jelamplitúdót és  $\Phi$  a fázist jelenti. Ezek az amplitúdóvektorok a hologram síkjában összegeződnek, amely azonban, mint tudjuk, csak intenzitásra érzékeny, azaz az eredő négyzetére, vagyis

$$(A + a \cdot \cos \Phi)^2 + (a \cdot \sin \Phi)^2 = A^2 + a^2 + 2A \cdot a \cdot \cos \Phi. \quad (1)$$

A kifejezés első tagja nem változó, a második elhanyagolható, a harmadik az, amely az információt — mind az amplitúdóhoz, mind a fázishoz kötöttet hordozza, mégpedig  $2A$  tényezővel „felerősítve”. Ez tehát azt jelenti, hogy ha a zajszint növekszik, a saját frekvenciajel amplitúdójának növelésével az információt hordozó tagnak az intenzitása a koherens háttér erősítésének a kétszeresével növekszik. Márpedig megfigyelték [20], hogy a denevérek a külső zajszint növekedésekor növelik a „belső értesítés”, a referencia szintjét. Az azonos frekvenciájú, de más eredetű hullámok viszont azért sem zavarhatnak, mert nem koherensek a referenciahullámmal.

2. A biológiai hologram-elv teljes egészében feloldja azt a problémát is, ami az 1,5 m-nél közelebb levő tárgyakról származó információkkal kapcsolatos. Ez ugyanis összefügg azzal, amit már említettünk, hogy a hologram-elv értelmében egészen mindegy, hogy folyamatos hullámról vagy impulzusról van-e szó. A vevő „körzet” ugyanis teljesen független az adóétól, azt nem zavarja. A denevér agyában ugyanakkor anatómiailag jól elkülöníthető az adás és vétel területe, tehát a távolság, amit a denevér detektálni tud, elsősorban attól függ, hogy mennyi időre van szüksége a kapott információk felfogására, illetve feldolgozására. Persze annak



megismerése, hogy a denevér agyának ez a része élettanilag miképpen működik, még a jövő feladata.

3. A biológiai hologram-elyből levezethetőnek tűnik az is, hogy a denevérek miért képesek az általuk kibocsátott hullámhosszaknál nagyságrendileg kisebb rovarokat is észlelni. Ilyenkor ugyanis fellép az ismert diffrakciós jelenség, a hullám szóródik a hosszánál kisebb részecskéken. Ennek a szóródásnak a mértéke részben a hullámhossz és a rovarméret viszonyától, részben pedig az alkalmazott frekvenciától függ. (Gondoljunk csak arra, hogy egyes denevérfajták folytonosan változtatják a frekvenciájukat.) Egy tárgy okozta hullámdiffrakció és a hologram közti viszonyról már szóltunk, és így különösebb magyarázatot nem igényel, hogy a biológiai hologram-elv alapján a denevér miért képes az általa alkalmazott hullámhossznál kisebb tárgyakat is észlelni. Talán csak egy hasonlattal élünk: tulajdonképpen nem is tárgyat észlelni, hanem azt, hogy a különben egységes, homogén észlelőterében a tárgynak megfelelő „mélyedés”, illetve „lyuk” van.

4., 5. A denevér azon képessége, hogy különbséget tud tenni élelem és kikerülő tárgy között, főleg azzal függ össze, hogy az élelmet jelentő rovar és a kikerülő tárgyak más-más mértékben nyelik el, illetve verik vissza (szórják) az ultrahangsugarakat, és ez mint amplitúdóinformáció jut a denevér agyának kiértékelő központjába, ahol azonban előzőleg a biológiai hologram-elv értelmében már „felerősítve” kerül kiértékelésre. Ezt úgy is meg lehet fogalmazni, hogy mivel a kikerülő tárgyak általában jobban verik vissza az ultrahangokat, kontrasztosabbnak, erőteljesebbnek tűnnek fel és így riasztóan hatnak, ugyanakkor a gyengébbnek látszók mintegy csalogatják a denevért, és ezzel egyben az is értelmezhető, hogy miért képes a denevér az elkapás elől manőverezéssel menekülő rovat elkapni.

Még ezen inger mértékére is kaphatunk valami felvilágosítást, ha figyelembe vesszük, hogy egy  $F$  felületű mozgó tárgyra eső energia  $E_m$ , amennyiben  $E$  a hang energiája, az alábbi összefüggéssel fejezhető ki:

$$E_m = E \left( \frac{e^{-2\alpha h}}{h^2} + \frac{4(1-\beta)}{\beta F} \right)^2 f, \quad (2)$$

ahol  $f$  az ultrahangsugárnyaláb keresztmetszete,  $\alpha$  a levegő,  $\beta$  a tárgy elnyelési együtthatója, míg  $h$  a tárgy és a denevér mindenkori távolságának kétszerese, figyelembe véve a Doppler-hatást is (lényegtelen, hogy a tárgy, a denevér vagy mindkettő mozog-e).

6. A denevérek echolokációjának megértésénél kétségtelenül az alakfelismerés jelenti a legnagyobb problémát. Az 1. és 2. pontban felvetettük ugyanis már eddig is megkíséreltek több-kevesebb sikerrel feleletet adni [21], azonban ezek a próbálkozások nem voltak beilleszthetők egy általános, a denevér minden tevékenységét értelmező rendszerbe. A biológiai hologram-elvből azonban az alakfelismerhetőség is levezethető. Ennek megértése érdekében néhány szót szólnunk kell az úgynevezett térszűrésről, amelyet mintegy 100 évvel ezelőtt Abbé tárgyalt először, mikor a koherens képalkotás Fourier-elméletét megalkotta. Nemrég ennek egy különleges változatát, az úgynevezett „csatolt” szűrőket (matched filter) betűfelismerő berendezéseknél kezdték alkalmazni. Ezek azon a már említett tételen alapszanak, hogy egy tárgy diffrakciós képének diffrakciós képe maga a tárgy. Ha tehát úgy tudjuk egy tárgy diffrakciós képét rögzíteni, hogy sem az amplitúdókhoz, sem a fázishoz kötődő információ nem vész el, s ugyanakkor az ismeretlen térrész diff-



rakációs képét az itt uralkodó törvényeknek megfelelően hozzáadják, akkor kiderül, hogy a szóban forgó térrész tartalmazza-e a kérdéses tárgyat vagy sem [22, 23]. Amikor ugyanis a tárgy és térrész közös diffrakciós képeinek diffrakciós képét képezzük, mindazokban a pontokban, ahol a tárgy és a térrész diffrakciós képe között korreláció van — más szóval ha a térrészben a keresett tárgy ott van, — akkor az alkalmazott technikától függően világos vagy sötét folt jelenik meg a térrész azon helyén, ahol a tárgy van. Ugyanakkor e folt erőssége a korrelációs fokot is jelzi, vagyis azt, hogy a térrészben levő kérdéses tárgy mennyire „azonos” az általunk keresettel, vagyis azzal, amelynek diffrakciós képét — ez tulajdonképpen hologram, hiszen mind az amplitúdó-, mind a fázisinformációkat egyidejűleg tartalmazza — mint szűrőt használtuk. Ezen megfontolás kísérleti bizonyítását fénysugarakkal már többen is megadták [24, 25]. Így többek között kiderült, hogy például egy *E* betű hologramját elkészítve és azt egy olyan térrész diffrakciós képéhez adva, mely különböző betűket tartalmaz, a közös diffrakciós kép diffrakciós képében, vagyis a hullámfrontrekonstrukcióban mindenütt, ahol e térrészben *E* van, világos pont lesz észlelhető, illetve többé-kevésbé világos pont is jelentkezik, például az *E*-hez hasonló *B*-nek megfelelő helyen is, de ennek fényereje az *E*-nél megjelenő fényeségnek csak 81%-a.

Ezek előrebocsátása után, amennyiben elfogadjuk, hogy a denevérek térbeli tájékozódásánál a hologram-elv érvényesül, az alakfelismerőképesség már nem is tűnik olyan megmagyarázhatatlannak. Ilyenkor ugyanis nem történik más, mint az, hogy a denevér agyában egy-egy alakzatról a hologram-elvnek megfelelően tárolt diffrakciós képet összehasonlítja egy akkor képzett diffrakciós képpel és megállapítja a kettő közti korrelációt. Az eközben lejátszódó biológiai folyamatokat természetesen még nem ismerjük. E korreláció megállapítása pedig ugyanúgy történhet a bináris kódok alapján, mint a már ismertetett egyszerű hullámfrontrekonstrukció.

### A biológiai hologram-elv kiterjesztése

Mivel a hologram-elv információt hordozó bármilyen hullámféleségre alkalmazható, nyilvánvaló, hogy ha valóban létezik biológiai hologram-elv — és mi úgy véljük, hogy igen —, akkor ez nemcsak a denevérek tájékozódási mechanizmusában nyilvánul meg. Anélkül, hogy most részletekbe merülnénk, néhány gondolatot szeretnénk megemlíteni, amelyek esetleg most még túl merésznek tűnnek, de szervesen következnek a biológiai hologram-elvből.

Mindenekelőtt az előző fejezetben említett térszűrés segítségével megkíséréljük értelmezni, miért is van az, hogy számtalan esetben, például egy tárgy megpillantásakor, látszólag egymással össze nem függő dolgok asszociálódnak. Elfogadva, hogy a külvilágtól kapott információk a hologram-elvnek megfelelően tárolódnak, önkénytelenül arra kell gondolnunk, hogy ilyenkor hasonló folyamat játszódik le, mint a térszűréskor, csak most a frissen kapott információ „diffrakciós képe” szolgáltatja a szűrőt és a már hologram-elvnek megfelelően tárolt emlékekben „világít fel” egy-egy részlet, amelynek diffrakciós képe többé-kevésbé korrelál a friss információ diffrakciós képével.

A dominancia-elv értelmében látszólag ellentétes irányú hatások is egyetlen irányban erősítően hathatnak. A biológiai holográfia elve alapján ez úgy értelmezhető, hogy a látszólag ellentétes hatásokban is mindig vannak olyan információ-



elemek (logonok), amelyek azonosak a dominálóban is találhatók. Ilyenkor a térszűrési elv értelmében csak ezek jutnak el az információfeldolgozáshoz, ahol tovább erősítik az amúgy is domináló információcsoporthoz. Így például ha valaki nagyon fél, hiába mondjuk, hogy „ne félj!”, ezen információcsoporthoz a térszűrés következtében csak a „félj” fog hozzá eljutni. Sőt, még az is előfordulhat, hogy addig a „félni” gondolatot alátámasztó indokokhoz eddig nem szereplők közül újabbak járulnak, mert a térszűrés révén az ilyenszerű emlékek is asszociálódnak.

Rendkívül veszélyes, amikor szólásmondásokból messzesemenő következtetéseket akarnak levonni, annak ellenére, hogy ezek is tartalmazhatnak igazságot. Így ha valaki valamilyen jelenségnek többet tulajdonít, mint megéridemel, azt mondjuk, hogy felnagyítja a dolgokat. De miért teszi? Ő is ugyanazon információkat kapja, mint a környezete, s azok nem tulajdonítanak olyan jelentőséget az információknak, mint ő. Ha azonban arra gondolunk, hogy az információk a hologram-elvnek megfelelően tárolódnak, és hogy visszajátszáskor a „méretek” attól függenek, hogy milyen hullámhosszon történik a rekonstrukció, akkor önkénytelenül adódik a kérdés, hogy vajon az ilyen egyéneknél, esetleg mint kóros állapot, nem történik-e más hullámhosszon a rekonstrukció, mint az információk rögzítése? E kérdésen úgy véljük, ugyancsak érdemes elgondolkozni.

### Ellenérvek

A biológiai hologram-elv kidolgozása még a kezdet kezdetén tart. Kísérleti tényekkel való bizonyítása, mint láttuk, elég csekély, s egyelőre inkább közvetett, mint közvetlen. Így tehát nem egy érvet lehet ellene felhozni, melyek közül talán csak egyet mint leglényegesebbeket említenénk meg.

Igaz, a denevéreknél sikerült kimutatni a koherens hátteret (értésíti önmagát, hogy hullámot bocsát ki), de mi a helyzet olyan élőlényeknél, amelyek nem maguk bocsátják ki az információt hordozó hullámot, hanem a tőlük függetlenül létező hullámok hordozta információkat dolgozzák fel, mint pl. a látásnál?

### Köszönetnyilvánítás

Köszönetet szeretnék mondani *Bugdahl Volke* tudományos munkatársnak az ultrahangholográfiái kísérletekhez nyújtott segítségével.



## IRODALOM

1. Gábor D., *New Scientist*, jan. 13. 74. 1966.
2. Gábor D., *Nature* 161, 777, 1948.
3. Gábor D., *Proc. Roy. Soc. (London) A* 197, 454, 1962.
4. Greguss P., 2nd National Conference on Ultrasonics. Praha, 1965.
5. Greguss P., 12. Seminarium z akustyki. Warszawa, 1965.
6. Greguss P., *Research Film*, 5, 330, 1965.
7. Stroke G. W., *An Introduction to Coherent Optics and Holography*. Acad. Press New York, 1966.
8. Leith E. N., J. Upatnieks., *J. Opt. Soc. Am.* 53, 1377, 1963.
9. Greguss P., *Science Journal* 2, 83, 1966.
10. Greguss P., 4th Congress on Acoustics. Budapest, 1967.
11. Griffin D. R., A. D. Grumel., *Science* 128, 145, 1958.
12. E. S. Ajrapetjanc., A. T. Konsztantinov, *Voproszi Bioniki, Akad. Nauk. SzSzsR. Nauka* kiadó, 445—453, 1967.
13. Diamond F. I., *J. Opt. Soc. Am.* 57, 503, 1967.
14. Tricoles G., E. L. Rope., *J. Opt. Soc. Am.* 57, 587, 1967.
15. Abbe E., *Archiv f. Mikroskop. Anat.* 9, 413, 1873.
16. Zernicke F., *La théorie des images optiques*. Paris CNRS 1946.
17. Bragg W. L., *Nature* 143, 678, 1939.
18. Goodman J. W., R. W. Lawrence., *Appl. Phys Lett.* 11, 77, 1967.
19. Cooley J. W., J. W. Tukey: *Mathematics of Computation* 19, 297, 1965.
20. E. S. Ajrapetjanc., A. T. Konsztantinov., *Voproszi Bioniki, Akad. Nauk SzSzsR, Nauka* kiadó, 334—341, 1967.
21. Maréchal A., P. Croce, *Compt. Rend.* 237, 607, 1953.
22. Strother G. K., *J. Acoust. Soc. Am.* 33, 696, 1961.
23. Vander Lugt A., *Proc. IEEE IT-10* 134, 1964.
24. Kozma A., D. L. Kelly, *Appl. Opt.* 4, 387, 1965.
25. Brown B. R., A. W. Lohmann, *Appl. Opt.* 5, 967, 1966.







# PLAZMASPEKTROSKÓPIA

BITÓ JÁNOS

HIKI, Budapest

## 1. Bevezetés

Az optikai tartományban végzett plazmavizsgálatok egyik legrégebbi fejezete a plazma emissziós és abszorpciós tulajdonságainak elemzésével foglalkozó módszer-csoport. Az első vizsgálatok csak a kisülések által kisugárzott fény kvalitatív elemzésére és ennek alapján a plazmát alkotó komponensek meghatározására (spektrál-analízis) korlátozódtak. A mai plazmaspektroszkópia célja: a plazmajellemzők és a közöttük fennálló kvantitatív összefüggések meghatározása s ezzel mintegy kiegészítő vizsgálatként, az egyes esetekben kialakított plazma diagnosztika teljessé tétele, illetve független ellenőrzése.

Ennek megfelelően e vizsgálatok hullámhossztartománya igen széles, a milliméter alatti hullámhosszaktól egészen az infravörösig terjed. Ezen belül elsősorban a látható és a közeli ultraibolya színtartományban végzett vizsgálatok bírnak komoly jelentőséggel. A vizsgálati módszerek általában kevésbé ismertek, ennek oka, hogy az átlagos laboratóriumi plazmák esetén több olyan más vizsgálati módszerrel is rendelkezünk, amelyek alkalmazása célszerűbb, egyszerűbb, könnyebb követhetősége és nem utolsósorban e plazmák alacsonyabb hőmérséklete miatt.

A plazmaspektroszkópia elsősorban a forró, fúziós plazmák vizsgálatára szolgál, ahol e módszert gyakran a neutron fluxusmérésekkel kombinálva alkalmazzák. Meg kell említenünk azonban a plazmaspektroszkópia legnagyobb előnyét: az ide tartozó módszerek ugyanis olyan eljárások, amelyek a legkevésbé sem zavarják meg a vizsgált plazma állapotát, s alkalmazásuk nem jelent mérési beavatkozást, tehát ilyen szempontból teljesen passzív módszernek számítanak. A beavatkozási zavar szempontjából viszonylag közel áll e módszerekhez a kis teljesítményekkel végzett mikrohullámú szondázás, s egyes esetekben ebben a mérési osztályban szoktak helyet adni az infravörösben végzett laseres diagnosztikai eljárásoknak is. A plazmaspektroszkópia azon alapszik, hogy az alapvető plazmaparaméterek ( $N_e$  elektronkoncentráció,  $T_e$  elektron hőmérséklet,  $T_i$  ionhőmérséklet) lényegesen és egyértelműen befolyásolják a plazma által emittált színekvonalak alakját és intenzitását, mindenekelőtt pedig azok félértékszélességét. A plazmaspektroszkópia rendelkezésére álló hatásokat a módszerek könnyebb jellemzése és áttekinthetősége végett az alábbiakban csoportosítottuk:

- a) a hőmérsékleti hatásokra visszavezethető Doppler-kiszélesedés,
- b) a csillapítási jelenségek miatt fellépő természetes vonalkiszélesedés,
- c) a plazma mikroterei által kiváltott Stark-effektus,



- d) a plazma saját mágneses tere, vagy az alkalmazott külső mágneses tér miatt fellépő transzverzális és longitudinális, normális és anomális Zeeman-effektus (Paschen—Back-effektus),
- e) a plazmában kialakított makroszkópikus elektromos tér által kiváltott Stark-effektus,
- f) a Doppler-effektus kis távolságú, kis időtartamú plazmabeli mozgások által kiváltott analógja, ami ismét vonalkiszélesedés formájában mutatkozik meg,
- g) egyes vonalak intenzitásmérése, amely a gerjesztési hatáskeresztmetszetekkel, atomi és plazmajellemzőkkel ( $T_e$ ,  $N_e$ ) kapcsolatos felvilágosításokat szolgáltat,
- h) a kontinuum sugárzás — fékezési és rekombinációs sugárzás — vizsgálata, amely elsősorban a töltött részek koncentrációjára vonatkozóan ad felvilágosítást, viszont viszonylag kevésbé függ az elektronhőmérséklettől, főleg a látható szinképtartományban végzett méréseknél, az ott fellépő vonalak esetén.

A plazmaspektroszkópia külön fejezetét alkotják az időfelbontásos vizsgálatok és a plazma nagyfrekvenciás, valamint infravörös tartományban kibocsátott sugárzásának vizsgálati módszerei. Ezek elsősorban a fúziós berendezések pinch, lökeshullám, ütköztetési stb. jelenségeinek szinte specializált módszereit képezik.

A továbbiakban röviden áttekinthetjük a Stark-, Doppler-, Zeeman-effekussal nyújtotta vizsgálati lehetőségeket, valamint a kontinuum sugárzás megfigyelése révén mérhető plazmajellemzőket és utalunk a jelenleg elérhető időfelbontási szintre, s az ott alkalmazott módszerekre.

## 2. A vizsgálati módszerek

### a) A Stark-effektuson alapuló megfigyelések

Mivel az atomon belüli elektromos terekhez képest gyenge elektromos terekben elsősorban a lineáris Stark-effektus lép fel, a továbbiakban a kvadrátikus Stark-hatást figyelmen kívül hagyjuk, amint azt általában a plazmaspektroszkópiában tenni is szokás. Tegyük fel továbbá, hogy a plazmára nem hat külső elektromos tér, csak a töltött részecskék által létrehozott tér. Az elektronokhoz képest viszonylag lassan mozgó ionok hatását a félklasszikus, adiabatikus elképzelést elfogadva jellemezhetjük: az atomot gondolatban egy ekvivalens oszcillátorral helyettesítjük, amelynek frekvenciája a tér hatására felbomlik, ahol a Stark-kiszélesedés állandóját kvantummechanikai eszközökkel adhatjuk meg. Az elektronokkal kapcsolatos kép kialakítása lényegesen nehezebb. Ez esetben egy itt nem részletezendő adiabatikus modellt szokás alkalmazni, s a perturbált atom emisszióját tisztán kvantummechanikai eszközökkel célszerű jellemezni.

A hideg ionok által kiváltott Stark-kiszélesedés meghatározásához először az ionokra visszavezethető elektromos tér eredőjét kell megadni azon a helyen, ahol a kiszemelt úton tartózkodik, s ennek alapján lehet meghatározni a vonalforma és az ionhőmérséklet közötti összefüggést.



Az elektromos tér, amely egy kiszemelt  $t$  időpillanatban a semleges atomokra hat:

$$\vec{E}(t) = e \sum_{j=1}^N \frac{\vec{r}_{0j} + \vec{v}_j \cdot t}{|\vec{r}_{0j} + \vec{v}_j \cdot t|^3} \quad (1)$$

ahol  $\vec{r}_{0j}$  a  $j$ . atom helyzetvektora,  
 $\vec{v}_j$  a  $j$ . atom sebessége,  
 $e$  az elemi töltés.

Ebből kiindulva, *Markov* módszerével megadható annak a valószínűsége, hogy egy meghatározott időpontban és helyen az atomra ható elektromos tér erőssége egy előre kijelölt térerősség intervallumba esik. A megfelelő valószínűségi sűrűségfüggvény birtokában elvégezhetjük a számítást a Stark-effektus eredeti értelmezéséből kiindulva:

$$\omega_i(t) = \omega_0 \pm \Delta\omega_i, \quad (2)$$

ahol  $\omega_0$  a perturbálatlan atom által kisugárzott színekép vonal frekvenciája,  
 $\omega_i(t)$  a klasszikus, ekvivalens oszcillátor momentán frekvenciája,  
 $\Delta\omega_i$  pedig

$$\Delta\omega_i = \frac{\alpha}{e} |\vec{E}(t)| \quad (3)$$

kifejezéssel adható meg, ahol  $\alpha$  a lineáris Stark-konstans,  $E(t)$  pedig az (1) összefüggésből számolható térerősség. A Stark-komponensre vonatkozó  $J(\omega)$  spektrális intenzitást, az oszcillátorok rezgéseire megadható Fourier-integrál segítségével kaphatjuk meg:

$$J(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left| \frac{1}{2\pi T^{1/2}} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \exp \left[ i \left[ \omega_0 t + \int_{-\infty}^t \Delta\omega(t') dt' - \omega t \right] \right] dt \right|^2 \quad (4)$$

ahol az

$$\exp \left[ i \left( \omega_0 t + \int_{-\infty}^t \Delta\omega(t') dt' \right) \right] = z(t) \quad (5)$$

faktor az atom által kibocsátott perturbálatlan hullámot jellemzi. Bevezetve a

$$\varphi(\tau) = \overline{Z^*(t) \cdot Z(t+\tau)} \quad (6)$$

korrelációs függvényt, a

$$\tau = t' - t$$

esetre és a

$$\varphi(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} Z^*(t) \cdot Z(t+\tau) dt \quad (7)$$



alakot felhasználva a

$$J(\omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \exp[-i(\omega - \omega_0)\tau] \psi(\tau) d\tau \quad (8)$$

összefüggést kapjuk, ahol

$$\psi(\tau) = \langle \exp \left\{ i \int_0^{\tau} \Delta\omega(t') dt' \right\} \rangle \quad (9)$$

statisztikus átlagot jelenti. Ide behelyettesítve a (3) egyenletből  $\Delta\omega(t')$  értékét, valamint a

$$h_i = \frac{n_0 \alpha^3}{v_i^3}, \quad \beta = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha \cdot n_0^{2/3}}, \quad Z = \alpha \cdot n_0^{2/3} \cdot \tau \quad (10)$$

dimenzió nélküli kifejezéseket, amelyek a töltött részecskék koncentrációját ( $n_0$ , feltételezve a kvázineutralitást) és az ionsebességet ( $v_i$ ) is tartalmazzák, a végső alapösszefüggést jelentő egyenletet a

$$J_h(\beta) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \exp(-\beta z) - \varphi_h(z) dz \quad (11)$$

alakban kaphatjuk meg. Ha igen hideg ionokat tartalmaz a plazma, akkor reális a

$$h_i \rightarrow \infty \quad (12)$$

közelítés, amely a Holtzmark-féle eloszlást eredményezi, mint határesetet.

A félértékisélesség ebben az esetben igen jól kezelhető összefüggéssel jellemezhető:

$$(\Delta\omega)_H \approx \alpha \cdot n_0 \quad (13)$$

Ha az ionok nem túl hidegek, azaz  $h_i$  értéke igen nagy, de véges szám, akkor a Kogan által korrigált, az előzőeknél némileg komplikáltabb összefüggésekre vezető Holtzmark-féle eloszlás alkalmazható.

A másik határesetben — vagyis amikor igen forró ionok tartózkodnak a plazmában — a  $h_i \rightarrow 0$ -nál a Leur—Weisskopf-féle modell alkalmazása vezet célra. Azokat a részecskéket tekintjük ilyen vonatkozásban gyors részecskéknek, amelyek  $t^*$  ütközések közötti szabad repülési idejére vonatkozóan a

$$t^* \approx \frac{1}{\omega - \omega_0} \quad (14)$$

egyenlőtlenség teljesül. Gyors, forró ionok esetén az idealizált Weisskopf-féle töltött részecske semleges részecske közötti ütközési jelenség feltételezésével a  $J(\omega)$  spektrális intenzitásra és a  $\gamma$  félértékisélességre a

$$J(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi \left\{ (\omega - \omega_0)^2 + \left( \frac{\gamma}{2} \right)^2 \right\}} \quad (15)$$

és a

$$\gamma = 2\pi^3 n_0 \frac{c^2}{v_i} \quad (16)$$



összefüggések adódnak, ahol

$$2\pi^3 c^2 = \bar{\alpha}^2 \quad \text{alapján a} \quad c = \left[ \frac{\bar{\alpha}^2}{2\pi^3} \right]^{1/2}, \quad (17)$$

az  $\bar{\alpha}^2$  pedig az effektív Stark-állandó négyzetének effektív értéke, kvantummechanikai úton számolható ki.

Az ionhatások mellett a gyors elektronok is rendelkeznek némi befolyással, amelyeknek a Stark-effektussal való kapcsolatát a Kolb és Griem által adott összefüggések tükrözik. Az ekkor fellépő félértékszélességre vonatkozó Kolb—Griem közelítés a

$$\gamma = \frac{n_e}{\bar{v}_e} \left[ \frac{\hbar}{m_e} \right]^2 a^5 \int_{y_{\min}}^{\infty} \exp(-y) - \frac{1}{y} dy \quad (18)$$

alakú, ahol

$$y = \frac{m_e v_e^2}{2kT_e}, \quad y_{\min} = \frac{m_e \cdot v_{e, \min}^2}{2kT_e},$$

$a$  pedig a főkvantumszám.

A  $v_{e, \min}$ -ra vonatkozó kritérium sebességtől függő  $\varrho_0$  Weisskopf-sugárral kifejezve

$$\varrho_0(v_{e, \min}) - \varrho_0 \quad (19)$$

alakú, ahol  $\varrho_D$  a Debye-távolság, a Weisskopf-sugár pedig

$$\varrho_0(v_e) \approx \left[ \frac{2}{3} \right]^{1/2} \left[ \frac{\hbar}{m_e \cdot v_e} \right] \cdot a^2 \quad (20)$$

alakú. Innen a

$$v_{\min} = \left[ \frac{8\pi n_e \cdot e^2}{3kT_e} \right]^{1/2} \left[ \frac{\hbar \cdot a^2}{m_e} \right]. \quad (21)$$

Ez tehát arra utal, hogy ezen elmélet szerint jellemzett kölcsönhatásban alapvető szerepe van a Debye-távolságnak. E tárgyalásmód egyébként minden további, különösebb megfontolás nélkül átvihető gyors ionok esetére is.

Legnagyobb gyakorlati haszna a Kolb és Griem által levezetett, általánosabb spektrális intenzitás egyenletnek van, amely egyidőben figyelembe veszi a gyors elektronok és a lassú plazma ionok hatását. A bevezetőben említett  $W(\vec{E})$  valószínűségi függvény alkalmazásával ez a Kolb—Griem egyenlet implicit alakjában a

$$J(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} W(\vec{E}) \cdot J(\omega, \vec{E}) d\vec{E} \quad (22)$$

formát ölti. Ekkor az ütközési elmélet alapján megadható félértékszélesség

$$(\Delta\omega)_W = \frac{\bar{\alpha}^2 \cdot n_0}{v_e} \quad (23)$$



Az előzőek alapján levezethető még a nagysűrűségű, hideg plazmákra, lényegesen eltérő elektron és ionhőmérsékletek esetén adódó határeset:

$$J(\omega) = \frac{1}{2\lambda [\beta n^{4/3}(\omega - \omega_0)]^{1/2}} H \left[ \frac{1}{\lambda} \frac{\omega - \omega_0}{\beta n^{4/3}} \right], \quad (24)$$

ahol  $H$  egy univerzális függvény, általában

$$H \left( \frac{\beta}{\lambda} \right) = \frac{2\lambda}{\pi \cdot \beta} \int_0^\infty x \cdot \sin x \exp \left[ - \left( \frac{\lambda x}{\beta} \right)^{3/2} \right] dx, \quad (25)$$

ahol

$$\lambda = 2,61, \text{ valamint a } \Delta\omega = \frac{\beta}{e^2} E^2$$

(24) összefüggésben eddig még nem említett kapcsolat áll fenn.

A félértékszélesség

$$(\Delta\omega)_H \approx \bar{\beta} \cdot n^{4/3}. \quad (26)$$

Általános esetben a gyors részecskék okozta kiszélesedés, az előzőekben utalt ütközési elmélet alapján a

$$J(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi \left[ (\omega - \omega_0 - \Delta)^2 + \left( \frac{\gamma}{2} \right)^2 \right]} \quad (27)$$

intenzitással jellemezhető, ahol

$$\begin{aligned} \gamma &= 11,4 \cdot \bar{\beta}^{1/3} \cdot n \cdot v^{2/3} \\ \Delta &= 9,8 \cdot \bar{\beta}^{2/3} \cdot n \cdot v^{1/3} \end{aligned} \quad (28)$$

s ez esetben a kiszélesedés mellett egy vonaleltolódás is bekövetkezik. A (24, 26 és 27) összefüggések már a kvadrátikus Stark-effektus jelenlétére utalnak. Emellett a semleges gázkomponensekkel kapcsolatos ütközések miatt további pillanatnyi vonalkiszélesedés is felléphet, amely a van der Waals-erők utánhatása miatt bekövetkező oszcillátor-perturbációra vezethető vissza.

#### b) A Doppler-effektus hasznosítása

A plazmaspektroszkópia leghasználatosabb alapeffektusa, a Stark-effektus mellett, fontos szerepet játszik még a lényegesen egyszerűbb elmélettel értelmezhető Doppler-effektus. Eszerint a megfigyelő irányába  $\vec{v}$  sebességgel mozgó oszcillátor  $\omega_0$  frekvenciája helyett az

$$\omega = \omega_0 \left( 1 + \frac{\vec{v}}{c} \right) \quad (29)$$

frekvencia mérhető, ahol  $c$  a fény sebessége, s innen az

$$\omega - \omega_0 = \frac{\omega_0}{c} \cdot v. \quad (30)$$



Feltételezve a Maxwell—Boltzmann-eloszlás egydimenziós alakját, a vonal-intenzitás eloszlása

$$J(\omega) = \frac{2}{\delta \sqrt{\pi}} \exp \left[ \frac{2(\omega - \omega_0)^2}{\delta} \right] \quad (31)$$

alakú lesz, ahol

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\omega_0}{c} \left[ \frac{2kT}{m} \right]^{1/2}, \quad (32)$$

s a

$$2\Delta\omega_0 = \delta (\ln 2)^{1/2} \quad (33)$$

kifejezést szokás Doppler-féltértékszélességgnek nevezni. A  $\Delta\lambda$  hullámhossz-változásra

$$\Delta\lambda = (\ln 2)^{1/2} \cdot \frac{v_0}{c} \cdot \lambda_0 \quad (34)$$

adódik.

Gyakorlatilag igen fontos a Holtzmark-elmélet szerinti Stark- és a Doppler-hatás egyidejű fennállását leíró intenzitás eloszlási összefüggés:

$$J(\omega) d\omega = \left[ \int_0^\infty W_D(\omega, \omega') W_H(\omega') d\omega' \right] d\omega, \quad (35)$$

ahol a  $W_H$  Holtzmark-eloszlás valószínűségi függvénye:

$$W_H(\omega') d\omega' = \frac{1}{2\Delta\omega_0} H \left[ \frac{|\omega' - \omega_0|}{\Delta\omega_0} \right] d\omega', \quad (36)$$

a Doppler-eloszlás  $W_D$  valószínűségi eloszlási függvénye pedig:

$$W_D(\omega, \omega') d\omega = \frac{2}{\pi^{1/2} \cdot \delta} \exp \left[ - \left( \frac{2(\omega - \omega')}{\delta} \right)^2 \right] d\omega \quad (37)$$

egyenlettel jellemezhető. Az összehatást jellemző intenzitás:

$$J(\omega) d\omega = \frac{1}{\Delta\omega_0} P_g \left[ \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right] \quad (38)$$

ahol

$$P_g(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi} \cdot g} \int_0^\infty \left[ \exp \left\{ - \left[ \frac{x+t}{g} \right]^2 \right\} + \exp \left\{ - \left( \frac{x+t}{g} \right)^2 \right\} \right] H(t) dt \quad (39)$$

s a

$$g = \frac{\delta}{2\Delta\omega_0}. \quad (40)$$

A  $H_\beta$  és a  $H_\gamma$  vonalnál pl. — amint az a Holtzmark-közelítéssel is alátámasztást nyert — nincs centrális Stark-komponens. Az eloszlás jellege azonban igen érzékeny a kiszélesedés természetét illetően. Amint a kiterjedtebb vizsgálatok kimutatták,



a centrális rész erősen függ az elektronütközésektől és emellett még a korrelációs korrektúrától is. Igen hasznos azonban tudni azt a kísérleti adatokkal jól egyező elméleti megállapítást, hogy az

$$(\omega - \omega_0) \gg \frac{\delta}{2} \quad (41)$$

esetben mindig tiszta Stark-effektus áll fenn.

### c) A Zeemann-effektus szerepe

E hatás alapvetően eltér az előzőekben tárgyalt Stark- és Doppler-effektustól, a Zeemann-effektus ugyanis függ a sugárzás polarizáltságától. Ezen túlmenően kizárólag olyan esetekben jut szerephez, ha a plazmában akkora áramok folynak, amelyek már számottevő saját mágneses teret hoznak létre, vagy ha a plazma erős külső mágneses térben van. Ekkor is csak a mágneses tér kontaktus mentes mérésére alkalmas. Szerepe és jelentősége tehát jóval kisebb mint az előzőekben említett két módszeré.

A Zeemann-effektus szerinti vonal felbomlás

$$[\Delta\omega]_Z = \frac{e \cdot H_0}{m \cdot c}, \quad (42)$$

ahol  $H_0$  a mágneses tér erőssége.

Gyakran az is zavarja az egyébként is igen gyenge effektus kimutatását, hogy a mágneses térben levő plazmáknál még két további természetes vonalkiszélesedés is felléphet, amely részben a csillapítási jelenségekkel, részben pedig a vonalak ön-abszorpciójával, önpolarizációjával kapcsolatos. Ugyanakkor a vonalkontúrok is elmosódnak a centrális részek erősebb abszorpciója következtében.

Szokás kapcsolatot keresni a most bemutatott három hatás között is. Ennek eredményeként a Zeemann-felbomlás és a lineáris Stark-effektus közötti becslésre az

$$\frac{e \cdot H_0}{m \cdot c} \approx 15 \cdot \frac{\hbar}{m} a(a-1) n^{2/3} \quad (43)$$

közelítés, a Doppler-kiszélesedés és a Zeemann-felbomlás között pedig az

$$\frac{eH_0}{m \cdot c} \approx \omega_0 \left[ \frac{2kT}{M} \right]^{1/2} \quad (44)$$

közelítés érvényes.

A Doppler módszert igen gyakran használják az ionhőmérsékletek meghatározására, s ilyenkor a mágneses tér mérését a Zeemann-effektus felhasználásával végzik. Ilyen méréseket végeztek többek között az Alpha, Zeta, Sceptre, Tokamak, Stellarátor stb. esetén. E vizsgálatok alapján született meg egy félempirikus összefüggés az ionenergiákra vonatkozóan is.



d) *A spektrumvonalak intenzitása. Kontinuum sugárzás*

A spektrumvonalak  $I$  intenzitása és a plazma alap paraméterei között kézenfekvő kapcsolat áll fenn. E kapcsolat felismerésére és zárt alakban való előállítására további plazmavizsgálati lehetőség kínálkozik:

$$I = h \cdot \nu n_a \cdot n_e \int_{\nu_{\min}}^{\infty} \sigma(\tilde{\nu}_e) \tilde{\nu}_e f(\tilde{\nu}_e) \cdot d\tilde{\nu}_e, \quad (45)$$

ahol  $n_a$  a sugárzó atomok koncentrációja,

$\sigma(\nu_e)$  gerjesztési függvény,

$f(\nu_e)$  sebességeloszlási függvény,

$\nu$  a tekintett vonal frekvenciája.

Az összefüggés más alakban is megadható; pl. akkor, amikor közvetett jellemzést végzünk, a forró plazmába kis mennyiségű alacsony ionizációs fokú szennyezést viszunk, s ennek jól követhető vonalait vizsgálva következtetünk a plazma jellemzőkre:

$$I = 2 \left[ \frac{2kT_e}{\pi \cdot m} \right]^{1/2} \cdot n_a \cdot n_e \cdot Q \cdot h\nu \left( 1 + \frac{E_a}{kT_e} \right) \exp \left[ -\frac{E_a}{kT_e} \right] \quad (46)$$

ahol  $Q$  a  $\nu$  frekvenciájú vonal effektív gerjesztési hatáskeresztmetszete, az  $E_a$  pedig a gerjesztési energia.

A kontinuum sugárzás fékezési jelenségekre visszavezethető komponensét is gyakran figyelembe veszik a plazmavizsgálatoknál. A spektrális intenzitást ez esetben a Born-féle közelítés alkalmazásával, a Maxwell—Boltzmann-eloszlás feltételezésével a MacDonald-függvények (imaginárius argumentumu Bessel-függvények) segítségével kaphatjuk, ill. a másik határesetben a kváziklasszikus közelítés gyanánt. Ezek szerint a lágy sugárzási tartományban a

$$dJ \approx \frac{n_e^2}{T_e^{1/2}} d\omega, \quad (47)$$

a kemény sugárzási tartományban pedig

$$dJ \approx \frac{n_e^2}{T_e^{1/2}} \exp \left[ -\frac{\hbar\omega}{kT_e} \right] d\omega \quad (48)$$

összefüggés áll fenn a spektrális intenzitás és a plazmaparaméterek között.

A rekombinációs sugárzás — elektronbefogási sugárzás — kváziklasszikus formában, ugyancsak a Maxwell—Boltzmann-eloszlás feltételezésével tárgyalható, s ennek alapján a

$$\ln J(\omega, T_e) = -\frac{\hbar\omega}{kT_e} + \ln \left[ A_1 \cdot T_e^{1/2} L(\omega, T_e) + \frac{A_2}{27} T_e^{-3/2} \exp \left[ \frac{\hbar\omega_0}{k \cdot T_e} \right] + \ln n^2 \right] \quad (49)$$

összefüggés adódik, ahonnan a

$$\frac{kT_e}{\hbar} = \frac{1}{\frac{d \ln J(\omega, T_e)}{d\omega}} \quad (50)$$

adható meg.



Mint a bevezetőben már említettük, e vizsgálati módszerek elsősorban forró, fúziós plazmák esetén jöhetnek számításba. Míg a Stark- és Doppler-effektus az átlagos laboratóriumi plazmáknál fellépő két legjelentősebb hatás  $10^{12}$  cm<sup>-3</sup>-es koncentráció felett már használható, addig egyes módszerek (pl. laser) s így az optikai módszer használhatósága is  $10^{16}$ — $10^{17}$  cm<sup>-3</sup>-es töltéshordozó sűrűségű plazmáknál kezdődik.

Elsősorban ezen utóbbi esetben van szükség a nagysebességű, egy vagy több multiplieres, vagy vakuum-monokromátoros (ibolyántúli tartományban) optikai gyorsregisztrálásra is. Ezek részben a forgótükrös, részben pedig a Kerr-cellás gyorszáras megoldással biztosíthatók. Ma már nem ritkák a  $10^7$  felvétel/sec-os sebességű időfelbontásos regisztrálók, melyek indítása és szinkronizálása önmagában véve is igen komoly elektronikai problémát jelent.

#### IRODALOM

1. Zajgyelj A. N., Malüsev G. M., Szejder E. J., ZsTF. 31, 2, 129, 1961.
2. Kurcsatov I. V., Atom. energia 5, 2, 105, 1958.
3. Griem H. R., Kolb A. C., Repotr NRL. 5455. USNRL. 1960.
4. Griem H. R., Plasma Spectroscopy McGraw-Hill. New York, 1964.
5. Latham R., Nature 184, 4692, 1015, 1959.
6. Kaufman S., Williams R. V., Proc. Phys. Soc. 75, 3. 329, 1960.
7. McNally J. R., JOSA 49, 4, 328, 1959.
8. Wulff H., Nuclear Instrum. and Methods 4, 352, 1959.
9. Kogan W. I., Doklady A. N. SZ. U. 118, 907, 1958.
10. Kolb A. C., Griem H. R., Shen K. Y., Phys. Rev. 116, 4, 1959.
11. Rym N., D'Angelo., Rev. Sci. Instr. 31. 1326. (1960).
12. Unsöld A., Vierteljahresschrift Astron. Ges. 78, 4. 1943.



# MEGJEGYZÉSEK NaI(Tl)-KRISTÁLYOK ENERGIAFELBONTÁSÁNAK MÉRÉSÉHEZ. II. RÉSZ\*

BENKŐ LÁZÁR és KESZTHELYINÉ LÁNDORI SÁRA

Gamma Művek, Budapest

Előző közleményünk [1] meggondolásai olyan NaI(Tl) szcintillációs kristályokra vonatkoztak, melyeknek gamma-spektrumaiban a fotocsúcs amplitúdóeloszlása Gauss-eloszlást követ (szimmetrikus Gauss-görbe). Nem foglalkoztunk azzal, a mérési gyakorlatban ténylegesen előforduló esettel, amikor a kristály fotocsúcsa aszimmetrikus. Az aszimmetria azt jelenti, hogy a fotocsúcsban kifejezésre jutó, jól ismert statisztikus effektusokon kívül olyan jelenséggel állunk szemben, amely az adott kristály belső inhomogenitásaival van szoros összefüggésben. Az aszimmetriát mutató kristályok mérési metodikájában éppen ezért új problémák merülnek fel. A következőkben ezek kísérleti és elvi vonatkozásait tárgyaljuk.

## 1. Mérési tapasztalatok

### 1.1. Geometria-vizsgálatok

Méréseink alapját 170 db  $\varnothing 32 \times 25$  mm méretű NaI(Tl)-kristály gamma-spektroszkópai vizsgálata képezte. Mérőberendezésünk 128 csatornás digitális amplitúdó-analizátorból és a hozzá csatlakoztatott szcintillációs mérőfejből állt. A kristályok felbontóképességének méréséhez  $^{137}\text{Cs}$  sugárforrást használtunk.

Évek óta ismert mérési tapasztalat, hogy a NaI(Tl)-kristályok energiafelbontása sok esetben erősen függ attól, hogy a sugárforrást milyen távolságra helyeztük a kristálytól. A kristályoknak ez a tulajdonsága gyakran problémát okozott azok egyértelmű minősítésében, és szükségszerűen indokoltta tette a jelenség szisztematikus vizsgálatát.

A szcintillációs technika rendelkezésre álló irodalmában nincs utalás sem a kristályaszimmetriára, sem az aszimmetria általunk tárgyalt geometriafüggésére. A fotocsúcs-hatásfokkal kapcsolatban, a geometriafüggésről eddig megjelent közleményekben közölt vizsgálatokat szimmetrikus fotocsúcsú kristályokkal végezték [2], [3].

A kristályok gamma-spektrumát háromféle geometriai elrendezés esetében vizsgáltuk (a geometria fogalmán itt és a továbbiakban is a sugárforrás és a kristály közti  $L$  távolságot értjük):

- I.  $L = 0$  cm, a hozzá tartozó energiafelbontás  $f_I$ ;
- II.  $L = 5$  cm, a hozzá tartozó energiafelbontás  $f_{II}$ ;
- III.  $L = 10$  cm, a hozzá tartozó energiafelbontás  $f_{III}$ .

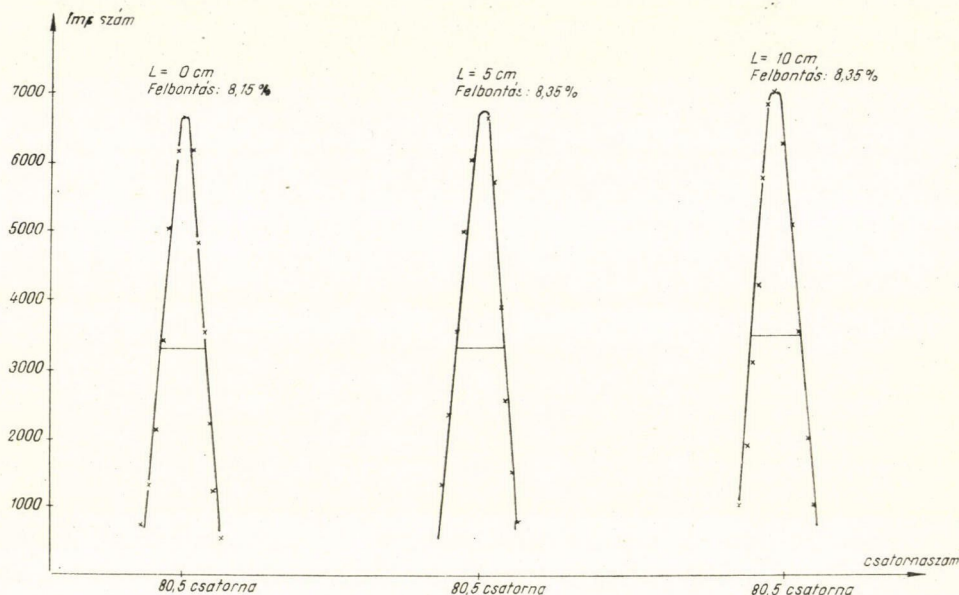
\* Érkezett 1968. jún. 15.



A sugárforrások aktivitását úgy választottuk meg, hogy mindhárom geometriában hozzávetőleg azonos gamma-fluxust kapjunk. Az integrális impulzus-sűrűség max.  $10^4$  imp/s értékű volt.

A mérések alapján a következő egyértelmű tapasztalatokat nyertük:

1. A spektroszkópiai minőségű ( $f < 9\%$ ) kristályok energiafelbontása — egy-két kivételtől eltekintve — független a sugárforrás és a kristály közti  $L$  távolságtól. (A kristály felbontása geometriafüggetlen, a mérési eredmények — [1]-nek megfelelően —  $\pm 0,5\%$  pontossággal reprodukálhatók.) Hasonlóképpen, a fotocsúcs amplitúdóeloszlása  $L$ -től függetlenül gyakorlatilag változatlan marad. Nevezzük az ilyen tulajdonságú kristályokat  $M$  típusúaknak (1. ábra).



1. ábra

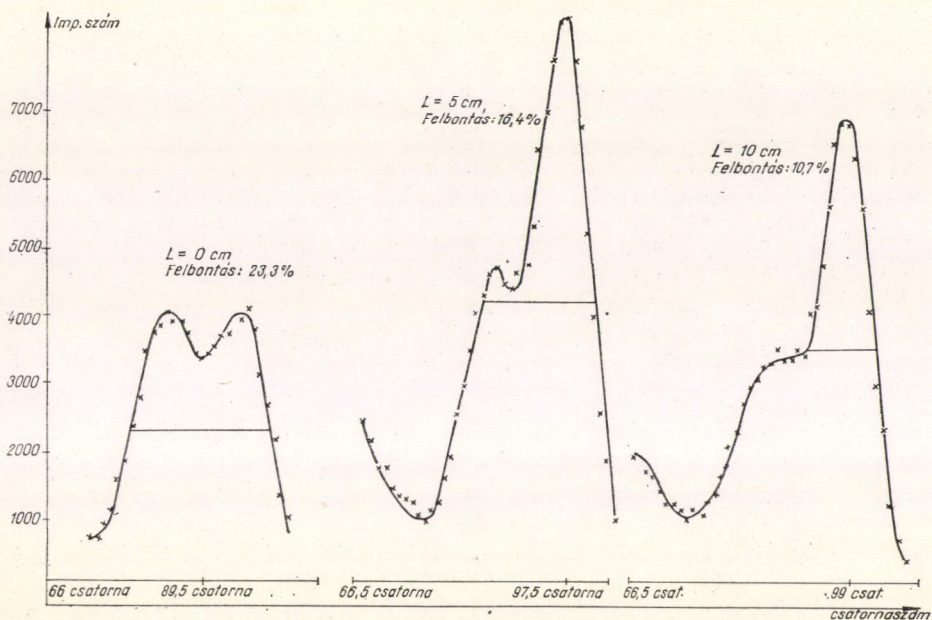
2. A 9%-osnál rosszabb felbontású kristályok legtöbbször aszimmetrikus fotocsúcsú, úgy tűnik, mintha a fotocsúcs két vagy több Gauss-görbe eredője lenne. A fotocsúcs alakja és a felbontás geometriafüggő; a mérési eredmények közötti eltérések —  $L$ -től függően — meghaladják a  $\pm 0,5\%$ -ot.

a) A kristály lehet  $J$  típusú:  $L$  növelésével az energiafelbontás általában javul, a fotocsúcsban az amplitúdóeloszlás a jobb fényhozamok (nagyobb amplitúdók) felé tolódik el (2. ábra).

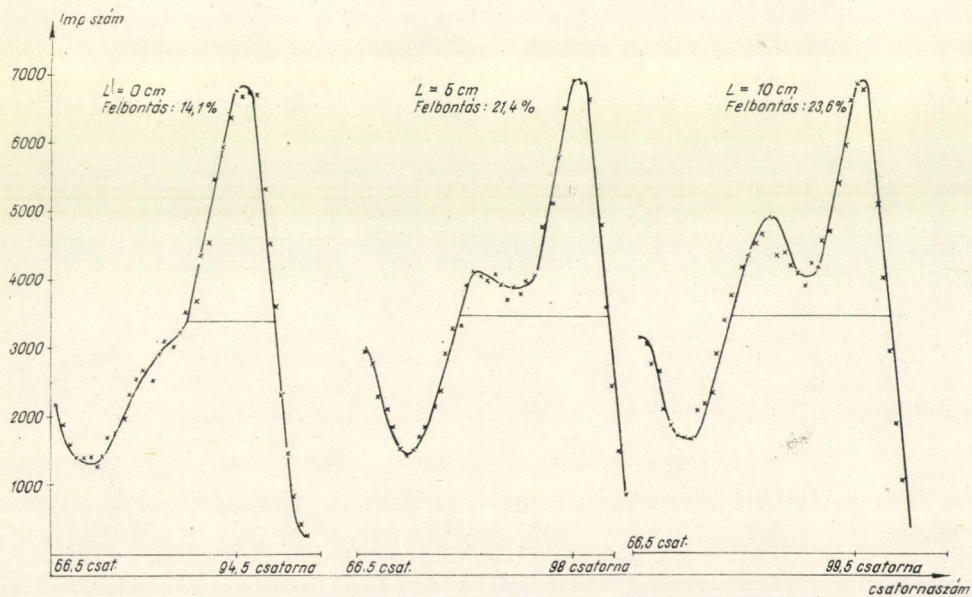
b) A kristály lehet  $R$  típusú:  $L$  növelésével a felbontás általában romlik és a fotocsúcsban az amplitúdóeloszlás a rosszabb fényhozamok (kisebb amplitúdók) felé tolódik el (3. ábra).

A fenti besorolás egyértelmű végrehajtását az alábbi kritériummal biztosítottuk:  $M$  típusúnak vettük a kristályt, ha a különböző geometriákban mért felbontás-értékek között az eltérés maximálisan  $\pm 0,5\%$ ;  $J$  típusúnak, ha  $f_I > f_{II} > f_{III}$ , és  $R$  típusúnak, ha  $f_I < f_{II} < f_{III}$ , továbbá  $|f_I - f_{II}| > 0,5\%$  és  $|f_I - f_{III}| > 0,5\%$ . Mind-





2. ábra



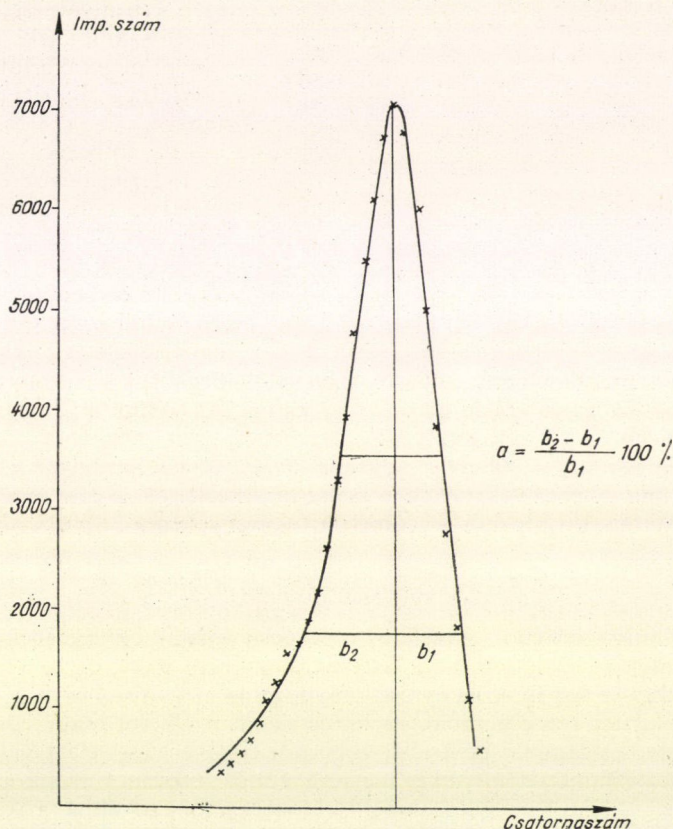
3. ábra







össze hat olyan kristály fordult elő a 170 darabból álló sorozatban, amely a fenti tulajdonságoktól eltérő módon viselkedett (tehát például olyan, amelyre  $f_I > f_{II} < f_{III}$ ). Ennek oka valószínűleg mérési bizonytalanság (a felbontásértékek közti eltérések csak kevéssel haladták meg a  $\pm 0,5\%$ -ot), ezért a továbbiakban ezeket a kristályokat figyelmen kívül hagytuk.



6. ábra

A 164 kristály mérési eredményeinek áttekintése a 4. ábrán látható. A diagram a kristályok eloszlását szemlélteti a  $\Delta f = f_{III} - f_I$  függvényében. Az összes kristály 17%-a *J*, 25%-a *R* és 58%-a *M* típusú. Az 5. ábra két paraméter ( $\Delta f = f_{II} - f_I$ , továbbá az aszimmetria) függvényében szemlélteti a kristályok eloszlását. Az aszimmetriát itt a következőképpen definiáltuk: A fotocsúcs „negyedszélességét” a csúcshoz tartozó merőleges tengely két,  $b_1 < b_2$  részre osztja (6. ábra). Az aszimmetria:

$$a = \frac{b_2 - b_1}{b_1} 100\%.$$

Az 5. ábrán látható, hogy összefüggés áll fenn az energiafelbontás geometriafüggésének mértéke és az aszimmetria között.



1. TÁBLÁZAT

Krisztályjelzése	$f_I$	$f_{II}$ (%)	$f_{III}$	$N_r/N_j$		
				I	II	III
				geometriában		
<i>J</i> típusú kristályok:						
1	28,0	17,6	10,1	1,08	0,64	0,52
2	23,3	16,4	10,7	1,00	0,60	0,50
3	17,4	13,0	13,2	0,47	0,33	0,25
4	11,8	10,4	9,1	0,38	0,18	0,17
5	10,7	8,5	8,6	0,29	0,15	0,15
<i>R</i> típusú kristályok:						
6	10,9	23,5	26,4	0,4	0,8	1,0
7	14,1	21,4	23,6	0,3	0,7	0,9
8	11,8	15,5	22,0	0,3	0,4	0,7

Az aszimmetria behatóbb tanulmányozása céljából a következőkben a 164 kristály közül csak azokkal foglalkozunk, amelyek erős aszimmetriát mutattak. Ezen kristályok esetében látszott legvalószínűbbnek, hogy a várhatóan nagyfokú inhomogenitást kísérletileg is sikerül kimutatnunk.

A fotocsúcs szerkezetének számszerű jellemzése céljából (feltételezve, hogy a tényleges fotocsúcs két Gauss-görbe összetételéből) vezessük be az  $N_r/N_j$  hányados, amelyben  $N_r$  a kisebb,  $N_j$  a nagyobb amplitúdójú fotocsúcs alatti területet jelöli. Az 1. táblázatban — az energiafelbontás-adatok mellett — megadtuk a háromféle geometria esetében néhány  $J$  és  $R$  típusú kristályra a gamma-spektrumok alapján kiszámított tájékoztató jellegű  $N_r/N_j$  értékeket is.

A táblázatból látható, hogy  $L$  növeledkor a  $J$  típusú kristályok esetében  $N_r/N_j$  csökken,  $R$  típusú kristályok esetében pedig növekszik. (A 2 és 7 jelzésű kristályok energiafelbontásának változása a geometria függvényében a 2., ill. 3. ábrán látható.)

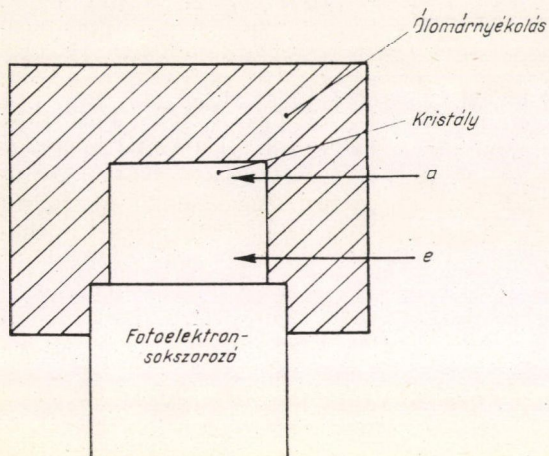
## 1.2. Oldalirányú besugárzás

A két Gauss-görbéből összetett fotocsúcsú kristályok esetében az előbbieknél alapján kézenfekvőnek látszik az a feltevés, hogy azok két „egybenövesztett” kristályból állnak. Az egyik kristályrész fényhozama nagyobb, mint a másiké, ami a gamma-spektrum fotocsúcsának aszimmetriájában — két (vagy egyes esetekben több) „szabályos” gamma-spektrum szuperpozíciójaként — jelentkezik. Feltételeztük, hogy az aszimmetria mértéke, illetve a kettős fotocsúcs alakja a két kristálytartomány nagyságától, fényhozambeli különbségétől, továbbá a két tartomány „határfelületének” kristályon belüli elhelyezkedésétől függ. A fényhozam-inhomogenitást az alapanyagok tisztasága, összetétele, a növesztés körülményei stb. határozzák meg — mindeddig nem eléggé tisztázott és egyértelmű módon. Magának az inhomogenitásnak a jellege (optikai átlátszatlanság, talliumeloszlás egyenlőtlensége stb.) is sokat vitatott kérdés.

A kristályok szcintillációs tulajdonságai réteges eloszlásának vizsgálata céljából olyan ólomhengert készítettünk, amellyel a kristályt körülveve, azt különböző magasságú vízszintes irányokban gamma-sugárnyalábbal sugározhattuk be. Az ólomvastagság kb. 70 mm-es, a nyalábot a palást mentén körben egyenletesen elosztott,  $\varnothing$  2 mm-es lyukak kollimálták. A besugárzási helyek távolsága, a kristály véglapjától a fotoelektronszorzó felé számítva:  $a=2$ ,  $b=4$ ,  $c=7$ ,  $d=9$ ,  $e=16$  mm (7. ábra). Az  $a, \dots, e$  mérési helyeken végzett oldalirányú szelektív besugárzás  $U_a, \dots, U_e$  amplitúdókat eredményez. Az  $a \rightarrow e$  irányban haladva  $J$  típusú kristályok esetében csökkenő amplitúdókat mértünk, jelölül annak, hogy a fotoelektron-

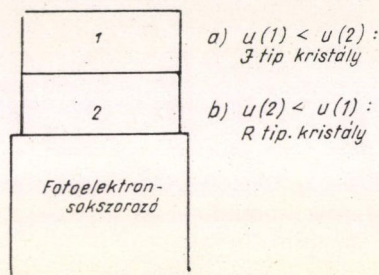


sokszorozó felé eső kristálytartomány az első esetben jobb, a második esetben pedig rosszabb fényhozamú, mint az azzal átellenes (8. ábra). (Az  $M$  típusú kristályok amplitúdója — méréseink alapján — nem függ a besugárzási magasságtól.) A fényhozamváltozás jellemzése céljából a 2. táblázatban az

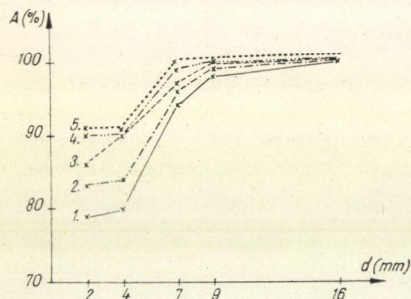


7. ábra

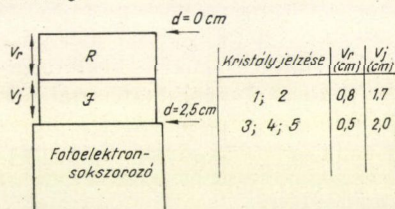
$$A_i = \frac{U_{\max}}{U_i} 100\%$$



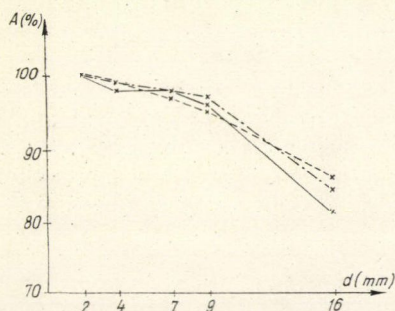
8. ábra



„J” típusú kristályok



„R” típusú kristályok



9. ábra



2. TÁBLÁZAT

Kristály jelzése	$A_a$	$A_b$	$A_c$ (%)	$A_d$	$A_e$	$v_r$ $v_j$ (becsült érték, cm)
<i>J</i> típusú kristályok:						
1	79	80	94	98	100	} 0,8 1,7
2	83	84	96	99	100	
3	86	90	97	100	100	
4	90	90	99	100	100	} 0,5 2,0
5	91	91	100	100	100	
<i>R</i> típusú kristályok:						
6	100	98	98	96	81	} 1,2 1,3
7	100	99	98	97	84	
8	100	99	97	95	86	1,0 1,5

értékeket adtuk meg, ahol *J* típusú kristályok esetében  $U_{\max} = A_e$ , *R* típusú kristályok esetében  $U_{\max} = A_a$ , és  $i = a, \dots, e$ ;  $A_i$  jellemző a fényhozam változásának „meredekségére” a mérési hely függvényében.

A *J* és *R* típusú tartomány határa (ill. a kétféle tartomány  $v_r$  és  $v_j$  vastagsága) tehát a besugárzási magasságok ismeretében hozzávetőlegesen meghatározható (9. ábra). Megjegyezzük, hogy a kristály szimmetriatengelyével párhuzamos rétegezettséget szelektív besugárással nem tudtunk kimutatni.

Szembetűnő a szabályosság, ha a fenti értékeket az 1. táblázat  $N_r/N_j$  értékeivel hasonlítjuk össze:

a) *J* típusú kristályok esetében: csökkenő  $N_r/N_j$  értékekhez (más szóval a nagyobb amplitúdójú csúcs növekvő területéhez) növekvő  $A_i$  értékek (más szóval nagyobb térfogatú *J* típusú tartományok) tartoznak.

b) *R* típusú kristályok esetében: növekvő  $N_r/N_j$  értékekhez (más szóval a kisebb amplitúdójú csúcs növekvő területéhez) csökkenő  $A_i$  értékek (más szóval nagyobb térfogatú *R* típusú tartományok) tartoznak.

A kristályok gamma-spektroszkópiái és szelektív besugárással nyert adatai között tehát egyértelmű összefüggés áll fenn.

Mindezen mérési tapasztalatainkat a következőkben foglalhatjuk össze:

1. *J* típusú kristályokban a jó fényhozamú, *R* típusú kristályokban a rossz fényhozamú réteg szomszédos a fotoelektronsokszorozóval.

2. A kristály jó és rossz fényhozamú rétegének vastagságaránya kifejezésre jut az aszimmetrikus fotocsúcsot alkotó két Gauss-görbe területarányában. (A két Gauss-görbe a legtöbb esetben nem különül el élesen egymástól. A szétválás mértékét  $N_r/N_j$  és a kristálytartományok fényhozam-különbsége együttesen határozza meg.)

## 2. Diszkusszió

Az energiefelbontás és az amplitúdóeloszlás geometriafüggését hatásfok-problémára vezettük vissza. Definíció szerint hatásfoknak nevezzük a számláló által észlelt és a számlálóra eső gamma-kvantumok számának a hányadosát. Ha *D* vastagságú kristályra  $N_0$  számú gamma-kvantum érkezik párhuzamosan, akkor közülük  $N_0(1 - e^{-\mu D})$  számú kelt a szcintillátorban fénykibocsátást gerjesztő fotó- és Compton-elektron. A hatásfok tehát

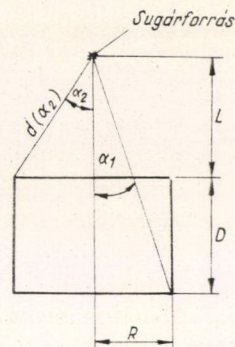
$$\varepsilon = 1 - e^{-\mu D},$$

ahol  $\mu$  a lineáris abszorpciós együttható.



Esetünkben azonban a pontszerűnek képzelt — a valóságban véges kiterjedésű — sugárforrásból különböző  $\alpha$  szögben kilépő sugarak a kristályban nem  $D$ , hanem különböző  $d(\alpha)$  utakat tesznek meg. A  $0 \dots \alpha_1$  tartományban  $d(\alpha) = D/\cos \alpha$ , az  $\alpha_1 \dots \alpha_2$  tartományban pedig  $d(\alpha) = R/\sin \alpha - L/\cos \alpha$ . Az összefüggésekben  $D$  a kristály vastagsága (2,5 cm),  $R$  a sugara (1,6 cm),  $L$  a sugárforrás távolsága a kristály felületétől (10. ábra). A hatások pontos meghatározása céljából tehát a  $d = d(\alpha)$ , valamint a  $0,5 \sin \alpha d\alpha$  térszögfaktor figyelembevételével integrálnunk kell 0-tól  $\alpha_2$ -ig [4]:

$$\varepsilon = \frac{0,5 \int_0^{\alpha_2} (1 - e^{-\mu d(\alpha)}) \sin \alpha d\alpha}{0,5 \int_0^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha} \quad (1)$$



10. ábra

A továbbiakban csak a fenti kifejezésben rejlő kvalitatív jellegzetességeket használjuk fel, majd ezt követően néhány esetre elvégezzük a grafikus közelítést.

Tételezzük fel tehát először, hogy kristályunk két, egymástól eltérő fényhozamú kristályrészről áll. A két tartomány nagysága és határfelületük alakja a valóságban tetszőleges lehet, az átmenet pedig nyilvánvaló módon nem ugrásszerű, hanem folytonos. Egyszerűség céljából azonban tegyük fel, hogy mindkét (1 és 2) kristályrész azonos vastagságú ( $v_1 = v_2 = 1,25$  cm), a fotoelektronsokszorozó felé eső 2 tartomány fényhossza nagyobb, mint 1-é [ $U(1) < U(2)$ , 8. ábra, a) eset], és az átmenet ugrásszerű. Vizsgáljuk meg a hatásokra jellemző  $1 - e^{-\mu d(\alpha)}$  kifejezést a kristály és a pontszerűnek tekintett sugárforrás közti  $L$  távolság függvényében, korlátozzuk továbbá a gamma-sugárzásnak kristállyal való kölcsönhatását a fotoeffektusra (kizárólag a fotocsúcsot vesszük figyelembe). A sugárforrás pontszerűségének követelménye csak  $L = 5$  és 10 cm esetében teljesül közelítően, ezért a továbbiakban az  $L = 0$  cm geometriával nem foglalkozunk.

$L = 5$  cm esetében az 1 kristályrész több gamma-kvantumot abszorbeál, mint a 2 [1-ben nagyobbak a  $d(\alpha)$  úthosszak és nagyobb a térszögtartomány]. Feltételezésünk szerint  $U(1) < U(2)$ , ezért — a fotocsúcsra szorítkozva — azt mondhatjuk, hogy abban viszonylag erősen dominál a kisebb amplitúdójú 1 tartomány hatása. A fotocsúcs alakja a 2. ábra  $L = 5$  cm esetéhez hasonló.  $L$  növelésekor az 1 és 2 tartományra vonatkozó  $d(\alpha)$  úthosszak és a térszögtartományok közti különbségek fokozatosan kiegyenlítődnek. Ez azt jelenti, hogy az  $U(1)$  alatti terület az  $U(2)$  alattihoz képest — az  $L = 5$  cm esettel összehasonlítva — csökken (2. ábra,  $L = 10$  cm). Ez utóbbi geometriában jobb az energiafelbontás, mint  $L = 5$  cm esetében, tehát ez a kristály  $J$  típusú.

Amennyiben a kisebb és a nagyobb amplitúdójú tartomány helyzete fordított (8. ábra, a) eset), a fentiek szerint  $L = 10$  cm esetében kapjuk a rosszabb energiafelbontást, az ilyen kristály tehát  $R$  típusú. Az inhomogenitást nem tartalmazó kristályok energiafelbontása természetesen független a geometriától (ezek az  $M$  típusú kristályok).

A kettős fotocsúcs alakja (vagyis tulajdonképpen az 1 és 2 tartományra vonatkozó fotocsúcs-hatások) a különböző fényhozamú tartományok  $v_r$  és  $v_j$  vastagságá-



tól függ. A fenti példa — amikor is a kristályt pontosan félbevágva képzeltük el — csak egy speciális eset a lehetséges sok közül. A valóságban a kétfajta tartomány nagysága a legkülönbözőbb lehet. Ezzel magyarázható az a változatosság, amely — a  $J$  és  $R$  típusú kristályok gamma-spektrumait vizsgálva — az aszimmetrikus fotocsúcs alakjában megnyilvánul.

Az előzők szemléltetése, továbbá a mérési adatok feltevessel való összehangjának igazolása céljából a 2. táblázatban becsült négy konkrét vastagságarány esetére kiszámítottuk a fotocsúcs-hatásfok közelítő értékeit (lásd a 9. ábrát).

1.  $J$  típusú kristály:  $v_r/v_j = 0,5/2 = 0,25$ ;
2.  $J$  típusú kristály:  $v_r/v_j = 0,8/1,7 = 0,47$ ;
3.  $R$  típusú kristály:  $v_r/v_j = 1,2/1,3 = 0,92$ ;
4.  $R$  típusú kristály:  $v_r/v_j = 1/1,5 = 0,67$ .

A számításokat két lépésben végeztük el. Az első lépésben az összes kölcsönhatást figyelembe véve,  $d\alpha = 0,5^\circ$ -onként külön-külön letapogatva a  $J$  és  $R$  típusú kristálytartományokat, az (1) kifejezés szerint elvégeztük a grafikus integrálást, mind  $L = 5$ , mind  $L = 10$  cm esetében. Ennek megfelelően egy adott kristályra négy hatásfok-értéket ( $\varepsilon_{5r}$ ,  $\varepsilon_{5j}$ ,  $\varepsilon_{10r}$ ,  $\varepsilon_{10j}$ ) számítottunk ki. ( $\varepsilon_{5r}$  pl. az  $L = 5$  cm-es geometria esetében, a kristály  $R$  típusú tartományára vonatkozó hatásfokot jelenti.)  $\mu$  a totális lineáris abszorpciós együttható, értéke NaI-ra, 661 keV-es gamma-energián  $0,275 \text{ cm}^{-1}$ .

A fenti értékek mindenfajta kölcsönhatást magukban foglalnak. A számítások második lépésében ezért az  $\varepsilon_{5r}/\varepsilon_{5j}$  és az  $\varepsilon_{10r}/\varepsilon_{10j}$  arányokat oly módon alakítottuk át, hogy a méréseinkből  $L = 5$ , illetve  $10$  cm esetére kapott, és kizárólag a fotocsúcsra vonatkozó  $N_{5r}/N_{5j}$ , ill.  $N_{10r}/N_{10j}$  arányokkal (l. az 1. táblázatban a megfelelő  $N_r/N_j$  értékeket) összehasonlíthatók legyenek.

Ebből a célból a Berger és Doggett által ajánlott

$$f = A - B \exp(-C\sqrt{DR}) \quad (2)$$

empirikus formulát használtuk fel (l. pl. [2], 488. old.), ahol  $f$  a fotocsúcs-hatásfok,  $D$  a kristály vastagsága,  $R$  a sugara,  $A$ ,  $B$  és  $C$  pedig adott energiafüggő állandók (661 keV esetében  $A = 0,940$ ,  $B = 0,841$ ,  $C = 0,219$ ). A négy konkrét esetre kiszámítottuk az  $f_r/f_j$  értéket [ $f_r$  az  $R$ ,  $f_j$  a  $J$  típusú tartományra vonatkozó, (2)-ből kapott fotocsúcs-hatásfok]. Várakozásunk szerint fenn kell állnia az

$$\frac{N_{5r}}{N_{5j}} \approx \frac{f_r}{f_j} \frac{\varepsilon_{5r}}{\varepsilon_{5j}}, \quad (3)$$

$$\frac{N_{10r}}{N_{10j}} \approx \frac{f_r}{f_j} \frac{\varepsilon_{10r}}{\varepsilon_{10j}} \quad (4)$$

közelítő összefüggéseknek. A (3) összefüggés az  $L = 5$ , a (4) az  $L = 10$  cm-es geometria esetére vonatkozik. A bal oldalak az 1. táblázat szerinti mérési adatok, a jobb oldalak a számításból következnek.

Számszerű eredményeinket a 3. táblázatban foglaltuk össze. A táblázat alapján látható, hogy a (3) és (4) összefüggés közelítően érvényes.

A kristályaszimmetria fentiekben vázolt modellje tehát, bár a valóságos helyzethez képest igen sok egyszerűsítést és feltételezést tartalmaz, mégis alkalmas arra, hogy kísérleti tapasztalatainkra kvalitatív magyarázatot adjon.



3. TÁBLÁZAT

Kristály jelzése	$\frac{v_r}{v_j}$	$\frac{\epsilon_{5r}}{\epsilon_{5j}}$	$\frac{\epsilon_{10r}}{\epsilon_{10j}}$	$\frac{f_r}{f_j}$	$\frac{N_{5r}}{N_{5j}}$	$\frac{f_r \epsilon_{5r}}{f_j \epsilon_{5j}}$	$\frac{N_{10r}}{N_{10j}}$	$\frac{f_r \epsilon_{10r}}{f_j \epsilon_{10j}}$
3 4 5	0,25	0,125 0,362	0,130 0,378	0,25 0,37	0,33 0,18 0,15	0,233	0,25 0,17 0,15	0,229
1 2	0,47	0,181 0,31	0,194 0,34	0,29 0,35	0,64 0,60	0,50	0,52 0,50	0,47
6 7	0,92	0,252 0,260	0,283 0,301	0,34 0,34	0,8 0,7	0,98	1,0 0,9	0,99
8	0,67	0,20 0,31	0,24 0,36	0,30 0,34	0,4	0,57	0,7	0,59

Leglényegesebbnek azt tartjuk, hogy méréseink során beigazolódott a geometria elsődleges meghatározó szerepe az aszimmetrikus fotocsúcsú (rossz energiafelbontású) szcintillációs kristályok mérési metodikájában. Az ilyen kristályok gamma-spektroszkópiai minősítési módja tehát csak akkor lehet egyértelmű, ha a mérés geometriai elrendezését is figyelembe vesszük. Bebizonyosodott egyúttal az is, hogy a nukleáris mérés technikában ténylegesen alkalmazott spektroszkópiai ( $M$  típusú) kristályok esetében a geometriának gyakorlatilag nincs szerepe.

Ezúton is köszönetet mondunk a Gamma Művek DTL Izotóplaboratóriuma kollektívájának, a mérések és kiértékelések terén végzett gondos munkájáért.

## IRODALOM

1. Keszthelyiné Lándori Sára, Megjegyzések NaI(Tl) kristályok energiafelbontásának méréséhez. I. rész. MFF 16, 1968.
2. Birks, J. B., The Theory and Practice of Scintillation Counting. Pergamon Press, 1967.
3. Hutchinson, J. M. R., Walker, D. H., The Int. J. of Appl. Rad. and Isotopes. 18, 85. old. 1967.
4. Keszthelyi Lajos, Szcintillációs számlálók. Műszaki Könyvkiadó, Bp. 1964.







# RÖVID KÖZLEMÉNY

## HASÁBOK STABILIS ÚSZÁSA\*

VERMES MIKLÓS

Archimedes törvénye megszabja, hogy egy szilárd test úszáskor térfogatának milyen hányadával merül a folyadékba, de nem adja meg, hogy milyen helyzetben úszik. Köztudomású, hogy egy lapos lemez úszáskor nagyfelületű lapjával vízszintesen helyezkedik el. Ezért meglepő, hogy az alábbi számítások bizonyítéka szerint olyan stabilis úszási helyzet is lehetséges, amikor az úszó hasáb nagyobb felületű lapja függőleges helyzetű.

Az úszási helyzetek stabilitását a metacentrum elhelyezkedése alapján szokták megítélni. Most egy más eljárást követünk: a folyadék és az úszó test együttes súlypontjának legmélyebb helyzetét keressük.

Igen hosszú,  $d_1$  sűrűségű folyadékon téglalap keresztmetszetű,  $d_2$  sűrűségű, igen hosszú hasáb úszik (1. ábra). A téglalap vízszintes oldala  $2a$ , függőleges oldala  $2b$  hosszúságú. Legyen minden esetben  $a \geq b$ . Úszáskor a téglalap súlypontja ( $S$ )  $h$  mélységben van a felszín alatt.

A folyadékból kihalásunk vízszintesen  $4a$ , függőlegesen  $2a$  méretű, téglalap keresztmetszetű részt, amelynek tengelye párhuzamos az úszó hasáb tengelyével és vele egyező hosszúságú. Ennek a folyadékrésznek a rajta úszó hasábbal együtt  $\Sigma$  az együttes súlypontja, amely  $s$  mélységben van a folyadék felszíne alatt. Az úszó hasábot gondolatban  $\alpha$  szöggel forgatjuk el a vízszintesen, a rajz síkjára merőlegesen fekvő igen hosszú tengelye körül úgy, hogy úszó állapotban maradjon és megvizsgáljuk, miként függ  $\Sigma$  közös súlypontjuk  $s$  mélysége az  $\alpha$  elfordítási szögtől. Ennek a függvénynek a vizsgálata ad feleletet a stabilitás kérdésére.

Először az úszó hasáb  $S$  súlypontjának a felszín alatti mélységét kell kiszámítani. A hasáb súlyát egyenlővé tesszük a kiszorított folyadék súlyával:

$$2a \cdot 2b \cdot d_2 = a(GD + EF) \cdot d_1 =$$

$$= 2 \cdot IK \cdot a \cdot d_1 = 2a \left( b + \frac{h}{\cos \alpha} \right) \cdot d_1.$$

Innen a hasáb súlypontjának mélysége:

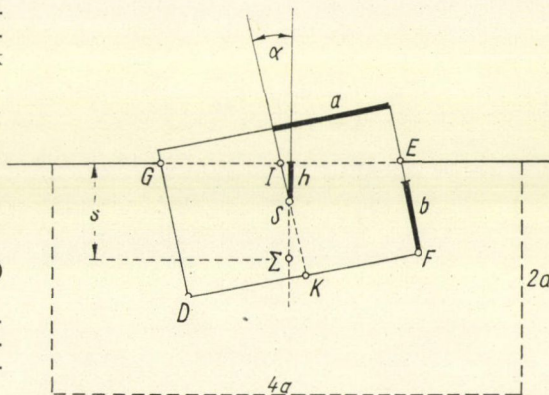
$$h = \left( 2 \frac{d_2}{d_1} - 1 \right) \cdot b \cos \alpha. \quad (1)$$

Ha a hasábot mindig nagyobb szöggel billentjük el, baloldali felső éle egy bizonyos  $\alpha_1$  szög esetében a folyadék felszínére kerül. Ennek feltétele:

$$h + a \sin \alpha = \frac{b}{\cos \alpha}.$$

Ebből (1) figyelembe vételével következik a hasáb helyzetének első határszöge:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{2b}{a} \left( 1 - \frac{d_2}{d_1} \right). \quad (2)$$



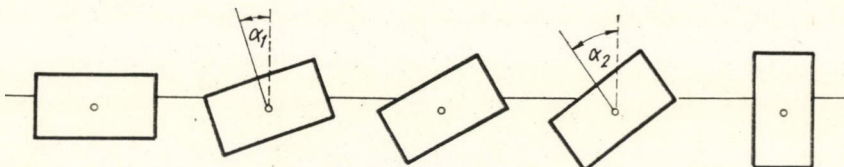
1. ábra. A használt jelölések feltüntetése

\* Érkezett 1968. jan. 10.



$\alpha$  további növelésekor (2. ábra) csak a hasáb felső éle emelkedik ki a folyadékból és az új helyzetnek megfelelően új számítást kell végezni. Ebben az esetben az úszás törvényéből levezethető, hogy:

$$h = a \sin \alpha + b \cos \alpha - 2\sqrt{ab(1-d_2/d_1)} \sin 2\alpha. \quad (3)$$



2. ábra. Különböző úszási helyzetek

Egy további határhelyzetben a jobboldali alsó él érinti a felszínt:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{b}{2a(1-d_2/d_1)}. \quad (4)$$

Ettől kezdődően  $\alpha = 90^\circ$ -ig a hasáb súlypontjának mélységét (1)-hez hasonlóan a

$$h = \left(2 \frac{d_2}{d_1} - 1\right) a \sin \alpha \quad (5)$$

képlet adja meg.

A stabilitás kérdésére az  $s$  együttes súlypontmélység viselkedése adja meg a feleletet.  $s$  meghatározása céljából a nyomatékok tételével egyesíteni kell az úszó hasáb és a figyelembe vett térfogatrészben levő folyadék súlypontját. Az elemi, de hosszadalmas számítások eredménye:

$\alpha = 0^\circ$  és  $\alpha_1$  között:

$$s = a - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_2}{d_1} \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) \cdot \frac{d^2}{a} \cos \alpha - \frac{a}{24} \cdot \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha, \quad (6)$$

$\alpha_1$  és  $\alpha_2$  között:

$$s = a - \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) \cdot \frac{b}{2a} \cdot (a \sin \alpha + b \cos \alpha) + \frac{2b}{3a} \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) \sqrt{ab \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) \sin 2\alpha}, \quad (7)$$

$\alpha_2$  és  $\alpha = 90^\circ$  között:

$$s = a - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_2}{d_1} \left(1 - \frac{d_2}{d_1}\right) b \sin \alpha - \frac{b^3}{24a^2} \cdot \cotg \alpha \cos \alpha. \quad (8)$$

Mindezek a képletek akkor érvényesek, ha  $d_2/d_1 > 0,5$ . Ha  $d_2/d_1 < 0,5$ , akkor valamennyi képletünkben  $d_2/d_1$  helyébe  $1 - d_2/d_1$  teendő.

Képleteink sokkal áttekinthetőbbek, ha minden hosszúságot  $a$ -val mérünk és a következő viszonyszámokat használjuk:

$$\frac{b}{a} = \xi, \quad \frac{s}{a} = \sigma, \quad \frac{h}{a} = \chi, \quad \text{továbbá} \quad \frac{d_2}{d_1} = \delta. \quad (9)$$

Ezeket a mennyiségeket használva az úszó hasáb helyzetének határszögei:

$$\begin{aligned} \text{ha } \delta < 0,5, \text{ akkor } \operatorname{tg} \alpha_1 &= 2\delta\xi, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\xi}{2\delta} \\ \text{ha } \delta > 0,5, \text{ akkor } \operatorname{tg} \alpha_1 &= 2(1-\delta)\xi, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\xi}{2(1-\delta)}. \end{aligned} \quad (10)$$



Az egyesített súlypontmélység  $\alpha=0^\circ$  és  $\alpha_1$  között:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{2} \delta (1 - \delta) \cdot \xi^2 \cdot \cos \alpha - \frac{1}{24} \cdot \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha, \quad (11)$$

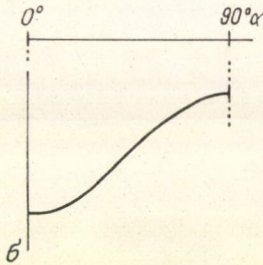
$\alpha_1$  és  $\alpha_2$  között, ha  $\delta < 0,5$ :

$$\sigma = 1 - \frac{1}{2} \delta \xi (\sin \alpha + \xi \cos \alpha) + \frac{2}{3} \delta \xi \sqrt{\delta \xi \sin 2\alpha}, \quad (12)$$

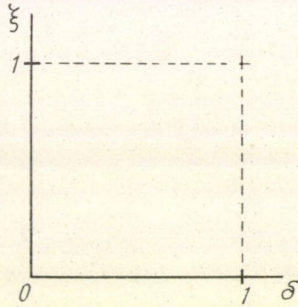
(ha  $\delta > 0,5$ , akkor ebben  $\delta$  helyébe  $1 - \delta$  teendő),  
végül  $\alpha_2$  és  $\alpha = 90^\circ$  között:

$$\sigma = 1 - \frac{1}{2} \delta (1 - \delta) \cdot \xi \cdot \sin \alpha - \frac{1}{24} \cdot \xi^3 \cotg \alpha \cos \alpha. \quad (13)$$

Látható, hogy minden olyan kísérletpár ugyanarra az eredményre vezet, amelyben a  $\delta$ -k értéke 0,5-hez képest szimmetrikus, például az egyik kísérletben 0,2, a másikban 0,8. Ilyen esetekben  $\sigma$ -nak  $\alpha$ -tól való függése ugyanaz, sőt a hasáb külön súlypontjának  $\chi = h/a$  mélysége is ugyanaz, csak ellentétes előjelű, vagyis  $S$  a felszín felett van. Ha  $\delta = 0,5$ , akkor  $\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_{12} = \xi$  és az  $\alpha_1 - \alpha_2$  közötti terület eltűnik,  $\chi$  pedig mindig 0. Valóban, ha a hasáb sűrűsége a folyadék sűrűségének a fele, akkor a hasáb súlypontja mindig a felszín magasságában marad és a hasáb két ellentétes éle egyszerre lépi át a felszínt.



3. ábra. A súlypont-mélység függése



4. ábra. A kísérlet adatait feltüntető koordináta-rendszer

Az úszási helyzet stabilitásának eldöntése céljából meg kell vizsgálnunk, miként függ  $\sigma$  egyesített súlypontmélység  $\alpha$  elforgatási szögtől (3. ábra).  $\sigma$ -t függőlegesen lefelé mérjük fel. Az egyesített súlypont  $\sigma$  mélysége tulajdonképp az egész berendezés helyzeti energiájának a mértéke. Általában azon  $\alpha$  szög mellett jön létre egyensúlyi helyzet, amelynél  $d\sigma/d\alpha$  nulla, ugyanis ekkor a hasábra ható erők eredője nulla. Azonban ez az egyensúly csak akkor stabilis, ha a súlypont a szomszédos  $\alpha$ -kal jellemzett helyzetekhez képest a legmélyebben van. Ennek feltétele, hogy  $d^2\sigma/d\alpha^2$  negatív legyen.

*K. Heinold* figyelmeztet arra cikkében [1], hogy többféle stabilis helyzet is lehetséges, különböző súlypontmélységekkel, amelyeket egy bizonyos helyzethez tartozó labilis egyensúlyi állapot határol el.

A lehetséges esetekről jó áttekintést kapunk, ha a lehetséges kísérletek adatait  $\delta, \xi$  koordináta-rendszerben tüntetjük fel (4. ábra). Ennek egységnyi oldalhosszúságú négyzetében minden pont egy-egy  $\delta, \xi$  értékpárral meghatározott kísérletet jelent.

Az egyensúly megkereséséhez az első differenciálhányados szükséges. (11), (13) differenciálásainak eredménye:  $0^\circ$  és  $\alpha_1$  között:

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} = \left[ \frac{1}{2} \delta (1 - \delta) \xi^2 - \frac{1}{12} \right] \sin \alpha - \frac{1}{24} \cdot \sin \alpha \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad (14)$$

$\alpha_2$  és  $90^\circ$  között:

$$\frac{d\sigma}{d\alpha} = - \left[ \frac{1}{2} \delta (1 - \delta) - \frac{\xi^2}{12} \right] \cos \alpha + \frac{1}{24} \cdot \xi^3 \cos \alpha \cotg^2 \alpha. \quad (15)$$



(14) és (15) mutatja, hogy  $\alpha = 0^\circ$ -nál és  $\alpha = 90^\circ$ -nál feltétlenül van valamilyen egyensúlyi helyzet. Az egyensúly minőségének megvizsgálására a második differenciálhányadosra van szükség:  $0^\circ$  és  $\alpha_1$  között:

$$\frac{d^2 \sigma}{d\alpha^2} = \left[ \frac{1}{2} \delta (1-\delta) \xi^2 - \frac{1}{12} \right] \cos \alpha - \frac{1}{24} \operatorname{tg} \alpha \sin \alpha (3 + 2 \operatorname{tg}^2 \alpha), \quad (16)$$

$\alpha_2$  és  $90^\circ$  között:

$$\frac{d^2 \sigma}{d\alpha^2} = \left[ \frac{1}{2} \delta (1-\delta) - \frac{\xi^2}{12} \right] \xi \sin \alpha - \frac{\xi^3}{24} \cotg \alpha \cos \alpha (3 + 2 \cotg^2 \alpha). \quad (17)$$

Stabilis egyensúlyi helyzethez az szükséges, hogy a második differenciálhányados ne legyen pozitív.  $\alpha = 0^\circ$  esetében (16) szerint ennek a feltétele:

$$6\delta(1-\delta)\xi^2 \leq 1,$$

vagyis a 4. ábra koordináta-rendszerében  $\xi$  nem kerülhet a

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{6\delta(1-\delta)}} \quad (18)$$

negyedfokú függvény görbéje fölé. Ami az  $\alpha = 90^\circ$ -os helyzetet illeti, a (17) szerinti második differenciálhányados akkor lesz nem pozitív, ha

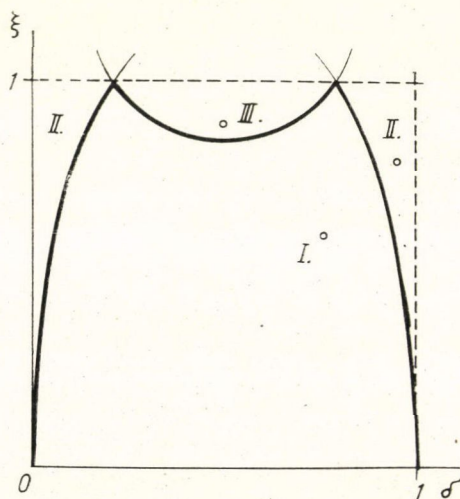
$$6\delta(1-\delta) \leq \xi^2,$$

vagyis a 4. ábrán  $\xi$  nem kerülhet a

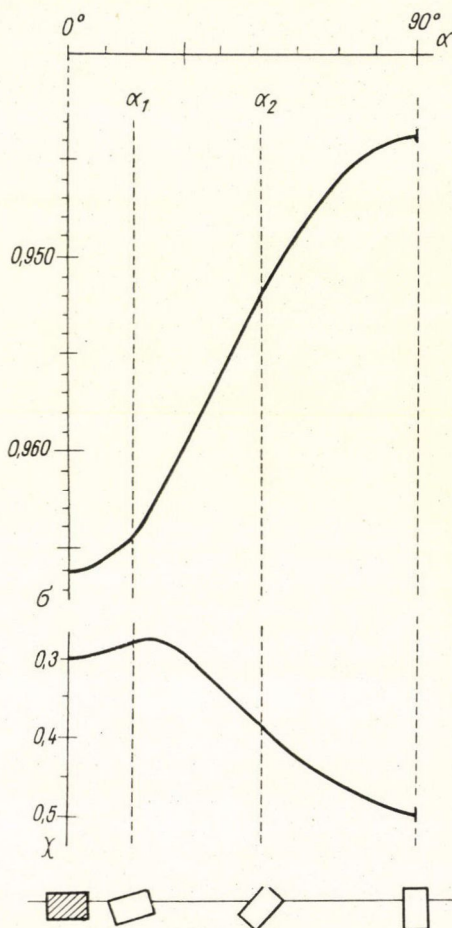
$$\xi = \sqrt{6\delta(1-\delta)} \quad (19)$$

ellipszis íve alá.

Ezek után következőképp tekinthetjük át a lehetséges eseteket. A 4. ábra koordináta-rendszerébe belerajzoljuk (18) negyedfokú függvény és a (19) ellipszis íveit (5. ábra). Ezáltal az egységnyi oldalhosszúságú négyzet három tartományra esik szét.



5. ábra. A különböző esetek áttekintése



6. ábra. Példa az I. szerinti esetre



I. Ha a kísérlet feltételeit ábrázoló  $\delta$ ,  $\xi$ -pont ebbe a területbe esik, akkor csak az az úszási helyzet stabilis, amikor a nagyobb területű felület vízszintes. Ebbe a tartományba beletartozik a felső határgörbe, de nem tartozik bele a két szélső határoló görbe.

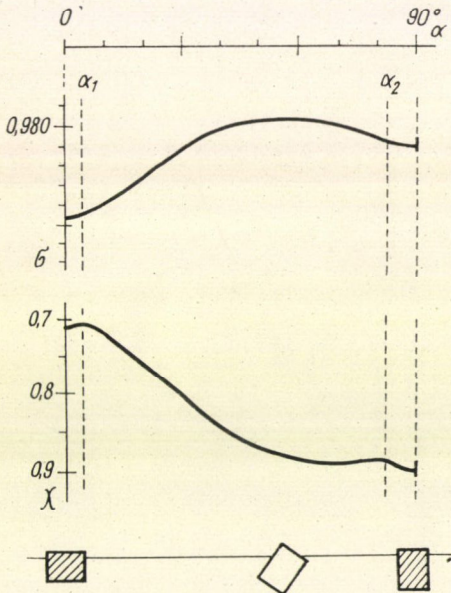
II. Ha a kísérlet feltételeit ábrázoló  $\delta$ ,  $\xi$ -pont ebbe a területbe esik (beleértve a határoló görbét), akkor az  $\alpha=0^\circ$ -hoz és az  $\alpha=90^\circ$ -hoz tartozó mindegyik helyzet stabilis.

III. Ha a kísérlet feltételeit ábrázoló  $\delta$ ,  $\xi$ -pont ebbe a területbe esik (a határoló görbét nem beleértve), akkor az úszó hasábnak csak olyan helyzete stabilis, amikor egyik éle van felül.

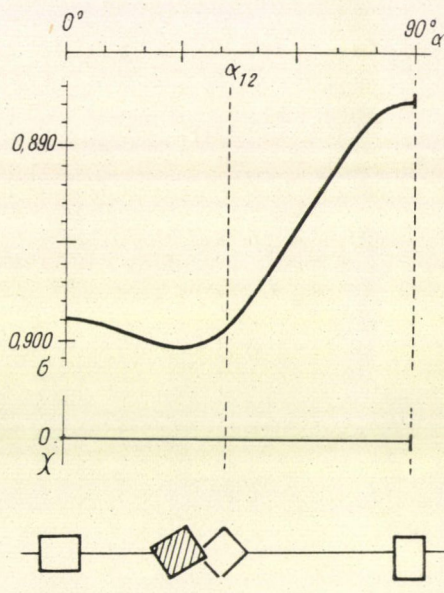
Lássunk egy-egy példát mindegyik esetre.

I.  $\delta=0,75$ ,  $\xi=0,6$ , tehát a rövidebb méret a hosszabb méret  $3/5$  része és sűrűsége a folyadék sűrűségének  $3/4$ -e. A 6. ábra mutatja az együttes súlypont mélységét, mint a helyzetet jelző  $\alpha$  szög függvényét. A második görbe a hasáb külön súlypontjának a helyzetváltozását tünteti fel. Az egyetlen stabilis helyzetben a nagyobb területű lap vízszintes helyzetű. A határszögek  $\alpha_1=16^\circ 42'$  és  $\alpha_2=50^\circ 12'$ . Ez az eset fordul elő a legtöbbször és ezért ez a legismertebb.

II.  $\delta=0,95$ ,  $\xi=0,8$ , tehát a metszet alakja közeledik a négyzethez és a hasáb sűrűsége majdnem eléri a folyadékét (7. ábra). Most mindkét szélső helyzet stabilis. Az  $\alpha=0^\circ$ -hoz tartozó esetben az eredő súlypont mélyebben van, mint  $\alpha=90^\circ$ -nál, de ennek ellenére az  $\alpha=90^\circ$ -hoz tartozó egyensúlyi helyzet is stabilis. A két területet a kb.  $\alpha=56^\circ$ -hoz tartozó labilis egyensúly választja szét. Ezt a szöget közelítő számítással kell meghatározni, mert (12) differenciálása magasabb fokú egyenletre vezet. Az  $56^\circ$ -nál nagyobb szögű helyzetben az álló, kisebbnél a fekvő helyzetbe billen át a hasáb. A határszögek  $\alpha_1=4^\circ 34'$  és  $\alpha_2=82^\circ 52'$ . A II. csoportba tartozó magatartást plexihasáboknál figyelhetjük meg, ha tömény fixírsó oldatokban vagy higanyon úsztatjuk azokat.



7. ábra. Példa a II. szerinti esetre



(8. ábra). 8. ábra. Példa a III. szerinti esetre

III.  $\delta=0,5$ ,  $\xi=0,9$ , tehát majdnem négyzet alapú hasáb úszik feles sűrűségű folyadékon. A hasáb súlypontja állandóan a felszín magasságában van, a két határszög egybeesik:  $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_{12}=42^\circ 00'$ . Az  $\alpha=0^\circ$ -hoz és az  $\alpha=90^\circ$ -hoz tartozó két egyensúlyi helyzet egyaránt labilis, viszont  $\alpha_{st}=33^\circ 15'$ -nél stabilis az egyensúlyi helyzet úgy, hogy az egyik él van felül. Ez a helyzet pontosan megállapítható, mert  $0^\circ$  és  $\alpha_1$  között vagyunk és (14) differenciálhányadost 0-val egyenlővé téve azt kapjuk, hogy  $\operatorname{tg} \alpha_{st} = \sqrt{3\xi^2 - 2}$ .

#### IRODALOM

1. K. Heinold, Praxis der Naturwiss. 1967. Heft 5. 123. o.







# KISMÉRETŰ HASADÁSI KAMRA\*

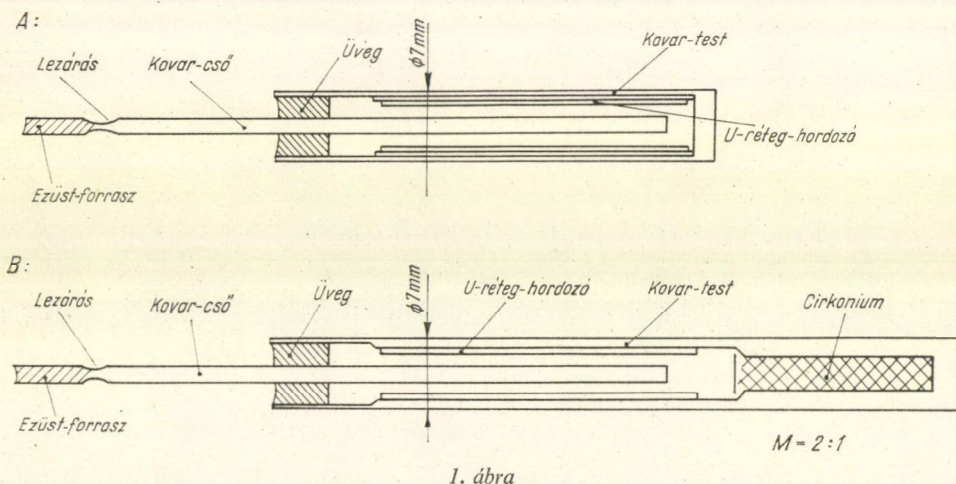
MADARÁSZ ZOLTÁN

Központi Fizikai Kutató Intézet, Szilárdtestfizikai Laboratórium, Budapest

Ceruzaméretű, uránréteges hasadási kamrák elkészítésének leírását adjuk, melyeket egyrészt a Központi Fizikai Kutató Intézetben felállított Zéróreaktor indításának ellenőrzéséhez használnak, másrészt a Kísérleti Atomreaktor csatornáinál monitorozási célokra.

A kamrákkal szemben támasztott főbb követelmények a következők voltak: Kis méret (max. 7 mm  $\varnothing$ ), a hasadási termékek jelei jól diszkriminálhatók legyenek, a háttérsugárzásként jelentkező  $\alpha$ -bomlás jeleitől, a kamrák (részben) 200 C° hőmérsékleten is kifogástalanul működjenek.

A kamrák felépítését az 1. ábra szemlélteti. A kamrák fala és belső elektródája kovarcsőből van, utóbbi egyúttal kivezetésül is szolgál. A kamra háza magában foglalja a külső hengeres elektródát, melynek belső falán van elhelyezve a hasadóanyag. A hasadóanyag hordozója vékony, 0,15 mm vastag nikkelmezéből készült henger. A felvitt uránréteg kb. 0,1 mg/cm<sup>2</sup> vastagságú. Felülete 5 cm<sup>2</sup>. Az uránréteget rétegelt ráégetéssel készítettük, melynek alapanyaga természetes izotópkeverékű uranil — IV. — acetilacetónát, kollódium és amilacetát elegyében feloldva. Az esetenként felkent réteget tégelykemencében 800—850 C°-on 5 perc alatt kiégettük és az eljárást ismételtük, míg a kellő rétegvastagságot el nem értük. A belső elektród beolvasztott üvegszigeteléssel csatlakozik a kamratesthez.

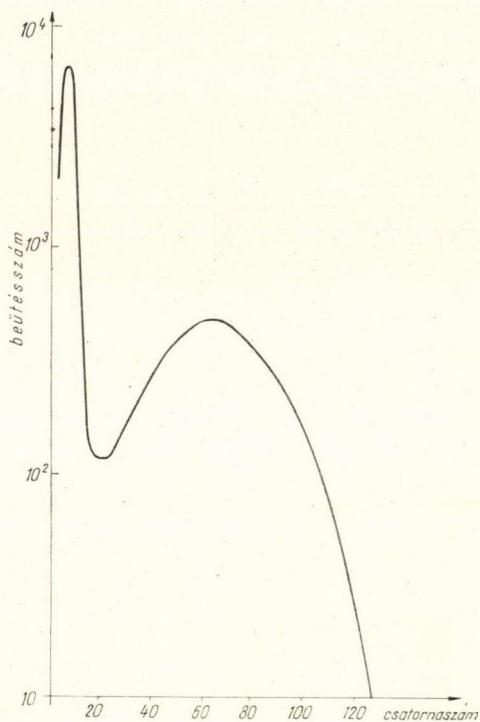


A kamrákat egynapi szivattyúzás (10<sup>-5</sup> torr) és egyidejű 350 C°-os kályházás után megtöltöttük 4 atm nyomású nagytisztaságú „F” argonnal, melyet az Egyesült Izzótól szerezünk be. Töltés után a kamra bevezető csővét a rajzon látható helyen („lezárás”) erre a célra készített szerszámmal leszorítottuk és a csatlakozó cső levágása után a rajznak megfelelő helyen a cső végét biztonsági okokból ezüsttel leforrasztottuk.

\* Érkezett 1968. márc. 8.



A kamrák kétféle kivitelben készültek (A,B). „A” kivitel szobahőmérsékletű üzemre, „B” kivitel magasabb hőmérsékletű üzemre ( $200\text{ }^{\circ}\text{C}$ -ig). Utóbbiban a biztonságos működést fém-cirkónium getter biztosítja, így magasabb hőmérsékleteken garantálva van a betöltött argon tisztasága.



2. ábra

A 2. ábrán közölt grafikon egy „A” típusú kamra 128 csatornás amplitúdóanalizátorral felvett differenciális amplitúdóeloszlását szemléltet. A bemérés során, mely a Kísérleti Atomreaktor 2. csatornájánál történt, a kamra üzemi feszültsége  $350\text{ V}$ , az erősítő erősítési tényezője  $10\,000$  volt. Az ábrából jól kivehető, hogy az  $\alpha$ -részecskék jelei határozottan elkülönülnek a hasadási termékek egy nagyságrenddel nagyobb jeleitől.

## IRODALOM

W. Abson, Proc. Inst. Electr. Eng. 22, 349, 1958.







Technikai szerkesztő: Turchányi György  
A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója  
Műszaki szerkesztő: Merkly László  
A kézirat beérkezett: 1968. VIII. 2. — Példányszám: 500 — Terjedelem: 6,3 (A/5) iv  
68-6032 — Szegedi Nyomda



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI TUDOMÁNYOK  
OSZTÁLYÁNAK

KÖZLEMÉNYEI

Matematikai, fizikai, csillagászati dolgozatokat, referátumokat, könyvismertetéseket, a Tudományos Minősítő Bizottságnak a III. Osztályra vonatkozó híreit s a III. Osztály híreit közli. Évenként egy kötet (kb. 40 ív) jelenik meg (négy szám alkot egy kötetet)

A közlemények előfizetési ára kötetenként, azaz évenként 42 Ft, külföldi címre 60 Ft. Belföldi megrendelések az Akadémiai Kiadó, Budapest, V., Alkotmány u. 21. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám 05-915-111-46), külföldi megrendelések a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat, Budapest, I., Fő utca 32. (Magyar Nemzeti Bank egyszámlaszám: 43-790-057-181)

útfján eszközölhetők



Ára: 10,— Ft.

Előfizetés kötetenként: 42,— Ft.

INDEX: 26,491

## TARTALOMJEGYZÉK

	Oldal
<i>L. D. Landau: Az elektronplazma rezgéseiről</i> .....	501
<i>Keszthelyiné Lándori Sára: Megjegyzések NaI(Tl) kristályok energiefeltöltésének méréséhez.</i>	
I. rész .....	517
<i>Greguss Pál: Az információk feldolgozásának biomechanizmusáról</i> .....	525
<i>Bitó János: Plazmaspektroszkópia</i> .....	541
<i>Benkő László és Keszthelyiné Lándori Sára: Megjegyzések NaI(Tl) kristályok energiefeltöltés-</i>	
<i>nek méréséhez. II. rész</i> .....	551
<i>Vermes Miklós: Hasábok stabilis úszása</i> .....	563
<i>Madarász Zoltán: Kisméretű hasadási kamra</i> .....	569



## A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT XV. KÖTETÉNEK TARTALOMJEGYZÉKE

<i>Bata Lajos</i> : Kondenzált rendszerek mikrodinamikájának kísérleti vizsgálata neutronokkal . . . .	1
<i>Sárossy József és Székely Vladimir</i> : Térleképzések torzulásviszonyainak meghatározása differenciálgeometriai módszerekkel . . . . .	49
<i>Hordós Miklós</i> : Röntgensugárzás és radioaktív sugárzások dózismérése kalorimetrikus módszerrel . . . . .	109
<i>Kovács István</i> : A képlékeny alakváltozás mechanizmusának vizsgálata felületcentrált köbös fémeken . . . . .	125
<i>Berényi Dénes</i> : Az alapvető kölcsönhatásokkal kapcsolatos új eredmények a magspektroszkópiában . . . . .	173
<i>Kiss Dezső</i> : Az (n, gamma)-reakciók kísérleti tanulmányozása . . . . .	213
<i>Szabó József és Koltay Ede</i> : Kisintenzitású neutronforrások abszolút intenzitásának mérése . .	321
<i>Balla János</i> : Hélium kriosztát 2 K°-tól 300 K°-ig terjedő hőmérsékletek előállítására . . . . .	327
<i>Marx György és Tóth Kálmán</i> : Mezon 35+1 természetrajz . . . . .	349
<i>Veres Árpád, Uchirin János, Bedrosszján Péter és Uchirin György</i> : Izotópkészítmények radioaktív tisztaságának vizsgálata Ge (Li) félvezető és NaJ (Tl) szcintillációs detektorokkal . . .	365
<i>Pócsik György</i> : A kvantumtérelmélet alapelvei és legújabb eredményei IV. Alkalmazások . . .	377
<i>Vermes Miklós</i> : Rugalmas fonalú inga lengése . . . . .	397
<i>Pál Lénárd</i> : Szilárdtest kutatás a Szovjetunióban . . . . .	401
<i>I. M. Frank</i> : Az áthaladási sugárzás és az anyag optikai tulajdonságai . . . . .	411
<i>Tóth Árpád</i> : AUFS típusú membránszűrő és néhány rostsűrő radonbomlástermék-szűrési hatásokának meghatározása . . . . .	435
<i>Kertész László, Hajdú János és Hemela József</i> : Kis átmérőjű fémek kristályok húzása olvadékból . . . . .	447
<i>Zsolnai Éva—Máthé György</i> : A jelformálás hatása impulzusalak diszkriminátor szeparációk tulajdonságaira . . . . .	453
<i>Makra Zsigmond</i> : Neutronlassításon alapuló egyenletes érzékenységu neutronfluxus-mérők . .	461
<i>Györgyi Géza</i> : Elfajult kvantummechanikai sajátértékfeladatok . . . . .	505
<i>Pataki György</i> : A rekombináció és a generáció-rekombináció zaj irreverzibilis termodinamikai elméletéről félvezetőkben . . . . .	551

### A KLASSZIKUS IRODALOMBÓL

<i>W. Heisenberg</i> : A kvantumelméleti kinematika és mechanika szemléletes tartalmáról . . . . .	87
<i>N. Bohr</i> : A kvantumposztulátum és az atomfizika újabb fejlődése . . . . .	193
<i>Neumann János</i> : A kvantummechanika matematikai megalapozása . . . . .	271
<i>Neumann János</i> : A kvantummechanika valószínűségelméleti felépítése . . . . .	481

### KÖNYVISMERTETÉS

<i>B. Grycz</i> : Fourth State of Matter (Abonyi Iván) . . . . .	124
<i>Milan Marvan</i> : Negative Absolute Temperatures (Abonyi Iván) . . . . .	124
<i>W. Walcher</i> : Praktikum der Physik (T. Gy) . . . . .	212
<i>Ernst Jenő</i> : Bevezetés a biofizikába (Abonyi Iván) . . . . .	396
<i>D. H. Martin</i> : Magnetism in solids. (Pál Lénárd) . . . . .	479
<i>J. Kvasnica</i> : Physical Fields (H. T.) . . . . .	446
<i>P. Kratochvil</i> : Crystals (T. Gy) . . . . .	446







## A MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT XV. KÖTETÉHEZ NÉVMUTATÓ

<i>Balla János</i> : Hélium kriosztát 2 K°-tól 300 K°-ig terjedő hőmérsékletek előállítására .....	327
<i>Bata Lajos</i> : Kondenzált rendszerek mikrodinamikájának kísérleti vizsgálata neutronokkal ...	1
<i>Bedrosszián Péter</i> : lásd Veres Árpád	
<i>Berényi Dénes</i> : Az alapvető kölcsönhatásokkal kapcsolatos új eredmények a magspektroszkópiában .....	173
<i>Bohr N.</i> : A kvantumposztulátum és az atomisztika újabb fejlődése .....	193
<i>Frank I. M.</i> : Az áthaladási sugárzás és az anyag optikai tulajdonságai .....	411
<i>Györgyi Géza</i> : Elfajult kvantummechanikai sajátértékfeladatok .....	505
<i>Hajdú János</i> : lásd Kertész László	
<i>Heisenberg W.</i> : A kvantumelméleti kinematika és mechanika szemléletes tartalmáról .....	87
<i>Hemela József</i> : lásd Kertész László	
<i>Hordós Miklós</i> : Röntgensugárzás és radioaktív sugárzások dózismérése kalorimetrikus módszerrel .....	109
<i>Kertész László, Hajdú János és Hemela József</i> : Kis átmérőjű fémes kristályok húzása olvadákból .....	447
<i>Kiss Dezső</i> : Az (n, gamma)-reakciók kísérleti tanulmányozása .....	213
<i>Koltai Ede</i> : lásd Szabó	
<i>Kovács István</i> : A képlekeny alakváltozás mechanizmusának vizsgálata felületen centrált köbös fémeken .....	125
<i>Makra Zsigmond</i> : Neutronlassításon alapuló egyenletes érzékenyséű neutronfluxus-mérők ...	461
<i>Marx György és Tóth Kálmán</i> : Mezon 35 + 1 természetrajz .....	349
<i>Máthé György</i> : lásd Zsolnay	
<i>Neumann János</i> : A kvantummechanika matematikai megalapozása .....	271
<i>Neumann János</i> : A kvantummechanika valószínűségelméleti felépítése .....	481
<i>Pataki György</i> : A rekombináció és a generáció-rekombináció zaj irreverzibilis termodinamikai elméletéről félvezetőkben .....	551
<i>Pál Lénárd</i> : Szilárdtestkutatás a Szovjetunióban .....	401
<i>Pócsik György</i> : A kvantumtérelmélet alapelvei és legújabb eredményei IV. Alkalmazások ...	377
<i>Sárossy József és Székely Vladimír</i> : Térlekepezések torzulásvizszoynainak meghatározása differenciálgeometriai módszerekkel .....	49
<i>Szabó József és Koltay Ede</i> : Kisintenzitású neutronforrások abszolút intenzitásának mérése ..	321
<i>Székely Vladimír</i> : lásd Sárossy	
<i>Tóth Árpád</i> : AUFS típusú membránszűrő és néhány rost-szűrő radonbomlástermék-szűrési hatásfokának meghatározása .....	435
<i>Tóth Kálmán</i> : lásd Marx György	
<i>Uchrin György</i> : lásd Veres	
<i>Uchrin János</i> : lásd Veres	
<i>Veres Árpád, Uchrin János, Bedrosszián Péter, Uchrin György</i> : Izotópkészítmények radioaktív tisztaságának vizsgálata Ge (Li) félvezető és NaJ (Tl) szcintillációs detektorokkal .....	365
<i>Vermes Miklós</i> : Rugalmas fonalú inga lengése .....	397
<i>Zsolnay Éva—Máthé György</i> : A jelformálás hatása impulzusalak diszkriminátor szeparációs tulajdonságaira .....	453



